

Vektormesonen in Kernmaterie

Eigenschaften und Observable

Diplomarbeit

vorgelegt von

Marcus Post

aus Lahnau

Institut für Theoretische Physik I
Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen, 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Spektralfunktion	8
2.1	Beispiel	9
2.2	Spektralfunktion skalarer Teilchen	13
2.2.1	Definition und Symmetrieeigenschaften	14
2.2.2	Summenregel	15
2.2.3	Wahrscheinlichkeitsinterpretation	16
2.3	Propagatoren von Vektormesonen	19
2.3.1	Lorentzstruktur: Vakuum	19
2.3.2	Lorentzstruktur: Medium	24
2.3.3	Summenregel für Spektralfunktionen	26
3	Das Low-Density-Theorem	31
4	Die nichtrelativistische Reduktion	36
4.1	Symmetrieeigenschaften der Lagrangefunktionen	37
4.2	Die Vertexfunktion	38
4.3	Propagatoren	42
4.3.1	Vakuum	42
4.3.2	Medium	43
5	Bestimmung der Kopplungskonstanten	45
6	Die ρ-Spektralfunktion in Kernmaterie	51
6.1	Die ρ N -Selbstenergie	51
6.2	Die ρ -Spektralfunktion bei kleinen Dichten	54
6.3	Vergleich mit Experimenten	61
6.4	Die Normierung der ρ -Spektralfunktion	66
6.5	Die ρ -Spektralfunktion bei hohen Dichten	68
6.6	Einfluß anderer Effekte	76

7	Produktion am Nukleon	78
7.1	OBE-Modell	79
7.2	Austauschmesonen	80
7.3	Die verwendeten Lagrangefunktionen	81
7.4	Bestimmung der Kopplungskonstanten	83
7.5	Die Reaktion $\gamma N \rightarrow V N$	89
7.5.1	Ergebnisse	91
8	Kohärente Photoproduktion	96
8.1	Die kohärente Photoproduktion	96
8.2	Beschreibung von gebundenen Nukleonen	97
8.3	Die Produktionsamplitude	99
8.4	Produktion an ^{12}C : Freie Vektormesonen	102
8.4.1	ω -Photoproduktion	107
8.4.2	ρ -Photoproduktion	109
8.5	Produktion an ^{12}C : Mediummodifikationen	112
8.5.1	ω -Photoproduktion	114
8.5.2	ρ -Photoproduktion	117
9	Zusammenfassung	124
A	Kontraktionen von $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$	126
B	Projektoren auf Spin-$\frac{3}{2}$- und Spin-$\frac{5}{2}$-Zustände	127
C	Cutkosky's <i>cutting rules</i>	130
D	Berechnung von $\sigma_{\gamma K \rightarrow V K}$	133

Kapitel 1

Einleitung

Seit einigen Jahren wird die Frage diskutiert, ob und in welchem Maße sich in einem nuklearen Medium, wie z.B. einem Atomkern, Eigenschaften von Vektormesonen, d.h. ihre Masse und ihre Breite, ändern.

Zur Beantwortung dieser Frage müssen zwei Probleme gelöst werden: zum einen muß ein Modell entwickelt werden, welches die relevanten physikalischen Prozesse, welche die Vektormesonen in Kernmaterie erfahren, beschreibt und auf dessen Grundlage die *Spektralfunktion* des betrachteten Vektormesons berechnet werden kann. Die Spektralfunktion beschreibt die Massenverteilung eines Teilchens, enthält also sämtliche Information über seine Masse und Breite.

Zum anderen müssen Experimente entworfen werden, die sensitiv auf eventuelle Mediummodifikationen der Vektormesonen sind, so daß die Vorraussagen eines physikalischen Szenarios über die Spektralfunktion überprüft werden können. Es bieten sich dabei Experimente an, bei denen das Vektormeson im Kern z.B. durch Pionen oder Photonen erzeugt wird, aber auch in Schwerionenkollisionen herrschen günstige Bedingungen vor, da dort Kernmaterie in stark komprimierter Form vorliegt. Aufgabe der Theorie ist es, geeignete Observable zu finden und den Einfluß von Mediummodifikationen auf diese zu bestimmen.

Die ersten experimentellen Hinweise auf Modifikationen von Vektormesonen in Kernmaterie wurden von Schwerionenkollisionen geliefert [CE1, CE2, HE]: bei Kern-Kern-Kollisionen fand man, daß die auf Transportmodellen beruhenden theoretischen Vorhersagen [Ca95, Li95] bei invarianten Massen im Bereich der ρ -Masse $m_\rho = 768$ MeV die experimentellen Daten für die Produktion von Dileptonen (Elektronen- oder Myonenpaare) unterschätzen, diese bei kleineren invarianten Massen jedoch in Modellrechnungen überschätzt werden. Der Peak im Dileptonenspektrum resultiert aus der Reaktion $\pi^+ \pi^- \rightarrow e^+ e^- (\mu^+ \mu^-)$, welcher vornehmlich über das ρ -Meson als virtuellen Zwischenzustand stattfindet. Daher liegt der Peak in etwa bei der Ruhemasse des ρ -Mesons. Ist er zu kleineren invarianten Massen hin verschoben, deutet dies auf eine Massenänderung des ρ -Mesons in Kernmaterie hin (s. dazu auch [KS96]).

Als mögliche Erklärung für die beobachtete Massenabsenkung des ρ -Mesons

wurde das von Brown und Rho postulierte *Brown-Rho scaling* [BR91] betrachtet. Dieses untersucht die Konsequenzen der Restauration der chiralen Symmetrie auf die Masse von Vektormesonen.

Im Vakuum ist die chirale Symmetrie spontan gebrochen. Deswegen existiert ein Nonett von pseudoskalaren Mesonen (π, K, η) mit nichtverschwindender Masse. Eine weitere Konsequenz ist der nichtverschwindende Grundzustandserwartungswert der skalaren Quark-Antiquarkdichte (auch skalares Kondensat genannt) [Ko95, We96]: $\langle |\bar{q}q| \rangle \neq 0$. In einer Phase, in der die chirale Symmetrie restauriert ist, muß diese Größe verschwinden [We96]. Das *Brown-Rho scaling* sagt voraus, daß die Massen von Vektormesonen mit dem Erwartungswert des skalaren Kondensats skalieren:

$$m_V = m_{V_0} \left(1 - \alpha \frac{\rho}{\rho_0} \right) . \quad (1.1)$$

Als Konsequenz würde also bei endlicher Dichte die Masse abnehmen, während seine Breite unverändert bleibt. Typischerweise wird bei einfacher Kerndichte eine Massenverschiebung von etwa 15 – 20% vorhergesagt. Dieses Resultat befindet sich in Übereinstimmung mit Aussagen von *QCD Sum Rules* [Leu1, HL92] über mögliche Mediummodifikationen von Vektormesonen. In diesem Lichte kann man also die Verschiebung des ρ -Peaks im Dileptonenspektrum als Signal für eine teilweise Restauration der chiralen Symmetrie bei hohen Dichten interpretieren. Allerdings gibt es auch Modelle, die in einer chiral restaurierten Phase ein Anwachsen der ρ -Masse vorschlagen [Pi95].

Bevor man sich jedoch sicher sein kann, tatsächlich experimentelle Signaturen der Restauration der chiralen Symmetrie und damit von neuartiger Physik gefunden zu haben, ist es notwendig, zu untersuchen, welchen Einfluß konventionelle hadronische Wechselwirkungen auf die Vektormesonen haben. Der dominante Zerfallskanal des ρ -Mesons ist der Zerfall in Pionen. Die Pionen jedoch werden durch Reaktionen in Kernmaterie selbst stark modifiziert und damit ist zu erwarten, daß die Breite des ρ -Mesons nicht unverändert bleibt. In entsprechenden Rechnungen [CS92, HF93] wurde gezeigt, daß die Veränderung der Pionendynamik aufgrund von Δ -hole-Anregungen, bei denen ein Pion mit einem Nukleon in eine Δ -Resonanz streut, eine Verbreiterung des ρ -Mesons mit sich bringt, allerdings nicht zu einer Verschiebung der Masse führt. Zu einem ähnlichen Resultat gelangt auch [KW97] durch Betrachtung von ρN -Streuprozessen.

In [FP97] wurde vorgeschlagen, den Einfluß von Streuprozessen der Art $\rho N \rightarrow R$ zu untersuchen, wobei R für Resonanz steht. Solche Prozesse sind ähnlich den Δ -hole-Anregungen durch das Pion. Dies war motiviert durch die Tatsache, daß es eine ganze Reihe von Resonanzen gibt, welche stark an den ρN -Kanal koppeln [PDG]. Bei Berücksichtigung von nur zwei Resonanzen wurde in dieser Arbeit vor allem eine starke Impulsabhängigkeit der Spektralfunktion gefunden, welche in Kontrast zum *Brown-Rho scaling* steht.

Ist man experimentell in der Lage, aus der Kinematik der Dileptonen sowohl auf

Masse als auch auf Impuls des ρ -Mesons zu schließen, so kann sauber zwischen einem impulsabhängigen hadronischem Szenarium und dem impulsunabhängigen *Brown-Rho scaling* unterschieden werden.

In dieser Arbeit wird basierend auf [FP97] der Einfluß von Streuprozessen der Art $\rho N \rightarrow R$ untersucht. Dabei werden alle Resonanzen im relevanten Massenbereich $m_R < 1.9$ GeV, deren Existenz gesichert scheint (vgl. [PDG]), berücksichtigt. In einem zweiten Schritt werden dann die Modifikationen, welche von Streuprozessen eines ρ -Mesons mit mehr als einem Nukleon ausgehen, untersucht. Es stellt sich heraus, daß diese insbesondere bei hoher Kerndichte und geringen Impulsen des ρ -Mesons wichtig sind [PP98].

Obwohl die hier skizzierten Modellszenarien für die Mediumigenschaften von ρ -Mesonen sich stark voneinander unterscheiden, kann jedes von ihnen eine Erklärung der Dileptonenspektren liefern. Es wäre damit wünschenswert, andere Observable zu finden, welche klarere Hinweise auf die tatsächlich in Kernmaterie stattfindenden physikalischen Prozesse gibt.

