# Präzisionsspektroskopie von doppelt angeregten Zuständen durch dielektronische Rekombination

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften der Justus-Liebig-Universität Gießen (Fachbereich Physik)

vorgelegt von

STEFAN KIESLICH aus Wolfsburg

Institut für Kernphysik der Justus-Liebig-Universität Gießen 2004

Dekan: Prof. Dr. V. Metag I. Berichterstatter: Prof. Dr. A. Müller II. Berichterstatter: Prof. Dr. K. H. Schartner Tag der mündlichen Prüfung: 30.08.2004

## Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind doppelt angeregte Zustände mit Hilfe der dielektronischen Rekombination bei kleinen Relativenergien mit höchster Präzision vermessen worden. Gegenstand der Untersuchung sind die lithiumähnlichen Ladungszustände von Scandium ( ${}^{45}Sc^{18+}$ ), Selen ( ${}^{80}Se^{31+}$ ) und Natrium ( ${}^{23}Na^{8+}$ ), sowie wasserstoffähnliches Helium ( ${}^{4}He^{1+}$ ). Die gewählten Messintervalle decken für die lithiumähnlichen Ionen alle Resonanzen der dielektronischen Rekombination aus  $2s \rightarrow 2p_j$  Anregungen ab. Die bei He<sup>1+</sup> gemessenen Resonanzen gehören zu  $1s \rightarrow 2l_j$  und  $1s \rightarrow 3l_j$  Anregungen.

Die Experimente wurden am Schwerionenspeicherring TSR des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg unter Verwendung eines Elektronenkühlers durchgeführt. Durch eine koaxiale Überlagerung des Ionenstrahls mit einem kalten Elektronenstrahl ähnlicher mittlerer Geschwindigkeit wird eine drastische Reduzierung der Impulsunschärfe der Ionen erreicht, was man als Kühlung des Ionenstrahls bezeichnet. Während der Messung bei Relativenergien ungleich Null dient der Elektronenkühler als Target freier Elektronen für die Ionen.

Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit liegt in der genauen Messung der Resonanzpositionen doppelt angeregter Zustände. Um die experimentelle Energieachse so genau wie möglich festzulegen, sind zahlreiche Effekte zu berücksichtigen, die Einfluss auf die Stoßenergie zwischen Elektronen und Ionen haben. Dazu gehört unter Anderem die Raumladungsabschirmung im Elektronenstrahl, die Kühlkraft der Elektronen sowie das zeitliche Verhalten des Netzgerätes für die Kühlerspannung. Die Normierung der Rate umgeladener Ionen auf die Anzahl der Ionen im Ring und die Dichte der Elektronen in der Wechselwirkungszone ermöglicht die Bestimmung des absoluten Ratenkoeffizienten für die dielektronische Rekombination. Die genaue Lage einer ausgewählten Resonanz lässt sich durch den Fit einer Modellresonanz an die experimentellen Daten bestimmen.

Resonanzpositionen bei sehr niedrigen Relativenergien, die zu doppelt angeregten Zuständen von Sc<sup>17+</sup>(1s<sup>2</sup>2p<sub>3/2</sub>10l<sub>j</sub>) und Na<sup>7+</sup>(1s<sup>2</sup>2p<sub>j</sub>7l<sub>j'</sub>) gehören, sind mit einem bisher unerreicht kleinen Fehler von nur 1,8 meV bzw. 0.6 meV bestimmt worden.

Für das Scandium ist es mit der Kombination der Präzision experimentell bestimmter Resonanzpositionen und berechneter Bindungsenergien gelungen, einen neuen Wert von 44,3107(19) eV für die  $2s \rightarrow 2p_{3/2}$  Anregungsenergie zu bestimmen. Die theoretischen Rechnungen basieren dabei auf einer relativistischen Vielteilchentheorie (RMBPT). Die Genauigkeit des bisher nur aus der optischen Spektroskopie bekannten Wertes ist dabei um mehr als einen Faktor 10 verbessert worden.

Darüber hinaus gelingt anhand des gemessenen absoluten Ratenkoeffizienten für  $\Delta n = 1$ und  $\Delta n = 2$  Anregungen in He<sup>1+</sup> die experimentelle Verifikation einer am TSR neu implementierten Methode zur präzisen Messung der Beschleunigungsspannung am Elektronenkühler.

# Inhaltsverzeichnis

Al	bbildı	ungsver	zeichnis	v
Ta	ıbelle	nverzeio	chnis	vii
1	Ein	leitung		1
2	Phy	sikalisc	he Grundlagen	5
	2.1	Photor	rekombination	5
		2.1.1	Radiative Rekombination (RR)	6
		2.1.2	Dielektronische Rekombination (DR)	8
	2.2	Autoio	onisierende Rydberg-Zustände und ihre Beschreibung	9
		2.2.1	Die RMBPT	11
		2.2.2	Relativistische Effekte	11
		2.2.3	Kernladungsverteilungen	12
		2.2.4	Die Massenpolarisation	13
		2.2.5	Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung	13
		2.2.6	Die radiativen Korrekturen der QED	14
		2.2.7	Die Hyperfeinwechselwirkung	15

3	Exp	eriment	t und Messgrößen	17
	3.1	Speich	erring TSR	17
	3.2	Der El	ektronenkühler	19
	3.3	Das Pr	inzip der Elektronenkühlung	21
	3.4	Das Pr	inzip der Messung	23
	3.5	Experi	mentelle Größen	25
		3.5.1	Der Ratenkoeffizient	25
		3.5.2	Die Relativenergie	26
	3.6	Die M	essung der Kühlerspannung	27
		3.6.1	Die statische Kalibrierung der Spannung	27
		3.6.2	Die dynamische Messung der Spannung	27
	3.7	Die M	essung des Ionenstromes	28
1	Date	nonaly	50	31
4	Date	manary	50	51
	4.1	Voraus	ssetzungen	31
		4.1.1	Erzeugung und Speicherung lithiumähnlicher Ionen	31
		4.1.2	Die experimentelle Auflösung	32
		4.1.3	Die Genauigkeit bei kleinen Relativenergien	34
		4.1.4	Ausgewählte lithiumähnliche Systeme	34
	4.2	Datena	auswertung	35
		4.2.1	Rohdaten	35
		4.2.2	Bestimmung des absoluten Ratenkoeffizienten	37
		4.2.3	Toroidkorrektur	37
		4.2.4	Raumladungskorrektur	38

		4.2.5	Winkel zwischen Elektronen- und Ionenstrahl	40
		4.2.6	Nullpunkt der Relativenergie	40
		4.2.7	Kühlkraftkorrektur	41
		4.2.8	Einfluss der Elektronentemperaturen	42
		4.2.9	Kalibrierung der Energieachse	43
	4.3	Fit der	Resonanzposition	44
		4.3.1	Das Fit-Programm	45
5	Erg	ebnisse		47
	5.1	DR Me	essungen mit Sc <sup>18+</sup> Ionen	47
		5.1.1	Das Übersichtsspektrum	47
		5.1.2	Experiment und Theorie	48
		5.1.3	Bestimmung von Resonanzpositionen	50
	5.2	DR Me	essungen mit He <sup>1+</sup> Ionen $\ldots$	53
		5.2.1	Ergebnisse und Diskussion	53
	5.3	DR Me	essungen bei Se <sup>31+</sup>	56
		5.3.1	Diskussion	56
	5.4	DR Me	essungen mit Na <sup>8+</sup>	58
		5.4.1	Das Übersichtsspektrum	58
		5.4.2	Experiment und Theorie	58
		5.4.3	Bestimmung von Resonanzpositionen	60
		5.4.4	$\Delta n > 0$ Übergänge	62

Anhang	
A Liste aller Tabellen mit RMBPT Rechnungen	69
Literaturverzeichnis	79
Danksagung	83

# Abbildungsverzeichnis

2.1	PR schematisch	6
2.2	Schematische Darstellung der Autoionisation	10
2.3	Die zweiparametrige Fermi-Verteilung	12
2.4	Die radiativen Korrekturen der QED	14
3.1	Schematische Darstellung des Speicherrings TSR	18
3.2	Schematische Abbildung des Elektronenkühlers im TSR	20
3.3	Abhängigkeit der Kühlkraft von der Relativgeschwindigkeit zwischen Io- nen und Elektronen	22
3.4	Darstellung des DR-Messprinzips	23
3.5	Schemata von Wobble-Scan-Messungen	24
3.6	Zeitlicher Verlauf des Ionenstromes im Speicherring	29
4.1	Merged-beams Stoßkinematik	32
4.2	Totale Resonanzbreite bei niedrigen Relativenergien	33
4.3	Rohdatenspektren	36
4.4	Winkel zwischen Ionen- und Elektronenstrahl in den Toroidsektionen	38
4.5	Längsschnitt durch den Elektronenstrahl im Strahlrohr	39
4.6	Einfluß der Elektronentemperaturen auf das Profil einer DR-Resonanz	42

5.1	$Sc^{18+}$ : Übersichtsspektrum	48
5.2	$Sc^{18+}$ : Vergleich zwischen Experiment und Theorie	49
5.3	$Sc^{18+}$ : Bestimmung der Resonanzpositionen	51
5.4	He <sup>1+</sup> : Übersichtsspektrum	54
5.5	$He^{1+}$ : Feinstruktur	55
5.6	He <sup>1+</sup> : $\Delta n = 2$ , $3ln'l'$ Rydbergserie	56
5.7	Se <sup>31+</sup> : Übersichtsspektrum	57
5.8	Na <sup>8+</sup> : Übersichtsspektrum	59
5.9	$Na^{8+}$ : Vergleich von Experiment und RMBPT	60
5.10	$Na^{8+}$ : $\Delta n = 1$ und $\Delta n = 2$ Anregungen	63
5.11	Na <sup>8+</sup> : LMM-Resonanzen	64

# Tabellenverzeichnis

1.1	Vergleich von Experimenten zur Messungen der $2s_{1/2} \rightarrow 2p_j$ Anregungs- energie	3
5.1	Sc <sup>18+</sup> : Experimenteller Fehler	52
5.2	Na <sup>8+</sup> : Experimenteller Fehler	61
A.1	Sc <sup>18+</sup> : Bindungsenergie der $(2p_{3/2}10d_{3/2})_3$ Resonanz	70
A.2	$Sc^{18+}: 2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$ Anregungsenergie	70
A.3	Sc <sup>18+</sup> : Berechnete Sc <sup>17+</sup> $(2p_{3/2}10l_{j'})_J$ Resonanzen	71
A.4	Na <sup>8+</sup> : Bindungsenergie der $(2p_{3/2}7d_{5/2})_4$ Resonanz $\ldots \ldots \ldots$	74
A.5	Na <sup>8+</sup> : $2s_{1/2} \rightarrow 2p_j$ Anregungsenergien	75
A.6	Na <sup>8+</sup> : Berechnete Na <sup>7+</sup> $(2p_j 7 \ell_{j'})_J$ Resonanzen	76

## 1 Einleitung

Der Rekombinationsprozess zwischen Ionen und Elektronen spielt in natürlichen und technischen Plasmen eine wichtige Rolle. Die Tatsache, dass sich etwa 99% des leuchtenden Universums im Plasmazustand befinden, unterstreicht um so mehr den fundamentalen Charakter dieser speziellen Wechselwirkung. Auf unserer Erde finden Rekombinationen in Plasmen zum Beispiel in der Erdatmosphäre statt aber auch in allen Arten von künstlich erzeugten Plasmen.

Bei der Rekombination wird ein freies Elektron von einem Ion in einen gebundenen Zustand eingefangen. Dies kann mittels der Drei-Körper Rekombination (three body recombination, TBR) oder der Photorekombination (PR) erfolgen. Die Drei-Körper Rekombination ist durch die Abgabe von Energie und Impuls des eingefangenen Elektrons an ein zweites freies Elektron charakterisiert und gewinnt dementsprechend mit zunehmender Dichte des Plasmas an Bedeutung. Im Gegensatz dazu kann die Photorekombination auch bei verhältnismäßig geringen Dichten zum einen direkt ablaufen oder aber resonant. Bei der direkten Rekombination wird das freie Elektron unmittelbar unter Aussendung eines Photons gebunden. Bei der indirekten oder resonanten Rekombination wird durch den Einfang ein bereits gebundenes Elektron angeregt und der resultierende doppelt angeregte Zustand stabilisiert sich radiativ, d.h. unter Emission eines Photons.

Der direkte Weg der Photorekombination wird als radiative Rekombination (RR) bezeichnet und der indirekte, resonante Weg als dielektronische Rekombination (DR). Wenn beide Wege gleiche Anfangs- und Endzustände haben und auch die emittierten Photonen keinerlei Unterscheidung zulassen, kommt es im Prinzip zur Interferenz zwischen RR und DR.

Als Instrumente zur experimentellen Untersuchung der DR haben sich in den vergangenen Jahren Schwerionenspeicherringe hervorragend bewährt. Standorte dieser Experimente sind ASTRID (Aarhus STorage RIng Denmark) der Universität Aarhus, der Experimentierspeichering ESR der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt, der CRYRING (CRYogenic electron source and storage RING) des Manne-Siegbahn-Instituts an der Universität Stockholm und der Testspeicherring TSR des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg. Auf Grund unterschiedlicher experimenteller Aufbauten, können sich diese Forschungsanlagen ergänzen und somit ein breites Spektrum von Fragestellungen der Atomphysik abdecken.

Eine Gemeinsamkeit aller Speicherringe ist der so genannte merged-beams Aufbau. Hin-

ter dieser Bezeichnung verbirgt sich ein Elektronenkühler, der den im Ring gespeicherten Ionen einen Elektronenstrahl ähnlicher mittlerer Geschwindigkeit koaxial überlagert. Die Ionen übertragen dabei Energie durch Coulombstöße auf die Elektronen, die permanent von einer Kathode nachgeliefert werden. Dieser permanente Energieverlust im Elektronenkühler reduziert den Phasenraum des Ionenstrahls, was sich hauptsächlich durch eine drastische Abnahme der Impulsunschärfe bemerkbar macht. Aufgrund der speziellen Stoßkinematik bei merged-beams Experimenten ist eine sehr hohe Auflösung bei geringen Relativenergien zwischen Elektronen und Ionen erreichbar.

Aus diesem Grund bieten sich Ionen mit DR-Resonanzen aus doppelt angeregten Zuständen nahe der Relativenergie Null zur Untersuchung an Speicherringen mit Elektronenkühlern an. Als ideal haben sich lithiumähnliche Ionen herausgestellt. Vom experimentellen Standpunkt her stellen sie das einfachste System dar, in dem der dielektronische Einfang zur Anregung eines gebundenen Elektrons innerhalb ein und derselben Hauptschale führen kann. Die nötigen Anregungsenergien sind deshalb verhältnismäßig gering und schon sehr langsame Elektronen können resonant eingefangen werden. In der Tat liefern DR-Messungen mit lithiumähnlichen Systemen an Speicherringen so genaue Ergebnisse, dass ihre Beschreibung auch für die ausgefeiltesten theoretischen Methoden eine Herausforderung darstellt (MdE<sup>+</sup>98, TEG<sup>+</sup>02). Selbst zur Erklärung von DR-Spektren leichter Ionen müssen Vielteilcheneffekte, relativistische Korrekturen und QED Beiträge berücksichtigt werden.

Auf der hohen erreichbaren Genauigkeit heutiger DR-Messungen beruht die Idee der Präzisisonsspektroskopie doppelt angeregter Zustände. Das Ziel ist dabei die Position von DR-Resonanzen sehr genau zu vermessen. Ist dies gelungen, bietet sich die Möglichkeit, Anregungsenergien in lithiumähnlichen Systemen präzise zu bestimmen. Dies ist anhand von Experimenten am CRYRING mit lithiumähnlichem Kr<sup>33+</sup> (MLE<sup>+</sup>02) und bei der GSI mit lithiumähnlichem U<sup>89+</sup> (BKM<sup>+</sup>03) bereits mit Erfolg demonstriert worden.

Die hier entwickelte Methode unterscheidet sich von der beim Kr<sup>33+</sup> verwendeten durch einen grundsätzlich anderen Weg der Kalibrierung der experimentellen Energieachse. Ein weiterer Unterschied ist die Vermessung sehr schmaler, isoliert liegender DR-Resonanzen bei den bisher niedrigsten Relativenergien. Die Position der ausgewählten Resonanzen geht aus dem Fit eines Modellwirkungsquerschnittes an die gemessenen Daten hervor. Die Gemeinsamkeit beider Methoden ist die Kombination der präzisen Kenntnis gemessener Resonanzpositionen mit der Genauigkeit theoretisch berechneter Bindungsenergien. Das Ergebnis ist die Bestimmung von  $2s \rightarrow 2p$  Anregungsenergien in lithiumähnlichen Ionen.

Für den Bereich leichter lithiumähnlicher Systeme existieren bereits eine ganze Reihe von Messungen der  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_j$  Anregungsenergien (BSH<sup>+</sup>99), die auf verschiedenen experimentellen Techniken basieren und mit ihrer Genauigkeit Maßstäbe setzen. In Tabelle 1.1 sind einige von diesen Experimenten aufgeführt.

Im Rahmen dieser Arbeit sind Messungen der dielektronischen Rekombination für die lithiumähnlichen Ionen Sc<sup>18+</sup>, Se<sup>31+</sup>, Na<sup>8+</sup> und für das wasserstoffähnliche He<sup>1+</sup> am TSR in Heidelberg durchgeführt worden.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Als Einstieg werden die relevanten physikalischen Pro-

Ζ	Experiment	Übergang	Ergebnis	rel. Fehler
			eV	
18	B. Edlen (Edl83)	$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$	31,866(1)	$pprox 3,14 \cdot 10^{-5}$
20	J. Sugar und C. Corlis (SC85)	$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$	35,962(2)	$pprox 5,56 \cdot 10^{-5}$
21	S. Suckewer (SCC <sup>+</sup> 80)	$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$	44,312(35)	$pprox 7,\!90\cdot 10^{-4}$
28	U. Staude et.al. (SBB <sup>+</sup> 98)	$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$	52,947(4)	$pprox 7,55 \cdot 10^{-5}$
36	S. Madzunkov et.al. (MLE <sup>+</sup> 02)	$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$	71,243(8)	$pprox 1, 12 \cdot 10^{-4}$

**Tabelle 1.1:** Verschiedene Ergebnisse für die  $2s \rightarrow 2p$  Anregungsenergie im Bereich niedriger Kernladungszahlen Z.

zesse vorgestellt. Es folgt die Erläuterung des experimentellen Aufbaus am TSR in Heidelberg und der Auswertung der Messdaten. Dann werden die gewonnenen Ergebnisse präsentiert und diskutiert. Am Ende der Arbeit steht eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf zukünftige Experimente.

## 2 Physikalische Grundlagen

Im folgenden Kapitel werden die physikalischen Grundlagen erläutert, die für das Verständnis der Wechselwirkungen hoch geladener Ionen mit freien Elektronen wichtig sind. Dabei geht es zunächst um die im Rahmen dieser Arbeit relevanten Prozesse der radiativen Rekombination und der dielektronischen Rekombination, die sich unter dem Begriff der Photorekombination zusammenfassen lassen. Nachfolgend wird das Auftreten von Resonanzserien im Zusammenhang mit der dielektronischen Rekombination erläutert und es wird auf wichtige Eigenschaften dieser Serien eingegangen. Ein besonderes Gewicht soll dabei auf der Berechnung der Resonanzenergien liegen. Dazu werden Formeln zur Abschätzung von Resonanzenergien erläutert. Für das genaue Verständnis der Struktur leichter Mehr-Elektronen-Systeme ist jedoch die Berücksichtigung wichtiger einflussnehmender Faktoren, wie die Elektron-Elektron Wechselwirkungen, die Kernstruktur oder die radiativen Korrekturen der QED notwendig, um nur einige zu nennen. Am Ende des Kapitels steht eine kurze Erläuterung des theoretischen Modells auf dessen Grundlage die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Berechnungen durchgeführt worden sind.

## 2.1 Photorekombination

Die Photorekombination eines Ions  $A^{q+}$  mit einem freien Elektron kann über einen direkten Prozess oder einen indirekten, resonanten Prozess ablaufen. Wenn die Anfangs -und Endzustände sowie die emittierten Photonen keine Unterscheidung zwischen den beiden Wegen zulassen, tritt Interferenz auf, wie in Abbildung 2.1 zu sehen ist. Dieser Effekt ist aber in aller Regel sehr schwach (PBG92) und durch Messungen an Speicherringen nur schwer nachzuweisen (SBB<sup>+</sup>99). Deshalb werden im Rahmen dieser Arbeit beide Prozesse als unabhängig betrachtet und Interferenzeffekte werden vernachlässigt.



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Photorekombination über den direkten Weg (RR) und den indirekten Weg (DR). Da in diesem Beispiel die Anfangs- und Endzustände für beide Prozesse gleich sind und auch die emittierten Photonen keine Unterscheidung zulassen, interferieren beide Rekombinationspfade.

#### 2.1.1 Radiative Rekombination (RR)

Die radiative Rekombination ist der zeitinverse Prozess zur nicht-resonanten Photoionisation und der wohl fundamentalste, weil einfachste, Rekombinationsprozess. Beim Einfang eines Elektrons aus dem Kontinuum wird dessen kinetische Energie und seine frei werdende Bindungsenergie direkt in ein Photon umgewandelt (siehe linke Seite von Abb. 2.1).

$$A^{q+} + e \longrightarrow A^{(q-1)+} + h\nu \tag{2.1}$$

Als nicht-resonanter Prozess, ist die radiative Rekombination für alle Energien zwischen Ionen und Elektronen möglich und liefert daher einen kontinuierlichen Beitrag zum Gesamtwirkungsquerschnitt für die Photorekombination. Im Jahr 1923 ist es Kramers (Kra23), der, teilweise von klassischen Vorstellungen ausgehend, eine theoretische Beschreibung der radiativen Rekombination entwickelt. Seine Formel für den Wirkungsquerschnitt eines total ionisierten Atoms, welches ein Elektron in einen Zustand mit der Hauptquantenzahl *n* einfängt, lautet:

$$\sigma_n^{RR,Kr}(E_{rel}) = 2.105 \cdot 10^{-22} cm^2 \cdot \frac{(Z^2 \mathcal{R})^2}{nE_{rel}(Z^2 \mathcal{R} + n^2 E_{rel})}.$$
(2.2)

mit der Kernladungszahl Z des Atoms, der Rydbergkonstanten  $\mathcal{R}$  und der Relativenergie zwischen Ion und Elektron  $E_{rel}$ . Gleichung 2.2 beschreibt für  $E_{rel} \rightarrow 0$  die charakteristische Divergenz des RR-Wirkungsquerschnittes und für  $E_{rel} \rightarrow \infty$  seinen ebenfalls charakteristischen monotonen Abfall. Der totale Wirkungsquerschnitt

$$\sigma^{RR,Kr}(E_{rel}) = \sum_{n=1}^{n_{max}} \sigma_n^{RR,Kr}(E_{rel})$$
(2.3)

ergibt sich als Summation über alle erreichbaren *n*. Die maximal erreichbare Hauptquantenzahl  $n_{max}$  ist dabei durch die experimentellen Bedingungen bestimmt. Im Jahr 1930 gelingt Stobbe eine nicht-relativistische, quantenmechanische Behandlung der RR (Sto30). Allerdings unter der Einschränkung, dass nur Dipolübergänge vom Kontinuum in den gebundenen Zustand in Frage kommen.

Es empfiehlt sich nun aus praktischen Gründen eine Darstellung für die radiative Rekombination zu wählen, die im Prinzip das semi-klassische Ergebnis von Kramers an das quantenmechanische Ergebnis von Stobbe anpasst.

$$\sigma_{RR}(E_{rel}) = \sum_{n=n_{min}}^{n_{max}} \sigma_n^{RR,Kr}(E_{rel}) \cdot G_n(E_{rel}=0) \cdot t_n$$
(2.4)

Entscheidend in diesem Zusammenhang sind die so genannten Gaunt-Faktoren  $G_n(E_{rel})$ . Die Energieabhängigkeit der Gaunt-Faktoren bei niedrigen Energien ist allerdings in guter Näherung vernachlässigbar und es kann  $G_n(E_{rel}) \equiv G_n(E_{rel} = 0)$  gesetzt werden. Ferner unterscheiden sich nur diejenigen  $G_n(E_{rel} = 0)$  mit sehr kleinen Hauptquantenzahlen *n* deutlich von 1 (ABK90). Werden Gaunt-Faktoren für sehr große Energien benötigt, so bieten sich parametrisierte Lösungen (Fla96) an.

In einem nicht vollständig ionisierten Atom gibt der Parameter  $n_{\min}$  die Hauptqauntenzahl des niedrigsten Zustandes an, der noch für einen Einfang in Frage kommt. Sollten sich schon Elektronen in Zuständen mit der Haupquantenzahl  $n_{\min}$  befinden, so gibt der Faktor  $t_n < 1$  das Verhältnis noch freier Zustände zu allen möglichen Zuständen mit  $n_{\min}$ nämlich  $n_{\min}^2$  an. Die Kernladungszahl Z für das vollständig ionisierte Atom muss zur Beschreibung der Kernabschirmung durch vorhandene Elektronen durch eine geeignete effektive Kernladungszahl Z<sub>eff</sub> ersetzt werden.