Im zweiten Teil der Arbeit wird eine solche Observable vorgestellt und berechnet. Es ist dies die *kohärente Photoproduktion* von Vektormesonen am Kern. Kohärent heißt in hier, daß der Kern vor und nach der Reaktion im Grundzustand ist:

$$\gamma A \rightarrow V A \quad .$$

Bei Photoproduktionsprozessen kann das einlaufende Photon nur elektromagnetisch mit den Nukleonen im Kern reagieren, wird also nur unwesentlich modifiziert. Dies ist der Hauptvorteil, den die Photoproduktion gegenüber der Pionproduktion, also der Produktion von Vektormesonen durch ein Pion, bietet. Das Pion wird nämlich selbst stark modifiziert und ein Modell für die Pionmodifikation ist notwendig, um Informationen über die Vektormesonen zu erhalten. Ein Nachteil ist der im Vergleich zur Pionproduktion allerdings relativ kleine Wirkungsquerschnitt. Als elektromagnetischer Prozeß ist er gegenüber pioninduzierten Prozessen um einen Faktor $\alpha^2 \approx 10^{-4}$ unterdrückt.

Die kohärente Photoproduktion wird als Observable gewählt, da es möglich ist, diesen Prozeß quantenmechanisch exakt zu beschreiben. Als Näherung geht dabei die sogenannte *impulse approximation* ein, welche besagt, daß das Photon nur mit einem Nukleon reagiert. Inklusive Querschnitte, d.h. Prozesse der Art

$$\gamma A \rightarrow V X \quad ,$$

sind hingegen aufgrund der großen Anzahl möglicher Endzustände nicht quantenmechanisch exakt, sondern nur im Rahmen von Transportmodellen zu beschreiben. Der Preis, den man für die quantenmechanisch exakte Rechnung zahlen muß, ist ein im Vergleich zu inklusiven Querschnitten wesentlich kleinerer Wirkungsquerschnitt.

Bei der Berechnung der Produktionsamplitude der kohärenten Photoproduktion von Vektormesonen kann auf einen bereits existierenden Code zur Berechnung

der Photoproduktion von pseudoskalaren Mesonen (π, η) [PL98] zurückgegriffen werden. Als Modell für die Produktion am Nukleon wird ein einfaches Bosonen-Austausch-Modell verwendet, welches von [FS97, JK64] vorgeschlagen wurde. Dieses Modell erlaubt eine qualitative Beschreibung der experimentellen Daten zur Reaktion $\gamma N \rightarrow V N$.

Das so produzierte Vektormeson ist kein freies Teilchen, sondern es erfährt zahlreiche Wechselwirkungen mit den restlichen Nukleonen, welche im Kern gebunden sind. Da die Nukleonendichte ρ in Atomkernen im Bereich $0.5 \rho_0 < \rho < \rho_0$ liegt, kann man erwarten, daß durch diese Wechselwirkungen das Vektormeson seine Eigenschaften merklich verändert, also z.B. leichter wird oder eine kürzere Lebensdauer bekommt. Diese Änderungen geben Anlaß zu Veränderungen der Produktionsquerschnitte. Die Frage ist dann, ob sich die Querschnitte in Struktur und Größe so ändern, daß es zu meßbaren Effekten kommt, welche das Verständnis über die Mediummodifikationen der Vektormesonen bereichern können.

Sowohl für das ρ - als auch für das ω -Meson wurden in dieser Arbeit deshalb die Effekte von verschiedenen In-Medium-Modifikationen der Vektormesonen untersucht und deren Einfluß auf die Produktionsquerschnitte bestimmt.

Kapitel 2

Spektralfunktion

Im Vakuum kann das ρ -Meson in guter Näherung als Quasiteilchen mit einer Masse von 768 MeV und einer Zerfallsbreite von 150 MeV beschrieben werden. Die Breite des ρ -Mesons rührt im wesentlichen von seiner Kopplung an Pionen: $\rho \rightarrow \pi\pi$. Es gibt daneben noch eine Reihe weiterer Zerfallskanäle, z.B. den Zerfall in Dileptonen, der jedoch als elektromagnetischer Prozeß um einen Faktor α^2 unterdrückt ist, wobei α die Stärke der elektromagnetischen Kopplung ist: $\alpha = \frac{1}{137}$.

Befindet sich das ρ statt im Vakuum in Kernmaterie, d.h. in einem als unendlich groß angenommenen System aus Nukleonen, so können sich seine Eigenschaften (Masse, Breite) durch Wechselwirkungen mit den Nukleonen ändern.

Die wichtigsten Zerfallsprodukte des ρ , die Pionen, koppeln stark an Nukleonen, was zu einer deutlichen Modifizierung der Pionendynamik in Kernmaterie führt (Δ -Hole-Modell). Daraus ergeben sich wiederum veränderte Zerfallseigenschaften des ρ -Mesons. In einer Arbeit, die solche Prozesse untersucht hat, wurde tatsächlich eine starke Verbreiterung des ρ -Mesons gefunden [CS92, HF93]

Eine weitere Klasse von möglichen physikalischen Prozessen ist die Streuung von ρ -Mesonen an Nukleonen in Resonanzen [FP97]:

$$\rho N \rightarrow R \tag{2.1}$$

In den folgenden Kapiteln soll untersucht werden, inwieweit Streuprozesse, bei welchen eine Nukleonresonanz angeregt wird, die In-Medium-Eigenschaften des ρ -Mesons ändern. Da bei solchen Reaktionen eine Resonanz erzeugt wird und ein Nukleon-Loch im Fermisee zurückbleibt, werden sie als Resonanz-Loch-Anregungen bezeichnet.

Wie im folgenden motiviert wird, ist die Spektralfunktion A eines Teilchens eine geeignete Größe, um Eigenschaften wie Masse und Breite zu beschreiben.

In diesem Kapitel sollen zunächst in einem einführenden Beispiel die Konsequenzen der ρN -Streuung anhand eines einfachen Modells studiert werden. Es folgen die Definition der Spektralfunktion und eine Diskussion einiger ihrer Eigenschaften.

2.1 Beispiel

In einer freien Theorie ohne Wechselwirkungen hat der kausale oder Feynman-Propagator eines spinlosen, stabilen Teilchens der Masse m die Form [PS]:

$$D_o(q) = \frac{1}{q^2 - m^2 + i\epsilon} . \quad (2.2)$$

Man sieht, daß er Pole bei $q_0 = \pm\sqrt{m^2 + \vec{q}^2}$ besitzt.

Es soll nun untersucht werden, wie sich die Eigenschaften des Teilchens in Kernmaterie durch hadronische Wechselwirkungen ändern. Diese Wechselwirkungen führen zu einer Selbstenergie Σ , die im allgemeinen sowohl Real- als auch Imaginärteil besitzt. Der freie Propagator wird durch die Selbstenergie gemäß der Dyson-Schwinger-Gleichung modifiziert, die einer Aufsummierung von unendlich vielen Selbstenergiebeiträgen entspricht [PS]:

Dies ist äquivalent zu folgender Gleichung:

$$\begin{aligned} D &= D_o - D_o \Sigma D_o + D_o \Sigma D_o \Sigma D_o - \dots \\ &= D_o - D_o \Sigma D \\ \Rightarrow D &= \frac{D_o}{1 + D_o \Sigma} \\ &= \frac{1}{q^2 - m^2 + \Sigma} . \end{aligned} \quad (2.3)$$

Man kann aus dieser Darstellung des Propagators erkennen, daß der Realteil von Σ den Pol des Propagators verschiebt, so daß im allgemeinen durch die Selbstenergie die Masse des Teilchens modifiziert wird. Allgemein ist die Masse definiert als die Nullstelle des Nenners des Realteils des Propagators:

$$\left(q^2 - m^2 + \text{Re } \Sigma(q^2) \right) \Big|_{q^2=m_{phys}^2} = 0 . \quad (2.4)$$

Ein endlicher Imaginärteil der Selbstenergie hingegen verschiebt den Pol in die komplexe Ebene. Durch Fouriertransformation kann man leicht sehen, daß der Propagator dann in der Zeit exponentiell gedämpft wird. Das durch ihn beschriebene Teilchen ist nicht stabil und hat nur eine endliche Lebensdauer:

$$D(t) \sim \int d\omega \frac{e^{i\omega t}}{q^2 - m^2 + i m \Gamma} \sim e^{-\Gamma t} . \quad (2.5)$$

Im folgenden soll $\Sigma(q^2)$ folgende Struktur haben [FS97]:

$$\Sigma(q^2) = -f \frac{q^2 M^2}{q^2 - M^2} \quad . \quad (2.6)$$

Die Selbstenergie hat also einen Pol bei der Masse M und ihr Imaginärteil ist infinitesimal klein, so daß nach (2.4) und (2.5) eine Modifizierung der Masse, aber keine Verbreiterung zu erwarten ist. M ist die Energieskala, in der die Wechselwirkung die Eigenschaften des Teilchens stark beeinflußt. Nur wenn das q^2 des Teilchens in der Größenordnung von M^2 ist, kann die Selbstenergie groß werden. Das impliziert, daß die Eigenschaften des Teilchens dann am stärksten durch die Wechselwirkung verändert werden, wenn die Masse des Teilchens m in etwa gleich M ist, so daß das Teilchen nicht zu weit abseits der Massenschale (*off-shell*) sein muß, um die zur Selbstenergie beitragenden Prozesse anregen zu können. Das q^2 im Zähler kann aus einer impulsabhängigen Kopplung folgen. Der Faktor M^2 tritt dann aus Dimensiongründen auf (die Kopplungskonstante f soll dimensionslos sein). Ebenso könnte im Zähler auch einfach ein M^4 stehen.

Durch eine solche Selbstenergie bekommt der Propagator zwei Pole $q_{A(B)}^2$, die sich aus den beiden Nullstellen des Nenners ergeben (2.4).

$$(q^2 - m^2 + \Sigma)|_{q^2=q_{A(B)}^2} = 0 \quad . \quad (2.7)$$

Weil der Nenner des Propagators zwei Nullstellen hat, ist es möglich, ihn mittels einer Partialbruchzerlegung als Summe von zwei Einteilchen-Propagatoren zu schreiben:

$$D = \frac{Z_A}{q^2 - q_A^2} + \frac{Z_B}{q^2 - q_B^2} \quad . \quad (2.8)$$

Man kann dies wie folgt interpretieren: Durch die Wechselwirkung besitzt das Teilchen nun zwei Anregungszustände mit den Massen $\sqrt{q_A^2}$ und $\sqrt{q_B^2}$. Die Z_i sind ein Maß für die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen in einer von beiden Anregungsmoden propagiert. Sie werden auch als *Stärke* bezeichnet.

Bevor wir uns nun etwas näher mit den Eigenschaften der beiden Lösungen $q_{A(B)}^2$ beschäftigen, soll noch bemerkt werden, daß nicht jede Selbstenergie zu einer solchen Modifikation des Propagators führt: Z.B. ist es bei einer Selbstenergie, die nicht die obige Polstruktur hat, sondern nur proportional zu q^2 ist, nicht möglich, den Propagator als Summe von zwei Einteilchen-Propagatoren umzuschreiben, weil dann (2.7) nicht quadratisch, sondern linear in q^2 ist und folglich nur eine Lösung hat. Eine solche Selbstenergie führt lediglich zu einer Verschiebung der Masse und, falls sie einen nichtverschwindenden Imaginärteil besitzt, zu einer Verbreiterung.

Die Größen Z_i sind so zu wählen, daß (2.8) wirklich den vollen Propagator ergibt:

$$Z_i = D(q^2) (q^2 - q_i^2)|_{q^2=q_i^2} \quad . \quad (2.9)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß das Teilchen mit einer der beiden Massen propagiert, ist 1. Deshalb sollte gelten:

$$\sum_i Z_i = 1 \quad . \quad (2.10)$$

Man kann unter der Annahme, daß $m \ll M$ ist, einfache Ausdrücke für die Massen des Systems und die Stärken Z_i finden. Die Lösungen zeigen einige wichtige Eigenschaften, die im Fortgang dieses Kapitels noch relevant sein werden. Mit der genannten Annahme erhält man als Lösung von (2.7):

$$\begin{aligned} q_A^2 &= M^2 (1 + f^2) \quad , \\ q_B^2 &= \frac{m^2}{1 + f^2} \quad . \end{aligned}$$

Dabei wurde alle Terme der Ordnung $O\left(\frac{m^2}{M^2}\right)$ vernachlässigt. Die Stärke in beiden Ästen ist in dieser Ordnung dann gemäß (2.9):

$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{(q^2 - M^2)(q^2 - q_A^2)}{(q^2 - M^2)(q^2 - m^2) - f q^2 M^2} \Big|_{q^2=q_A^2} \\ &= \frac{(q^2 - M^2)(q^2 - q_A^2)}{(q^2 - q_A^2)(q^2 - q_B^2)} \Big|_{q^2=q_A^2} \\ &= \frac{q_A^2 - M^2}{q_A^2 - q_B^2} \\ &= \frac{f^2}{1 + f^2} \quad . \end{aligned}$$

Genauso erhält man für Z_B :

$$Z_B = \frac{1}{1 + f^2} \quad .$$

Man sieht, daß die Z_i tatsächlich der Forderung (2.10) genügen. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß es allgemein möglich ist, eine solche Summenregel, die die Teilchenzahlerhaltung zum Ausdruck bringt, zu formulieren.

Als ein weiteres interessantes Ergebnis findet man, daß die Pole umso weiter auseinanderliegen, je größer die Kopplungskonstante f ist. Bei $f = 0$ verschwindet die Selbstenergie und es gibt nur noch einen Pol bei $q^2 = m^2$. Bei kleinen Kopplungen liegen die Pole bei Werten von q^2 , die etwas kleiner als m^2 bzw. etwas größer als M^2 sind. Dies ist ein Beispiel für die als *level - repulsion* bekannte Tatsache, daß unter dem Einfluß einer Wechselwirkung die Abstände zwischen den einzelnen Energielevels größer sind als im nichtwechselwirkenden freien System. Sieht man sich abschließend noch die Verteilung der Stärke in den beiden Ästen $q_{A(B)}^2$ an, so stellt man fest, daß erst für $f > 1$ mehr Stärke im höher liegenden Ast ist. In einem der folgenden Kapitel wird gezeigt, daß die Stärke der Kopplung

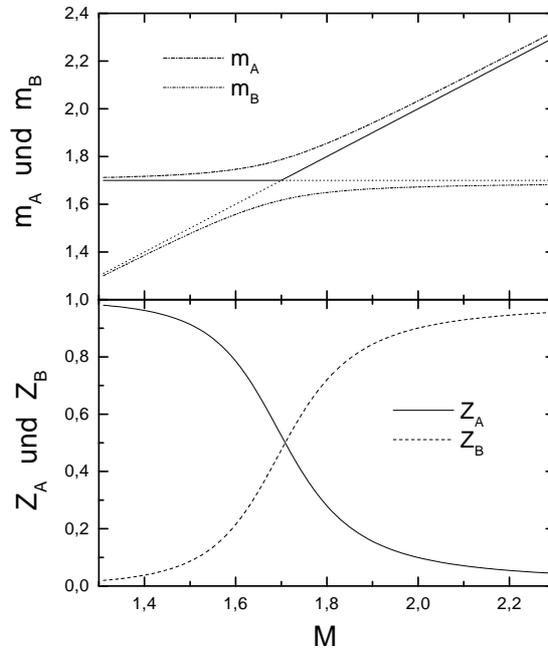


Abbildung 2.1: Oben: Lage der Pole als Funktion von M . Die beiden inneren Linien sind für den Fall $f = 0$, die äußeren für $f = 0.1$. Unten: Relative Stärke in den beiden Ästen als Funktion von M .

mit der Nukleonendichte ρ in Kernmaterie skaliert. ρ ist in der Größenordnung von $\rho = 10^{-3} \text{ GeV}^3$. Damit ist die Kopplung wesentlich kleiner als 1, so daß in Übereinstimmung mit den zuvor angestellten Überlegungen die Eigenschaften des Teilchens für den Fall $m \ll M$ nur unwesentlich modifiziert werden.

Es sind nicht nur die Fälle interessant, in denen $m \ll M$ gilt, sondern insbesondere auch diejenigen, bei denen die beiden Massen in der selben Größenordnung liegen, denn gerade dann sollten die Eigenschaften des Teilchen durch die Wechselwirkung am stärksten modifiziert werden. Man kann die quadratische Gleichung in q^2 auch ohne die Näherung $m \ll M$ analytisch lösen, allerdings sind die so erhaltenen Ausdrücke nicht sehr instruktiv. Es ist lehrreicher, die Lage der Äste sowie die relative Stärke in den Ästen als Funktion der Masse M graphisch zu veranschaulichen.

In Abb. 2.1 ist oben die Lage der Pole als Funktion von M aufgetragen. Als Parameter wurden $m = 1.7 \text{ GeV}$ und $f = 0.1$ gewählt. Man sieht, daß für $f = 0$ die beiden Lösungen $q^2(M)$ einen Knick bei $M = 1.7 \text{ GeV}$ haben. Bei nicht ver-

schwindender Kopplungskonstante f kann man sehr schön die *level – repulsion* erkennen. Die Lösungen sind dergestalt, daß sie immer weiter voneinander entfernt sind als im freien Fall $f = 0$. Unten ist die Stärke in den beiden Ästen als Funktion der Masse M der Wechselwirkung aufgetragen. Man sieht, daß immer mehr Stärke in dem Ast ist, der bei $q^2 \approx 1.7$ GeV liegt, also für $M < 1.7$ GeV im oberen und für $M > 1.7$ GeV im unteren Ast. Die Stärke im jeweils anderen Ast ist umso größer, je näher seine Masse an 1.7 GeV ist und bei $M = 1.7$ sind beide Äste mit der gleichen Wahrscheinlichkeit besetzt. Auch die Summenregel (2.10) ist immer erfüllt.

2.2 Spektralfunktion skalarer Teilchen

In dieser Arbeit soll die Massenverteilung von ρ -Mesonen in Kernmaterie berechnet werden. Wie im weiteren gezeigt wird, gibt es eine Funktion, die sämtliche Information über die Massenverteilung eines Teilchen besitzt, die Spektralfunktion $A(q)$.

Sie ist definiert als

$$A(q) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} D^{RET}(q) \quad , \quad (2.11)$$

wobei $D^{RET}(q)$ der retardierte Propagator ist [FW, KB]. Er kann nicht mit Hilfe von Feynman-Diagrammen berechnet werden, weil diese nur zur Auswertung von Erwartungswerten zeitgeordneter Produkte von Feldoperatoren angewandt werden können, $D(q)^{RET}$ aber nicht als zeitgeordnetes Produkt definiert ist (s. Kapitel (2.2.1)) [PS].

Es läßt sich aber zeigen, daß in dem uns interessierenden Fall eines einzelnen Rho in Kernmaterie der Feynman-Propagator und der retardierte Propagator für Energien $E > 0$ identisch sind und man deshalb die Spektralfunktion auch aus dem Imaginärteil des Feynman-Propagators berechnen kann.

Der folgende Abschnitt befaßt sich mit den verschiedenen Propagatoren oder Greenfunktionen einer skalaren Feldtheorie. Nach der Definition der Propagatoren wird ein Ausdruck für die Spektralfunktion abgeleitet, aus dem einige ihrer Symmetrieeigenschaften abgelesen werden können. Außerdem wird eine Summenregel für die Spektralfunktion bewiesen.

Um eine anschauliche Interpretation der Spektralfunktion zu geben, werden zunächst die freien Propagatoren im Impulsraum berechnet. Unter Zuhilfenahme eines einfachen Ausdrucks für den vollen Propagator, der auf seinen Analytizitätseigenschaften beruht (Lehmann-Darstellung), wird schließlich die Spektralfunktion in Beziehung gesetzt zu der Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit der Masse m propagiert.