Im Vergleich zur dielektronischen Rekombination ist die radiative Rekombination gerade in Mehr-Elektronen Systemen nur bei sehr kleinen Energien wichtig, spielt jedoch gerade wegen dieser Eigenschaft im Rahmen dieser Arbeit eine nicht unwesentliche Rolle.

#### 2.1.2 Dielektronische Rekombination (DR)

Die dielektronische Rekombination, die erstmalig im Zusammenhang mit Rekombinationsprozessen in der irdischen Ionosphäre Erwähnung fand (MB42), unterteilt sich, wie auf der rechten Seite von Abbildung 2.1 dargestellt, in zwei Schritte:

$$A^{q+} + e \longrightarrow A^{(q-1)+**} \longrightarrow A^{(q-1)+*} + h\nu$$
(2.5)

Im ersten Schritt bildet sich ein doppelt angeregter Zwischenzustand  $A^{(q-1)+**}$  durch den dielektronischen Einfang. Dabei entspricht die kinetische Energie des Elektrons  $E_{res}$  gerade der Differenz der totalen Bindungsenergien des Zwischenzustandes  $E_d$  und des Anfangszustandes  $E_i$ .

$$E_{res} = E_d(A^{(q-1)+**}) - E_i(A^{q+})$$
(2.6)

Im zweiten und abschließenden Schritt erfolgt die radiative Stabilisierung des Zwischenzustandes in einen Zustand unterhalb der Ionisationsgrenze  $A^{(q-1)+*}$ . Alternativ zur radiativen Stabilisierung kann der doppelt angeregte Zustand durch Autoionisation zerfallen und in den Ausgangszustand  $A^{q+} + e$  zurückkehren. Bei den hier untersuchten leichten Systemen ist der Zerfall durch Autoionisation gegenüber der radiativen Stabilisierung der weitaus wahrscheinlichere Prozess.

Im einfachsten Fall geht man zur Berechnung des DR-Wirkungsquerschnittes von einer isolierten Resonanz aus (Isolated Resonance Approximation). So lässt sich der DR-Wirkungsquerschnitt als Produkt des Wirkungsquerschnittes für den dielektronischen Einfang  $\sigma_d^{DC}$  in einen Zwischenzustand *d* und der Wahrscheinlichkeit für die radiative Stabilisierung dieses Zwischenzustandes angeben. Da der dielektronische Einfang aber zeitinvers zur Autoionisation ist, verhält sich  $\sigma_d^{DC}$  proportional zur partiellen Autoionisationsrate  $A_a(d \rightarrow i)$  vom Zwischenzustand *d* in den Anfangszustand *i* und es gilt:

$$\sigma_d^{DR} \sim A_a(d \to i) \cdot \frac{\sum_f A_r(d \to f)}{\sum_k A_a(d \to k) + \sum_{f'} A_r(d \to f')}$$
(2.7)

Dabei ist  $\Gamma_d = \hbar [\sum_k A_a(d \to k) + \sum_{f'} A_r(d \to f')]$  die totale Breite des Zustands. Die Summation über f bezieht sich ausschließlich auf die von d aus radiativ erreichbaren Zustände unterhalb der Ionisationsschwelle. Die Summationen über k und f' umfassen alle durch Autoionisation bzw. Strahlungsabregung erreichbaren Zustände. Der totale DR-Wirkungsquerschnitt bei einer Energie E ergibt sich dann als Summation über alle Zustände d, die bei der Energie E beitragen:

$$\sigma(E) = 2\pi^2 \hbar \mathcal{R} a_0^2 \frac{g_d}{2g_i} \sum_d \frac{1}{E_d} A_a(d \to i) \frac{\sum_f A_r(d \to f)}{\sum_k A_a(d \to k) + \sum_{f'} A_r(d \to f')} L_d(E) \quad (2.8)$$

mit dem Bohrschen Radius  $a_0$ , den statistischen Gewichten von Anfangs- und Zwischenzustand  $g_i$  und  $g_d$  und der Energie des Zwischenzustandes  $E_d$ . Die Form einer isolierten Resonanz wird durch ein Lorentz-Profil beschrieben.

$$L_d(E) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_d}{(E - E_d)^2 + \frac{\Gamma_d^2}{4}}.$$
 (2.9)

Im Rahmen dieser Arbeit spielen Anregung von Elektronen in lithiumähnlichen Systemen vom  $2s_{1/2}$  Niveau in das  $2p_{1/2}$  oder  $2p_{3/2}$  Niveau die entscheidende Rolle. Da es sich um eine Anregung innerhalb ein und derselben Hauptschale handelt, spricht man in diesem Zusammenhang oft von  $\Delta n = 0$  Anregungen. Entsprechend handelt es sich bei Übergängen zwischen zwei Hauptschalen um  $\Delta n > 0$  Anregungen.

## 2.2 Autoionisierende Rydberg-Zustände und ihre Beschreibung

Die rechte Seite von Abbildung 2.1 zeigt den Spezialfall eines resonant eingefangenen Elektrons in einen Zustand mit der Hauptquantenzahl n = 3. Im Prinzip ist dieser Prozess aber für den Einfang in alle Zustände  $|n\rangle$  möglich, solange nur die Resonanzbedingung aus Gleichung 2.6 erfüllt ist. Nach dem Bohrschen-Atommodell kommen unendlich viele Zustände  $|n\rangle$  für einen Einfang in Frage und die Resonanzbedingung der DR ist unendlich oft erfüllbar. In einem Experiment, in dem Elektronenenergien quasi-kontinuierlich zur Verfügung stehen, manifestiert sich diese Folge von Zuständen als eine Serie von so genannten Rydberg-Resonanzen, die zu einer bestimmten Energie, der sogenannten Seriengrenze hin, konvergiert.

Das konvergente Verhalten der Resonanzen einer Rydberg-Serie lässt sich bereits unter Annahme eines wasserstoffähnlichen Systems und eines punktförmigen, unendlich schweren Kerns sehr gut mit der Bohr-Formel beschreiben:

$$E_{res} = \Delta E - E_B = \Delta E - \mathcal{R} \frac{Z^2}{n^2}$$
(2.10)

mit der Anregungsenergie  $\Delta E$  des Rumpfelektrons und der Bindungsenergie  $E_B$  des Rydberg-Elektrons gegeben durch die Rydbergkonstante  $\mathcal{R}$ , die Kernladung Z und die Hauptquantenzahl *n*. Wie aus Abbildung 2.2 am Beispiel einer  $\Delta n = 0$   $2s \rightarrow 2p_j$  Anregung hervorgeht, kann ein Elektron, welches sich im  $1s^22s \epsilon l$  Kontinuum bewegt in einem doppelt angeregten  $1s^22p$  *nl* Zustand gleicher Energie gebunden werden aber auch von dort wieder autoionisieren. Das heißt, dass alle Zustände  $1s^22p$  *nl*, die energetisch unterhalb des  $1s^22s \epsilon l$  Kontinuums liegen bzw. unterhalb der Energie des  $1s^22s$  Zustandes, die auf E = 0 gesetzt worden ist, nicht autoionisieren können und daher nicht als Resonanzen auftreten. Es ist ferner erkennbar, dass die Seriengrenze der Rydberg-Resonanzen für die autoionisierenden Zustände  $1s^22p$  *nl* mit der Anregungsenergie  $\Delta E = E_{2p} - E_{2s}$  des Rumpfelektrons identisch ist.



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der Autoionisation von doppelt angeregten Zuständen und der Entstehung einer Serie von Rydberg-Resonanzen. Ein Elektron, welches sich im  $1s^22s \epsilon l$  Kontinuum bewegt, kann in einem doppelt angeregten  $1s^22p nl$  Zustand gleicher Energie gebunden werden. Dieser Prozess ist im Prinzip in beiden Richtungen möglich. Alle Zustände unterhalb von E=0 können nicht autoionisieren und treten deshalb nicht als Resonanzen auf. Die Kontinuumsgrenzen der Zustände sind durch gestrichelte Linien markiert.

Bei nicht-wasserstoffähnlichen Systemen muss die Abschirmung der Kernladung durch ein geeignetes  $Z_{eff}$  berücksichtigt werden. In diesem Fall stimmt die Bohr-Formel nur noch für Zustände mit hohen Hauptquantenzahlen *n* und Drehimpulsquantenzahlen *l* mit den experimentellen Befunden überein. Dies erklärt sich durch die von den Quantenzahlen *n* und *l* abhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons relativ zum Kern. Speziell für s-Elektronen in sehr niedrigen Rydberg-Zuständen unterscheidet sich das effektive Potenzial  $Z_{eff}$  beträchtlich von dem Potenzial, dass zum Beispiel ein d-Elektron in einem sehr hohen Rydberg-Zustand spürt.

Als Ausgangspunkt für Serien von Rydberg-Resonanzen sind alle Arten der Anregung von Rumpfelektronen denkbar. Im Rahmen dieser Arbeit spielen die  $\Delta n = 0$   $2s \rightarrow 2p_j$ Anregungen die wesentliche Rolle. Die für  $\Delta n = 0$  Anregungen benötigten Energien sind relativ klein, was sie für Speicherringexperimente mit Elektronenkühlern besonders attraktiv macht. Als einfachstes Ausgangssystem kommt hierfür nur ein Ion mit drei gebundenen Elektronen in Frage. Nach dem chemischen Element mit drei Elektronen, dem Lithium, werden die isoelektronischen Ionen als lithiumähnlich bezeichnet. Nach den Regeln der Spin-Bahn-Kopplung kann dabei der Gesamtdrehimuls *j* des angeregten Elektrons entweder den Wert 1/2 oder 3/2 haben und entsprechend werden sich im Experiment zwei Rydbergserien zeigen.

Die Schwäche der Bohr-Formel ist, dass sie die Feinstruktur von Rydberg-Resonanzen

nicht berücksichtigt. Diese beruht auf den Wechselwirkungen der Spins und Bahndrehimpulse der vorhandenen Elektronen.

Für eine genaue Berechnung von DR-Resonanzpositionen reicht obige, einfache Formel bei weitem nicht aus und es ist die Berücksichtigung einer ganzen Reihe von Einflussfaktoren notwendig, um dieser komplexen Aufgabe gerecht zu werden. Die Wichtigsten sollen in diesem Kapitel kurz vorgestellt werden, wobei für ausführliche Beschreibungen auf die Spezialliteratur verwiesen wird. Zunächst wird jedoch kurz die Theorie skizziert, mit der DR-Prozess im Rahmen dieser Arbeit beschrieben worden ist. Die Rechnungen dazu sind in der Gruppe von Prof. E. Lindroth in Stockholm durchgeführt worden.

#### 2.2.1 Die RMBPT

Die Relativistic Many Body Perturbation Theory (RMBPT) ist spezialisiert auf die Behandlung der Elektron-Elektron-Korrelation in Mehrelektronensystemen (SÖ90, LH92, TEG<sup>+</sup>02). Diese kann im Prinzip bis zu beliebig hohen Ordnungen der Störungstheorie berechnet werden. Modelle für verschiedene Kernladungsverteilungen werden explizit mit in die Berechnung eingebunden, während zur Berücksichtigung radiativer Korrekturen der QED auf tabellierte Werte zurückgegriffen wird.

Die theoretische Berechnung des DR-Wirkungsquerschnittes für  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_j$  Anregungen in lithiumähnlichen Systemen wird in drei Schritten ausgeführt. Im ersten Schritt werden die Bindungsenergien des  $2s_{1/2}$  Grundzustandes und der beiden angeregten Zustände  $2p_{1/2}$  und  $2p_{3/2}$  des lithiumähnlichen Ions berechnet (siehe z.B. Tabelle A.2). Im zweiten Schritt folgt die Berechnung von Resonanzenergien und -breiten der doppelt angeregten Zustände des berylliumähnlichen Systems (siehe z.B. Tabelle A.1). Im dritten und letzten Schritt wird die Resonanzstärke berechnet.

#### 2.2.2 Relativistische Effekte

Dass die relativistische Natur des Elektrons nicht vernachlässigt werden darf, zeigen schon einfache Rechnungen für die Feinstruktur des Wasserstoffspektrums. Um so wichtiger ist sie folglich für Systeme hoch geladener Ionen. Der Dirac-Hamiltonoperator zur Beschreibung wasserstoffartiger Systeme berücksichtigt relativistische Effekte.

$$H_D = c\vec{\alpha}\vec{p} + m_e c^2\beta + V_{nuc}(r) \tag{2.11}$$

Dabei ist  $V_{nuc}(r) = -Z/r$  der Operator für das Kernpotenzial und  $\alpha$  und  $\beta$  sind die Dirac-Matritzen. Die nach Radial- und Winkelanteil separierte Lösung lautet:

$$\Psi_{nlj} \equiv |nj\rangle = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} f_{nlj}(r) \chi_{\kappa,m}(\theta, \phi) \\ ig_{nl'j}(r) \chi_{-\kappa,m}(\theta, \phi) \end{pmatrix}$$
(2.12)



Abbildung 2.3: Die zweiparametrige Fermi-Verteilung beschreibt die kontinuierliche Abnahme der Kernladungsdichte mit steigendem Abstand zur Kernmitte. Die Übergangszone wird durch den Parameter *T* beschrieben, die durch den Halbwertsradius  $R_{1/2}$  in zwei Hälften geteilt ist. Für  $r = R_{1/2}$  ist der Maximalwert der Kernladungsdichte  $\rho_0$  auf die Hälfte gesunken.

Mit der relativistischen Drehimpulsquantenzahl  $\kappa = -2(j-l)(j+1/2)$  dem Gesamtdrehimpuls  $j = l \pm 1/2$  und der Bedingung l + l' = 2j. Die Lösungen 2.12 können positive oder negative Energien haben und beschreiben damit das Elektron und sein Antiteilchen das Positron. Ebenso ergibt sich die Spin-Bahn-Kopplung auf sehr einfache Weise. Die relativistische Einteilchenwellenfunktion bildet die Grundlage für eine genaue Berechnung der Zustände in hoch geladenen Ionen, denn sie ist der Ausgangspunkt für die zu konstruierenden antisymmetrischen Vielteilchenwellenfunktionen.

#### 2.2.3 Kernladungsverteilungen

Die Form des Potenzials in Gleichung 2.11 beeinflusst ebenfalls die Berechnung von DR-Spektren. Die am häufigsten verwendeten Kernmodelle, die in theoretischen Rechnungen Verwendung finden, sind die homogen geladene Kugel und die zweiparametrige Fermi-Verteilung (siehe Abb. 2.3).

$$\rho(R) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{R - R_{1/2}}{\tau}}}$$
(2.13)

Es gilt  $\tau = T/(4ln3)$  mit T = 2,3 fm. Der Paramter T beschreibt die Breite der Randzone. Diese ist so definiert, dass der Maximalwert der Ladungsverteilung  $\rho_0$  in ihr von 90% auf 10% sinkt.  $R_{1/2}$  ist der Radius *r* für den  $\rho_0$  auf die Hälfte abgesunken ist.

#### 2.2.4 Die Massenpolarisation

Der Effekt der Massenpolarisaton soll hier der Einfachheit halber an einem nichtrelativistischen Hamiltonoperator demonstriert werden. Für ein N-Elektronensystem mit der Masse *M* und bezogen auf das Schwerpunktsystem gilt:

$$H_N = \frac{1}{2\mu} \sum_{i=1}^N (\vec{p}_i)^2 + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \vec{p}_j + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\sum_{i=1}^N \frac{Z}{r_i} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \right]$$
(2.14)

Die Verwendung der reduzierte Masse  $\mu = Mm_e/(M + m_e)$  anstatt der Elektronenruhemasse  $m_e$  macht dabei den Unterschied zur Annahme eines unendlich schweren Kerns aus. Die sich ergebende Energieverschiebung ist die so genannte normale Massenverschiebung. Ein weiterer Unterschied ist der zweite Term auf der rechten Seite, der die Korrelation der Elektronenbewegung beschreibt. Formal stammt dieser zusätzliche Term aus der Transformation vom Labor- in das Schwerpunktsystem. Dieser Beitrag ist die spezifische Massenverschiebung oder auch Massenpolarisation und rührt von der Abweichung des Massenschwerpunktes gegenüber dem Kernort her.

#### 2.2.5 Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Der Einfluss, den Elektronen aufeinander ausüben, spielt für die genaue Berechnung von Zuständen in Mehr-Elektronen-Systemen eine große Rolle. Die einfachste Vorgehensweise ist die Einbeziehung der statischen Coulombwechselwirkung. Die Breit-Wechselwirkung lässt sich dann als relativistische Erweiterung zur Coulombwechselwirkung verstehen. Sie berücksichtigt, dass Elektronen einen Spin haben und damit über ihre magnetischen Momente wechselwirken können. Des weiteren berücksichtigt sie die endliche Geschwindigkeit des Lichtes und damit Retardierungseffekte. Der Breit-Operator für zwei Teilchen lautet (Bre29):

$$B_{ij} = -\frac{1}{2r_{ij}} \left[ \vec{\alpha}_i \vec{\alpha}_j + \frac{(\vec{\alpha}_i \vec{r}_{ij})(\vec{\alpha}_j \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^2} \right]$$
(2.15)

Die  $\vec{\alpha}_i$  sind die Dirac-Matritzen und die  $\vec{r}_{ij}$  die Abstandsvektoren zwischen den Teilchen *i* und *j*. Der erste Term beschreibt die magnetische Wechselwirkung der Elektronen und der zweite Term die Retardierung der statischen Coulomb-Wechselwirkung. Eine gemeinsame Darstellung der Coulomb- und der Breit-Wechselwirkung als Zwei-Teilchen-Operator ist gebräuchlich.

$$g_{ij} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left( r_{ij}^{-1} + B_{ij} \right)$$
(2.16)



**Abbildung 2.4:** Die radiativen Korrekturen der QED. Abgebildet ist die Wechselwirkung des gebundenen Elektrons mit seinem eigenen Srahlungsfeld, über die Emission und Reabsorption von virtuellen Photonen. Zusätzlich können im Feld des Kerns Elektron-Positron Paare enstehen, die die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Kern beeinflussen.

#### 2.2.6 Die radiativen Korrekturen der QED

Die QED-Theorie hat ihren Ursprung im experimentellen Nachweis der Aufspaltung zwischen  $2s_{1/2}$  -und  $2p_{1/2}$ -Zustand in Wasserstoff (LR47). Nach der Dirac-Theorie sollten sich jedoch wasserstoffartige Zustände mit den gleichen Quantenzahlen *n*, *j* aber verschiedenem *l* energetisch nicht unterscheiden. Die QED-Theorie erklärt die gemessene Aufspaltung, auch Lamb-Verschiebung genannt, durch radiative Korrekturen. Die wichtigsten QED-Beiträge zur Lamb-Verschiebung sind die Selbstenergie des Elektrons und die Vakuumpolarisation wie in Abbildung 2.4 dargestellt. Die Selbstenergie beschreibt die Wechselwirkung eines Elektrons mit seinem eigenen Strahlungsfeld. Nach der QED-Theorie besteht diese Wechselwirkung in der Emission und Reabsorption virtueller Photonen. Die Selbstenergie hängt vom Grad der Bindung des Elektrons ab und verändert damit die Bindungsenergie selbst. Die Vakuumpolarisation erzeugt im Feld des Kerns Elektron-Positron Paare. Innerhalb ihrer Lebensdauer können diese Paare mit dem Elektron und dem Kern wechselwirken und so auf kurze Entfernungen eine effektive Abschirmung von Ladungen bewirken.

#### 2.2.7 Die Hyperfeinwechselwirkung

Die mit der Hyperfeinwechselwirkung verbundene Aufspaltung von Zuständen beeinflusst die Berechnung von DR-Resonanzpositionen. Da die von der Theoriegruppe von Prof. Lindroth in Stockholm durchgeführten Rechnungen die Hyperfeinwechselwirkung nicht berücksichtigen, sind die Resonanzpositionen und Resonanzstärken im Nachhinein korrigiert worden. Die Hyperfeinaufspaltung und ihre Berücksichtigung in der Dateninterpretation wird nun am Beispiel des Sc<sup>18+</sup> erläutert.

Die Berechnung der Hyperfeinaufspaltung des  $2s_{1/2}$  Grundzustandes für lithiumähnliche Ionen von Boucard et. al. (BI00) ergibt für das  ${}^{45}Sc^{18+}$  Isotop mit dem Kernspin 7/2 eine Aufspaltung von 6,0767 meV. Für den Drehimpuls der Atomhülle J=1/2 im Grundzustand nimmt der Gesamtdrehimpuls die Werte F=3 und F=4 an. Für das weitere Vorgehen ist nun wichtig, wie die Zustände besetzt sind. Der naheliegende Ansatz ist dabei die Annahme einer statistischen Besetzung. Dazu muss die Lebensdauer des Zustandes mit F=4deutlich länger sein, als die Speicherzeit der Ionen im Ring. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Besetzung des Zustandes mit F=4 direkt nach der Beschleunigung der Ionen beim Durchflug durch die so genannten Stripper-Folien erfolgt. Während der Speicherung im Ring werden diese Zustände in der Folge zerfallen. Berechnungen von Beier (Bei00) lassen bezüglich der Lebensdauer des Zustandes mit F=4 eine Schätzung auf ca. 2500 s zu, was obiger Bedingung völlig genügt. Damit stehen die Zustände F=3 und F=4 als Ausgangspunkte für die DR zur Verfügung, was einer Aufspaltung jeder berechneten DR-Resonanz entspricht. Hinzu kommen noch mögliche Aufspaltungen durch die Hyperfeinstruktur angeregter Zwischenzustände. Es stellt sich nun die Aufgabe, die neuen Resonanzenergien und Resonanzstärken zuverlässig zu bestimmen. Die Resonanzbreite sollte sich nicht wesentlich ändern, weil sie bei leichten Systemen durch die Autoionisationsrate bestimmt wird. Die einzelnen Energieverschiebungen  $\Delta E_F$ , in Abhängigkeit von F und bezogen auf die Energielage ohne Aufspaltung, lassen sich bei bekannter Gesamtaufspaltung berechnen, da der Schwerpunkt eines Energieniveaus durch die Hyperfeinaufspaltung nicht beeinflusst wird.

$$\sum_{F} (2F+1)\Delta E_F = 0.$$
 (2.17)

Für den Grundzustand ergibt sich  $\Delta E_3 = -3,42$  meV und  $\Delta E_4 = 2,66$  meV. Die Resonanzen teilen sich die ursprünglich berechnete Stärke im Verhältnis ihrer statistischen Gewichte 2F + 1, also 7/16 und 9/16.

Eine Abschätzung der Aufspaltung des  $2p_{3/2}$  Zustandes, unter Vernachlässigung der Wechselwirkung des Kernspins mit dem äußeren  $10l_j$  Elektron ergibt 1,2 meV (Sob92). Mit dem Drehimpuls J=3/2 nimmt der Gesamtdrehimpuls die Werte F'=2 bis F'=5 an. Die Aufspaltung des  $2p_{3/2}$  Zustandes ist mit 1,2 meV vergleichsweise gering und die maximale Einzelaufspaltung  $\Delta_2$  beträgt nur -0,68 meV. Offensichtlich stammt also der weitaus größte Beitrag zur Hyperfeinaufspaltung vom  $2s_{1/2}$  Grundzustand.

Es wird nun die Aufspaltung des  $2p_{3/2}$  Zustandes vernachlässigt und statt dessen ei-

ne Fehlerabschätzung gemacht. Im Prinzip muss sich die DR-Resonanzstärke auf strahlungslose Übergänge zwischen den Grundzuständen F=3 und F=4 und den angeregten Zuständen F'=2 bis F'=5 verteilen. Der maximal mögliche Fehler kommt sicher in dem Fall zustande, wenn ausschließlich der Zustand mit der größten Einzelaufspaltung F'=2allein besetzt wird, nämlich 0,68 meV. Von diesem Wert 10% als wahrscheinlichen Fehler anzunehmen ist sicher nicht zu optimistisch, unter der Annahme, dass die Besetzung der Hyperfeinniveaus im angeregten Zustand in erster Näherung statistisch sein wird. Der mögliche Fehler liegt also deutlich unterhalb des später noch zu besprechenden experimentellen Fehlers von 1,8 meV.

## 3 Experiment und Messgrößen

In diesem Kapitel werden der experimentelle Aufbau und die allgemeine Durchführung der Experimente vorgestellt und die die wichtigsten Messgrößen werden diskutiert. Am Anfang steht der Aufbau des Speicherrings TSR. Es folgen Beschreibungen der Funktionsweise des Elektronenkühlers, und des Prinzips der Elektronenkühlung. Desweiteren wird das Messprinzip bei Experimenten zur Untersuchung der dielektronischen Rekombination erläutert. Da die genaue Kenntnis der Kathodenspannung am Elektronenkühler sehr wichtig ist, werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Techniken aufgezeigt. Zum Abschluss des Kapitels werden die Relativenergie und der Ratenkoeffizienten eingeführt.

### 3.1 Speicherring TSR

Der Speicherring TSR, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, hat einen Umfang von 55.4 m und ist in vier Abschnitte mit symmetrischem Aufbau unterteilt. In jedem Abschnitt befinden sich zwei Dipolmagnete, die den Ionenstrahl um jeweils 45° ablenken, sowie fünf Quadrupolmagnete zur Fokussierung des Strahls. In den verbleibenden freien Räumen der jeweiligen Abschnitte sind experimentelle und diagnostische Apparaturen platziert. Im ersten Abschnitt werden die beschleunigten Ionen in den Speicherring injiziert, im zweiten befindet sich der Elektronenkühler, im dritten ein inzwischen fertig gestelltes, zusätzliches Elektronentarget und im vierten ein HF-Resonator als Beschleunigereinheit sowie Elemente zur Strahldiagnose. Direkt hinter den ersten Dipolmagneten nach dem Elektronenkühler ist ein Detektor zum Nachweis umgeladenener Ionen installiert. Der TSR ist ausgelegt zur Speicherung von Ionen bis zu einer Energie von 30 MeV/u bei einem Ladung zu Masse Verhältnis von 0.5. Dies entspricht einer maximalen magnetischen Steifigkeit

$$B\rho = \frac{m\gamma v_{Ion}}{eq} \tag{3.1}$$

von 1.5 Tm. Dabei ist  $\rho = 1.15$  m der Krümmungsradius des Dipolmagneten, *m* die Masse des Ions, *e* die Elementarladung und *q* der Ladungszustand des Ions.



Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Speicherrings TSR des Max-Planck-Institutes für Kernphysik in Heidelberg. Der Ring besteht aus vier symmetrischen Abschnitten, die jeweils zwei Dipolmagnete und fünf Quadrupolmagnete enthalten. Der für die Experimente genutzte Elektronenkühler ist in der unteren Sektion dargestellt und links daneben der zur Analyse des Ladungszustands der Ionen genutzte Dipolmagnet mit der sich anschließenden Detektorkammer. Die obere Sektion enthält die Elemente zur Strahldiagnose wie Strahlprofilmonitor, Schottky-Pickup und Stromtransformator.

Die Ionen werden von einem 12 MV Tandem Van-der-Graaff-Beschleuniger geliefert, dem 40 HF-Driftröhrenresonatoren zur Nachbeschleunigung folgen. Die Injektion erfolgt mit Hilfe zweier magnetischer Septa und eines elektrostatischen Septums. Die optimale Nutzung des Phasenraums der Ionen im Speicherring wird durch Anwendung der Multi-

turninjektion und des Ecool-Stacking erreicht (GBH<sup>+</sup>91). Somit lässt sich innerhalb von Sekunden das zunächst sehr große Phasenraumvolumen der in entsprechend hoher Zahl gespeicherten Ionen durch Kühlung erheblich komprimieren und eine Erhöhung des Ionenstromes um 2 bis 3 Größenordnungen gegenüber einer einfachen Injektion realisieren. Typischerweise liegen die im Experiment erreichten Ströme im Bereich von einigen 10 bis 100 µA. Je nach Ionensorte können sogar maximale Ströme im Bereich von mA erreicht werden. Begrenzt wird die mögliche Anzahl von gespeicherten Ionen durch Umladung an Restgasmolekülen und die Rekombination im Elektronenkühler sowie durch Streuung der Ionen untereinander. Das im Speicherring vorhandene Ultrahochvakuum von einigen  $10^{-11}$  mbar erlaubt eine Lebensdauer in der Größenordnung von Minuten für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Ionen. Den Extremfall in dieser Hinsicht stellen Protonen dar, die unter günstigen Bedingungen über Stunden und Tage gespeichert werden können. Zur Strahldiagnose stehen ein Strahlprofilmonitor (BPM=Beam Profile Monitor) zur Verfügung, mit dem durch den Nachweis ionisierter Restgasteilchen horizontale und vertikale Projektionen des Ionenstrahls aufgenommen werden können (HAG<sup>+</sup>94). Prinzipiell eignet sich ein BPM aber auch zur Messung sehr geringer Ionenströme. Ein longitudinaler Schottky-Pickup dient zur genauen Bestimmung der Umlauffrequenz und der Impulsbreite des Ionenstrahls durch die Frequenzanalyse des Schottky-Rauschens (Bou95). Für hohe Ströme bedient man sich eines DC-Strahltransformators. Diese zerstörungsfreie Methode beruht auf dem Prinzip der Messung des Magnetfeldes, das einen elektrischen Strom umgibt (Wil96). Hinter dem sich an den Elektronenkühler anschließenden Dipolmagneten ist eine fächerförmige Detektorkammer positioniert. Mit Hilfe von Einzelteilchen-Szintillationsdetektoren können dort die rekombinierten Ionen mit fast 100 % Wahrscheinlichkeit nachgewiesen werden (Lin95).

### 3.2 Der Elektronenkühler

Für die im Rahmen von Rekombinationsexperimenten durchgeführten Experimente spielt der im Speichering TSR installierte Elektronenkühler eine tragende Rolle (siehe Abb. 3.2). Ursprünglich nur zu dem Zweck gebaut die Eigenschaften des im Speicherring umlaufenden Ionenstrahls zu verbessern und zu fixieren, hat er sich in der Zwischenzeit auch als Elektronentarget hervorragend bewährt.

Die Elektronen werden aus einer, speziell in der Pierce-Geometrie konstruierten, Glühkathode emittiert. Die Temperatur der Elektronen nach dem Austritt beträgt dabei ungefähr 1400 K oder 120 meV. Ein System von Ziehanoden sorgt dafür, dass die Elektronen von der Kathode weg beschleunigt werden. Ihre Energie liegt danach in der Größenordnung von einigen keV. Ein Vorteil dieser longitudinalen Beschleunigung ist die Reduzierung der longitudinalen Energieunschärfe der Elektronen um mehrere Größenordnungen. Eine



Abbildung 3.2: Schematische Abbildung des Elektronenkühlers im TSR. Der Elektronenstrahl wird in der Kathode erzeugt und mit Hilfe von Solenoiden und Toroiden dem Ionenstrahl überlagert. Am Ende der Wechselwirkungsstrecke werden die Elektronen im Kollektor aufgefangen.

ausführliche Rechnung (Wol86) liefert:

$$k_B T_{\parallel} = \frac{(k_B T_{Kat})^2}{4\gamma^2 \beta^2 m_e c^2} \left(1 + 2\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)^2.$$
 (3.2)

Die sich aus dieser Formel ergebenden Werte für  $k_B T_{\parallel}$  von einigen  $10^{-7}$  eV werden in der Realität nie erreicht. Der Grund hierfür sind Stöße der Elektronen untereinander, die die transversalen und longitudinalen Bewegungen der Elektronen koppeln und die longitudinale Bewegung aufheizen. Ein für den TSR typischer Wert für  $k_B T_{\parallel}$  ist 0.1 meV.

Um die transversale Energieunschärfe  $k_BT_{\perp}$  zu reduzieren, die durch die longitudinale Beschleunigung praktisch unbeeinflusst bleibt, wird der Elektronenstrahl am TSR adiabatisch expandiert (DAB<sup>+</sup>94, PSG<sup>+</sup>96). Dazu verringert man über eine Reihe von Solenoidmagneten hinweg das Führungsmagnetfeld der Elektronen von  $B_i \approx 1T$  auf standardmäßig  $B \approx 0.1T$ . Der Elektronenstrahl weitet sich dann den magnetischen Feldlinien folgend auf und die Erhaltung des Phasenraumvolumens erzwingt eine Abnahme der transversalen Temperatur.

$$k_B T_\perp = \frac{B}{B_i} k_B T_{\perp,i}.$$
(3.3)

Das Verhältnis von Anfangsmagnetfeldstärke zum Endwert  $B_i/B$  wird auch als Expansionsfaktor bezeichnet. Die sich ausbildende Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Strahl lässt sich durch eine anisotrope Maxwell-Boltzman-Verteilung beschreiben, in der  $T_{\perp}$  und  $T_{\parallel}$  als Parameter eingehen.

$$f(v_{rel},\vec{v}) = \frac{m_e}{2\pi k_B T_\perp} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T_\parallel}} \exp\left(-\frac{m_e v_\perp^2}{2k_B T_\perp} - \frac{m_e (v_\parallel - v_{rel})^2}{2k_B T_\parallel}\right)$$
(3.4)

Wobei  $v_{\text{rel}} = \sqrt{2E_{\text{rel}}/m_e}$  die relative Geschwindigkeit zwischen den Elektronen und den Ionen ist,  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit der Elektronen und  $v_{\parallel}$  und  $v_{\perp}$  die entsprechenden longitudinalen und transversalen Komponenten.

Ein Toroidmagnet lenkt den Elektronenstrahl am Ende der Beschleunigungsstrecke in die Wechselwirkungszone. Auf einer Strecke von etwa 1.5 m wird er dort mit dem Ionenstrahl koaxial überlagert. Am Ende der Wechselwirkungszone lenkt ein weiterer Toroidmagnet den Elektronenstrahl in Richtung des Kollektors. Am Kollektor werden die Elektronen abgebremst und in einem Farradaycup aufgefangen. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass die Toroidmagnete auch die Bahn der Ionen im Prinzip beeinflussen. Der großen Trägheit der Ionen wegen, ist dieser Einfluss jedoch verhältnismäßig gering und wird darüberhinaus durch spezielle Magnete korrigiert.

### 3.3 Das Prinzip der Elektronenkühlung

Die Idee der Elektronenkühlung ist es, einen Elektronenstrahl mit einer mittleren Geschwindigkeit  $\langle v_e \rangle$  einem Ionenstrahl einer ähnlichen mittleren Geschwindigkeit  $\langle v_i \rangle$  zu überlagern und so die Geschwindigkeit der Ionen an die Geschwindigkeit der Elektronen anzugleichen. Dieser Abgleich geschieht über Coulombstösse, bei denen die Ionen Energie an die Elektronen verlieren. Am Ende der Wechselwirkungsstrecke verlassen die aufgeheizten Elektronen den Weg des Ionenstrahls, der weiter im Speicherring umläuft. Die Anpassung der Geschwindigkeiten lässt sich als die Wirkung einer Kraft deuten, die der Elektronenstrahl auf die Ionen ausübt. Mit der vereinfachenden Annahme, dass zwischen Ionen und Elektronen nur binäre Stöße stattfinden und unter Vernachlässigung des magnetischen Führungsfeldes, lautet die analytische Formel zur Beschreibung für diese so genannte Kühlkraft:

$$\vec{F}(\vec{v}_i) = -\frac{4\pi q^2 e^4 n_e}{(m_e)(4\pi\epsilon_0)^2} L_C \int \frac{\vec{v}_i - \vec{v}_e}{|\vec{v}_i - \vec{v}_e|^3} f(\vec{v}_e) d\vec{v}_e$$
(3.5)

Dabei ist  $L_C = \int_{b_{min}}^{b_{max}} b^{-1} db = \ln(b_{max}/b_{min})$  der so genannte Coulomb-Logarithmus. Er steht für die Integration aller möglichen Stossparameter *b* zwischen Elektron und Ion und hängt speziell vom den Quotienten aus maximalem und minimalem Impulsübertrag ab. Zur Berechnung der Parameter *b<sub>min</sub>* und *b<sub>max</sub>* gibt es verschiedene Ansätze (OM94). Die



**Abbildung 3.3:** Die Abhängigkeit der Kühlkraft von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ionen und Elektronen. Für kleine Relativgeschwindigkeiten steigt die Kühlkraft proportional zu  $(\vec{v}_i - \vec{v}_e)$  und sinkt bei hohen Relativgeschwindigkeiten proportional zu  $1/((\vec{v}_i - \vec{v}_e))^2$ . Bei der Relativgeschwindigkeit Null wirkt offensichtlich keine Kraft.

einfachste Näherung besteht darin, das Verhältnis  $(b_{max}/b_{min}) \approx 10$  als konstant anzunehmen.

Die Kühlkraft hängt von der Relativgeschwindigkeit  $(\vec{v}_i - \vec{v}_e)$  ab (siehe Abb. 3.3). Für kleine Relativgeschwindigkeiten gilt  $F \propto (\vec{v}_i - \vec{v}_e)$ . Für große Relativgeschwindigkeiten gilt dagegen  $F \propto (\vec{v}_i - \vec{v}_e)^{-2}$ . Für  $(\vec{v}_i - \vec{v}_e) \rightarrow 0$  verschwindet die Kühlkraft offensichtlich. Im Experiment (BDK<sup>+</sup>76) zeigte sich nun durchaus überraschend, dass die Elektronenkühlung weitaus effektiver funktioniert, als man es aus obiger Formel erwarten würde. Die Lösung dieser Frage ist das Führungsmagnetfeld, das im Gegensatz zu obiger Annahme nicht vernachlässigt werden darf, denn es zwingt die Elektronen im Kühler auf Zyklotronbahnen. Zwei extreme Fälle lassen sich im Folgenden unterscheiden. Zum einen gibt es den Fall, in dem sich das Ion so langsam an einem Elektron vorbei bewegt, dass es dessen viele Zyklotronumläufe nur als verschmierte Bewegung wahrnimmt. Dem Ion erscheint das Elektron dann als unscharf und ohne transversale Bewegung und die Kühlung wird in diesem Fall nur von der, um mehrere Größenordnungen kleineren, longitudinalen Temperatur bestimmt. Für den Fall eines sich schnell bewegenden Ions, beschreibt das Elektron nur einen Bruchteil seiner Kreisbewegung, was dem Fall eines Stoßes ohne Führungsmagnetfeld entspricht. Der vom Magnetfeld abhängige Anteil der Kühlkraft



Abbildung 3.4: Darstellung des DR-Messprinzips. Die gekühlten Ionen können in der Wechselwirkungszone mit Elektronen rekombinieren und werden bei erfolgter Umladung im ersten Dipolmagneten vom Hauptstrahl getrennt. Über einen sehr empfindlichen Einzelteilchendetektor wird die Rekombinationsrate in Abhängigkeit von der Kathodenspannung bestimmt.

liegt bei kleinen Relativgeschwindigkeiten  $v_{\text{rel}} \approx \sqrt{2(k_B T_{\parallel})/m_e}$ , die etwa der longitudinalen Geschwindigkeitsbreite entsprechen, mehrere Größenordnungen über dem unmagnetischen Anteil. Dafür kann er aber zu hohen Geschwindigkeiten hin schnell vernachlässigt werden (Win96).

### 3.4 Das Prinzip der Messung

Die Abbildung 3.4 verdeutlicht das Prinzip der Untersuchung von Rekombinationsprozessen. Für den durch die Elektronenkühlung präparierten Ionenstrahl fungiert der Elektronenkühler als Target freier Elektronen für die Ionen. Im Magnetfeld des ersten Dipolmagneten hinter der Wechselwirkungsstrecke werden die umgeladenen Ionen vom Rest des Strahls getrennt und in einem Einzelteilchen-Detektor mit nahezu 100% Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Kathodenspannung nachgewiesen. Zur Variation der Kathodenspannung  $U_{Kath} = (bit - coolbit) * \Delta U + U_{Platf}$  dient die Summe der Spannungen eines stabilen Hochspannungsnetzgerätes und eines schnellen bipolaren Hochspannungs-



**Abbildung 3.5:** Schema einer Wobble-Scan-Messung mit zwei unterschiedlichen Messmodi. Die linke Seite zeigt den Modus, in dem der Reihe nach die Kühlspannung (30 ms), die Messspannung (5 ms) und die Referenzspannung (5 ms) angesteuert werden. Der Modus auf der rechten Seite unterscheidet sich lediglich durch die Vertauschung von Mess -und Referenzspannung. Nach jedem Spannungsverstärker Zeit zum Einschwingen zu lassen. Die Dauer der einzelnen Zeitintervalle wird für jedes Experiment optimal festgelegt.

Verstärkers. Das stabile Netzgerät liefert dabei eine konstante Grundspannung  $U_{\text{Platf}}$ , die im Regelfall mit der Kühlspannung identisch ist. Über die Ansteuerung mit einem 12-Bit DAC (<u>D</u>igital <u>Analog C</u>onverter) sind dann mit dem Hochspannungsverstärker Spannungsänderungen (bit – coolbit) \* $\Delta U$  bis maximal ± 1000 V möglich. Dabei sind bit und coolbit der variable Messwert und der konstante Kühlwert am Eingang des DAC und  $\Delta U$ der Spannungshub pro Bit-Wert am Ausgang des HV-Verstärkers.

Die Messung der Rekombinationsrate in Abhängigkeit von der durch die angelegte Messspannung festgelegten Relativenergie zwischen Elektronen und Ionen wird durch ein so genanntes Wobble-Scan-Verfahren realisiert (siehe Abb. 3.5). Dieses Verfahren ermöglicht die Durchführung der Messung bei einer gleich bleibend guten Ionenstrahlqualität und funktioniert wie folgt.

Beim Wobble-Verfahren werden die gewünschten Messspannungen nicht unmittelbar hintereinander angesteuert, sondern es werden für bestimmte Zeitspannen im Millisekundenbereich feste Zwischenspannungen eingestellt. Eine dieser Spannungen ist die Kühl-
spannung, die die Relativenergie Null zwischen Ionen und Elektronen festlegt. Das Zwischenkühlen hat den Vorteil, den Ionenstrahl während der Messung vor einer Aufheizung (u.a. durch Intra-Beam-Scattering) zu bewahren. Die Dauer des Zwischenschrittes ist mit 30 ms in den hier beschriebenen Experimenten verhältnismäßig lang. Die zweite, mit 5 ms deutlich kürzer anliegende, Spannung ist die Referenzspannung. Sie entspricht einer Relativenergie, bei der die Untergrundrate bestimmt werden kann. Die Zeitspanne der einzelnen Intervalle liegt jedoch nicht fest sondern wird für jedes Experiment optimal festgelegt.

Während die Kühl- und Referenzspannung, wie erwähnt, feste Werte haben, kann die Messspannung in einem Scan leicht einige hundert Werte durchlaufen. Nach Beendigung des Scans wird der Speicherring durch Injektion von Ionen erneut gefüllt und ein neuer Scan kann beginnen. Dies geschieht so lange, bis die Statistik der Messung für ausreichend befunden wird. Die Steuerung der Datenaufnahme und die gleichzeitige Datendarstellung übernimmt während der Messung das Softwarepaket Cyril NG.

## 3.5 Experimentelle Größen

Im folgenden Abschnitt soll die Bestimmung der für die Auswertung der gewonnen Daten maßgeblichen Messgrößen erläutert werden. Diese sind der absolute Ratenkoeffizient und die Relativenergie. Da die Größen, die zu ihrer Berechnung eingehen, fehlerbehaftet sind, müssen für den Ratenkoeffizienten und die Relativenergie verschiedene Korrekturen durchgeführt werden. Diese Korrekturen und die verbleibenden Fehler werden an anderer Stelle ausführlich behandelt.

#### 3.5.1 Der Ratenkoeffizient

Die im Experiment gemessene Rekombinationsrate hängt von verschiedenen Größen ab, die spezifisch vom Aufbau des TSR abhängen und von Größen, die sich während der Messung von selbst ändern. Das Ziel ist es nun, die gemessenen Größen so umzurechnen, dass die erwähnten Abhängigkeiten wegfallen. Der erste Schritt ist der Wirkungsquerschnitt, dessen Definition für Streuprozesse zwischen Elektronen und Ionen lautet:

$$\sigma = \frac{R_{exp}(E_{rel})}{N_i n_e v_{rel} L/U} \cdot \gamma_i^2$$
(3.6)

 $R_{exp}$  ist die Rekombinationsrate,  $N_i$  die Zahl der Ionen im Speicherring,  $n_e$  die Dichte des Elektronenstrahls,  $v_{rel}$  die Relativgeschwindigkeit zwischen Ionen und Elektronen, L die Länge der Wechselwirkungsstrecke im Kühler, U der Umfang des Speicherrings und  $\gamma_i$  der Lorentzfaktor für die Ionen.  $N_i$  und  $n_e$  müssen aus den gemessenen Größen

Ionenstrom  $I_i$  und Elektronenstrom  $I_e$  erst noch berechnet werden:

$$n_e = I_e / (e\pi R_e^2 \beta_e c) \tag{3.7}$$

und

$$N_i = I_i U / (qe\beta_i c) \tag{3.8}$$

Wobei  $R_e$  der Radius des Elektronenstrahls ist,  $\beta_e = v_e/c$ , q die Ladung des Ions und e die Elementarladung. Um die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Elektronen zu beseitigen wird der Ratenkoeffzient als Faltung des Wirkungsquerschnittes mit der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen eingeführt:

$$\alpha(E_{rel}) = \langle \sigma(E_{rel}) v_{rel} \rangle = \frac{R_{exp}(E_{rel})\gamma_i^2}{N_i n_e L/U}$$
(3.9)

Zur Bestimmung des Untergrundes durch Stöße der Ionen mit dem Restgas wird die Rekombinationsrate am Messpunkt immer zusammen mit der Rekombinationsrate an einem Referenzpunkt gemessen. Der systematische Fehler des absoluten Ratenkoeffizienten wird mit  $\pm 15\%$  abgeschätzt (LWH<sup>+</sup>96) und hat seinen Ursprung in der Hauptsache vom Fehler des Ionenstromes, der Wechselwirkungslänge im Elektronenkühler und der Nachweisgenauigkeit des Detektors.

#### 3.5.2 Die Relativenergie

Die experimentell bestimmten Werte für die Energie der Elektronen und der Ionen beziehen sich ausschließlich auf das Laborsystem. Im Prinzip ist es also am einfachsten, das Rekombinationsspektrum in Abhängigkeit von der Laborenergie der Elektronen darzustellen. Die Laborenergie der Ionen sollte idealerweise während der Messung konstant gehalten werden. Es empfiehlt sich jedoch, das Schwerpunktsystem zwischen Elektronen und Ionen als Referenzsystem zu wählen. Ein wichtiger Grund dafür ist der Vergleich der Messungen mit theoretischen Berechnungen.

Als Ansatz dient der Viererimpuls  $\vec{P} = (E/c, \vec{p})$ , dessen Betrag relativistisch invariant ist. *E* steht für die Gesamtenergie, *c* ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $\vec{p}$  der dreidimensionale Impuls. Die exakte Herleitung (z.B. (SML<sup>+</sup>92)) wird an dieser Stelle nicht weiter verfolgt. Statt dessen wird sofort das Ergebnis präsentiert:

$$E_{\rm rel} = m_i c^2 (1+\mu) \left[ \sqrt{1+2\mu(1+\mu)^{-2}(G-1)} - 1 \right]$$
(3.10)

mit der reduzierten Masse  $\mu = m_e/m_i$  und mit

$$G = \gamma_i \gamma_e - \cos \varphi \sqrt{(\gamma_i^2 - 1)(\gamma_e^2 - 1)}, \qquad (3.11)$$

mit  $\gamma_i = 1 + E_i/m_i c^2$  und  $\gamma_e = 1 + E_e/m_e c^2$ . Der Laborwinkel zwischen dem Elektronenstrahl und dem Ionenstrahl wird mit  $\varphi$  bezeichnet und  $E_i$  und  $E_e$  sind die kinetischen Energien von Ionen und Elektronen  $m_i$  und  $m_e$  die entsprechenden Ruhemassen.

# 3.6 Die Messung der Kühlerspannung

Die präzise Messung der am Elektronenkühler anliegenden Spannung gehört zu den wichtigsten Aufgaben während des Experimentes, da sie unmittelbar die Laborenergie der Elektronen bestimmt. Die Messung des Elektronenstromes kann wegen der Beziehung

$$I_e = P U^{3/2}, (3.12)$$

wobei *P* die Perveanz der Kathode ist, als indirekte Messung der Kühlerspannung dienen. Sie ist jedoch in jedem Fall für die Bestimmung des Ratenkoeffizienten notwendig (siehe Gl. 3.9). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind zwei Techniken zur Bestimmung der Kühlerspannung angewendet worden, die nachfolgend beschrieben werden.

#### 3.6.1 Die statische Kalibrierung der Spannung

Die Idee bei dieser Methode ist die Erstellung einer Kalibrationskurve der Kühlerspannung in Abhängigkeit von den eingestellten Bit-Werten des DAC. Der Begriff statisch meint in diesem Zusammenhang, dass das die Netzgeräte Zeit genug haben, auf die eingestellten Spannungswerte einzustellen. Von den 4096 Werten, die der 12-Bit Auflösung des DAC entsprechen, werden einige als Stützstellen für eine lineare Regression ausgewählt.

Bei der anschließenden Auswertung der Daten kann anhand der mitgeschriebenen Werte des DAC auf die eingestellte Spannung am Kühler während der Messung geschlossen werden. Der Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, dass in der Messung die eingestellten Soll-Spannungen nicht exakt erreicht werden. Der Hauptgrund ist die Trägheit des Hauptnetzteils für die Kühlerspannung, was darauf beruht, dass es eine konstante Spannung liefern soll und schnelle Änderungen des Elektronenstromes verkraften muss. Dafür ist das Hauptnetzteil jedoch nicht ausgelegt.