2.2.1 Definition und Symmetrieeigenschaften

In einer skalaren Feldtheorie verwendet man vier verschiedene Propagatoren. Sie sind wie folgt definiert, wobei der Erwartungswert immer bezüglich des Vakuumzustands der Theorie zu bilden ist [FW, PS]:

1) retardierter Propagator $D^{RET}(x, y)$

$$D^{RET}(x - y) = -i \theta(x_0 - y_0) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \quad , \quad (2.12)$$

2) avancierter Propagator $D^{AV}(x, y)$

$$D^{AV}(x - y) = i \theta(y_0 - x_0) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \quad , \quad (2.13)$$

3) kausaler Propagator oder Feynman-Propagator $D^F(x, y)$

$$D^F(x, y) = -i \langle T(\phi(x)\phi(y)) \rangle \quad , \quad (2.14)$$

4) antikausaler Propagator $D^A(x, y)$

$$D^A(x, y) = i \langle \bar{T}(\phi(x)\phi(y)) \rangle \quad . \quad (2.15)$$

T ist der Zeitordnungsoperator. Angewandt auf n Felder ordnet er diese so an, daß das Feld mit dem kleinsten Zeitargument ganz rechts und das mit dem größten ganz links steht. Damit ergibt sich für den Feynman-Propagator folgende Form:

$$D^F(x, y) = \begin{aligned} & -i \theta(x_0 - y_0) \langle \phi(x)\phi(y) \rangle \\ & -i \theta(y_0 - x_0) \langle \phi(y)\phi(x) \rangle \quad . \end{aligned}$$

Der \bar{T} -Operator ordnet die Felder in genau der umgekehrten Reihenfolge wie der T -Operator an.

Für die Spektralfunktion ergibt sich damit (s. (2.11)):

$$A(q) = \frac{-1}{2\pi i} (D^{RET}(q) - (D^{RET}(q))^*) \quad . \quad (2.16)$$

In der folgenden Diskussion wird vorausgesetzt, daß das Feld $\phi(x)$ reell ist. Dann kann $A(q)$ für reelle q in eine Form umgeschrieben werden, aus der einige Symmetrien der Spektralfunktion leicht abgelesen werden können:

$$\begin{aligned} D^{RET}(q) &= \int d^4(x - y) e^{iq(x-y)} (-i) \theta(x_0 - y_0) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \quad , \\ (D^{RET}(q))^* &= \int d^4(x - y) e^{-iq(x-y)} (i) \theta(x_0 - y_0) \langle [\phi(y), \phi(x)] \rangle \\ &= \int d^4(x - y) e^{iq(x-y)} (i) \theta(y_0 - x_0) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \quad . \end{aligned}$$

Im ersten Schritt wurde dabei benutzt, daß für reelle Felder $\phi(x)$

$$\begin{aligned}\langle g | [\phi(x), \phi(y)] | g \rangle^* &= \langle g | [\phi(x), \phi(y)]^\dagger | g \rangle \\ &= \langle g | [\phi(y), \phi(x)] | g \rangle\end{aligned}\quad (2.17)$$

gilt. $|g\rangle$ bezeichnet den Grundzustand der Theorie. Im zweiten Schritt wurde $\langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle = f((x-y)^2)$ benutzt. Dies folgt direkt aus der Translationsinvarianz des Vakuums. (2.16) wird dann zu [FW, KB]:

$$\begin{aligned}A(q) &= \frac{-1}{2\pi i} \int d^4(x-y) e^{iq(x-y)} (-i) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \mathcal{FT} \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle\end{aligned}\quad (2.18)$$

Jetzt und im folgenden bezeichnet \mathcal{FT} eine Fouriertransformation. Daraus folgen nun einige Symmetrieeigenschaften der Spektralfunktion:

1) *antisymmetrisch in x und y* :

$$A(x, y) = -A(y, x) \quad , \quad (2.19)$$

2) *antisymmetrisch in q* :

$$\begin{aligned}A(q) &= \int d^4x e^{iqx} A(x, 0) \\ &= - \int d^4x e^{i(-q)(-x)} A(-x, 0) \\ &= -A(-q) \quad ,\end{aligned}\quad (2.20)$$

3) *symmetrisch in \vec{q}* bei räumlicher Isotropie des Systems. A ist eine skalare Funktion. Es gibt keinen Vektor, der zusammen mit \vec{q} einen Skalar bilden könnte.

4) unter obiger Voraussetzung *antisymmetrisch in ω* :

$$A(q_o, \vec{q}) = -A(-q_o, \vec{q}) \quad . \quad (2.21)$$

2.2.2 Summenregel

In diesem Unterkapitel soll eine Summenregel für skalare Felder abgeleitet werden. Zur Ableitung werden zwei Eigenschaften der Theorie benutzt: der Zusammenhang zwischen dem kanonisch konjugierten Impuls $\pi(x)$ und der Zeitableitung des Feldes $\phi(x)$ [PS]:

$$\begin{aligned}\pi(x) &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_o \phi(x))} \\ &= \partial_o \phi(x) \quad ,\end{aligned}\quad (2.22)$$

außerdem der gleichzeitige Kommutator des Feldimpulses $\pi(x)$ mit dem Feld $\phi(x)$ [PS]:

$$[\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)] = i \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad . \quad (2.23)$$

Mit diesen beiden Relationen kann man nun allgemein zeigen, daß es eine Summenregel für die Spektralfunktion eines skalaren Feldes gibt, welche die Teilchenzahlerhaltung zum Ausdruck bringt [Leu2]:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^4x dq_o e^{-i\vec{q}\vec{x}} \frac{1}{i} (\partial_{x_o} e^{iq_o x_o}) \langle [\phi(x), \phi(0)] \rangle \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^4x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \frac{1}{i} \partial_{x_o} 2\pi \delta(x_o) \langle [\phi(x), \phi(0)] \rangle \\
&= i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} dx_o \delta(x_o) \partial_{x_o} \langle [\phi(x), \phi(0)] \rangle \\
&\stackrel{(2.22)}{=} i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle [\pi(0, \vec{x}), \phi(0)] \rangle \\
&\stackrel{(2.23)}{=} \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \delta(\vec{x}) \\
&= 1 \quad .
\end{aligned}$$

Im Fortlauf dieser Arbeit werden wir uns noch einmal mit Summenregeln beschäftigen, dann aber mit Summenregeln für Spektralfunktionen von Spin-1-Feldern.

2.2.3 Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Im diesem Abschnitt soll eine anschauliche Interpretation der Spektralfunktion als Massenverteilung eines Quasiteilchens motiviert werden. Dazu werden zunächst Ausdrücke für die verschiedenen freien Propagatoren im Impulsraum abgeleitet. Dann wird gezeigt, wie aus Analytizitätsgründen ein relativ einfacher Ausdruck für den Propagator einer wechselwirkenden Theorie folgt. Mit Hilfe der Darstellung der freien Propagatoren wird schließlich die gewünschte Interpretation der Spektralfunktion möglich sein.

Aus den oben gegebenen Definitionen (2.12-2.15) der verschiedenen Propagatoren kann man die bekannte Darstellung der freien Propagatoren im Impulsraum durch Einsetzen der Normalmodenentwicklung ableiten. Als Beispiel soll der retardierte Propagator für ein freies, ungeladenes, skalares Feld berechnet werden. Die Rechnungen für die anderen Propagatoren verlaufen analog.

Die Normalmodenentwicklung eines freien, skalaren Feldes ist [PS]:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_k}} \left\{ a^\dagger(k) e^{iE_k x_o} e^{-i\vec{k}\vec{x}} + a(k) e^{-iE_k x_o} e^{i\vec{k}\vec{x}} \right\} \quad . \quad (2.24)$$

Um die kanonischen Kommutatorrelationen

$$[\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)] = i \delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad (2.25)$$

zu erfüllen, sind die Operatoren a und a^\dagger so definiert, daß gilt:

$$[a(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p}')] = (2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{p}') \quad (2.26)$$

Außer der Normalmodenentwicklung braucht man eine Fourierdarstellung der θ -Funktion:

$$\begin{aligned} e^{-iE(x_o - y_o)} \theta(x_o - y_o) &= +i \int \frac{dk_o}{2\pi} \frac{e^{-ik_o(x_o - y_o)}}{k_o - E + i\epsilon} \quad , \\ e^{+iE(x_o - y_o)} \theta(y_o - x_o) &= -i \int \frac{dk_o}{2\pi} \frac{e^{-ik_o(x_o - y_o)}}{k_o + E - i\epsilon} \quad , \\ e^{+iE(x_o - y_o)} \theta(x_o - y_o) &= +i \int \frac{dk_o}{2\pi} \frac{e^{-ik_o(x_o - y_o)}}{k_o + E + i\epsilon} \quad , \\ e^{-iE(x_o - y_o)} \theta(y_o - x_o) &= -i \int \frac{dk_o}{2\pi} \frac{e^{-ik_o(x_o - y_o)}}{k_o - E - i\epsilon} \quad . \end{aligned}$$

Damit kann man mit Hilfe der Definition des retardierten Propagators (2.12) seine Impulsraumdarstellung berechnen:

$$\begin{aligned} D^{RET}(x, y) &= -i \theta(x_o - y_o) \langle [\phi(x), \phi(y)] \rangle \\ &= -i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_k} \theta(x_o - y_o) \times \\ &\quad \times \{ e^{iE_k(x_o - y_o)} e^{-ik(\vec{x} - \vec{y})} - e^{-iE_k(x_o - y_o)} e^{ik(\vec{x} - \vec{y})} \} \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ik(x-y)} \frac{1}{2E_k} \left(\frac{1}{k_o - E + i\epsilon} - \frac{1}{k_o + E + i\epsilon} \right) \\ &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ik(x-y)} \frac{1}{k_o^2 - E_k^2 + \text{sgn}(k_o) i\epsilon} \end{aligned}$$

Die anderen Propagatoren haben folgende Darstellung im Impulsraum:

$$\begin{aligned} D^F(k) &= \frac{1}{k_o^2 - E_k^2 + i\epsilon} \quad , \\ D^A(k) &= \frac{1}{k_o^2 - E_k^2 - i\epsilon} \quad , \\ D^{AV}(k) &= \frac{1}{k_o^2 - E_k^2 - \text{sgn}(k_o) i\epsilon} \quad . \end{aligned}$$