Zu diesem Problem sind zwei Lösungen gefunden worden. Eine ist die Messung der tatsächlichen Spannung während des Scans mit einem sehr schnellen Spannungsmessgerät. Die zweite ist die aktive Regelung der Spannung. Das heißt, dass die Messung erst in dem Moment startet, in dem die Spannung den Sollwert erreicht. Letztere Möglichkeit stand zur Zeit der Durchführung der hier geschilderten Experimente noch nicht zur Verfügung. Erstere Möglichkeit wird aber im folgenden Abschnitt erläutert. Die statische Kalibrierung des Elektronenstromes wird in analoger Weise durchgeführt.

#### 3.6.2 Die dynamische Messung der Spannung

Die sehr genaue Messung der tatsächlichen Spannung am Elektronenkühler stellt eine wesentliche Verbesserung gegenüber der statischen Kalibrierung dar, wie sie im vorher-

gehenden Abschnitt erläutert worden ist. Das dabei verwendete Gerät wurde am Strahlenzentrum der Universität Gießen, als 5 kV bzw. 10 kV Hochspannungsteiler für schnell geschaltete Hochspannungen entwickelt (Arn01). Die Möglichkeit zwischen zwei Messbereichen wählen zu können, entspricht dabei der Forderung nach Einsetzbarkeit sowohl am TSR in Heidelberg als auch am ESR der GSI. Mit einer Anstiegszeit von nur ca. 40  $\mu$ s sind Messungen mit Intervallen im Bereich von Millisekunden möglich. Durch eine eigene Regelung der Temperatur für die Spannungs-Frequenz Wandlung wird eine sehr hohe relative Genauigkeit nahe  $10^{-4}$  erreicht. Im Gegensatz zur statischen Kalibrierung besteht bei dieser Methode die Möglichkeit, den eingestellten Soll-Spannungen direkt eine gemessene Ist-Spannung gegenüber zu stellen.

Die Messung des Elektronenstroms stellt, wie schon erwähnt, eine alternative aber indirekte Möglichkeit der Spannungsmessung dar. Der Elektronenstrom wird dabei über ein vergleichbar schnelles und genaues Messgerät aufgenommen. Um jedoch auf die Kathodenspannung schließen zu können, muss der Wert der Perveanz *P* als Proportionalitätskonstante genau bekannt sein. Diese kann wiederum in einer statischen Eichmessung ermittelt werden.

## **3.7** Die Messung des Ionenstromes

Die Messung des Ionenstroms ist wichtig für die Bestimmung des absoluten Ratenkoeffizienten (Gl. 3.9) in der Datenauswertung. Das Wissen über das zeitliche Verhalten des Ionenstroms hat zusätzlich auch einen unmittelbaren Einfluss auf die Durchführung des Experimentes. So muss die Messdauer für einen Scan auf die Lebensdauer der Ionen im Speicherring abgestimmt sein. Deswegen gehören zu jedem Experiment immer Lebensdauermessungen der Ionen. Für die Messung des Ionenstromes finden am TSR zwei verschiedene Diagnosegeräte Verwendung. An erster Stelle steht dafür ein Ionenstromtransformator zur Verfügung und an zweiter Stelle für sehr geringe Ionenströme ein Strahlprofilmonitor (Abschnitt 3.1). Das Verhalten des Ionenstromes mit der Zeit ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Deutlich erkennbar ist die exponentielle Abnahme des Ionenstromes.



**Abbildung 3.6:** Darstellung des zeitlichen Verlaufs des Ionenstromes im Speicherring. Dieser lässt sich durch einen exponentiellen Abfall (durchgezogene Linie) sehr gut beschreiben. Die Daten in der Box geben das Resultat des Fits einer Exponentialfunktion  $y = y_0 + A_1 e^{-x/t_1}$  an den gemessenen Ionenstrom wieder.

# 4 Datenanalyse

Der absolute Ratenkoeffizient der dielektronischen Rekombination ist für die lithiumähnlichen Ladungszustände von Scandium (<sup>45</sup>Sc<sup>18+</sup>), Selen (<sup>80</sup>Se<sup>31</sup>) und Natrium (<sup>23</sup>Na<sup>8+</sup>) gemessen worden sowie für wasserstoffähnliches Helium (<sup>4</sup>He<sup>1+</sup>). In diesem Kapitel wird ausführlich auf die Analyse der gemessenen Daten und die gewonnenen Ergebnisse eingegangen. Am Anfang steht eine Beschreibung der Auswahlkriterien für die lithiumähnlichen Ionen, die sich zur Präzisionsspektroskopie eignen. Zur Auswertung der Daten gehört die bestmögliche Festlegung des gemessenen absoluten Ratenkoeffizienten in Abhängigkeit von der Relativenergie. Das macht Korrekturen der experimentellen Energieachse und des absoluten Ratenkoeffizienten notwendig. Daran schließt sich die präzise Bestimmung von DR-Resonanzpositionen an. Dies geschieht durch den Fit eines Modellwirkungsquerschnittes an die experimentellen Daten. Die Ergebnisse für jedes einzelne Experiment werden präsentiert und diskutiert.

### 4.1 Voraussetzungen

Um die geeigneten lithiumähnlichen Ionen für die Präzisionsspektroskopie zu finden, müssen die speziellen experimentellen Bedingungen für den Elektron-Ion Stoß am Testspeicherring TSR in Betracht gezogen werden. Nun soll sowohl auf die Möglichkeiten der Erzeugung und Speicherung lithiumähnlicher Ionen am TSR eingegangen werden, als auch die experimentelle Auflösung und Genauigkeit bei sehr niedrigen Relativenergien.

#### 4.1.1 Erzeugung und Speicherung lithiumähnlicher Ionen

Ein wichtiges Kriterium für die Auswahl geeigneter lithiumähnlicher Systeme ist die technische Auslegung des Speicherrings und des Beschleunigers. So ist es im Gegensatz zu Experimenten am Speicherring ESR der GSI am TSR in Heidelberg nicht möglich, schwerste lithiumähnliche Ionen (BKM<sup>+</sup>03) zu erzeugen und zu speichern. Die Möglichkeit



Abbildung 4.1: Darstellung der Abhängigkeit der Relativenergie von der Laborenergie in einem merged-beams-Experiment. Wegen der Transformation der kinetischen Teilchenenergien vom Labor- in das Schwerpunktsystem ergibt sich näherungsweise eine quadratische Abhängigkeit. Das gezeigte Beispiel bezieht sich auf 3.9 MeV/u Sc<sup>18+</sup>-Ionen. Die Kühlenergie  $E_{cool}$  der Elektronen von etwa 2152 eV entspricht  $E_{rel} = 0$  eV.

der Erzeugung bestimmter Ladungszustände hängt sehr stark von der maximal erreichbaren kinetischen Energie im Beschleuniger ab. Um Elektronen abzustreifen, werden die Ionen durch eine oder sogar mehrere Folien geschossen. Dabei ist es leicht einzusehen, dass die Ionen umso mehr kinetische Energie benötigen, je höher der gewünschte Ladungszustand q bei einer vorgegebenen Kernladung Z des untersuchten Systems ist. Die Speicherung von Ionen wird durch das Ablenkvermögen der Dipolmagnete im Speicherring bestimmt. Analytisch beschreibt dies die charakteristische magnetische Steifigkeit (siehe Gl. 3.1) der Dipolmagnete.

#### 4.1.2 Die experimentelle Auflösung

Für die experimentelle Auflösung in merged-beams Experimenten am TSR ist die spezielle Stoßkinematik zwischen Elektronen und Ionen wichtig. Dies drückt sich in der Tatsache aus, dass mit konstanten Änderungen der Laborenergie der Elektronen  $E_{lab}$  (siehe 3.4)



**Abbildung 4.2:** Dargestellt ist die totale, experimentelle Breite einer schmalen Resonanz nach Gl. 4.1 mit natürlicher Breite  $\Gamma = 0.4$  meV und verschiedenen transversalen und longitudinalen Energieunschärfen bei niedrigen Relativenergien.

speziell in der Nähe der Kühlenergie  $E_{\rm cool}$  extrem niedrige Relativenergien  $E_{\rm rel} \approx 10^{-5}$  einstellbar sind. Der Grund hierfür ist die Transformation der kinetischen Teilchenenergien vom Labor- in das Schwerpunktsystem (Gl. 3.10), aus der sich eine näherungsweise quadratische Abhängigkeit der Relativenergie  $E_{\rm rel}$  von  $E_{\rm lab}$  ergibt (siehe Abb. 4.1).

Zusätzlich dazu ist für die experimentelle Auflösung merged-beams-Experimenten auch die longitudinale Temperatur  $T_{\parallel}$  und die transversale Temperatur  $T_{\perp}$  des Elektronenstrahls wichtig. Beide Parameter bestimmen die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen (Gl. 3.4) und damit die Energieunschärfen der Elektronen  $\Delta E_{\parallel} \approx k_B T_{\parallel}$  und  $\Delta E_{\perp} \approx k_B T_{\perp}$ . Zusammen mit der natürlichen Breite  $\Gamma$  der Resonanz ergibt sich für die totale experimentelle Breite einer Resonanz (Mül99):

$$\Delta E = \sqrt{(k_{\rm B}T_{\perp}\ln 2)^2 + 16k_{\rm B}T_{\parallel}E_{\rm rel}\ln 2 + \Gamma^2}.$$
(4.1)

Offensichtlich hängt der Term der longitudinalen Temperatur  $16k_{\rm B}T_{\parallel}E_{\rm rel}\ln 2$  zusätzlich von der Relativenergie ab. Dies bedeutet eine stetige Verbreiterung gemessener Resonanzen für steigende Relativenergien und damit eine Abnahme der experimentellen Auflösung. Aus Abbildung 4.2 wird klar, dass die totale Breite einer Resonanz zu einem unteren Grenzwert konvergiert, der offensichtlich stark von der transversalen Energieunschärfe der Elektronen abhängt. Demgegenüber dominiert der Einfluss der longitudinalen Energieunschärfe die experimentelle Breite der Resonanz bei hohen Relativenergien.

#### 4.1.3 Die Genauigkeit bei kleinen Relativenergien

Im Kapitel 3 wird in Abschnitt 3.5.2 die Berechnung der Relativenergie  $E_{rel}$  zwischen Elektronen und Ionen erläutert. Letztendlich spielen dabei nur noch die Laborenergien der Elektronen  $E_e$  und Ionen  $E_i$  und der Winkel  $\theta$  zwischen beiden Strahlen eine Rolle. Dazu geht man allerdings davon aus, dass die Ruhemassen der Teilchen  $m_e$  und  $m_i$ mit sehr hoher Genauigkeit bekannt sind. Gleichung 3.10 ist jedoch von ihrer Form her eher unhandlich. Zur Veranschaulichung der Situation bei kleinen Relativenergien ist es deshalb einfacher, sich einer nicht-relativistischen Darstellung zu bedienen. Unter der Annahme  $\theta = 0$  für den Laborwinkel ergibt sich:

$$E_{\rm rel}(\theta=0) \approx \left(\sqrt{E_e} - \sqrt{\frac{m_e}{m_i}E_i}\right)^2.$$
 (4.2)

In dieser Form scheint nun aber die Berechnung kleiner Relativenergien  $E_{\rm rel}$  dadurch erschwert, dass die Differenz zweier nahezu gleich großer Zahlen gebildet werden muss und somit eine starke Anfälligkeit gegenüber Rundungsfehlern droht. Durch einfaches Umschreiben von Gl. 4.2 in  $E_{\rm rel} \approx (\sqrt{E_{\rm c} + \Delta E} - \sqrt{E_{\rm c}})^2$  und mit der weiteren Vereinfachung  $\Delta E \ll E_{\rm c}$  ergibt sich:

$$E_{\rm rel} \approx \frac{(\Delta E)^2}{4E_c}.$$
 (4.3)

Die Relativenergie lässt sich über die Differenz  $\Delta E = E_e - E_c$  darstellen. Die dieser Energiedifferenz  $\Delta E$  entsprechende Spannungsdifferenz  $\Delta U = \Delta E/e$  lässt sich dabei sehr viel genauer bestimmen, als die einzelnen, absoluten Energien der Elektronen und Ionen  $E_e$ und  $E_i$ . Zusätzlich geht die Kühlenergie der Elektronen  $E_c$  als Faktor in Gl. 4.3 ein, womit der Einfluss der Unsicherheit  $\Delta E_c$  auf die Gesamtunsicherheit von  $E_{rel}$  für  $E_{rel} \rightarrow 0$ beliebig klein wird.

#### 4.1.4 Ausgewählte lithiumähnliche Systeme

Für die Suche nach geeigneten Systemen für die Präzisionsspektroskopie bietet sich die Bohr-Formel 2.10 an. Mit ihrer Hilfe und den  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_j$  Anregungsenergien für die lithiumähnlichen Systeme lassen sich die Positionen der Rydbergresonanzen abschätzen. Eine sorgfältige Suche zeigt, dass die Anzahl der Systeme mit DR-Resonanzen nahe  $E_{\rm rel} = 0$  sehr stark begrenzt ist. Nur wenn die Bindungsenergie des Rydberg-Elektrons  $E_B^n$ ungefähr der Anregungsenergie  $\Delta E_j$  des Rumpfelektrons entspricht, kann man Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien erwarten. Letztendlich sind für die gegenwärtige

Untersuchung die lithiumähnlichen Ladungszustände der Elemente <sup>45</sup>Sc<sup>18+</sup>, <sup>23</sup>Na<sup>8+</sup> und <sup>80</sup>Se<sup>31+</sup> ausgewählt worden. Die Berechnung der DR-Resonanzenergie  $E_j^n$  in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n und dem Rumpfdrehimpuls j sagt die Existenz von Sc<sup>17+</sup>- $(1s^22p_{3/2}10l_i)$  Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien voraus. Zusammen mit der  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  Anregungsenergie  $E_{3/2}^{\infty} = 44,31$  eV (SCC<sup>+</sup>80) ergibt sich aus Gleichung 2.10 die ungefähre Resonanzenergie  $E_{3/2}^{10} \approx 0,23$  eV. Analog ergibt sich für die Mannigfaltigkeit von Se<sup>30+</sup>  $(1s^2 2p_{1/2} 14l_j)$  Resonanzen eine geschätzte Position von  $E_{1/2}^{14} \approx$ -0,099 eV. Diese Position liegt bereits unterhalb der Ionisationsschwelle und ist damit ein echter gebundener Zustand. Aufgrund der Feinstrukturaufspaltung von Rydberg-Resonanzen erscheint es jedoch denkbar, dass Zustände mit sehr hohen Drehimpulsen knapp über der Ionisationsschwelle liegen oder diese sogar überlappen und sich als Resonanzen manifestieren. Der Fall von Resonanzen, deren Breite größer ist als ihr Abstand zur Ionisationsschwelle, stellt für die Theorie einen interessanten Grenzfall dar, der von den üblichen vereinfachenden Annahmen abweicht. Für die Mannigfaltigkeiten von  $\mathrm{Na}^{7+}(1s^2 2p_j 7l_{j'})$  Resonanzen ergeben sich die ungefähren Positionen  $E_{1/2}^7 \approx 0,09$  eV und  $E_{3/2}^7 \approx 0.42$  eV.

### 4.2 Datenauswertung

Die Auswertung der gemessenen Daten erfolgt ausgehend von den während des Experimentes gemessenen Rohdaten. Die wichtigsten davon sind die Zählrate am Rekombinationsdetektor in Abhängigkeit von der eingestellten Kathodenspannung, der Elektronenstrom und der Ionenstrom. So ist für jede Messspannung der zugehörige absolute Ratenkoeffizient und die Relativenergie im Prinzip berechenbar. In der Realität ist jedoch gerade bei der Bestimmung der Relativenergie eine Reihe von Korrekturen notwendig. Diese Korrekturen hinterlassen Restunsicherheiten, die zusammen den Gesamtfehler ergeben und weiter unten bei den Experimenten zu Sc<sup>18+</sup> und Na<sup>8+</sup> in tabellarischer Form angegeben sind.

#### 4.2.1 Rohdaten

Zur Veranschaulichung der ersten Korrekturschritte empfiehlt sich die Darstellung der Rekombinationsrate in Abhängigkeit von der Kathodenspannung. Abbildung 4.3 zeigt dies an einem Beispiel für die Resonanzen doppelt angeregter Na<sup>7+</sup>( $2p_j7l_{j'}$ ) Zustände bei zwei verschiedenen Elektronenströmen. Die Symmetrie gemessener Spektren bezüglich des RR-Maximums (siehe 2.1.1) ist in dieser Darstellung erkennbar, da auf seinen beiden Seiten identische Peaksstrukturen auftreten. Um dies deutlich zu machen, ist in einem Spektrum die ( $2p_{3/2}7p_{1/2}$ )<sub>J=2</sub> Resonanz gekennzeichnet. Im weiteren fällt auf, dass sich



**Abbildung 4.3:** Rohdatenspektren für die Resonanzen doppelt angeregter Na<sup>7+</sup> $(2p_j7l_{j'})$ Zustände bei verschiedenen Elektronenströmen. Die durchgezogene Linie repräsentiert eine Messung mit ca. 100 mA Elektronenstrom und die gepunktete Linie eine Messung mit ca. 80 mA. Deutlich zu sehen ist die Verschiebung der Maxima der radiativen Rekombination auf Grund der Raumladung des Elektronenstrahls. Auch die Abhängigkeit der Rekombinationsrate vom Elektronenstrom und Ionenstrom (Gl. 3.9) ist sichtbar. Das RR Maximum liegt bei  $E_{rel} = 0$ .

die RR-Maxima der radiativen Rekombination für verschiedene Elektronenströme nicht bei ein und derselben Laborenergie der Elektronen befinden, was unter der Voraussetzung gleicher Ionenenergien der Fall sein sollte. Dies legt die Folgerung nahe, dass die Kathodenspannung sich nicht direkt in die Laborenergie der Elektronen  $E_{lab}$  umrechnen lässt, sondern in Abhängigkeit vom Elektronenstrom korrigiert werden muss. Zusätzlich sieht man, dass die Rekombinationsraten identischer Resonanzstrukturen zu beiden Seiten des RR-Maximums nicht gleich groß sind. Dies erklärt sich durch die Abhängigkeit der Rekombinationsrate vom Ionenstrom im Ring (Gl. 3.9) und vom Elektronenstrom, der mit der Kathodenspannung  $U_{Kath}$  variiert (Gl. 3.12).

#### 4.2.2 Bestimmung des absoluten Ratenkoeffizienten

Zur Bestimmung des absoluten Ratenkoeffizienten wird für jede Messspannung zusätzlich auch die Umladerrate am Restgas  $R_{gas}$  gemessen. Dies geschieht bei einer Referenzenergie  $E_{Ref}$ , bei der der Ratenkoeffizient der radiativen und dielektronischen Rekombination  $\alpha(E_{Ref})$  sehr klein ist (vgl. Abschnitt 3.4). Die gemessene Rate an Referenzpunkt ist nach Gleichung 3.9:

$$R(E_{Ref}) = \alpha(E_{Ref})n_e(E_{Ref})N_i\gamma_i^{-2}L/U + Rgas.$$
(4.4)

Diese Rate wird von der Rate bei der zu messenden Relativenergie

$$R(E_{Mess}) = \alpha(E_{Mess})n_e(E_{Mess})N_i\gamma_i^{-2}L/U + Rgas, \qquad (4.5)$$

abgezogen und der korrigierte Ratenkoeffizient ergibt sich zu:

$$\alpha(E_{Mess}) = \frac{R(E_{Mess}) - R(E_{Ref})}{n_e(E_{Mess})N_iL/U\gamma_i^{-2}} + \alpha(E_{Ref})\frac{n_e(E_{Ref})}{n_e(E_{Mess})}.$$
(4.6)

Da in der Rate bei der Referenzenergie  $R(E_{\text{Ref}})$  immer ein geringer Beitrag der radiativen Rekombination  $\alpha(E_{\text{Ref}})$  enthalten ist, tritt der Zusatzterm auf der rechten Seite der Gleichung 4.6 auf. Da  $\alpha(E_{\text{Ref}})$  nicht direkt gemessen werden kann, wird hier ein berechneter Wert eingesetzt. Die Berechnung der RR erfolgt mit der Gleichung 2.4, die bei relativ hohen Energien gute Ergebnisse liefert. Da  $E_{\text{Ref}}$  so gewählt wird, dass  $\alpha(E_{\text{Ref}})$  klein ist gegenüber typischen Raten für die DR, treten im allgemeinen nur sehr geringe Restunsicherheiten auf.

#### 4.2.3 Toroidkorrektur

In die Berechnung des absoluten Ratenkoeffizienten geht nach Gl. 3.9 die Wechselwirkungslänge im Elektronenkühler ein. Diese Angabe schließt auch die Ein -und Auslenkzonen für den Elektronenstrahl mit ein. Dort treten Winkel  $\varphi = \arctan(\frac{x}{r_t})$  zwischen dem Elektronenstrahl und dem Ionenstrahl auf, wie in Abbildung 4.4 dargestellt ist. Der für eine bestimmte Relativenergie  $E_{Mess}$  gemessene Ratenkoeffizient  $\alpha(E_{mess})$  ist so in Wirklichkeit ein Gemisch aus Ratenkoeffizienten verschiedener Relativenergien

$$\alpha(E_{mess}) = \frac{1}{2 \cdot x_e + l} \int_{-x_e}^{l+x_e} \alpha(E(x)) dx, \qquad (4.7)$$

die in nichtrelativistischer Näherung als  $E(x(\varphi)) = E_{Mess} + 2(E_eE_c)^{1/2}(1 - \cos(\varphi))$  dargestellt werden können und offenbar von der Position im Kühler  $x (-x_e \le x \le l + x_e)$ abhängen, wobei  $E_c$  die Elektronenenergie beim Kühlen ist. Die Bestimmung des Ratenkoeffizienten  $\alpha(E(x(\varphi)))$  für alle diejenigen  $\varphi < 0,2$  mrad macht eine Entfaltung



**Abbildung 4.4:** Winkel zwischen Ionen- und Elektronenstrahl in den Toroidsektionen (Lin95) in Abhängigkeit von der Position *x* im Kühler.

nötig, die sich unter der Voraussetzung bekannter Führungsmagnetfelder durchführen lässt (LWH<sup>+</sup>96). Dazu fasst man die Gleichung 4.7 als Bestimmungsgleichung für das  $\alpha(E(x))$  auf und wählt als Startwert  $\alpha^0(E(x)) = \alpha(E_{Mess})$ .  $\alpha^0(E(x))$  wird anschließend gefaltet und vom Ergebnis wird  $\alpha(E_{Mess})$  abgezogen. Dies ergibt unmittelbar den neuen Startwert  $\alpha^1(E(x))$ . Dieses Verfahren wird wiederholt bis die Differenz zwischen dem gefalteten  $\alpha^i(E(x))$  und  $\alpha(E_{Mess})$  klein genug ist. Die resultierende Änderung des Spektrums drückt sich in einer deutlichen Verformung der DR-Resonanzen aus, die im wesentlichen die Höhe des absoluten Ratenkoeffizienten beeinflusst. Prinzipiell ist mit der Änderung des Ratenkoeffizienten aber auch eine Verschiebung der Resonanzposition verbunden. Diese ist allerdings deutlicher kleiner, als die Unsicherheit in der Bestimmung der Resonanzposition selbst.

#### 4.2.4 Raumladungskorrektur

Abbildung 4.5 zeigt einen Längsschnitt durch den Elektronenstrahl im Strahlrohr des Elektronenkühlers. Wegen der hohen Dichte der Elektronen, schirmen sich diese gegenseitig ab, was zu Raumladungseffekten führt. Formal lässt sich das durch ein radialsymmetrisches Raumladungspotenzial  $U_{RL}$  beschreiben, das sowohl von der angelegten



**Abbildung 4.5:** Längsschnitt durch den Elektronenstrahl im Strahlrohr. Das Raumladungspotenzial verläuft im Innern des als homogen angenommenen Elektronenstrahls parabolisch und folgt außerhalb einer Logarithmusfunktion.

Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}$  als auch vom Abstand r von der Mitte des Elektronenstrahls abhängt. Für die Form des Potenzials innerhalb und außerhalb des als homogen angenommenen Elektronenstrahls gilt (Jac82):

$$U_{RL}(r, U_{Kath}) = \begin{cases} \frac{1}{4\epsilon_0} en_e R_S^2 \left( 1 - \frac{r^2}{R_S^2} + 2\ln\frac{R_R}{R_S} \right) & ,r \le R_S \\ \frac{1}{2\epsilon_0} en_e R_S^2 \ln\frac{R_R}{r} & ,r > R_S \end{cases}$$
(4.8)

Dabei ist  $R_R$  der Strahlrohrradius und  $R_S$  der Radius des Elektronenstrahls. Die Formel für die Elektronendichte  $n_e$  ist bekannt (Gl. 3.7) und der Elektronenstrom  $I_e$  hängt über die Perveanz P mit der Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}$  zusammen (Gl. 3.12). Wenn der sehr schmale Ionenstrahl und der relativ breite Elektronenstrahl exakt koaxial ausgerichtet sind, bewegen sich die Ionen im Maximum des Raumladungspotenzials

$$U_{RL}(I_e) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c} \left(1 + 2\ln\frac{R_D}{R_e}\right) \frac{I_e}{\beta_e}$$
(4.9)

und rekombinieren nur mit den langsamsten Elektronen im Strahl. Da die Elektronengeschwindigkeit  $v_e = \beta_e \cdot c$  das Raumladungspotenzial beinflusst und dieses seinerseits die Elektronengeschwindigkeit, ist obige Gleichung nur auf einem iterativen Weg (KHS<sup>+</sup>92) lösbar. Der korrigierte Wert für die Laborenergie der Elektronen lautet damit:

$$E_e = eU_e = eU_{Kath} - eU_{RL}(I_e). \tag{4.10}$$

Die Potenzialdifferenz  $e \cdot U_{\text{RL}}$  zwischen dem Strahlrohr und der Achse des Elektronenstrahls kann bis zu einigen hundert Volt betragen, während die Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}$ mehrere keV erreicht. Die verbleibende Restunsicherheit der Laborenergie der Elekronen beträgt etwa 5% des Korrekturwertes. Die daraus resultierende Unsicherheit der Relativenergie wird jedoch durch die weiter unten erläuterte Kalibrierung der experimentellen Energieskala wesentlich reduziert.

#### 4.2.5 Winkel zwischen Elektronen- und Ionenstrahl

Der Winkel  $\varphi$  zwischen dem Elektronenstrahl und dem Ionenstrahl muss so klein wie möglich gehalten werden, da dieser nach Gl. 3.10 die Relativenergie beeinflusst. Zur optimalen Justierung beider Strahlen lässt sich zum einen ausnutzen, dass der Kühleffekt der Elektronen auf die Ionen maximal wirkt, wenn beide Strahlen koaxial verlaufen. Zum anderen ist das Raumladungspotenzial in der Mitte des Elektronenstrahls am größten, so dass ein Ionenstrahl genau in der Mitte des Elektronenstrahls eine minimale Geschwindigkeit annimmt.

Diese Einflüsse der Elektronen auf den Ionenstrahl können mit Hilfe von Strahl-Profil Monitoren im Speicherring verfolgt werden. Im Falle optimaler Kühlung muss der Durchmesser des Ionenstrahls im Ring minimal sein. Desweiteren können Änderungen in der Ionengeschwindigkeit über das Schottky-Rauschen des Ionenstrahls sehr genau beobachtet werden. Der Schwerpunkt der Frequenzverteilungsfunktion erreicht gerade dann seinen Minimalwert, wenn die Ionen die minimale Geschwindigkeit erreicht haben. Mit Hilfe der erläuterten Techniken lässt sich der Winkel  $\varphi$  zwischen Elektronen- und Ionenstrahl auf  $0\pm0,2$  mrad festlegen. Die sich daraus ergebende Unsicherheit der Relativenergie beträgt 0,1 meV und ist praktisch unabhängig von der Relativenergie.

#### 4.2.6 Nullpunkt der Relativenergie

Die genau Festlegung des Nullpunktes der Relativenergie  $E_{rel} = 0$  ist für die Präzisionsspektroskopie sehr wichtig. Im Rohdaten-Spektrum einer Rekombinationsmessung ist dieser Punkt gut sichtbar, da der Wirkungsquerschnitt der radiativen Rekombination an dieser Stelle divergiert (Gl. 2.1.1). Sind die Elektronen im Laborsystem während einer Messung zeitweise schneller und zeitweise langsamer als die Ionen, dann kommt es zur Ausbildung eines charakteristischen RR-Maximums bei  $E_{rel} = 0$ . Symmetrisch zu diesem Maximum finden sich identische Peakstrukturen im DR-Spektrum, die bei gleichen absoluten Werten der Relativenergie liegen müssen. Der Grund für diese Symmetrie ist leicht aus Gleichung 4.2 ersichtlich: beim Quadrieren der Differenz der beiden Wurzeln spielt es keine Rolle, ob die Differenz positiv oder negativ ist. Die Kühlenergie  $E_c$ , welche die Ionenenergie wegen  $E_i = (m_i/m_e)E_c$  nach ausreichend langer Zeit festlegt, kann so gewählt werden, dass besagte Bedingung bestmöglich erfüllt ist. Die Kenntnis der Elektronenenergie jedoch ist aufgrund der nicht absolut genau messbaren Kühlerspannung immer mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, was sich als Unsicherheit auf die Energie der Ionen auswirkt und letztlich als Unsicherheit der Relativenergie niederschlägt. Mit der beschriebenen Methode der Symmetrisierung eines DR-Spektrums ist die Kühlenergie der Elektronen bis auf einen relativen Fehler von einigen  $10^{-5}$  bestimmt. Der daraus resultierende Fehler der Relativenergie liegt dann bei einigen  $10^{-1}$  meV.

#### 4.2.7 Kühlkraftkorrektur

Die Kühlkraft der Elektronen auf die Ionen (Gl. 3.5) führt zu einer Verzerrung der experimentellen Energieachse speziell bei kleinen Relativenergien (SBB<sup>+</sup>02), da sich sich die mittlere Geschwindigkeit der Ionen sofort an die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen anzupassen beginnt. So erwünscht dieser Effekt während aller Kühlphasen des Messzyklus zur Stabilisierung des Ionenstrahls ist, so nachteilig wirkt er sich während der Messphasen aus. Die Ionenenergie lässt sich also nicht wie erwünscht festhalten, sondern verändert sich ständig in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit, während sie diese auf der anderen Seite auch beeinflusst.

Da es nicht möglich ist die Ionengeschwindigkeit im Experiment auf direktem Wege genau genug zu messen, muss ihre zeitliche Änderung  $dv_i/dt$  nachträglich durch die Integration der Differentialgleichung

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{F_{cool}L}{m_i U} \tag{4.11}$$

berechnet werden. Dabei ist  $F_{cool}$  die Kühlkraft (Gl. 3.5),  $m_i$  die Ruhemasse des Ions, L die Wechselwirkungslänge und U der Ringumfang. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Kühlkraft in Gleichung 4.11 nicht analytisch berechnet worden sondern es sind experimentelle Befunde früherer Experimente am TSR verwendet worden (PSG<sup>+</sup>96). Zusätzlich für die Kühlkraftsimulation die zeitliche Entwicklung der Ionengeschwindigkeit über alle Kühl-, Mess- und Referenzphasen eines Scans berücksichtigt worden. Da während einer Messphase die Kathodenspannung nur jeweils wenige ms von der Kühlspannung abweicht, ändert sich die Ionengeschwindigkeit  $v_i$  nur wenig. Die resultierende Verschiebung der Relativenergie beträgt für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten lithium-ähnlichen Systeme maximal einige meV. Die verbleibende Restunsicherheit wird mit 50% des Korrekturwertes abgeschätzt. Diese sehr konservative Annahme beruht auf der Tatsache, dass zum einen deutliche Unterschiede zwischen gängigen Modellen und experimentellen Ergebnissen für die Kühlkraft bestehen. Zum anderen ist bei der Simulation



**Abbildung 4.6:** Dargestellt ist der Einfluß der longitudinalen und transversalen Elektronentemperatur auf das Profil einer DR-Resonanz. Im Bild links ändert sich die Transversaltemperatur von  $kT_{\perp} = 10$  meV auf 20 meV bei einer festen longitudinalen Temperatur von 0.1 meV. Im Bild rechts ändert sich die Longitudinaltemperatur von von 0.1 meV auf 0.5 meV bei einer festen transversalen Temperatur von  $kT_{\perp} = 10$  meV.

der Kühlkraft die Vereinfachung gemacht worden, dass jede Änderung der Kathodenspannung zwischen den Kühl-, Mess- und Referenzphasen des Messzyklus instantan erfolgt. Dies ist jedoch (vgl. Abschnitt 4.2.9) so nicht der Fall.

#### 4.2.8 Einfluss der Elektronentemperaturen

Zum Vergleich des gemessenen, absoluten Ratenkoeffizienten mit theoretischen Vorhersagen müssen diese mit einer Geschwindigkeitverteilung der Elektronen im Kühler(Gl. 3.4) gefaltet werden (Gl. 3.9). Diese Geschwindigkeitsverteilung wird durch die Energieunschärfen der Elektronen in longitudinaler Richtung  $k_B T_{\parallel}$  und in transversaler Richtung  $k_B T_{\perp}$  bestimmt. Da sich beide Temperaturen nicht direkt bestimmen lassen, ist es wichtig, sie durch den Fit eines modellierten Ratenkoeffizienten an das gemessene Spektrum zu bestimmen. Dazu benutzt man die Elektronentemperaturen, die Resonanzpositionen und die Resonanzstärken der Modellresonanzen als freie Fitparameter (vgl. Abschnitt 4.3). In Abbildung 4.6 wird die Abhängigkeit einer DR-Resonanz von der longitudinalen und transversalen Elektronentemperatur deutlich. Im linken Bild ändert sich die Transversaltemperatur, während die Longtudinaltemperatur fest ist. Im rechten Bild ist das Umgekehrte der Fall. Es zeigt sich, dass bei steigender transversaler Temperatur das Profil einer DR-Resonanz deutlich asymmetrischer wird, sich aber im Gegensatz dazu für steigende longitudinale Temperaturen nur symmetrisch verbreitert.

Die genaue Bestimmung der Transversaltemperatur ist damit für die Bestimmung von Resonanzpositionen insofern sehr wichtig, als dass ihr Einfluss für ein asymmetrisches Resonanz-Profil sorgt und dafür, dass das Maximum des Peaks gegenüber der Resonanzposition zu kleineren Energien verschoben wird. Eine falsche Transversaltemperatur hat deshalb immer einen systematischen Fehler der gefitteten Resonanzposition zur Folge. Da die Transversaltemperatur unter den vorherrschenden experimentellen Bedingungen nicht genauer als auf 0,5 meV bestimmbar ist, muss der Einfluss dieser Unsicherheit auf die gefittete Resonanzposition bestimmt werden. Dazu wird die Transversaltemperatur auf bestimmten Werten festgehalten und es wird überprüft, wie stark sich durch diese Änderung die Resonanzposition im Fit ändert.

Um speziell die Transversaltemperatur des Elektronenstrahls zuverlässig bestimmen zu können, muss ein Energiebereich gewählt werden in dem der Einfluss beider Temperaturen auf die experimentelle Breite der Resonanz (Gl. 4.1) vergleichbar groß ist. Mit Hilfe von Gleichung 4.1 ist dieser Bereich berechenbar. Für die Standardeinstellungen des Elektronenkühlers sollte sich die Relativenergie nicht zu sehr von  $E_{\rm rel} = k_B (\ln 2) T_{\perp}^2 / (16T_{\parallel}) \approx 50$  meV unterscheiden.

#### 4.2.9 Kalibrierung der Energieachse

Die Kalibrierung der Energieachse erweist sich als notwendig, da die Spannungsversorgung für den Elektronenkühler den schnellen Sprüngen während eines Scans nicht ausreichend schnell folgen kann. Die Kathodenspannung am Elektronenkühler wird, wie bereits erwähnt (Abschnitt 3.4), durch die Kombination zweier Netzgeräte geliefert. Dies ist zum einen ein sehr stabiles, jedoch langsames Netzgerät, dass eine Grundspannung bereitstellt und zum anderen ein schneller, bipolarer Hochspannungsverstärker, der die schnellen Spannungssprünge schaltet. Sehr genaue, zeitaufgelöste Messungen des Spannungsverlaufs haben gezeigt, dass das schnelle Netzgerät die geforderten Spannungssprünge exakt ausführt, während das stabile Netzgerät seine Spannung gleichzeitig nicht halten kann und einbricht. Dabei ist die Amplitude und die Richtung dieser Schwankung proportional zum eingestellten Spannungsprung. Weiterhin zeigt sich, dass die im Experiment für das Erreichen der gewünschten Spannung standardmäßig vorgesehene Zeit von 1,5 ms bei weitem nicht ausreicht und so die Messung bereits startet, ohne dass die Sollspannung erreicht worden ist. Eine längere Wartezeit einzustellen erweist sich aber insofern als ungünstig, als dass der Elektronenstrahl mit seiner Kühlkraft den Ionenstrahl sofort von seiner Energie wegzuziehen beginnt und dies umso weiter, je kleiner der Spannungssprung ist und je länger die eingestellte Wartezeit vor der Messung ist. Effektiv verfälscht so das stabile Netzgerät den Spannungssprung um einen konstanten Faktor, was eine Streckung der experimentellen Energieskala bedeutet. Dieser Fehler lässt sich rechnerisch nicht ausgleichen und eine Kalibrierung der Energieskala anhand von festgelegten Punkten ist erforderlich.

Im vorliegenden Fall legt das Maximum der radiativen Rekombination den Nullpunkt der Relativenergie  $E_{rel} = 0$  als einen Fixpunkt fest (Abschnitt 4.2.6). Weitere Fixpunkte bilden die Anregungsenergien der  $2s \rightarrow 2p_j$  Rumpfanregungen der lithiumähnlichen Ionen. Ungünstigerweise sind die den Anregungsenergien entsprechenden Seriengrenzen von  $2p_{1/2}nl$  und  $2p_{3/2}nl$  Rydbergresonanzen experimentell nicht direkt zugänglich. Dies liegt an der Feldionisation von Elektronen in extrem hohen Rydbergzuständen durch die Ablenkmagneten des Elektronenkühlers. Unter der Bedingung, dass für eine ausreichende Anzahl von Rydbergresonanzen die Resonanzposition bestimmbar ist, lässt sich jedoch der Streckungsfaktor der experimentellen Energieachse zuverlässig bestimmen. Dazu werden im ersten Schritt die Positionen besagter Rydbergresonanzen durch den Fit einer Gaussfunktion an das Resonanzprofil bestimmt. Im zweiten Schritt lässt sich die Tatsache ausnutzen, dass die Positionen von Rydbergresonanzen für genügend hohe Hauptquantenzahlen n und Bahndrehimpulse l sehr gut mit Hilfe der Bohr-Formel (Gl. 2.10) berechnet werden können. Die Abstände der Resonanzen einer Anregungsserie lassen sich dann leicht berechnen.

$$a(E_n - E_{n+1}) = Z^2 \mathcal{R}\left(\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$
(4.12)

Mit einem Minimierungsalgorithmus wird nun derjenige Faktor *a* bestimmt, welcher die gemessenen Abstände der Rydbergresonanzen  $(E_n - E_{n+1})$  mit den berechneten in Übereinstimmung bringt. Dieser Faktor ist der Kalibrierungsfaktor für die experimentelle Energieachse. Der Fehler der Kalibrierung ist dann im wesentlichen bestimmt durch den Fehler des Parameters *a*.

# 4.3 Fit der Resonanzposition

Nachdem die experimentelle Energieachse auf die genauest mögliche Art und Weise festgelegt worden ist, besteht die nächste Aufgabe darin, die Positionen ausgewählter, niederenergetischer Rydbergresonanzen zu bestimmen. Dies geschieht mit der Hilfe eines Fits von Modellresonanzen an die gemessenen Peakstrukturen. Eine Modellresonanz charakterisiert sich dabei durch ihre Breite, Stärke und Position. Da es sich bei den gemessenen Daten nicht um einen Wirkungsquerschnitt sondern um einen Ratenkoeffizienten handelt, muss der berechnete Modellwirkungsquerschnitt zusätzlich mit der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gefaltet werden, wobei für den Fit selbst die beiden Temperaturen des Elektronenstrahls (Gl. 3.4)  $T_{\perp}$  und  $T_{\parallel}$  von Bedeutung sind. Neben der Resonanzposition und der Resonanzstärke sind sie die freien Paramter der Fitfunktion. Die Resonanzbreite wird im Rahmen der hier vorgestellten Fitprozeduren nicht variiert, was einen technischen und einen physikalischen Grund hat. Der technische Grund ist, dass andernfalls die Konvergenz des Minimierungsalgorithmus nicht gewährleistet ist. Der physikalische Grund ist, dass die natürliche Breite der Resonanz im Modell der Fitprozedur entweder völlig vernachlässigt wird oder gegenüber der exprimentellen Breite auf Grund der Temperaturen des Elektronenstrahls eine untergeordnete Rolle spielt. Im Rahmen dieser Arbeit sind zwei Methoden für den Fit von Modellresonanzen an experimentelle Daten getestet worden.

Die erste Methode beruht auf den vereinfachenden Annahmen, dass die Modellresonanzen als deltaförmig angesehen werden und somit keine natürliche Breite haben. Zum anderen wird jede Peakstruktur durch die minimal nötige Anzahl von Resonanzen beschrieben, was heißt, dass experimentell nicht unterscheidbare Resonanzen als eine einzige Resonanz betrachtet werden. Der große Vorteil dieser Methode ist die Unabhängigkeit von theoretischen Berechnungen. Der schwerwiegende Nachteil ist, dass selbst bei optimaler Anpassung der Modellresonanzen an die gemessenen Daten, die Ergebnisse für die Temperaturen, Resonanzpositionen und Resonanzstärken nur als Abschätzung angesehen werden können. Nach Gl. 4.1 muss in diesem Fall die fehlende natürliche Breite durch höhere Transversal- und Longitudinaltemperaturen und eine größere Resonanzstärke ausgeglichen werden. Zusätzlich können Resonanzpositionen, die mit dem Fit bestimmt werden, Mittelwerte experimentell nicht aufgelöster Resonanzen sein.

Die letztlich erfolgreich angewendete Methode ist ein Fit auf der Grundlage theoretischer Ergebnisse. Dabei werden berechnete Resonanzpositionen und Resonanzstärken als Startwerte für die Fitparameter benutzt, welche frei variieren können. Im Gegensatz dazu bleibt die theoretisch berechnete Resonanzbreite fixiert.

Der Vorteil mit theoretischen Ergebnissen zu arbeiten, ist zu wissen, welche Resonanzen einer gemessenen Peakstruktur zugrundeliegen. Experimentell nicht auflösbare Resonanzen können so in der Fitprozedur zu Gruppen zusammengefasst werden. Diese Gruppen werden bezüglich ihrer theoretisch berechneten Position mit einem gemeinsamen Offset verschoben. Der Abstand aller Resonanzen innerhalb der Gruppe bleibt so konstant. Auch die Stärke aller Resonanzen einer Gruppe wird mit nur einem gemeinsamen Faktor skaliert. Dabei nutzt man die Tatsache, dass die auf der RMBPT basierenden Rechnungen die Abstände der Resonanzen zueinander und die relative Resonanzstärke sehr genau vorhersagen.

#### 4.3.1 Das Fit-Programm

Die Fit-Prozedur selbst beruht auf dem vom CERN zu Verfügung gestellten Programmpacket ROOT. Getreu der objektorientierten Philosophie dieser Software, ist der für die reine Minimierung zuständige Minuit-Programmcode, beruhend auf dem Levenberg-Marquard-Algorithmus, als Klasse implementiert. Er ist das Herzstück der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten ROOT-Klasse TEMPFIT. Die Aufgabe dieser Routine ist die Faltung eines Modellwirkungsquerschnittes mit einer Geschwindigkeitsverteilung für die Elektronen im Kühler.

Der Modellwirkungsquerschnitt setzt sich dabei aus unabhängigen Anteilen für die RR und die DR zusammen. Die Berechnung der RR beruht auf Gleichung 2.4 und die DR ist die Summe der Beiträge aller Modellresonanzen in Abhängigkeit von der Relativenergie  $E_{rel}$ . Eine Modellresonanz charakterisiert sich dabei nach Gleichung 2.8 durch die Parameter Resonanzstärke, Resonanzbreite und Resonanzenergie.

Als Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Kühler wird eine asymmetrische Maxwell-Boltzman-Verteilungsfunktion (Gl. 3.4) mit den Parametern  $T_{\parallel}$  und  $T_{\perp}$  angenommen.

Wie bereits in Abschnitt 4.3 erläutert sind in der Fitprozedur die Temperaturen  $T_{\parallel}$  und  $T_{\perp}$  freie Parameter sowie für jede Gruppe von Resonanzen der Energieoffset und die Gesamtresonanzstärke. Die meisten Fitprozeduren berechnen den Fehler eines jeden Parameters unabhängig von allen anderen Parametern. Speziell bei Minimierungsproblemen mit vielen freien Parametern wird der einzelne Parameterfehler auf die Weise stark unterschätzt. Der Minuit-Algorithmus ist in der Lage, die Korrelationen der Parameter zu machen.

# 5 Ergebnisse

# **5.1 DR Messungen mit Sc**<sup>18+</sup> **Ionen**

Der absolute Ratenkoeffizient der Photorekombination für lithiumähnliches Sc<sup>18+</sup> im Energiebereich 0-45 eV wird in diesem Abschnitt vorgestellt. In besagtem Intervall liegen alle Resonanzen doppelt angeregter Zustände von  $\Delta n = 0$ ,  $2s \rightarrow 2p_{1/2,3/2}$  Anregungen. Im Bereich von 0-0.3 eV ist es gelungen, Resonanzen von doppelt angeregten  $(1s^22p_{3/2}10l_j)$ Zuständen mit besonders hoher Auflösung zu messen.

### 5.1.1 Das Übersichtsspektrum

Abbildung 5.1 zeigt alle Resonanzen, die zu doppelt angeregten  $(1s^2 2p_i nl_{i'})$  Zuständen mit den Drehimpulsen j = 1/2 und j = 3/2 gehören. Da es insgesamt zwei Möglichkeiten der Anregung gibt, treten im DR-Spektrum zwei unterschiedliche Serien von Rydbergresonanzen auf (vgl. Abschnitt 2.2). Dabei konvergieren die Resonanzen beider Serien zur Anregungsenergie des entsprechenden Rumpfelektrons. Dieses Verhalten beschreibt die Bohr-Formel 2.10 für ausreichend hohe Rydbergzustände sehr gut. Rydbergzustände mit Hauptquantenzahlen n < 12 für j = 1/2 und n < 11 für j = 3/2, die unterhalb des 1s<sup>2</sup>2sɛl Kontinuums liegen können nicht mehr autoionisieren. Sie sind echte gebundene Zustände und treten im DR-Spekrum nicht mehr als Resonanzen in Erscheinung (vgl. Abbildung 2.2). Die Abnahme der Resonanzstärke innerhalb einer Serie lässt sich qualitativ anhand einer vereinfachten Darstellung von Gleichung 2.7 verstehen. Der Wirkungsquerschnitt für die DR ist demnach über die Autoionisationsrate  $A_a$  und die radiativen Rate  $A_r$  darstellbar:  $\sigma^{DR} \sim A_a \cdot A_r / (A_a + A_r)$ . Für alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten relativ leichten lithiumähnlichen Systeme gilt die Näherung  $A_a \gg A_r$ . Damit ergibt sich für den DR-Wirkungsquerschnitt:  $\sigma^{DR} \approx A_r$ , wobei die radiative Rate der bekannten  $n^{-3}$ Skalierungsregel (Hah85) folgt.



**Abbildung 5.1:** Messung des absoluten DR Ratenkoeffizienten von Sc<sup>18+</sup> für alle Resonanzen aus  $2s \rightarrow 2p_j$  Anregungen. Die Berechnung der Resonanzpositionen für verschiedene Hauptquantenzahlen *n* erfolgt mit Hilfe der Bohr-Formel 2.10.

#### 5.1.2 Experiment und Theorie

Nach der sorgfältigen Festlegung der experimentellen Energieachse und des gemessenen, absoluten Ratenkoeffizienten muss zum direkten Vergleich zwischen Experiment und RMBPT (siehe Abschnitt 2.2.1) der theoretische Wirkungsquerschnitt mit einer Geschwindigkeitsverteilung für den Elektronenstrahl 3.4 gefaltet werden. Dies ist in Abbildung 5.2 für  $k_B T_{\parallel} = 0,18(5)$  meV und  $k_B T_{\perp} = 7,2(5)$  meV sowie Relativenergien von 0-300 meV geschehen. Die erkennbaren Peakstrukturen gehen dabei auf Resonanzen aus doppelt angeregten  $(1s^2 2p_{3/2} 10l_i)$  Zuständen zurück. Der berechnete von M. Tokman und E. Lindroth Wirkungsquerschnitt dieser Resonanzen ist auf der rechten Seite von Abbildung 5.2 abzulesen. Durch die hohe experimentelle Auflösung ist die Feinstruktur der Resonanzgruppe für sehr niedrige Relativenergien erkennbar. Die erste Peakstruktur bei 40 meV besteht aus zwei sehr schmalen Resonanzen, die experimentell nicht aufgelöst werden können. Der Peak bei 70 meV wird laut Theorie von einer einzigen, schmalen Resonanz des doppelt angeregten Zustandes  $(2p_{3/2}10d_{3/2})_3$  gebildet und eignet sich damit sehr gut zur Bestimmung der Elektronentemperaturen und einer möglichen Energieverschiebung zwischen gemessenem und gefaltetem Ratenkoeffizient. Der dritte Peak besteht aus drei relativ schwachen und breiten Resonanzen und in der vierten Peakstruktur sammeln sich die Resonanzen aus Zuständen  $(2p_{3/2}10l_i)_J$  mit l > 3.