Die bisher abgeleiteten Propagatoren beschreiben nichtwechselwirkende Teilchen. Der Propagator einer wechselwirkenden Theorie hat in der Lehmann-Darstellung [PS, LB] folgende Form:

$$D(z) = \int_0^\infty ds \rho(s) \frac{1}{z - s} \quad . \quad (2.27)$$

Dabei ist z eine komplexe Variable. Die vier Propagatoren folgen durch geeignete Grenzwertbildung aus (2.27), so ist z.B.

$$D^{RET}(q^2) = \lim_{z \rightarrow q^2 + i\epsilon \operatorname{sgn}(q_0)} D(z) \quad . \quad (2.28)$$

Die physikalische Interpretation dieser Darstellung ist die, daß der volle Propagator eines Teilchens eine Summe von freien Propagatoren mit den Massen $m = \sqrt{s}$ ist. Die Funktion $\rho(s)$ gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß das Teilchen mit der Masse s propagiert, steht also damit in enger Beziehung zu der Größe Z aus dem vorherigen Kapitel (s. (2.9)). Die Spektralfunktion der wechselwirkenden Theorie kann nun unter Ausnutzung ihrer Definitionsgleichung (2.16) aus (2.27) ausgerechnet und in Beziehung zu $\rho(s)$ gebracht werden:

$$\begin{aligned} A(k^2) &= -\operatorname{Im} \lim_{z \rightarrow q^2 + i\epsilon \operatorname{sgn}(q_0)} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \rho(s) \frac{1}{z-s} \\ &= -\operatorname{Im} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \left\{ P \left(\frac{1}{k^2-s} \right) \rho(s) - i \pi \operatorname{sgn}(k_0) \delta(k^2-s) \rho(s) \right\} \\ &= \operatorname{sgn}(k_0) \theta(k^2) \rho(k^2) \quad . \end{aligned}$$

Im zweiten Schritt wurde dabei die algebraische Relation

$$\frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon \operatorname{sgn} k_0} = P \left(\frac{1}{k^2 - m^2} \right) - i \pi \operatorname{sgn} k_0 \delta(k^2 - m^2) \quad (2.29)$$

benutzt. P bezeichnet den Hauptwert des Ausdrucks. Damit ist eine anschauliche Interpretation der Spektralfunktion gefunden: Sie ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß das beschriebene Teilchen mit der Masse $m^2 = k^2$ propagiert.

Mit Hilfe von (2.27) sieht man nun, daß für $k_0 > 0$ der Imaginärteil des Feynman-Propagators gleich dem Imaginärteil des retardierten Propagators ist und man deshalb die Spektralfunktion mit den üblichen Rechentechniken ausrechnen kann:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} D^F(k^2) &= -\operatorname{Im} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \rho(s) \frac{1}{k^2 - s + i\epsilon} \\ &= -\operatorname{Im} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \left\{ P \left(\frac{1}{k^2 - s} \right) \rho(s) - i \pi \delta(k^2 - s) \rho(s) \right\} \\ &= \theta(k^2) \rho(k^2) \\ &= \operatorname{sgn}(k_0) A(k^2) \quad . \end{aligned}$$

Zum Abschluß sollen nun noch zwei weitere Bemerkungen gemacht werden. Zum einen kann ein Zusammenhang zwischen retardiertem und kausalem Propagator nur dann hergestellt werden, wenn sich in dem betrachteten System genau ein Teilchen der untersuchten Teilchensorte aufhält. Dies rührt daher, daß nach

Einsetzen der Normalmodenentwicklung im Feynmanpropagator Terme proportional zu N , dem Teilchenzahloperator, auftreten. Dies führt dazu, daß der Imaginärteil des Feynman-Propagators Terme enthält, die proportional zur Verteilungsfunktion sind. Zum Beispiel enthält der kausale Propagator für ein System von Nukleonen Terme, die proportional zur Fermiverteilung der Nukleonen sind (s. (4.31)).

Als letztes soll an dem zur Einführung gegebenen Beispiel, für das im ersten Abschnitt dieses Kapitels eine Summenregel $\sum_i Z_i = 1$ nachgerechnet wurde, die im vorherigen Abschnitt abgeleitete Summenregel (2.24) überprüft werden. Der retardierte Propagator des dort behandelten Systems hat die Form (2.8,2.12):

$$D = \frac{Z_A}{q^2 - q_A^2 + i\epsilon \operatorname{sgn} p_o} + \frac{Z_B}{q^2 - q_B^2 + i\epsilon \operatorname{sgn} p_o} \quad . \quad (2.30)$$

Wegen der algebraischen Identität (2.29) ist die Spektralfunktion gegeben durch:

$$A(q) = Z_A \operatorname{sgn} q_o \delta(q^2 - q_A^2) + Z_B \operatorname{sgn} q_o \delta(q^2 - q_B^2) \quad . \quad (2.31)$$

Damit wird die Summenregel (2.24) zu:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A(q_o, \vec{q}) &= \int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o \operatorname{sgn} q_o \left\{ Z_A \delta(q_o^2 - \vec{q}^2 - q_A^2) + Z_B \delta(q_o^2 - \vec{q}^2 - q_B^2) \right\} \\ &= q_o \operatorname{sgn} q_o \left\{ \frac{2 Z_A}{2 |q_o|} + \frac{2 Z_B}{2 |q_o|} \right\} \\ &= Z_A + Z_B \\ &= 1 \quad . \end{aligned}$$

2.3 Propagatoren von Vektormesonen

In den vorangegangenen Kapiteln wurden Definition und Eigenschaften von Spektralfunktionen skalarer Teilchen angegeben und diskutiert. Ziel dieser Arbeit ist jedoch die Berechnung der Spektralfunktion von Vektormesonen, welche den Spin $S = 1$ tragen. In den nächsten beiden Kapiteln soll zu diesem Zweck die Spektralfunktion von Vektormesonen eingeführt werden. Dazu muß insbesondere die Lorentzstruktur des ρ -Propagators sowohl im Vakuum als auch in Kernmaterie geklärt werden. Man wird dann sehen, daß sich die Spektralfunktion für Vektormesonen in Analogie zum skalaren Fall definieren läßt. Zum Abschluß dieses Kapitels wird dann eine Summenregel für Spin-1-Teilchen abgeleitet.

2.3.1 Lorentzstruktur: Vakuum

Der Propagator eines stabilen Spin-1-Teilchens der Masse m_o ist gegeben durch [HM]:

$$D_o^{\mu\nu}(q) = \frac{-(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m_o^2})}{q^2 - m_o^2}$$

$$= \frac{-(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2})}{q^2 - m_o^2} + \frac{1}{m_o^2} \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \quad , \quad (2.32)$$

m_o ist dabei die Masse, die das Teilchen ohne Wechselwirkungen hat. Sie wird im folgenden als nackte Masse bezeichnet. Wenn nicht anders erwähnt, soll von nun an mit Propagator stets der Feynman-Propagator gemeint sein. Im letzten Schritt wurde der Propagator aufgespalten in einen transversalen und einen longitudinalen Beitrag:

$$D_o^{\mu\nu}(q) = T^{\mu\nu}(q) D_o^T(q) + L^{\mu\nu}(q) D_o^L(q) \quad . \quad (2.33)$$

$T(q)$ und $L(q)$ sind Projektoren auf Zustände transversal und longitudinal zu q_μ . Sie sind definiert durch:

$$\begin{aligned} q_\mu T^{\mu\nu}(q) &= 0 \quad , \\ L^{\mu\nu}(q) &= g^{\mu\nu} - T^{\mu\nu}(q) \quad . \end{aligned}$$

Außerdem müssen sie die üblichen Projekteigenschaften erfüllen:

$$T L = 0, \quad T^2 = T, \quad L^2 = L \quad . \quad (2.34)$$

Aus diesen Bedingungen folgt:

$$T^{\mu\nu}(q) = g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \quad , \quad (2.35)$$

$$L^{\mu\nu}(q) = \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \quad . \quad (2.36)$$

Im allgemeinen wird die Kopplung eines massiven Spin-1-Teilchens an Elektronen oder Hadronen so beschrieben wie die Kopplung von Photonen an diese Freiheitsgrade. Photonen können nur an erhaltene Ströme koppeln, was direkt aus den Bewegungsgleichungen für das elektromagnetische Feld hervorgeht:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu \quad . \quad (2.37)$$

Dabei ist $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Die Bewegungsgleichungen sind außerdem invariant unter einer Eichtransformation

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \chi \quad , \quad (2.38)$$

wie man leicht durch Einsetzen sehen kann.

In einer Feldtheorie beruht ein erhaltener Strom auf der Invarianz der zugrunde liegenden Lagrangedichte für die betrachteten Teilchen unter einer globalen Phasentransformation. Dies ist z.B. für Nukleonen bzw. Nukleonresonanzen erfüllt:

$$\bar{\psi} e^{-i\alpha} (\partial_\mu \gamma^\mu - m) e^{i\alpha} \psi = \bar{\psi} (\partial_\mu \gamma^\mu - m) \psi \quad (2.39)$$

Es scheint daher sinnvoll zu sein, ρ -Mesonen nur an erhaltene Ströme, also in Analogie zu den Photonen, an die Baryonen zu koppeln. Andererseits erzwingt die Kopplung an erhaltene Ströme, daß das Vektormesonfeld vierertransversal ist. Die Bewegungsgleichung für massive Spin-1-Felder lautet nämlich:

$$\partial_\mu \rho^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = j^\nu \quad .$$

Dabei ist $\rho^{\mu\nu}$ in Analogie zum elektromagnetischen Feld definiert: $\rho^{\mu\nu} = \partial^\mu \rho^\nu - \partial^\nu \rho^\mu$. ρ^μ beschreibt das Vektormesonfeld. Bildet man nun auf beiden Seiten die Divergenz dieses Ausdrucks, so folgt:

$$\begin{aligned} \partial_\nu \partial_\mu F^{\mu\nu} + \partial_\nu m^2 A^\nu &= \partial_\nu j^\nu \\ \Rightarrow \partial_\nu A^\nu &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (2.40)$$

d.h. das Vektormesonfeld ist vierertransversal. Durch das Auftreten des Massenterms ist allerdings die Bewegungsgleichung für ein massives Vektormeson nicht mehr eichinvariant.