**Abbildung 5.2:** Vergleich des gemessenen, absoluten Ratenkoeffizienten der DR im Bereich der  $2p_{3/2}10l_j$  Resonanzen mit einem theoretischen Wirkungsquerschnitt auf Basis der RMBPT, der mit einer Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gefaltet worden ist. Der ungefaltete theoretische Wirkungsquerschnitt ist auf der rechten Seite aufgetragen. Die senkrechten Symbole markieren die mit der Dirac-Formel für verschiedene Drehimpulse *j* berechneten Resonanzpositionen.

Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist sehr beachtlich. Zum einen werden alle gemessenen Peakstrukturen reproduziert und zum anderen beträgt die Differenz gemessener und berechneter Peakpositionen für  $E_{\rm rel}$  <120 meV weniger als 2 meV. Deutlichere Abweichungen sind bei den Resonanzstärken zu erkennen. So liegt der gefaltete Ratenkoeffizient für  $E_{\rm rel}$  <70 meV um bis zu 18% oberhalb der Messung, während er bei allen höheren Relativenergien um bis zu 25% niedriger ist. Der systematische, experimentelle Fehler des gemessenen Ratenkoeffizienten liegt dagegen nur bei etwa 15% (vgl. Abschnitt 3.5.1). Alle darüber hinaus gehenden Abweichungen zwischen Experiment und Theorie müssen einer ungenauen Berechnung der Resonanzstärken zugeschrieben werden.

Auffallend ist die ungleichmäßige Verteilung von DR-Resonanzen für  $0 < E_{rel} < 300$  meV. Laut Tabelle A.3 tragen 65 Resonanzen zur  $10l_j$  Resonanzgruppe bei. Von diesen befindet sich der bei weitem größte Teil, nämlich 58, bei Relativenergien  $E_{rel} > 150$  meV. Dieses Ungleichgewicht innerhalb einer Resonanzgruppe ist charakteristisch für die im Rahmen dieser Arbeit gezeigten Spektren und lässt sich qualitativ durch die Berücksichtigung relativistischer Effekte mit der Dirac-Formel (Sob92) nachvollziehen (Abb. 5.2). Auffällig ist dabei die große Differenz der Ergebnisse zwischen RMBPT und Dirac-Theorie für sehr niedrige Drehimpulse *j*. So entsprechen die beiden Resonanzen der ersten Peakstruktur den Zuständen  $(2p_{3/2}10d_{3/2})_2$  und  $(2p_{3/2}10p_{3/2})_0$  und haben die berechneten Resonanzpositionen  $E_{res}=33,7$  und 34,2 meV. Die Dirac-Theorie liefert im Vergleich dazu für Resonanzen mit *j*=3/2 die Position  $E_{res}=194,6$  meV. Tendenziell wird die Übereinstimmung von Dirac-Theorie und RMBPT aber mit steigendem Drehimpuls *j* immer besser. So ergibt sich für den maximal erreichbaren Drehimpuls *j* = 19/2 aus der Dirac-Theorie ein Wert von 0,2250 eV und aus der RMBPT 0,2266 eV (siehe Tabelle A.3).

Der starke Anstieg des gemessenen Ratenkoeffizienten bei sehr geringen Relativenergien  $E_{rel} < 10 \text{ meV}$  geht auf den schnell zunehmenden Einfluss der radiativen Rekombination in diesem Bereich zurück. Die gepunktete Linie in Abbildung 5.2 steht für den mittels Gleichung 2.4 berechneten entsprechenden Beitrag.

Die Spezialität aller auf Basis der RMBPT erfolgten Berechnungen ist, wie im folgenden gezeigt werden soll, die Vorhersage der Bindungsenergien von Rydbergzuständen. Für die schmale, isolierte Resonanz bei ca. 70 meV, die für präzisionsspektroskopische Untersuchungen nahezu ideal geeignet ist, sind in Tabelle A.1 die einzelnen Schritte zur genauen Berechnung der Resonanzposition im rekombinierten, berylliumähnlichen System aufgelistet. Es zeigt sich, dass die größte Korrektur zur wasserstoffähnlichen Beschreibung nach Dirac von der Berücksichtigung der statischen Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem  $10d_{3/2}$  Rydberg-Elektron und dem  $2p_{3/2}$  Rumpfelektron stammt. Dem gegenüber ist die relativistische Breit-Wechselwirkung für die Bestimmung der Resonanzposition praktisch nicht von Bedeutung. Der Hauptanteil der Unsicherheit der Bindungsenergie in Höhe von 0,3 meV kommt von der Abschätzung der höheren Ordnungen der Coulomb-Wechselwirkung zischen den beiden äußeren Elektronen.

In Tabelle A.2 sind die Schritte zur Berechnung der  $2s \rightarrow 2p_j$  Anregungsenergien aufgeführt. Wie bei der Berechnung der Bindungsenergien im beryliumähnlichen System so spielt auch bei der Berechnung angeregter Zustände in lithiumähnlichen Systemen die Einbeziehung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung eine wichtige Rolle. Beachtenswert ist zusätzlich mit über 200 meV der Anteil der radiativen Korrekturen der QED an der  $2s \rightarrow 2p_j$  Aufspaltung (KBID91). Dieser Einfluss liefert mit einer Unsicherheit von 10 meV den größten Beitrag zum Gesamtfehler der Aufspaltung. Es ist somit klar, dass die Bindungsenergie eines Rydbergelektrons von der RMBPT mit einer sehr kleinen Restunsicherheit berechnet werden kann und die Unsicherheit der von Außen aufgesetzten radiativen Korrekturen weit größer ist.

#### 5.1.3 Bestimmung von Resonanzpositionen

Für die Bestimmung der Resonanzpositionen, muss ein Modellwirkungsquerschnitt mit einer Geschwindigkeitsverteilung für die Elektronen gefaltet und an die experimentellen Daten angepasst werden. Dabei sind die Positionen und Stärken der verwendeten Modell-



**Abbildung 5.3:** Fit von Modellresonanzen auf Basis der RMBPT an die experimentellen Daten. Die Position und die Stärke jeder Gruppe von Resonanzen sowie beide Elektronentemperaturen sind freie Fitparameter. In Bild (b) ist zusätzlich die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes in lithiumähnlichem Sc<sup>18+</sup> berücksichtigt.

resonanzen sowie beide Elektronentemperaturen freie Parameter(vgl. Abschnitt 4.3). Als Intervall für den Fit wurden die drei prominenten Peakstrukturen im Bereich 10 meV  $< E_{rel} < 120$  meV ausgewählt. Die mittlere Peakstruktur wird dabei laut Theorie von einer einzelnen Resonanz gebildet. Diese wird dominiert durch einen  $(2p_{3/2}10d_{3/2})_3$  Zustand und ist mit 0,4 meV berechneter Breite hervorragend zur Bestimmung der Elektronentemperaturen und der Resonanzposition geeignet (vgl. Abschnitt 4). Da die unmittelbare Umgebung der Resonanz trotz ihrer relativ Lage einen sehr grossen Einfluss auf das Ergebnis des Fits hat, ist es unbedingt nötig, die benachbarten Resonanzen ebenfalls in die Fitprozedur mit einzubeziehen. So bilden die beiden schmalen und starken Resonanzen unterhalb von  $E_{rel} = 50$  meV zusammen mit einer dritten eher unauffälligen aber sehr breiten Resonanz eine Gruppe und eine zweite Gruppe wird durch drei Resonanzen im Bereich 100 meV  $< E_{rel} < 120$  meV gebildet. So werden in der Fitprozedur drei Gruppen von Resonanzen an das gemessene Spektrum angepasst. Dabei hat jede Gruppe einen Offset für die Energie und einen Skalierungsfaktor für die Resonanzstärke. Die Ergebnisse für die Temperaturen,  $k_B T_{\parallel} = 0, 18(5)$  meV und  $k_B T_{\perp} = 7, 2(5)$  meV, sind bereits in den ersten Vergleich zwischen Experiment und Theorie eingeflossen (vgl. Abbildung 5.2). In Abbildung 5.3 sind Ergebnisse der erläuterten Fitprozedur dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Fit und Experiment in Bild (a) ist wie erwartet deutlich besser als der Vergleich zwischen Theorie und Experiment (vgl. Abbildung 5.2). Diese Übereinstimmung lässt sich mit der zusätzlichen Berücksichtigung der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von lithiumähnlichem  $Sc^{18+}$  sogar noch deutlich verbessern, wie in Bild (b) zu sehen ist. Die Hyperfeinaufspaltung von 6,0767 meV (vgl. Abschnitt 2.2.7) und die, anhand der statistischen Gewichte berechnete, Aufspaltung der Resonanzstärke sind während der Fitprozedur festgehalten worden.

In Tabelle 5.1 sind alle Beiträge zur Unsicherheit der experimentellen Resonanzposition inklusive des Fehlers der Fitprozedur aufgelistet (vgl. Abschnitt 4.2). Der bei weitem dominierende Anteil ist mit 1,7 meV die Restunsicherheit der Kühlkraftkorrektur. Die experimentelle Gesamtunsicherheit in Höhe von 1,8 meV ergibt sich dann durch die quadratische Addition der einzelnen Teilbeiträge.

Die Kombination der sehr genau bekannten Resonanzenergie (± 1,8 meV) mit der ebenfalls sehr genau bekannten Bindungsenergie (± 0,3 meV) des Rydbergelektrons kann für die Bestimmung eines neuen und sehr präzisen Wertes für die  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  Anregungsenergie ausgenutzt werden. Die Idee dazu lässt sich leicht anhand der Resonanzbedingung für die DR klar machen. Die Stossenergie im Elektron-Ion System muss demnach die Dif-

	$\Delta E_{\rm res}$ (meV)
Winkel beider Strahlen ( $\pm 0,2$ mrad)	0,10
Kühlkraftkorrektur	1,70
Energiekalibrierung	0,03
Resonanzposition aus Fit	0,30
Nullpunkt der Energieskala	0,28
Transversaltemperatur ( $\pm$ 0,5 meV)	0,25
Summe	1,80

**Tabelle 5.1:** Auflistung experimenteller Unsicherheiten bei  $E_{rel}=70$  meV. Alle Beiträge werden quadratisch zum Gesamtfehler addiert.

ferenz der Rumpfanregungsenergie und der Bindungsenergie des äußeren Elektrons sein:

$$E_{res} = E_{exp} - E_{bind} \tag{5.1}$$

Wenn nun die Bindungsenergie  $E_{\text{bind}}$  und die Resonanzenergie  $E_{\text{res}}$  bekannt sind, dann lässt sich so die Anregungsenergie  $E_{\text{exp}}$  bestimmen. Die wahrscheinliche Unsicherheit  $\Delta E_{exp}$  ergibt sich dann als die quadrierte Summe der Unsicherheiten  $\Delta E_{\text{res}}$  und  $\Delta E_{\text{bind}}$ . Die Resonanzenergie  $E_{\text{res}}$  für den  $(2p_{3/2}10d_{3/2})$  Zustand wurde aus dem Experiment zu 69,6±1,8 meV bestimmt. Die berechnete Bindungsenergie  $E_{\text{bind}}$  beträgt 44,2411± 0,0003 eV. Der neue Wert für die  $2s_{1/2}-2p_{3/2}$  Aufspaltung lautet demnach 44,3107± 0,0019 eV. Dieser Wert stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Wert aus der optischen Spektroskopie 44,312(35) eV (SCC<sup>+</sup>80) überein und ist dabei sogar um mehr als einen Faktor 10 genauer.

# **5.2** DR Messungen mit He<sup>1+</sup> Ionen

Wasserstoffähnliches He<sup>1+</sup> ist eines der leichtesten Systeme, welche für die dielektronische Rekombination in Frage kommen. Wegen der fehlenden Unterstruktur der 1. Hauptschale sind allerdings nur Anregungen zwischen Zuständen mit verschiedenen Hauptquantenzahlen *n* möglich. Als experimentell relativ leicht zugängliches Ion ist He<sup>1+</sup> in der Vergangenheit schon mehrfach das Ziel von Untersuchungen zur DR gewesen. Aufgrund der Tatsache, dass das Spektrum autoionisierender Zustände in He<sup>1+</sup> relativ bekannt ist, eignet es sich sehr gut zur Untersuchung der in dieser Arbeit verwendeten Mess- und Auswertemethoden. Gemeint ist die Spannungskalibrierung (vgl. Abschnitt 3.6.2) über die genaue Messung des Elektronenstromes. Um den Unterschied zwischen den Spannungskalibrierungen für die Relativenergie nicht zu verfälschen, wurden an den gemessenen Daten lediglich die Korrekturen für den Untergrund, für die Raumladung und für die Toroidsektion im Kühler ausgeführt, nicht aber die Kalibrierung der Energieachse.

#### 5.2.1 Ergebnisse und Diskussion

Abbildung 5.4 zeigt die Messung von DR-Resonanzen bei He<sup>1+</sup> für  $\Delta n = 1$  und  $\Delta n = 2$ Anregungen. Die Seriengrenze der  $\Delta n = 1$  Anregungen bei etwa 40,8 eV ist dabei die auffälligste Peakstruktur. Gut zu erkennen ist außerdem die Seriengrenze der  $\Delta n = 2$  Anregungen bei etwa 48,37 eV und die Feinstrukturaufspaltung der He(2*l*2*l*') Resonanzgruppe im Bereich zwischen 33 und 36 eV. Die diesen Peakstrukturen zugrundeliegenden Resonanzen lassen sich den doppelt angeregten Zuständen 2*s*2*p* <sup>3</sup>*P*, 2*p*<sup>2</sup> <sup>1</sup>*D* und 2*s*2*p* <sup>1</sup>*P* zuordnen. Die senkrechten Striche markieren die mit der Bohr-Formel (Gl. 2.10) für (2*ln*') bzw. (3*ln*') Resonanzen mit verschiedenen Hauptquantenzahlen *n*' berechneten



**Abbildung 5.4:** Übersichtsmessung der DR für alle Resonanzen aus  $\Delta n = 1$  und  $\Delta n = 2$  Anregungen in He<sup>1+</sup>. Die gestrichelte Linie zeigt das Ergebnis nach Verwendung der herkömmlichen Spannungskalibrierung zur Berechnung der Relativenergie. DR-Resonanzposition in Abhängigkeit der Hauptquantenzahl *n* sind mit der Bohr-Formel (Gl. 2.10) abgeschätzt worden.

Resonanzpositionen. Die gestrichelte Linie zeigt zum Vergleich das Ergebnis der Datenauswertung unter Verwendung der statischen Spannungskalibrierung (vgl. Abschnitt 3.6). Der Unterschied der Ergebnisse beider Kalibrierungsmethoden ist offensichtlich beträchtlich. Um dies qualitativ zu untermauern wurde an die He(2s2p) <sup>3</sup>P Resonanz für beide Kalibrierungsmethoden ein mit einer Geschwindigkeitsverteilung gefaltetes Lorentzprofil angefittet. Der Wert für die natürliche Breite der Resonanz wurde dabei von DeWitt et.al. (DSO<sup>+</sup>94) übernommen, während die Resonanzposition und die Resonanzstärke freie Fitparameter waren. Die verwendeten Elektronentemperaturen  $k_B T_{\parallel} = 0.16$  meV und  $k_BT_{\perp}$  = 13,2 meV wurden für die gleichen Kühlereinstellungen aus den Messungen bei Sc<sup>18+</sup> ermittelt und im Fit festgehalten. Die Fixierung besonders der transversalen Elektronentemperatur macht Sinn, weil diese sich im Bereich hoher Relativenergien  $E_{\rm rel} \gg$  $k_BT_{\parallel}$  nicht mehr verlässlich aus der Breite einer Resonanz bestimmen lässt. Für die herkömmliche, statische Spannungskalibrierung ergibt sich mit obiger Methode ein Wert von 34,1119(4) eV für die Position der He(2s2p) <sup>3</sup>P Resonanz und für die direkte Spannungsmessung 33,6798(4) eV. Zum Vergleich dazu wird von DeWitt et.al. (DSQ+94) ein Literaturwert von 33,724 eV angegeben. Die trotz der deutlich genaueren direkten



Abbildung 5.5: Gemessene Feinstruktur der He2/2l' Resonanzgruppe (Ausschitt aus Abb. 5.4).

Spannungsmessung verbleibende Abweichung von etwa 0,0442 eV lässt sich durch die Unsicherheit des in diesem Experiment nicht genau festgelegten Nullpunktes der experimentellen Energieskala  $E_{\rm rel} = 0$  erklären. In Abbildung 5.5 ist dieser Bereich zwischen 33-37 eV noch einmal vergrößert dargestellt. Die experimentelle Auflösung und die Statistik der gegenwärtigen Messung lassen sogar die relativ schwache 2s2p <sup>1</sup>*P* Resonanz erkennen.

Abbildung 5.6 zeigt einen Ausschnitt aus Abb. 5.4 für den Bereich der  $\Delta n = 2$  Rydbergresonanzen, deren Seriengrenze bei etwa 48,37 eV liegt. Peakstrukturen die der Seriengrenze für  $\Delta n = 3$  Anregungen entsprechen, wären bei einer Energie  $E_{rel} \approx 51,016$  eV zu erwarten. Diese sind jedoch aufgrund statistischer Schwankungen des experimentellen Ratenkoeffizienten nicht sichtbar. Interessant ist die Tatsache, dass die Peakstrukturen bei etwa 45 eV und 47 eV auf Rydbergzustände mit den Hauptquantenzahlen n' = 3 und 4 zurückgehen und die Stärke der Seriengrenze hauptsächlich aus Resonanzen von Rydbergzuständen mit n' = 5 und 6 (WKM99) stammt. Bei den aktuellen Messungen der dielektronischen Rekombination von He<sup>1+</sup> für Anregungen mit  $\Delta n = 1, 2$  wurde zum ersten Mal die tatsächliche, zeitabhängige Kathodenspannung mittels einer Messung des Elektronenstromes sehr genau bestimmt.



**Abbildung 5.6:** Vergrösserung des Bereiches der  $\Delta n = 2$ , 3ln'l' Rydbergserie. Wegen des zu hohen Untergrundes ist die Seriengrenze für  $\Delta n = 3$  Anregungen bei  $E_{rel} \approx 51,016$  eV nicht erkennbar.

# **5.3 DR Messungen bei Se**<sup>31+</sup>

Die Messung von DR-Resonanzen aus doppelt angeregten Se<sup>30+</sup>( $1s^22p_jnl_{j'}$ ) Zuständen hat wie bei Sc<sup>18+</sup> und Na<sup>8+</sup> zum Ziel gehabt, DR-Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien zu finden, um deren Positionen mit der höchstmöglichen Genauigkeit zu bestimmen. Dies ist bei lithiumähnlichem Se<sup>31+</sup> insofern nicht gelungen, als dass es experimentell nicht möglich war, eine eventuell bei sehr geringen Relativenergien vorhandene Peakstruktur mit ausreichend guter Auflösung und Statistik zu messen. Die auswertbaren Daten wurden hinsichtlich des Raumladungspotentials im Elektronenstrahl und der Toroidsektionen im Elektronenkühler korrigiert und werden im Folgenden kurz diskutiert.

#### 5.3.1 Diskussion

In Abbildung 5.7 ist das Übersichtsspektrum der DR-Resonanzen aus doppelt angeregten Se<sup>30+</sup>( $1s^22p_jnl_{j'}$ ) Zuständen abgebildet. Aufgrund des hohen Untergrundes sind die



**Abbildung 5.7:** Übersicht der DR-Resonanzen aus  $\Delta = 0$  Anregungen ausgehend von Se<sup>31+</sup>.

Seriengrenzen der Rydbergresonanzen aus  $2p_{1/2}$  und  $2p_{3/2}$  Anregungen sowie die Rydbergresonanzen selbst nur sehr schwach zu erkennen. Eine augenfällige Tatsache ist die im Vergleich zu Sc<sup>18+</sup> bedeutend größere Aufspaltung zwischen den Seriengrenzen. Damit verbunden ist natürlich eine größere Energiedifferenz zwischen dem  $2p_{1/2}$  und  $2p_{3/2}$  Niveau. Die Messung der DR-Resonanzen von Se<sup>31+</sup> hat eindeutig die Grenze der technischen Möglichkeiten des Beschleunigers am TSR aufgezeigt. Um den lithiumähnlichen Ladungszustand zu erreichen, mussten der Tandembeschleuniger und die Nachbeschleunigereinheit bis an ihre Grenzen ausgelastet werden. Die Folge waren häufige Ausfälle beider Systeme. Um den relative hohen lithiumähnlichen Ladungszustand erreichen zu können, mussten insgesamt drei Stripperfolien eingesetzt werden, so dass der im Ring gespeicherte Ionenstrom nur wenige  $\mu$ A betrug. Weiterhin baute sich ein ungewöhnlich hoher Restgasdruck im Speicherring auf, was die Lebensdauer des Strahls erheblich verkürzte. Aus diesen Gründen hat sich die Messung von DR-Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien letztlich als nicht-praktikabel erwiesen.

# **5.4 DR Messungen mit Na**<sup>8+</sup>

Das besondere Interesse gilt in diesem Abschnitt der Resonanzgruppe aus Na<sup>7+</sup>(1s<sup>2</sup>2p<sub>j</sub>7l<sub>j'</sub>) Zuständen bei Relativenergien von 0-0.5 eV. Um für die Präzisionspektroskopie bestmögliche Ausgangsbedingungen zu schaffen, ist dieser Bereich besonders sorgfältig vermessen worden. Um zusätzlich zum RR-Peak bei  $E_{rel} = 0$  Fixpunkte zur Kalibrierung der experimentellen Energieskala zur Verfügung zu haben (vgl. Abschnitt 4.2.9), ist ein erweiterter Energiebereich von 0-9 eV wiederholt mit verschieden Elektronenströmen gemessen worden. Dies hat zum einen den Vorteil, dass der untersuchte Bereich Rydbergresonanzen aus Einfängen in Zustände mit den Hauptquantenzahlen n = 8 und n = 9umfasst, deren Resonanzpositionen sich mit der Bohr-Formel 2.10 gut berechnen lassen. Zum anderen eignen sich Messungen mit variierenden Elektronenströmen sehr gut zur Überprüfung der Konsistenz der Raumladungskorrektur und der Kühlkraftkorrektur sowie des experimentellen Fehlers.

Zusätzlich zur Messung des bei den Scans spannungsabhängigen Elektronenstromes im Kühler und der daraus ermittelten Elektronenenergie, besteht in dieser Studie die Möglichkeit, auch die Kathodenspannung während eines Experimentes mit einem sehr schnellen und sehr präzisen Hochspannungsmessgerät zeitabhängig zu messen.

#### 5.4.1 Das Übersichtsspektrum

Abbildung 5.8 zeigt das typische DR-Spektrum für Zustände aus  $2s \rightarrow 2p_j$  Anregungen. Zu erkennen sind die beiden Serien entsprechend den Drehimpulsen j = 1/2 und 3/2, sowie die prominenten Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien  $E_{rel} < 0.5$  meV. Auffällig ist die geringe Aufspaltung der beiden Seriengrenzen und damit der  $2p_j$  Anregungsniveaus. Dies ist typisch für Ionen mit relativ niedriger Kernladung Z (MdE<sup>+</sup>98) und zeigt, dass relativistische Effekte hier noch keine sehr große Rolle spielen, wie es bei den sehr schweren lithiumähnlichen Ionen der Fall ist.

#### 5.4.2 Experiment und Theorie

Abbildung 5.9 zeigt den mit der RMBPT berechneten Ratenkoeffizienten für  $2p_j7l_{j'}$  DR-Resonanzen, die bei der Rekombination von Na<sup>8+</sup> enstehen, und das experimentelle Ergebnis. Voraussetzung für diesen direkten Vergleich von Theorie und Experiment ist (vgl. Abschnitt 5.1.2) die Faltung des berechneten Wirkungsquerschnittes mit einer asymmetrischen Maxwell-Boltzman-Geschwindigkeitsverteilung 3.4 für die Elektronen. Wichtig ist dabei vor allem der Einfluss der Transversalkomponente  $T_{\perp}$  (vgl. Abschnitt 4.2.8) auf das Resonanzprofil. Die Elektronentemperaturen lassen sich anhand



**Abbildung 5.8:** DR-Messung der Resonanzen aus  $2s \rightarrow 2p_j$  Anregungen bei lithiumähnlichem Na<sup>8+</sup>.

eines Fits von Modellresonanzen an Peakstrukturen bei sehr niedrigen Relativenergien  $E_{\rm rel} \approx 50$  meV bestimmen. Aus diesem Fit sind für dieses spezielle Experiment die Temperaturen  $k_B T_{\parallel} = 0,107(10)$  meV und  $k_B T_{\perp} = 6,37(50)$  meV bestimmt worden. Die Übereinstimmung zwischen dem experimentellen und dem gefalteten Ratenkoeffizienten ist sehr gut. Die Theorie liegt ohne Ausnahme oberhalb der experimentellen Daten, was im Gegensatz zu anderen in dieser Arbeit vorgestellten Rechnungen steht (vgl. Abschnitt 5.1.2). Außer für den Bereich  $E_{rel} < 50$  meV stimmen Theorie und Experiment durchgängig im Rahmen der experimentellen Unsicherheit des Ratenkoeffizienten von 15% überein. Die größte Abweichung beträgt etwa 20% bei einer Energie von  $E_{\rm rel} = 50$  meV. Die Peakstruktur bei 25 meV besteht aus zwei eng zusammenliegenden Resonanzen der Zustände  $(2p_{3/2}7p_{1/2})^3P_2$  und  $(2p_{1/2}7d_{3/2})^3D_1$ , wobei erstere aufgrund ihrer sehr geringen Breite den Peak dominiert. Die Peakstruktur bei 90 meV besteht aus einer ganzen Reihe von experimentell nicht aufgelösten Resonanzen mit den Konfigurationen  $(2p_{1/2}7l_i)$  und l > 4. Im Bereich zwischen 100 und 300 meV befinden sich mehrere isolierte Resonanzen, die sich wegen ihrer Lage und Form nicht zur Bestimmung von Elektronentemperaturen eignen, aber deren Position bei bekannten Temperaturen gut bestimmbar ist. Ihnen lassen sich die Zustände  $(2p_{3/2}7p_i, d_i)_J$  zuordnen. In der Peakstruk-



**Abbildung 5.9:** Vergleich von Experiment und RMBPT für Resonanzen von  $(1s^2 2p_j 7l_{j'})$ Zuständen die bei der DR von Na<sup>8+</sup> besetzt werden.

tur bei 400 meV sammeln sich schließlich alle Resonanzen derjenigen Zustände mit l > 3. Betrachtet man den Bereich  $E_{rel} < 100$  meV genauer, so fällt auf, dass die Positionen der Peakstrukturen bei 25 meV und 90 meV in Theorie und Experiment sehr gut übereinstimmen, während sie bei 70 meV etwas mehr voneinander abweichen. Die Theoriewerte sind dabei um etwa 1 meV zu kleineren Relativenergien verschoben. Im Bereich zwischen 100 und 370 meV gibt es Verschiebungen der Positionen mit der gleichen Tendenz. Die Position der Peakstruktur bei 400 meV wird jedoch wieder sehr gut beschrieben.

Der sehr starke Anstieg des gemessenen Ratenkoeffizienten für  $E_{rel} < 10$  meV geht auf den in diesem Bereich schnell wachsenden Beitrag der radiativen Rekombination zurück, was charakteristisch für alle DR-Experimente an Speicherringen ist.

#### 5.4.3 Bestimmung von Resonanzpositionen

Die Bestimmung der Resonanzpositionen durch einen Fit von Modellresonanzen an die gemessenen Daten ist im Prinzip analog zu der Vorgehensweise bei  $Sc^{18+}$  (vgl. Abschnitt 5.1.3). Als Fitintervalle zur Bestimmung von Resonanzpositionen sind der Bereich von 0-100 meV und zusätzlich der Bereich von 100-300 meV ausgewählt worden.
Im ersten Abschnitt lag dabei das Interesse in der Positionsbestimmung der sehr schmalen Resonanz des Zustandes  $(2p_{3/2}7p_{1/2})_2$ . Um eine optimale Anpassung des Modellwirkungsquerschnittes an die gemessenen Daten zu ermöglichen, wurden alle DR-Resonanzen in diesem Energiebereich in den Fit mit einbezogen. Sinnvollerweise fügt man diese Resonanzen zu Gruppen zusammen, die den im Experiment sichtbaren Peakstrukturen entsprechen. Dabei bleiben die relativen Abstände und die relativen Stärken der Resonanzen innerhalb einer Gruppe konstant sowie die berechnete Breite für jede einzelne Resonanz. Variabel sind dagegen die Position jeder Gruppe, die Gesamtstärke jeder Gruppe und die beiden Elektronentemperaturen. Aus dem Fit wurden die Temperaturen  $k_B T_{\parallel} = 0,107(10)$  meV und  $k_B T_{\perp} = 6,37$  meV bestimmt. Sie sind in dem in Abb. 5.9 dargestellten Vergleich von Theorie und Experiment bereits eingeflossen. Als experimenteller Wert für die  $(2p_{3/2}7p_{1/2})_2$  Resonanz wurde der Wert  $(24,802\pm0,6)$  meV gefunden, der dem theoretisch berechneten Wert von 24,352 meV gegenübergestellt werden kann. Die Differenz beträgt nur 0.45 meV und liegt damit innerhalb der experimentellen Unsicherheit, wie aus Tabelle 5.2 ersichtlich ist. Der zweite für die Fitprozedur ausgewählte Energiebereich liegt zwischen 100 und 300 meV. In diesem Intervall liegen vier Peaks die alle einzelnen Resonanzen zugeordnet werden können. Die entsprechenden Zustände sind  $(2p_{3/2}7p_{3/2})_2$  bei 124 meV,  $(2p_{3/2}7d_{5/2})_4$  bei 187 meV,  $(2p_{3/2}7d_{3/2})_2$  bei 218 meV und  $(2p_{3/2}7d_{3/2})_3$  bei 266 meV. Wegen ihrer Lage bei relativ hohen Energien und ihrer großen Breite eignen sich diese Resonanzen nicht zur Bestimmung der Elektronentemperaturen. Die einzelnen Resonanzpositionen und Resonanzstärken können bei bekannten Temperaturen aber gut über einen Fit bestimmt werden. Als Ergebnis des Fits haben sich allerdings gewisse Abweichungen zu den Vorhersagen ergeben. So beträgt die Differenz der Resonanzposition zwischen Fit und Theorie 2,4 meV, 5,5 meV, 2,9 meV und 2,4 meV in aufsteigender Reihenfolge. Dem stehen eine Unsicherheit von 0,6 meV der Energiekalibrierung plus maximal weitere 0,7 meV Unsicherheit durch die Fitprozedur gegenüber. Die verbleibende Differenz von maximal 4.2 meV könnte demnach auf eine Ungenau-

**Tabelle 5.2:** Auflistung der verschiedenen Beiträge zur Gesamtunsicherheit der experimentellen Energieskala bei 25 meV. Die Beiträge werden einmal linear und einmal quadratisch zum Gesamtfehler addiert, woraus sich die maximale Abweichung und der wahrscheinliche Gesamtfehler ergeben. Die Fitprozedur trägt zur Unsicherheit in Höhe von zusätzlich 0,2 meV bei.

	$\Delta E_{\rm res}$ (meV)
Winkel beider Strahlen ( $\pm 0,2$ mrad)	0,10
Kühlkraftkorrektur	0,50
Energiekalibrierung	0,015
Nullpunkt der Energieskala	0,20
Transversaltemperatur ( $\pm$ 0,5 meV)	0,10
Summe (max.)	0,92
Summe (quadr.)	0,56

igkeit in der Berechnung der Resonanzpositionen hinweisen. Es stellt sich nun natürlich die Frage, woher eine solche Unsicherheit der Theorie kommen kann. Man kann nun zum einen die Einflüsse betrachten, die sich auf alle Resonanzen gleich auswirken, also etwa Beiträge zur Berechnung der  $2s \rightarrow 2p$  Anregungsenergie und dabei speziell Beiträge radiativer Korrekturen der QED (siehe Tabelle A.5). Dafür kommen vor allem Unterschiede zwischen einem wasserstoffähnlichen System und einem lithiumähnlichen System in Frage. Dieser Abschirmeffekt kann sich von Rechnung zu Rechnung um 2-3 meV ändern. Auch die Änderung der Selbstenergie des 2l-Elektrons durch die vollbesetzte K-Schale birgt eine Unsicherheit von bis zu 2 meV.

Zusätzlich ist auch die Berechnung der Bindungsenergie mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. In Tabelle A.4 sind die einzelnen Beiträge zur Berechnung der Resonanzposition des  $(2p_{3/2}7d_{5/2})_4$  Zustandes aufgelistet. Diese kommen offensichtlich in der Hauptsache von der Coulomb-Wechselwirkung. Zu einer pessimistischen Fehlerabschätzung für die Bindungsenergie kommt es, wenn man die Beiträge der Ordnungen >2 für die Wechselwirkung des  $2p_{3/2}$  Elektrons mit dem  $7d_{5/2}$  Elektron als unsicher betrachtet, was etwa 1 meV ausmacht.

Fasst man nun die experimentelle und die theoretische Unsicherheit zusammen so ergeben sich in etwa 5 meV als Gesamtunsicherheit. Für eine Verbesserung der  $2s \rightarrow 2p_j$ Anregungsenergien analog zur Vorgehensweise bei Sc<sup>18+</sup> ist diese Unsicherheit zu groß. Aus der optischen Spektroskopie sind beide Werte bis auf 0,1 meV bekannt.

Der Erfolg dieses Experimentes ist darin zu sehen, dass es von der experimentellen Seite her gelungen ist, die Positionen von Resonanzen bei sehr niedrigen Relativenergien, mit einem bisher unerreicht kleinen Fehler von weniger als 1 meV zu bestimmen. Die Genauigkeit der experimentellen Energieskala wurde dabei so weit verbessert, dass der absolute Fehler bei 20 eV nur noch 12 meV beträgt.

### **5.4.4** $\Delta n > 0$ Übergänge

Abbildung 5.10 zeigt die Messung aller Resonanzen aus  $\Delta n = 1$  und  $\Delta n = 2$  Anregungen in Na<sup>8+</sup>. Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für  $\Delta n = 0$  und  $\Delta n = 1$  Anregungen liegt typischerweise bei etwa 10. Die  $\Delta n = 2$  Anregungen sind dann noch einmal um diesen Faktor verkleinert, wie anhand der Messung deutlich wird. Sehr gut zu erkennen sind die Seriengrenzen von Resonanzserien mit  $(1s^23lnl')$  Konfigurationen mit l = 1, 2 bei etwa 176 eV. Daneben bei etwa 170 eV liegt die Seriengrenze der  $(1s^23snl')$  Resonanzen. Aufgrund der sehr guten Statistik der Messung ist es zudem möglich, die Seriengrenze der  $(1s^24lnl')$  Resonanzen bei etwa 230 eV zu sehen. Die Rybergserien zu diesen Anregungen sind im Untergrund dann allerdings nicht mehr auszumachen. Weiter vorne im Spektrum zwischen 40 und 80 eV ist eine Peakstruktur zu finden, die aus einer Reihe von  $(1s^23l3l')$ Zuständen hervorgeht, wie in Abbildung 5.11 zu sehen ist. Diese Resonanzen werden auch als LMM-Resonanzen bezeichnet, weil die Anregung von der zweiten (L) in die dritte (M) Hauptschale erfolgt und der Einfang des Elektrons wiederum in der dritten



**Abbildung 5.10:** DR-Messung aller Resonanzen aus  $\Delta n = 1$  und  $\Delta n = 2$  Anregungen bei Na<sup>8+</sup>.

Hauptschale stattfindet. Die Wechselwirkung dieser beiden Elektronen spielt, wie man sich leicht vorstellen kann, eine außerordentlich wichtige Rolle. Das erklärt die relativ große Aufspaltung dieser Resonanzgruppe über etwa 20 eV.



**Abbildung 5.11:** DR-Messung im Bereich der so genannten LMM-Resonanzen bei Na<sup>8+</sup>. Die Bezeichnungen der Peaks stammen aus dem Vergleich mit lithiumähnlichem  $Cu^{26+}$ .

### 6 Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Experimente zeigen, dass die Präzisionsspektroskopie doppelt angeregter Zustände mit der dielektronischen Rekombination im Bereich mittlerer Kernaldungszahlen Z eine Alternative zu den etablierten Methoden der optischen Spektroskopie darstellt, deren Potential bei weitem noch nicht ausgeschöpft ist. Als experimentelle Neuerung für die Zukunft sind DR-Experimente mit einem neuen, zusätzlichen Elektronentarget am TSR in Heidelberg geplant. Dieses Target ist vom prinzipiellen Aufbau her ein zweiter Elektronenkühler. Ein wichtiger technischer Unterschied zum alten Elektronenkühler am TSR ist die weit geringere Elektronendichte. Zudem ist der Elektronenstrom aus der Kathode unabhängig von der angelegten Beschleunigungsspannung für die Elektronen. Damit findet zum einen keine nennenswerte Variation der Elektronendichte während einer Messung mehr statt und zum anderen ist die Raumladung im Elektronenstrahl deutlich geringer als im Kühler. Zusätzlich ist man in der Lage durch einen supraleitenden Magneten in der Beschleunigungssektion für die Elektronen eine sehr starke Expansion des Elektronenstrahls zu realisieren, was die Transversaltemperatur senkt und die Elektronendichte nochmals drastisch reduziert. Alle genannten Neuerungen zielen darauf ab, Einflüsse in Abhängigkeit von der Elektronendichte so klein wie möglich zu halten. In erster Linie ist dabei an die Reduzierung der Elektronenenergie durch die Raumladung im Elektronenstrahl gedacht und selbstverständlich an die Kühlkraft deren Korrektur in dieser Arbeit im Fall von Sc<sup>18+</sup> den hauptsächlichen Beitrag zum experimentellen Fehler liefert. Ein zusätzlicher Vorteil der geringen Elektronendichte unabhängig von der Energiekalibrierung ist die verbesserte experimentelle Auflösung aufgrund der sinkenden transversalen Energieunschärfe im Elektronenstrahl.

Die Kombination des Elektronentargets mit dem Kühler im Speichering wird noch weitere Vorteile haben. In diesem Modus vollzieht das Target an Stelle des Elektronenkühlers die Spannungssprünge weg von der Kühlbedingung bei  $E_{rel} = 0$ , während der Elektronenkühler fest auf Kühlspannung eingestellt bleibt. Durch dieses Prinzip werden Mitzieheffekte auf die Ionen im wesentlichen unterbunden. Es werden auf diese Weise aber auch die großen Spannungsprünge bisheriger DR-Experimente vermieden, was die Streckung der experimentellen Energieachse aufgrund der zu langsamen Spannungsnachführung drastisch reduziert.

Eine weitere Neuerung wird mit dem Einbau einer Photokathode im Elektronentarget hinzukommen. Diese soll an Stelle der alten Glühkathode als Elektronenquelle dienen. Der Vorteil ist die Bereitstellung eines wesentlich kälteren Elektronenstrahls als bisher, was wiederum der experimentellen Auflösung zu Gute kommen wird.

Das Potenzial für eine weitere deutliche Verbesserung des Experimentes bezüglich der Energiekalibrierung sowie der Auflösung ist für weitere Messungen vielversprechend. Ein DR-Experiment mit lithiumähnlichem Cu<sup>26+</sup> am neuen Target soll diesbezüglich erste Ergebnisse und Erfahrungen liefern. Stellt sich heraus, dass die vorgestellten Neuerungen die Erwartungen erfüllen, so ist eine relative Genauigkeit von  $\approx 1 \cdot 10^{-5}$  bei der Bestimmung von Anregungsenergien, wie sie die optische Spektroskopie liefert, realistisch.

Durch die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Bestimmung von Anregungsenergien wird man dann in der Lage sein, die notwendigen Berechnungen der QED-Beiträge mit einer relativen Genauigkeit im Bereich weniger Promille testen zu können.

# Anhang

## A Liste aller Tabellen mit RMBPT Rechnungen

Die Rechnungen wurden von Dr. Maria Tokman und Dr. Dragan Nicolić aus der Arbeitsgruppe Computational Atomic Physics von Prof. Dr. Eva Lindroth in Stockholm ausgeführt. **Tabelle A.1:** Auflistung aller Beiträge zur Berechnung der  $(2p_{3/2}10d_{3/2})_3$  Resonanzposition in lithiumähnlichem Sc<sup>18+</sup> mit der RMBPT (KBS<sup>+</sup>04). Die Berechnung der  $(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2})$  Anregungsenergie wird in Tabelle A.2 gesondert erläutert.

	Beitrag	Summe
	eV	eV
$(2s \rightarrow 2p_{3/2})$ Aufspaltung + H-ähnliche Beschreibung für $10d_{3/2}$	0,19457	0,1946
Dirac-Fock Beschreibung	-0,09963	0,0949
Korrelation $10d_{3/2}$ mit $1s^2$ Rumpf	-0,00086	0,0941
1.Ordnung Coulomb-Wechselwirkung $2p_{3/2}10l_j$	-0,02045	0,0736
1.Ordnung Breit-Wechselwirkung	-0,00003	0,0736
≥2.Ordnung Coulomb-Wechselwirkung	-0,00576(30)	0,0678(3)
≥2.Ordnung Breit-Wechselwirkung	-0,00004	0,0678(3)

**Tabelle A.2:** Beiträge zur Berechnung der  $2s \rightarrow 2p_{1/2}$  und  $2s \rightarrow 2p_{3/2}$  Aufspaltung in lithiumähnlichem Sc<sup>18+</sup> (KBS<sup>+</sup>04). Als Kernladungsverteilung ist das Fermi-Modell verwendet worden und die radiativen Korrekturen stammen von Kim et.al. (KBID91)

	$(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2})$	$(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2})$
	eV	eV
Dirac-Fock Beschreibung	38,18205	44,73129
$\Delta$ Dirac-Fock-Breit	0,25705	-0,03918
Retardierung über Breit-W.W. hinaus	-0,00081	-0,00390
Massenpolarisation	-0,00976	-0,00955
Coulomb+Breit W.W.	-0,17164(35)	-0,15344(33)
RMBPT komplett	38,2569(4)	44,5252(3)
Radiative Korrekturen	-0,2307(100)	-0,2163(100)
Summe	38,0261(100)	44,3089(100)
Experiment (opt. Spektroskopie) (SCC <sup>+</sup> 80)	38,02(4)	44,312(35)

Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(eV)	(eV)	(ns <sup>-1</sup> )	$(ns^{-1})$	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2} \ 10p_{3/2})_0$	0,0342	0,0264	40082	129	466
$(2p_{3/2} \ 10d_{3/2})_0$	0,1179	0,0080	12131	210	217
$(2p_{3/2} \ 10d_{3/2})_1$	0,1120	0,0826	8688	254	818
$(2p_{3/2} \ 10d_{5/2})_1$	0,2148	0,0075	9476	226	382
$(2p_{3/2} \ 10f_{5/2})_1$	0,2237	0,0006	920	103	154
$(2p_{3/2} \ 10d_{3/2})_2$	0,0337	0,0004	605	245	3211
$(2p_{3/2} \ 10d_{5/2})_2$	0,1072	0,0038	5829	160	898
$(2p_{3/2} \ 10f_{5/2})_2$	0,1893	0,0002	318	102	252
$(2p_{3/2} \ 10f_{7/2})_2$	0,2448	0,0004	580	102	220
$(2p_{3/2} \ 10g_{7/2})_2$	0,2343	0,0001	199	59	121
$(2p_{3/2} \ 10d_{3/2})_3$	0,0678	0,0004	603	283	2463
$(2p_{3/2} \ 10d_{5/2})_3$	0,1831	0,0038	5732	231	1051
$(2p_{3/2} \ 10f_{5/2})_3$	0,1532	0,0013	2043	101	542
$(2p_{3/2} \ 10f_{7/2})_3$	0,1858	0,0002	351	101	366
$(2p_{3/2} \ 10g_{7/2})_3$	0,2060	<0,0001	39	60	99
$(2p_{3/2} \ 10g_{9/2})_3$	0,2391	0,0004	548	60	195
$(2p_{3/2} \ 10h_{9/2})_3$	0,2296	0,0002	245	39	126
$(2p_{3/2} \ 10d_{5/2})_4$	0,0289	0,0003	461	90	2909
$(2p_{3/2} \ 10f_{5/2})_4$	0,2058	0,0061	9281	99	530
$(2p_{3/2} \ 10f_{7/2})_4$	0,1639	0,0018	2666	100	655
$(2p_{3/2} \ 10g_{7/2})_4$	0,1923	0,0019	2836	58	330
$(2p_{3/2} \ 10g_{9/2})_4$	0,2084	<0,0001	55	59	151
$(2p_{3/2} \ 10h_{9/2})_4$	0,2127	<0,0001	10	39	42
$(2p_{3/2} \ 10h_{11/2})_4$	0,2319	0,0002	274	39	163

**Tabelle A.3:** Berechnete H-ähnliche Resonanzpositionen, komplett berechnete Resonanzpositionen, deren Differenz, die Breite, die Autoionisationsrate  $A^a$ , die radiative Rate  $A^{rad}$  und die Stärke der Sc<sup>17+</sup>( $2p_{3/2} 10l_{j'}$ ) Resonanzen (KBS<sup>+</sup>04).

		0			
Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(eV)	(eV)	$(ns^{-1})$	$(ns^{-1})$	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2} \ 10i_{11/2})_4$	0,2271	0,0001	111	27	107
$(2p_{3/2} \ 10f_{7/2})_5$	0,1827	0,0055	8294	102	747
$(2p_{3/2} \ 10g_{7/2})_5$	0,2168	0,0072	10922	58	363
$(2p_{3/2} \ 10g_{9/2})_5$	0,1962	0,0019	2901	58	396
$(2p_{3/2} \ 10h_{9/2})_5$	0,2068	0,0018	2705	38	248
$(2p_{3/2} \ 10h_{11/2})_5$	0,2149	<0,0001	58	38	146
$(2p_{3/2} \ 10i_{11/2})_5$	0,2169	<0,0001	1	27	4
$(2p_{3/2} \ 10i_{13/2})_5$	0,2287	0,0001	112	27	130
$(2p_{3/2} \ 10k_{13/2})_5$	0,2263	<0,0001	37	20	79
$(2p_{3/2} \ 10g_{9/2})_6$	0,2179	0,0071	10856	58	427
$(2p_{3/2} \ 10h_{9/2})_6$	0,2207	0,0065	9871	38	278
$(2p_{3/2} \ 10h_{11/2})_6$	0,2090	0,0018	2744	38	290
$(2p_{3/2} \ 10i_{11/2})_6$	0,2140	0,0014	2078	27	201
$(2p_{3/2} \ 10i_{13/2})_6$	0,2185	<0,0001	7	27	42
$(2p_{3/2} \ 10k_{13/2})_6$	0,2196	<0,0001	<1	20	<1
$(2p_{3/2} \ 10k_{15/2})_6$	0,2275	< 0,0001	37	20	93
$(2p_{3/2} \ 10l_{15/2})_6$	0,2261	<0,0001	9	16	40
$(2p_{3/2} \ 10h_{11/2})_7$	0,2229	0,0065	9873	38	318
$(2p_{3/2} \ 10i_{11/2})_7$	0,2230	0,0048	7344	27	225
$(2p_{3/2} \ 10i_{13/2})_7$	0,2156	0,0014	2087	27	230
$(2p_{3/2} \ 10k_{13/2})_7$	0,2182	0,0008	1235	20	169
$(2p_{3/2} \ 10k_{15/2})_7$	0,2209	<0,0001	6	20	37
$(2p_{3/2} \ 10l_{15/2})_7$	0,2216	<0,0001	<1	16	1
$(2p_{3/2} \ 10l_{17/2})_7$	0,2271	<0,0001	9	16	47
$(2p_{3/2} \ 10m_{17/2})_7$	0,2263	<0,0001	1	13	8
$(2p_{3/2} \ 10i_{13/2})_8$	0,2247	0,0048	7343	27	253
$(2p_{3/2} \ 10k_{13/2})_8$	0,2246	0,0028	4268	20	188
$(2p_{3/2} \ 10k_{15/2})_8$	0,2194	0,0008	1241	20	190

 Tabelle A.3 – Fortsetzung

Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(eV)	(eV)	$(ns^{-1})$	(ns <sup>-1</sup> )	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2} \ 10l_{15/2})_8$	0,2208	0,0003	507	16	144
$(2p_{3/2} \ 10l_{17/2})_8$	0,2226	< 0,0001	2	16	20
$(2p_{3/2} \ 10m_{17/2})_8$	0,2231	< 0,0001	<1	12	<1
$(2p_{3/2} \ 10m_{19/2})_8$	0,2271	< 0,0001	1	12	10
$(2p_{3/2} \ 10k_{15/2})_9$	0,2258	0,0028	4283	20	209
$(2p_{3/2} \ 10l_{15/2})_9$	0,2254	0,0011	1730	16	162
$(2p_{3/2} \ 10l_{17/2})_9$	0,2218	0,0003	514	16	161
$(2p_{3/2} \ 10m_{17/2})_9$	0,2226	0,0001	109	12	118
$(2p_{3/2} \ 10m_{19/2})_9$	0,2239	< 0,0001	1	12	5
$(2p_{3/2} \ 10l_{17/2})_{10}$	0,2264	0,0011	1730	16	178
$(2p_{3/2} \ 10m_{17/2})_{10}$	0,2258	0,0002	364	12	139
$(2p_{3/2} \ 10m_{19/2})_{10}$	0,2234	0,0001	110	12	130
$(2p_{3/2} \ 10m_{19/2})_{11}$	0,2266	0,0002	364	12	152

 Tabelle A.3 – Fortsetzung

**Tabelle A.4:** Auflistung aller Beiträge zur Berechnung der  $(2p_{3/2}7d_{5/2})_4$  Resonanzposition in lithiumähnlichem Na<sup>8+</sup> (NLK<sup>+</sup>04). Die Berechnung der  $(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2})$  Anregungsenergie wird in Tabelle A.5 gesondert erläutert.