Nach einer Fouriertransformation in den Impulsraum nehmen Stromerhaltung sowie Vierertransversalität des Vektormesonfeldes folgende Form an:

$$\begin{aligned} q_\mu j^\mu &= 0 \quad (\text{Stromerhaltung}) \quad , \\ q_\mu \rho_\lambda^\mu &= 0 \quad (\text{Vierertransversalität}) \quad . \end{aligned} \quad (2.41)$$

ρ_λ^μ bezeichnet nun nicht mehr den Feldoperator des Vektormesons, sondern seine drei Polarisationsvektoren. Diese sind durch (2.41) sowie die Forderung $\rho_\mu^{\dagger\lambda} \rho_\lambda^\mu = -\delta_{\lambda\lambda'}$ festgelegt. Eine mögliche Darstellung der ρ_λ^μ ist [HM]:

$$\begin{aligned} \rho_T^\mu &= (0, \vec{e}_{\vec{k}}) \\ \rho_L^\mu &= \frac{1}{\sqrt{|q^2|}} (|\vec{q}\rangle, q_0 \vec{e}_{\vec{q}}) \quad . \end{aligned} \quad (2.42)$$

$\vec{e}_{\vec{k}}$ bezeichnet einen Einheitsvektor, welcher orthogonal zur Bewegungsrichtung des Teilchens, gekennzeichnet durch $\vec{e}_{\vec{q}}$, ist. Es gibt daher zwei Polarisationsvektoren ρ_T^μ . Die Indizes T und L geben die relative Orientierung von Polarisationsvektor und Bewegungsrichtung an: ρ_T^μ steht senkrecht zur Bewegungsrichtung, während ρ_L^μ parallel zur Bewegungsrichtung ist. Man sieht außerdem, daß die Normierung von ρ_L^μ beim Übergang in den zeitartigen Bereich das Vorzeichen wechselt.

Die Wechselwirkung von Vektormeson mit baryonischem Strom wird im Lagrangeformalismus durch folgenden Term beschrieben:

$$\mathcal{L}_{int} = \rho_\mu j^\mu \quad . \quad (2.43)$$

Ist der baryonische Strom erhalten, so muß die Lagrangedichte \mathcal{L}_{int} folglich durch die Ersetzung $\rho_\mu \rightarrow q_\mu$ verschwinden.

Bei dreiertransversalen Vektormesonen stehen Polarisationsvektor und Bewegungsrichtung orthogonal aufeinander:

$$q_i \rho_T^i = 0 \quad . \quad (2.44)$$

Weil die nullte Komponente von ρ_T^μ verschwindet, ist die Wechselwirkung von Vektormeson und baryonischem Strom nun von der Form:

$$\mathcal{L}_{int} = \rho_T^i j_i \quad . \quad (2.45)$$

Stromerhaltung impliziert, daß die Lagrangedichte bei der Ersetzung $\rho_T^i \rightarrow q^i$ verschwindet.

Koppelt man die Vektormesonen nur an erhaltene Ströme, so kann man den viererlongitudinalen Anteil des Propagators (2.32), der proportional zu $q^\mu q^\nu$ ist, vernachlässigen, weil sein Beitrag bei der Berechnung von Matrixelementen aufgrund der Stromerhaltung stets verschwindet.

Die Selbstenergie eines Vektormesons ist proportional zum zeitgeordneten Produkt der baryonischer Ströme, an die das Vektormeson koppelt [LB, KW97]:

$$\Sigma^{\mu\nu}(x-y) = i \langle T(j^\mu(x) j^\nu(y)) \rangle \quad . \quad (2.46)$$

Deshalb ist sie vierertransversal:

$$q_\mu \Sigma^{\mu\nu}(q^2) = 0 \quad . \quad (2.47)$$

Da der viererlongitudinale Propagator durch Wechselwirkung mit erhaltenen Strömen nicht modifiziert wird, wird im folgenden also nur noch der vierertransversale besprochen.

Im Vakuum kann er mit den in (2.42) eingeführten Polarisationsvektoren folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$T_{\mu\nu}(q) D^T(q) = - \sum_\lambda \rho_\mu^\lambda \rho_\nu^{\lambda\dagger} D^T(q) \quad (2.48)$$

Man rechnet nämlich leicht nach, daß

$$\sum_\lambda \rho_\mu^\lambda \rho_\nu^{\lambda\dagger} = -T_{\mu\nu}(q) \quad . \quad (2.49)$$

D^T hat gemäß (2.3) folgende Form:

$$D^T = \frac{D_o^T}{1 + D_o^T \Sigma^T} \quad . \quad (2.50)$$

In obiger Notation ist $D_o^T = \frac{-1}{p^2 - m_o^2}$, während Σ^T definiert ist durch:

$$\Sigma^{\mu\nu}(q) = T^{\mu\nu}(q) \Sigma^T(q) \quad .$$

Man bekommt die skalare Funktion Σ^T aus dem Skalarprodukt (nichts anderes ist die Spurbildung) von $T^{\mu\nu}$ und $\Sigma^{\mu\nu}$ mit dem Ergebnis:

$$\begin{aligned}\Sigma^T &= \frac{\text{Tr}(T\Sigma)}{\text{Tr}T} \\ &= \frac{1}{3}\text{Tr}(T\Sigma) \quad .\end{aligned}\tag{2.51}$$

Dabei wird die Projekteigenschaft $T^2 = T$ benutzt.

Somit ist D^T gegeben durch:

$$D^T = \frac{-1}{p^2 - m_\rho^2 - \Sigma^T} \quad .\tag{2.52}$$

Wir kommen nun zur Bestimmung des Propagators eines ρ -Mesons im Vakuum. Dazu muß zuerst seine Selbstenergie berechnet werden. Im Vakuum werden die Eigenschaften eines ρ -Mesons vor allem durch seine Wechselwirkung mit Pionen dominiert. Der Realteil der Selbstenergie $\Sigma_{\rho\pi\pi}$ legt die physikalische Masse des ρ fest, während der Imaginärteil zu einer Breite führt (vgl. (2.4) und (2.5)). Der Imaginärteil der Selbstenergie kann nach Cutkosky (s. Anhang (C)) mit Hilfe des Zerfalls $\rho \rightarrow \pi\pi$ bestimmt werden:

$$\Sigma_{\rho\pi\pi}(q) \equiv -i m_\rho \Gamma_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad .\tag{2.53}$$

Das Vorzeichen der Selbstenergie ist durch die Forderung festgelegt, daß der Imaginärteil des Propagators negativ sein soll. Damit wird gewährleistet, daß der Propagator $D(k, t)$ eines Teilchens mit endlicher Breite ein zerfallendes Teilchen beschreibt, mit der Zeit also exponentiell gedämpft wird und nicht etwa exponentiell ansteigt. In dieser Arbeit wird für $\Gamma_{\rho\pi\pi}(q^2)$ eine Parametrisierung benutzt, die die Energieabhängigkeit einer Ein-Loop-Rechnung genau wiedergibt [KW97]:

$$\Gamma_{\rho\pi\pi}(m^2) = \Gamma_\rho \frac{m_\rho}{m} \left(\frac{q(m)}{q(m_\rho)} \right)^3 \quad .\tag{2.54}$$

Dabei ist $q(m)$ der räumliche Impuls der Pionen im Ruhesystem des ρ -Mesons. m bezeichnet die Masse des ρ -Mesons. Es stellt sich heraus, daß die Impulsabhängigkeit des Realteils der Selbstenergie nicht sehr stark ist, wenn man die durch (2.54) vorgeschlagene Form des Imaginärteils wählt [KW97]. Man kann dann in guter Näherung die Summe aus Realteil und nackter Masse einer Konstanten, nämlich der physikalischen Masse des Rho, gleich setzen. Damit ist die Struktur des ρ -Propagators im Vakuum geklärt.

Die Spektralfunktion eines Vektormesons ist in Analogie zu (2.11) definiert als:

$$A^{\mu\nu}(q) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{FT} \langle [\rho^\mu(x), \rho^\nu(y)] \rangle \quad .\tag{2.55}$$

Man sieht an dieser Definition, daß $A^{\mu\nu}(q)$ vierertransversal ist, wenn dies auch für $\rho^\mu(x)$ zutrifft.

Die Vakuumspektralfunktion des ρ -Mesons steht in folgendem Zusammenhang zum Propagator:

$$A^T(q) = \frac{1}{\pi} \text{Im} D^{RET T}(q) \quad (2.56)$$

Für $q_0 > 0$ wird daraus:

$$A^T(q) = \frac{1}{\pi} \frac{m_\rho \Gamma_{\rho\pi\pi}(q)}{(q^2 - m_\rho^2)^2 + (m_\rho \Gamma_{\rho\pi\pi}(q))^2} \quad (2.57)$$

In Abb. 2.2 ist die Spektralfunktion eines ρ -Mesons im Vakuum abgebildet.

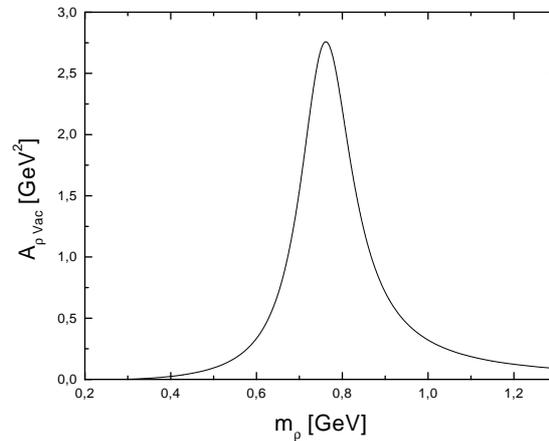


Abbildung 2.2: Die Vakuumspektralfunktion des ρ -Mesons.

Die Struktur der Spektralfunktion ist leicht zu erklären: Sie hat einen Peak bei $m = 768$ MeV, der durch die Zerfallsbreite des ρ -Mesons verschmiert ist. Dies ist aufgrund der Interpretation der Spektralfunktion als Massenverteilung zu erwarten.

2.3.2 Lorentzstruktur: Medium

Die Lorentzstruktur von Propagator und Selbstenergie im Medium ist durch die Anwesenheit eines ausgezeichneten Bezugssystems etwas komplizierter. Dieses Bezugssystem ist das Ruhesystem der Kernmaterie. Im Gegensatz zum Vakuum ist es nötig, zwischen longitudinaler und transversaler Polarisation (bezogen auf seinen räumlichen Impuls \vec{q}) des Rho zu unterscheiden. Im Vakuum kann man immer eine Lorentztransformation ins Ruhesystem des Rho ausführen, in dem es keine ausgezeichnete Richtung mehr gibt und zwischen longitudinal und

transversal nicht unterschieden werden kann. Führt man dieselbe Transformation hingegen im Medium aus, so existiert immer noch ein ausgezeichnete Impuls, nämlich der Relativimpuls von Kernmaterie und ρ -Meson. Longitudinal bzw. transversal können nun bezüglich dieses Impulses definiert werden. Durch die Brechung der Lorentzinvarianz wechselwirken longitudinal und transversal polarisierte Rho-Mesonen unterschiedlich mit den Nukleonen, was sich in den Rechnungen dadurch äußert, daß longitudinale und transversale Selbstenergie unterschiedlich sind. Falls das ρ -Meson jedoch relativ zum Medium ruht, ist die Lorentzinvarianz nicht mehr gebrochen, weil keine ausgezeichnete Richtung mehr existiert. Dann müssen alle 3-er transversalen bzw. 3-er longitudinalen Größen übereinstimmen.

Im allgemeinen werden nun alle vorkommenden Größen 3-er transversale und 3-er longitudinale Anteile haben. Zu einer Beschreibung von Spin-1-Teilchen in Kernmaterie ist es folglich notwendig, Projektoren P^T bzw. P^L auf diese Zustände einzuführen.

Aus der Transversalitätsbedingung $q_i P_T^{i\nu} = q_j P_T^{\mu j} = 0$ zusammen mit der Projektoreigenschaft $(P_T)^2 = P_T$ folgt für $P_T^{\mu\nu}$ [PP98, KW97]:

$$P_T^{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\vec{q}^2} \end{pmatrix} . \quad (2.58)$$

$P_L^{\mu\nu}$ ist dann durch $P_L^{\mu\nu} = T^{\mu\nu} - P_T^{\mu\nu}$ definiert:

$$\begin{aligned} P_L^{\mu\nu} &= \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) - P_T^{\mu\nu} \\ &= - \begin{pmatrix} \frac{\vec{q}^2}{q^2} & \frac{q_0 q_i}{q^2} \\ \frac{q_0 q_i}{q^2} & \frac{q_0^2 q_i q_j}{\vec{q}^2 q^2} \end{pmatrix} . \end{aligned} \quad (2.59)$$

Mit Hilfe dieser beiden Projektoren ist es möglich, den vierertransversalen Teil des Rho-Propagators mit Hilfe von P^T und P^L zu schreiben als:

$$T^{\mu\nu} D = P^{T\mu\nu} D^T + P^{L\mu\nu} D^L . \quad (2.60)$$

Ebenso besteht die vierertransversale Selbstenergie aus zwei Anteilen:

$$T^{\mu\nu}(q) \Sigma = P^{T\mu\nu} \Sigma^T + P^{L\mu\nu} \Sigma^L . \quad (2.61)$$

Aufgrund der expliziten Brechung der Lorentzinvarianz werden die Selbstenergien Σ^T und Σ^L nicht mehr nur Funktionen von q^2 wie $\Sigma_{\pi\pi}$ sein, sondern von \vec{q}^2 und q_0^2 getrennt abhängen.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß der transversale (longitudinale) Anteil des Propagators nur durch transversale (longitudinale) Selbstenergien modifiziert wird. Das bedeutet, daß eine transversale Selbstenergie die Propagation eines longitudinal polarisierten Teilchens nicht beeinflusst und umgekehrt. Um

dies zu sehen, geht man von der Dyson-Schwinger-Gleichung (2.3) aus, diesmal allerdings nicht für skalare Teilchen, sondern für Teilchen mit Spin 1:

$$D^{\mu\nu} = D_o^{\mu\nu} - D_o^{\mu\kappa} \Sigma_{\kappa\lambda} D^{\lambda\nu} \quad .$$

Schreibt man nun alle Größen in ihrer kompletten Lorentzstruktur aus, multipliziert beide Seiten mit $P^T{}^{\mu\nu}$ bzw. $P^L{}^{\mu\nu}$ und nimmt die Spur, so erhält man zwei entkoppelte Gleichungen für D^T und D^L :

$$D^{T(L)} = D_o^{T(L)} - D_o^{T(L)} \Sigma^{T(L)} D^{T(L)} \quad ,$$

die dieselbe Lösung wie (2.3) haben. Als Lösung der Dyson-Schwinger-Gleichung erhält man dann für $D^{T(L)}$:

$$D^{T(L)} = \frac{-1}{p^2 - m_\rho^2 - \Sigma_{\pi\pi}(q^2) - \Sigma^{T(L)}(q_0, \vec{q})} \quad . \quad (2.62)$$

Für $q_0 > 0$ ist dann die Spektralfunktion gemäß (2.56)[PP98]:

$$A^{T(L)} = \frac{-1}{\pi} \frac{\text{Im}\Sigma(q_0, \vec{q})}{(p^2 - m_\rho^2 - \text{Re}\Sigma(q_0, \vec{q}))^2 + \text{Im}\Sigma(q_0, \vec{q})^2} \quad , \quad (2.63)$$

wobei $\Sigma = \Sigma_{\rho\pi\pi} + \Sigma^{T(L)}$.

2.3.3 Summenregel für Spektralfunktionen

Dieses Kapitel soll damit abgeschlossen werden, daß Summenregeln für die Spektralfunktionen eines Spin-1-Feldes im Vakuum und im Medium abgeleitet werden [Leu3]. Die Herleitung für skalare Felder ist hier nicht mehr gültig, weil der Zusammenhang zwischen zeitlicher Ableitung des Feldes und dem kanonisch konjugierten Impuls nun ein anderer ist:

$$\pi^\mu(x) \neq \partial_{x_0} \phi^\mu(x) \quad .$$

Die Spektralfunktion eines Spin-1-Feldes ist in (2.55) definiert. Zunächst ist es nötig, eine Relation zwischen $A^{T(L)}$ und den Elementen von $A^{\mu\nu}$ herzustellen, die nur die Vierertransversalität von $A^{\mu\nu}$

$$q_\mu A^{\mu\nu} = 0$$

ausnutzt und somit auf jede andere vierertransversale Größe $\Pi^{\mu\nu}$ übertragbar ist. Wie aus der Definition (2.55) der Spektralfunktion $A^{\mu\nu}$ hervorgeht, ist sie dann vierertransversal, wenn das Vektormesonfeld ρ^μ vierertransversal ist. Da das ρ -Meson in dieser Arbeit nur an erhaltene baryonische Ströme angekoppelt wird, ist die hier berechnete Spektralfunktion also immer vierertransversal (s. (2.40)).

$$\begin{aligned}
A^L &= P_{\mu\nu}^L A^{\mu\nu} \\
&= \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - P_{\mu\nu}^T \right) A^{\mu\nu} \\
&= A_\mu^\mu - P_{\mu\nu}^T A^{\mu\nu} \\
&= A_\mu^\mu + \left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{q^2} \right) A_{ij} \\
&= A_{oo} + A_i^i + A_{ii} - \frac{q_i q_j}{q^2} A_{ij} \\
&= A_{oo} - \frac{q_i q_j}{q^2} A_{ij} \quad .
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Stromerhaltung impliziert nun:

$$\begin{aligned}
q_i q_j A_{ij} &= q_i q_o A_{io} \\
&= q_o^2 A_{oo} \quad .
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Damit folgt für A^L :

$$\begin{aligned}
A^L &= A_{oo} \left(1 - \frac{q_o^2}{q^2} \right) \\
&= -\frac{q^2}{q^2} A_{oo} = -\frac{q^2}{q^2} A^{oo} \quad .
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Ebenso findet man für A^T :

$$\begin{aligned}
A^T &= \frac{1}{2} P_{\mu\nu}^T A^{\mu\nu} \\
&= -\frac{1}{2} \left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{q^2} \right) A_{ij} \quad .
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Bevor wir nun in der Lage sind, Summenregeln für die verschiedenen Spektralfunktionen von Spin-1-Feldern zu berechnen, müssen wir den Zusammenhang zwischen der Zeitableitung der Felder ρ_μ und dem kanonisch konjugierten Impuls π finden. Die Lagrangedichte eines massiven Spin-1-Feldes, welches an einen Strom j_μ koppelt, ist gegeben durch:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 \rho_\mu \rho^\mu + j_\mu \rho^\mu \tag{2.68}$$

mit $\rho_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu$. Die Euler-Lagrange-Gleichungen führen dann auf folgende Bewegungsgleichungen:

$$0 = \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\alpha \rho_\beta)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho_\beta}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{4} g^{\mu\kappa} g^{\nu\lambda} \partial_\alpha \frac{\partial \rho_{\mu\nu} \rho_{\kappa\lambda}}{\partial(\partial_\alpha \rho_\beta)} - m^2 \rho^\beta \\
&= -\frac{1}{2} \partial_\alpha \rho^{\mu\nu} (\delta_{\mu\alpha} \delta_{\nu\beta} - \delta_{\nu\alpha} \delta_{\mu\beta}) - m^2 \rho^\beta \\
&= \partial_\alpha \rho^{\alpha\beta} + m^2 \rho^\beta \quad .
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Damit ist insbesondere

$$\rho^o = -\frac{1}{m^2} \partial_i \rho^{i o} \quad .$$

Der kanonisch konjugierte Impuls ist definiert als

$$\pi^i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial(\partial_o \rho_i))} = \partial^o \rho^i - \partial^i \rho^o = \rho^{o i} \quad . \tag{2.70}$$

Diese Relation liefert dann den gewünschten Zusammenhang zwischen $\partial^o \rho^i$ und π^i :

$$\begin{aligned}
\partial^o \rho^i &= \pi^i + \partial^i \rho^o \\
&= \pi^i - \frac{1}{m^2} \partial^i \partial_j \rho^{j o} \\
&= \pi^i + \frac{1}{m^2} \partial^i \partial_j \pi^j \quad .
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Zwischen ρ^i und π^j gelten die kanonischen Kommutatorrelationen:

$$[\rho^i(\vec{x}, t), \pi^j(\vec{y}, t)] = -i g^{ij} \delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad , \tag{2.72}$$

wobei $g^{ij} = -\delta^{ij}$ ist.