	Beitrag	Summe
	eV	eV
$(2s \rightarrow 2p_{3/2})$ Aufspaltung + H-ähnliche Beschreibung	0,41586	0,4159
Dirac-Fock Beschreibung	-0,10458	0,3113
Dirac-Foc-Breit Beschreibung	-0,00002	0,3113
Korrelation $7d_{5/2}$ und $1s^2$ Elektronen	-0,00158	0,3097
1.Ordnung Coulomb-Wechselwirkung $2p_{3/2}$ und $7l_j$	-0,11007	0,1996
1.Ordnung Breit-Wechselwirkung	-0,00002	0,1996
2.Ordnung Coulomb-Wechselwirkung	-0,01334	0,1862
2.Ordnung Breit-Wechselwirkung	-0,00003	0,1862
höhere Ordnung Coulomb-Breit W.W.	0,0007	0,1869

Cecilitating zur Anderung der Selbsteherg	Thidefung der Selestenergie von Indeneuto et.ui. (11101).					
	$(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2})$	$(2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2})$				
	eV	eV				
Dirac-Fock Beschreibung	17,9978	18,3523				
$\Delta$ Dirac-Fock-Breit	0,0255	-0,0073				
Massenpolarisation	-0,0042	-0,0042				
2.Ordnung Coulomb W.W.	-0,1341	-0,1341				
höhere Ordnungen Coulomb W.W.	-0,0040(8)	-0,0039(8)				
2.Ordnung Breit W.W.	0,0008	0,0021				
RMBPT komplett	17,8819(8)	18,2068(8)				
Radiative Korrekturen						
H-ähnlich	-0,0280	-0,0265				
Selbstenergie Abschirmung	0,0087(20)	0,0078(20)				
Summe	17,8625(20)	18,1880(20)				

17,8614(10)

18,1870(10)

Experiment (opt. Spektroskopie)

**Tabelle A.5:** Beiträge zur Berechnung der  $2s \rightarrow 2p_{1/2}$  und  $2s \rightarrow 2p_{3/2}$  Aufspaltung in lithiumähnlichem Na<sup>8+</sup> (NLK<sup>+</sup>04). Die radiativen Korrekturen stammen von Johnson et.al. (JS85) und die Rechnung zur Änderung der Selbstenergie von Indelicato et.al. (IM01).

Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(meV)	(eV)	$(ns^{-1})$	$(ns^{-1})$	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2}7p_{1/2})_2$	24,4	4,848[-4]	736,57	15,35	382,02
$(2p_{1/2}7d_{3/2})_1$	27,3	6,122[-3]	9301,37	36,29	491,30
$(2p_{3/2}7p_{1/2})_1$	35,3	2,617[-2]	39765,92	15,38	161,75
$(2p_{1/2}7f_{5/2})_3$	43,3	1,714[-2]	26042,07	12,70	253,89
$(2p_{1/2}7f_{7/2})_4$	53,6	1,781[-2]	27063,64	12,06	250,55
$(2p_{1/2}7f_{7/2})_3$	64,0	4,074[-4]	619,04	12,33	163,63
$(2p_{1/2}7f_{5/2})_2$	68,4	1,586[-4]	240,98	12,40	106,69
$(2p_{1/2}7g_{7/2})_4$	82,5	1,639[-2]	24896,48	7,31	98,71
$(2p_{1/2}7g_{9/2})_5$	83,2	1,641[-2]	24929,86	7,26	118,71
$(2p_{1/2}7g_{9/2})_4$	88,5	2,895[-4]	439,87	7,35	90,99
$(2p_{1/2}7g_{7/2})_3$	90,2	2,967[-4]	450,77	7,33	69,29
$(2p_{1/2}7h_{9/2})_5$	91,2	9,780[-3]	14858,22	5,08	75,71
$(2p_{1/2}7h_{11/2})_6$	91,4	9,780[-3]	14858,47	5,07	89,32
$(2p_{1/2}7h_{9/2})_4$	92,2	9,836[-5]	149,44	5,02	58,65
$(2p_{1/2}7h_{11/2})_5$	92,2	9,888[-5]	150,22	5,02	71,65
$(2p_{1/2}7i_{11/2})_5$	92,4	1,514[-5]	23,00	3,76	47,67
$(2p_{1/2}7i_{13/2})_6$	92,6	1,533[-5]	23,30	3,76	56,34
$(2p_{1/2}7i_{11/2})_6$	93,2	3,051[-3]	4635,55	3,83	66,07
$(2p_{1/2}7i_{13/2})_7$	93,4	3,051[-3]	4635,34	3,83	76,09
$(2p_{3/2}7p_{3/2})_2$	124,0	1,115[-3]	1694,23	16,16	79,88
$(2p_{3/2}7d_{5/2})_4$	187,0	4,177[-3]	6345,68	10,16	60,47
$(2p_{3/2}7d_{3/2})_2$	217,2	3,361[-3]	5105,82	22,89	64,93
$(2p_{3/2}7d_{3/2})_3$	266,7	1,828[-3]	2777,59	32,90	105,61
$(2p_{3/2}7p_{3/2})_0$	292,0	9,146[-2]	138957,65	15,00	6,36
$(2p_{3/2}7d_{5/2})_2$	309,1	9,718[-3]	14764,15	32,48	64,88

**Tabelle A.6:** Die Positionen, die Breiten , die Autoionisierungsraten  $A^a$ , die radiativen Raten  $A^r$  und die Stärken der Na<sup>7+</sup> $(2p_j n \ell_{j'})_J$  Resonanzen (NLK<sup>+</sup>04).

Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(meV)	(eV)	(ns <sup>-1</sup> )	(ns <sup>-1</sup> )	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2}7d_{3/2})_1$	323,6	1,479[-2]	22471,35	29,97	34,34
$(2p_{3/2}7d_{3/2})_0$	331,3	1,902[-2]	28899,83	27,23	10,16
$(2p_{3/2}7f_{5/2})_3$	351,1	7,341[-3]	11153,43	12,54	30,91
$(2p_{3/2}7f_{7/2})_4$	355,8	8,416[-3]	12785,87	12,30	38,46
$(2p_{3/2}7f_{7/2})_5$	376,7	2,479[-2]	37669,42	12,95	46,79
$(2p_{3/2}7g_{7/2})_4$	392,7	7,451[-3]	11319,89	7,31	20,72
$(2p_{3/2}7f_{7/2})_3$	393,0	6,259[-4]	950,92	12,50	27,19
$(2p_{3/2}7g_{9/2})_5$	393,1	7,504[-3]	11400,44	7,28	25,20
$(2p_{3/2}7f_{5/2})_4$	402,3	2,656[-2]	40352,55	11,52	31,87
$(2p_{3/2}7f_{5/2})_2$	406,1	5,672[-4]	861,82	12,54	18,83
$(2p_{3/2}7h_{9/2})_5$	406,2	4,350[-3]	6609,66	5,04	16,89
$(2p_{3/2}7h_{11/2})_6$	406,3	4,351[-3]	6609,82	5,04	19,95
$(2p_{3/2}7g_{9/2})_4$	410,6	6,700[-5]	101,80	7,35	18,60
$(2p_{3/2}7g_{7/2})_3$	411,2	3,807[-4]	578,39	7,46	15,52
$(2p_{3/2}7i_{11/2})_6$	411,6	1,319[-3]	2004,00	3,79	14,79
$(2p_{3/2}7i_{13/2})_7$	411,8	1,319[-3]	2003,74	3,79	17,05
$(2p_{3/2}7h_{9/2})_4$	412,7	3,81[-6]	5,80	5,05	7,28
$(2p_{3/2}7h_{11/2})_5$	412,8	2,575[-5]	39,12	5,04	14,74
$(2p_{3/2}7i_{11/2})_5$	414,2	9[-8]	0,14	3,78	0,46
$(2p_{3/2}7i_{13/2})_6$	414,3	1,8[-7]	0,28	3,78	1,01
$(2p_{3/2}7g_{9/2})_6$	418,2	2,386[-2]	36242,43	7,38	28,39
$(2p_{3/2}7g_{7/2})_5$	419,5	2,394[-2]	36366,28	7,30	23,67
$(2p_{3/2}7d_{5/2})_3$	419,9	2,646[-2]	40201,16	45,24	93,22
$(2p_{3/2}7i_{11/2})_7$	423,8	4,275[-3]	6494,79	3,94	17,25
$(2p_{3/2}7i_{13/2})_8$	424,0	4,274[-3]	6493,52	3,94	19,54
$(2p_{3/2}7h_{9/2})_6$	424,2	1,400[-2]	21271,08	5,17	19,62
$(2p_{3/2}7h_{11/2})_7$	424,3	1,400[-2]	21266,29	5,18	22,64
$(2p_{3/2}7i_{11/2})_4$	425,6	2,798[-5]	42,51	3,86	9,27

Tabelle A.6 – Fortsetzung

Resonanz	Position	Breite	A <sup>a</sup>	A <sup>rad</sup>	Stärke
	(meV)	(eV)	(ns <sup>-1</sup> )	(ns <sup>-1</sup> )	$(10^{-20} \text{ eV cm}^2)$
$(2p_{3/2}7i_{13/2})_5$	425,7	2,823[-5]	42,89	3,86	11,33
$(2p_{3/2}7h_{9/2})_3$	431,5	1,384[-4]	210,32	5,11	10,02
$(2p_{3/2}7h_{11/2})_4$	431,6	1,546[-4]	234,90	5,11	12,91
$(2p_{3/2}7f_{5/2})_1$	443,0	1,040[-3]	1579,74	12,74	10,59
$(2p_{3/2}7g_{7/2})_2$	443,1	1,806[-4]	274,36	7,43	10,11
$(2p_{3/2}7g_{9/2})_3$	443,8	1,012[-3]	1537,73	7,59	14,74
$(2p_{3/2}7f_{7/2})_2$	458,6	7,351[-4]	1116,79	12,81	17,08
$(2p_{3/2}7d_{5/2})_1$	460,5	1,644[-2]	24975,59	33,22	26,75

Tabelle A.6 – Fortsetzung

## Literaturverzeichnis

- [ABK90] L. H. Andersen, J. Bolko, and P. Kvistgaard. Radiative recombination between free electrons and bare carbon ions. *Phys. Rev. Lett.*, 64:729–732, 1990.
- [Arn01] W. Arnold. 10-kV-Hochspannungsteiler mit Frequenzausgang, 2001.
- [BDK<sup>+</sup>76] G. I. Budker, N. S. Dikansky, V. I. Kudelainen, I. N.Meshkov, V. V. Parkhomchuk, D. V. Pestrikov, A. N. Skrisky, and B. N. Sukhina. Experimental studies of electron cooling. *Part. Acc.*, 7:197, 1976.
  - [Bei00] T. Beier. Habilitationsschrift. Technische Universität Dresden, Dresden, 2000.
  - [BI00] S. Boucard and P. Indelicato. Relativistic many-body and QED effects on the hyperfine structure of lithium-like ions. *Eur. Phys. J. D*, 8:59–73, 2000.
- [BKM<sup>+</sup>03] C. Brandau, C. Kozhuharov, A. Müller, W. Shi, S. Schippers, T. Bartsch, S. Böhm, C. Böhme, A. Hoffknecht, H. Knopp, N. Grün, W. Scheid, T. Steih, F. Bosch, B. Franzke, P. H. Mokler, F. Nolden, M. Steck, T. Stöhlker, and Z. Stachura. Precise determination of the  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  splitting in very heavy lithiumlike ions utilizing dielectronic recombination. *Phys. Rev. Lett.*, 91:073202, 2003.
  - [Bou95] D. Boussard. Schottky noise and beam transfer function diagnostics. In S.Turner, editor, *Advanced accelerator physics course, Rhodes, Greece, 20 Sep 1 Oct 1993*, page 749 ff., Genf, 1995. CERN 95-06.
  - [Bre29] G. Breit. The effect of retardation on the interaction of two electrons. 34:553–573, 1929.
- [BSH<sup>+</sup>99] P. Bosselmann, U. Staude, D. Horn, K.-H. Schartner, F. Folkmann, A. E. Livingston, and P. H. Mokler. Measurements of  $2s^2s_{1/2} - 2p^2p_{1/2,3/2}$  transition energies in lithiumlike heavy ions. II. experimental results for Ag<sup>44+</sup> and discussion along the isoelectronic series. *Phys. Rev. A*, 59:1874–1883, 1999.
- [DAB<sup>+</sup>94] H. Danared, G. Andler, L. Bagge, C. J. Herrlander, J. Hilke, J. Jeansson, A. Källberg,
   A. Nilsson, A. Paál, K.–G. Rensfelt, U. Rosengård, J. Starker, and M. Af Ugglas.
   Electron cooling with an ultracold electron beam. *Phys. Rev. Lett.*, 72:3775–3778, 1994.
- [DSQ<sup>+</sup>94] D. R. DeWitt, R. Schuch, T. Quinteros, H. Gao, W. Zong, H. Danared, M. Pajek, and N. R. Badnell. Absolute dielectronic recombination cross sections of hydrogenlike helium. *Phys. Rev. A*, 50:1257–1264, 1994.
  - [Edl83] B. Edlén. Phys. Scr., 28:51, 1983.

- [Fla96] M. R. Flannery. Electron-ion and ion-ion recombination. In Gordon W. Drake, editor, *Atomic, Molecular & Optical Physics Handbook*, pages 605–629. AIP Press, Woodbury, New York, 1996.
- [GBH<sup>+</sup>91] M. Grieser, M. Blum, D. Habs, R. V. Hahn, B. Hochadel, E. Jaeschke, C. M. Kleffner, M. Stampfer, M. Steck, and A. Noda. Advanced stacking methods using electron cooling at the TSR Heidelberg. In T. Katayama and A. Noda, editors, *Proceedings of the 19th International Symposium on Cooler Rings and Their Applications, Tokyo, Japan, November 5–8, 1990*, pages 190–198, Singapore, 1991. World Scientific.
- [HAG<sup>+</sup>94] B. Hochadel, F. Albrecht, M. Grieser, D. Habs, D. Schwalm, E. Szmola, and A. Wolf. A residual-gas ionization beam profile monitor for the heidelberg test storage ring TSR. Nucl. Instrum. Methods A, 343:401–414, 1994.
  - [Hah85] Y. Hahn. Theory of dielectronic recombination. Adv. At. Mol. Phys., 21:124, 1985.
  - [IM01] P. Indelicato and P. J. Mohr. Phys. Rev. A, 63:052507, 2001.
  - [Jac82] J. D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. deGruyter Verlag, Berlin, New York, 2nd edition, 1982.
  - [JS85] W. R. Johnson and G. Soff. At. Data Nuc. Data Tab., 33:405, 1985.
- [KBID91] Y.-K. Kim, D. H. Baik, P. Indelicato, and J. P. Desclaux. Resonance transition energies of Li-, Na-, and Cu-like ions. 44:148, 1991.
- [KBS<sup>+</sup>04] S. Kieslich, S. Böhm, S. Schippers, W. Shi, A. Müller, G. Gwinner, M. Schnell, A. Wolf, E. Lindroth, and M. Tokmann. Photorecombination of lithiumlike Sc<sup>18+</sup> at threshold: A challenge for atomic structure theory. 2004. submitted.
- [KHS<sup>+</sup>92] G. Kilgus, D. Habs, D. Schwalm, A. Wolf, N. R. Badnell, and A. Müller. Highresolution measurement of dielectronic recombination of lithiumlike Cu<sup>26+</sup>. *Phys. Rev. A*, 46:5730–5740, 1992.
  - [Kra23] H. A. Kramers. On the theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum. *Philos. Mag.*, 46:836–871, 1923.
  - [LH92] E. Lindroth and J. Hvarfner. Relativistic calculation of the  $2^{1}s_{0} 2^{1,3}p_{1}$  transitions in berylliumlike molybdenum and berylliumlike iron. *Phys. Rev. A*, 45:2771, 1992.
  - [Lin95] J. Linkemann. *Elektronenstoβionisation und Rekombination hochgeladener Natriumähnlicher Ionen.* PhD thesis, Universität Stuttgart, 1995.
  - [LR47] W. E. Lamb and R. C. Retherford. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. 72:241, 1947.
- [LWH<sup>+</sup>96] A. Lampert, A. Wolf, D. Habs, J. Kenntner, G. Kilgus, D. Schwalm, M. S. Pindzola, and N. R. Badnell. High-resolution measurement of the dielectronic recombination of fluorinelike selenium ions. *Phys. Rev. A*, 53:1413–1423, 1996.
  - [MB42] H.S.W. Massey and D. R. Bates. The properties of neutral and ionized atomic oxygen and their influence on the upper atmosphere. *Rep. Prog. Phys.*, 9:62–74, 1942.
- [MdE<sup>+</sup>98] S. Mannervik, D. deWitt, L. Engström, J. Lidberg, E. Lindroth, R. Schuch, and W. Zong. Strong relativistic effects and natural linewidths observed in dielectronic

recombination of lithiumlike carbon. Phys. Rev. Lett., 81:313-316, 1998.

- [MLE<sup>+</sup>02] S. Madzunkov, E. Lindroth, N. Eklöw, M. Tokman, A. Paál, and R. Schuch. QED efffects in lithiumlike krypton. *Phys. Rev. A*, 65:032505, 2002.
  - [Mül99] A. Müller. New light on electron-ion collisions from heavy-ion storage ring experiments. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 357:1279–1296, 1999.
- [NLK<sup>+</sup>04] D. Nikolić, E. Lindroth, S. Kieslich, C. Brandau, S. Schippers, W. Shi, A. Müller G. Gwinner, M. Schnell, and A. Wolf. Dielectronic recombination resonances in Na<sup>8+</sup>. 2004. submitted.
  - [OM94] C. A. Ordonez and M. I. Molina. Stopping power theory for screened coulomb binary collisions in a nondegenrate plasma. 70:2407, 1994.
- [PBG92] M. S. Pindzola, N. R. Badnell, and D. C. Griffin. Validity of the independentprocesses and isolated-resonace approximations for electron-ion recombination. *Phys. Rev. A*, 46:5725–5729, 1992.
- [PSG<sup>+</sup>96] S. Pastuszka, U. Schramm, M. Grieser, C. Broude, R. Grimm, D. Habs, J. Kenntner, H.-J. Miesner, T. Schüßler, D. Schwalm, and A. Wolf. Electron cooling and recombination experiments with an adiabatically expanded electron beam. *Nucl. Instrum. Methods A*, 369:11–22, 1996.
- [SBB<sup>+</sup>98] U. Staude, Ph. Bosselmann, R. Büttner, D. Horn, K.-H. Schartner, F. Folkmann, A. E. Livingston, T. Ludziejewski, and P. H. Mokler. Measurements of  $2s^2s_{1/2} - 2p^2p_{3/2,1/2}$  transition energies in lithiumlike heavy ions: Experiments and results for Ni<sup>25+</sup> and Zn<sup>27+</sup>. *Phys. Rev. A*, 58:3516–3523, 1998.
- [SBB<sup>+</sup>99] S. Schippers, T. Bartsch, C. Brandau, A. Müller, G. Gwinner, J. Linkemann, A. A. Saghiri, and A. Wolf. Experimentelle Suche nach Interferenzeffekten bei der Rekombination argonartiger Sc<sup>3+</sup> und Ti<sup>4+</sup> ionen in einem Elektronenkühler. In B. Fricke, T. Jacob, D. Kolb, H. O. Lutz, P. H. Mokler, H. Schmidt-Böcking, and W.-D. Sepp, editors, 20. Arbeitsbericht der Arbeitsgruppe Energiereiche Atomare Stöße, pages 39–41, 1999.
- [SBB<sup>+</sup>02] W. Shi, T. Bartsch, C. Böhme, C. Brandau, A. Hoffknecht, H. Knopp, S. Schippers, A. Müller, T. Steih, N. Grün, W. Scheid, C. Kozhuharov, F. Bosch, B. Franzke, P. H. Mokler, M. Steck, Th. Stöhlker, and Z. Stachura. Dielectronic recombination and spectroscopy of Bi<sup>80+</sup> ions. in Vorbereitung, 2002.
  - [SC85] J. Sugar and C. Corliss. J. Phys. Chem. Ref. Data Supl., 14, 1985.
- [SCC<sup>+</sup>80] S. Suckewer, J. Cecci, S. Cohen, R. Fonck, and E. Hinnov. *Phys. Lett. A*, 80:259, 1980.
- [SML<sup>+</sup>92] W. Spies, A. Müller, J. Linkemann, A. Frank, M. Wagner, C. Kozhuharov, B. Franzke, F. Bosch, H. Eickhoff, M. Jung, O. Klepper, W. König, P. H. Mokler, R. Moshammer, F. Nolden, U. Schaaf, P. Spädtke, M. Steck, P. Zimmerer, N. Grün, W. Scheid, M. S. Pindzola, and N. R. Badnell. Dielectronic and radiative recombination of lithiumlike gold. *Phys. Rev.Lett.*, 69:2768–2771, 1992.
  - [SÖ90] S. Salomonson and P. Öster. Phys. Rev. A, 41:4670, 1990.

- [Sob92] Igor I. Sobelman. *Atomic Spectra and Radiative Transitions*. Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [Sto30] M. Stobbe. Zur Quantenmechanik photoelektrischer Prozesse. Ann. Phys., 7:661–715, 1930.
- [TEG<sup>+</sup>02] M. Tokman, N. Eklöw, P. Glans, E. Lindroth, R. Schuch, G. Gwinner, D. Schwalm, A. Wolf, A. Hoffknecht, A. Müller, and S. Schippers. Dielectronic recombination resonances in F<sup>6+</sup>. *Phys. Rev. A*, 66:012703, 2002.
  - [Wil96] K. Wille. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 2nd edition, 1996.
  - [Win96] Thomas Winkler. Untersuchungen Zur Elektronenkühlung hochgeladener schwerer Ionen. PhD thesis, Universität Heidelberg, 1996.
- [WKM99] J.-G. Wang, T. Kato, and I. Murakami. Validity of the  $n^{-3}$  scaling law in dielectronic recombination processes. *Phys. Rev. A*, 60:2104–2111, 1999.
  - [Wol86] A. Wolf. *Elektronenkühlung für niederenergetische Antiprotonen*. PhD thesis, Universität Karlsruhe, 1986.

#### Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Atom- und Molekülphysik der Justus-Liebig-Universität Gießen angefertigt. Da es nicht möglich ist, an dieser Stelle alle Personen zu benennen, die mit ihrer Mitarbeit einen Beitrag geleistet haben, möchte ich vorweg alle Diejenigen, die nicht namentlich genannt werden, um Verzeihung bitten.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Betreuer Herrn Prof. Dr. A. Müller für die vorbildliche Einsatzbereitschaft, die er mir und der gesamten Arbeitsgruppe gegenüber unermüdlich zeigt, für die stets motivierenden Diskussionen und Gespräche, die wertvollen Anregungen und sein großes Interesse am Fortgang dieser Arbeit.

Ebenso bedanke ich mich sehr herzlich bei Herrn Prof. Dr. Erhard Salzborn für die freundliche Aufnahme in das Institut für Atom- und Molekülphysik.

Für eine stets freundschaftlich angenehme und von einem hohen Maß an Hilfsbereitschaft und Kooperation geprägte Atmosphäre danke ich allen Kollegen der Gießener Arbeitsgruppe sowie allen Mitarbeitern des ehemaligen Strahlenzentrums recht herzlich. Besonders Herrn Priv. Doz. Dr. Stefan Schippers und meinem langjährigen Zimmergenossen Herrn Dr. Carsten Brandau, deren Unterstützung für mich unschätzbar hilfreich gewesen ist, möchte ich an dieser Stelle danken. Weiterhin seien genannt die Herren Dr. Timo Bartsch, Dipl. Phys. Sebastian Böhm, Dipl. Phys. Christian Böhme, Dr. Andreas Hoffknecht, Dipl. Phys. Jörg Jacobi, Dr. Holger Knopp und Dr. Wei Shi. Für die umfangreiche Unterstützung bei der Durchführung von Experimenten am Schwerienensneicherring TSP. den May Planek Institute fün Kernehysik in Heidelbarg gewin

rionenspeicherring TSR des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg sowie für wertvolle Anregungen, Kritik und hilfreiche Diskussionen bei der Auswertung der Daten bedanke ich mich bei den Herren Dr. Gerald Gwinner, Dr. Michael Schnell und Prof. Dr. Andreas Wolf. Weiterhin bedanke ich mich beim TSR-Team, Dr. Manfred Grieser, Dr. Michael Beutelspacher und Herrn Kurt Horn für die technische Unterstützung.

Für die umfangreichen Rechnungen zur DR, die ich in dieser Arbeit verwendet habe und für Diskussionen und Anregungen danke ich Dr. Dragan Nicolić, Dr. Maria Tokman und Prof. Dr. Eva Lindroth von der Arbeitsgruppe Computational Atomic Physics der Universität Stockholm.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir mein Studium und meine Promotion ermöglicht haben. Sie sind mir mit ihrem Vertrauen und ihrer Ermutigung eine große Hilfe gewesen.