Mit diesen Vorbemerkungen sind wir nun in der Lage, einzelne Summenregeln abzuleiten. Dazu ist in Analogie zum skalaren Feld folgendes Integral auszurechnen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A^{\mu\nu}(q) = \int_0^{\infty} dq_o^2 A^{\mu\nu}(q) \quad \text{wegen (2.21)} \quad . \tag{2.73}$$

Weil der Projektor auf 3-transversale Zustände $P_{\mu\nu}^T$ nicht von der Energie abhängig ist, genügt es, sich für die Normierung von A^T das Integral $\int dq_o q_o A^{ij}(q)$ anzuschauen. Die Normierung von A^T folgt dann durch Kontraktion des Ergebnisses mit $P_{\mu\nu}^T$. Mit Schritten, die vollkommen äquivalent zu denen im skalaren Fall sind, folgt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A^{ij}(q) = i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle [\partial_o \rho^i(0, \vec{x}), \rho^j(0)] \rangle \quad . \tag{2.74}$$

Mit den obigen Relationen ist der auftretende Kommutator:

$$[\partial_o \rho^i(0, \vec{x}), \rho^j(0)] = i g^{ij} \delta(\vec{x}) + i \frac{1}{m^2} \partial^j \partial_l g^{li} \delta(\vec{x}) \quad . \tag{2.75}$$

Mit Hilfe der δ -Funktionen läßt sich das Integral nun leicht auswerten:

$$i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle [\partial_o \rho^i(0, \vec{x}), \rho^j(0)] \rangle = -g^{ij} + \frac{q^i q^j}{m^2} \quad . \quad (2.76)$$

Damit genügt A^T einer Summenregel:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A^T(q) &= \frac{1}{2} \left(\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\vec{q}^2} \right) \left(\delta^{ij} + \frac{q^i q^j}{m^2} \right) \\ &= 1 \quad . \end{aligned} \quad (2.77)$$

Da $P_{\mu\nu}^L$ von der Energie abhängig ist, kann er nicht aus dem Normierungsintegral herausgezogen werden. Um zu überprüfen, ob A^L normiert ist, rechnet man daher zuerst die Normierung von A^{oo} aus und setzt dann mittels (2.66) die Normierung von A^{oo} mit der von A^L in Verbindung.

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A^{oo}(q) = i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle [\partial_o \rho^o(0, \vec{x}), \rho^o(0)] \rangle \quad (2.78)$$

Etwas mühsamer ist es, den hier auftretenden Kommutator zu bestimmen:

$$\begin{aligned} [\partial_o \rho^o(0, \vec{x}), \rho^o(0, \vec{y})] &= -\partial_i^x \left[\frac{1}{m^2} \partial_j^y \pi(0, \vec{y})^j, \rho^i(0, \vec{x}) \right] \\ &= \frac{1}{m^2} (-i) g^{ij} \partial_i^x \partial_j^y \delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ &= \frac{-i}{m^2} \Delta_x \delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad . \end{aligned} \quad (2.79)$$

Wieder kann mit Hilfe der δ -Funktion das Integral einfach berechnet werden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A^{oo}(q) = i \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle [\partial_o \rho^o(0, \vec{x}), \rho^o(0)] \rangle = \frac{-\vec{q}^2}{m^2} \quad (2.80)$$

A^{oo} ist folglich nicht normiert. Offensichtlich ist hingegen die Größe $-\frac{m^2}{\vec{q}^2} A^{oo} = \frac{m^2}{q^2} A^L$ normiert. Damit gilt folgende Normierung für A^L :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o \frac{m^2}{q^2} A^L = 1 \quad . \quad (2.81)$$

Mit diesen beiden Ergebnissen ist es relativ einfach zu zeigen, daß die Vakuumspektralfunktion $A(q)$ von Spin-1-Feldern einer Summenregel genügt:

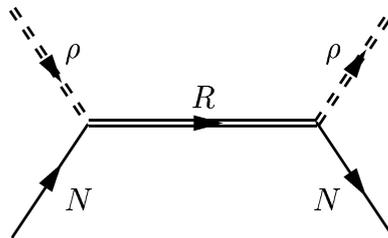
$$\int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o A(q) = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} dq_o q_o T_{\mu\nu} A^{\mu\nu}(q)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 q_0 g_{\mu\nu} A^{\mu\nu}(q) \\
&= \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 q_0 (A^{00} - A^{ii}) \\
&= \frac{1}{3} \left(-\frac{\vec{q}^2}{m^2} + \delta^{ii} + \frac{\vec{q}^2}{m^2} \right) \\
&= 1 \quad .
\end{aligned}
\tag{2.82}$$

Kapitel 3

Das Low-Density-Theorem

In diesem Kapitel werden die physikalischen Prozesse, deren Einfluß auf die Spektralfunktion eines ρ -Mesons in Materie berechnet werden soll, etwas genauer diskutiert. Es handelt sich dabei um ρ N-Streuprozesse, bei denen eine intermediäre Resonanz angeregt wird. Diese Streuprozesse führen zur Anregung von Resonanz-Loch-Anregungen. Die dazugehörigen Feynman-Graphen sind in Abbildung 3.1 gezeigt.



bzw.

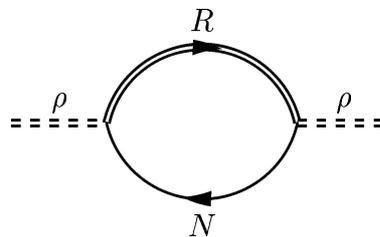


Abbildung 3.1: Feynman-Graphen, auf deren Grundlage in dieser Arbeit die Rho-Selbstenergie in Kernmaterie berechnet wird.

	$I(J^P)$	Γ_π [MeV]	Γ_ρ [MeV]	l_ρ	$f_{RN\rho}$
N(938)	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	0	0	1	7.7
N(1520)	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^-)$	95	25	0	7.0
N(1650)	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^-)$	135	15	0	0.9
N(1680)	$\frac{1}{2}(\frac{5}{2}^+)$	118	12	1	6.3
N(1720)	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	50	100	1	7.8
$\Delta(1232)$	$\frac{3}{2}(\frac{3}{2}^+)$	120	0	1	15.3
$\Delta(1620)$	$\frac{3}{2}(\frac{1}{2}^-)$	130	20	0	2.5
$\Delta(1700)$	$\frac{3}{2}(\frac{3}{2}^-)$	180	120	0	5.0
$\Delta(1905)$	$\frac{3}{2}(\frac{5}{2}^+)$	140	210	1	12.2

Tabelle 3.1: Liste aller Resonanzen, die in den Rechnungen berücksichtigt werden. l_ρ bezeichnet den relativen Bahndrehimpuls von Nukleon und Rho-Meson.

In Tabelle 3 sind alle in Betracht gezogenen Resonanzen zusammen mit ihren Quantenzahlen sowie den partiellen Zerfallsbreiten aufgeführt. Es wurden dabei alle diejenigen Resonanzen ausgewählt, deren Masse kleiner als 1.9 GeV ist und die in [PDG] vier Sterne erhalten haben, deren Existenz also relativ gesichert scheint.

Das *low density theorem* stellt den expliziten Zusammenhang zwischen der ρ N -Vorwärtsstreuamplitude und der ρ -Selbstenergie her [FP97, DH71, EW]. Es soll nun in einer recht allgemeinen Form hergeleitet werden.

In einer relativistischen Theorie ist die Selbstenergie $\Sigma^{\mu\nu}(q)$ mit nicht näher bestimmten Vertexfaktoren Γ^μ gegeben durch (nur Spin-1/2-Resonanzen werden betrachtet) [PS]:

$$\Sigma^{\mu\nu}(q) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} Tr \left\{ \Gamma^\mu(p, q) D_R(k) \Gamma^\nu(p, q) D_N^M(p) \right\} \quad . \quad (3.1)$$

Die Spur erstreckt sich dabei über die Dirac-Indizes. Das Vorzeichen von $\Sigma^{\mu\nu}$ ist so gewählt, daß der Imaginärteil der Selbstenergie negativ ist. Damit ist sichergestellt, daß der Rho-Propagator kausal ist, also einen negativen Imaginärteil besitzt.

$D_R(K)$ ist ein Resonanzpropagator für Spin-1/2-Teilchen:

$$D_R(k) = \frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2} \quad . \quad (3.2)$$

m ist im allgemeinen eine komplexe Funktion:

$$m(k) = m_R + \Sigma_R(k) \quad (3.3)$$

und D_N^M ist der mediumabhängige Anteil des relativistischen Nukleonpropagators [FW]:

$$D_N^M = -2\pi i \Theta(p_o) \Theta(p_F - |\vec{p}|) \delta(p^2 - m_N^2) (\not{p} + m_N) \quad . \quad (3.4)$$

p_F bezeichnet den Fermi-Impuls.

Damit erhält man für $\Sigma^{\mu\nu}$:

$$\Sigma^{\mu\nu}(q) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \Theta(p_o) \Theta(p_F - |\vec{p}|) \delta(p^2 - m_N^2) 2\pi \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{k^2 - m^2} \text{Tr} \{ \Gamma^\mu(p, q) (\not{k} + m) \Gamma^\nu(p, q) (\not{p} + m_N) \} \quad . \quad (3.6)$$

Mit Hilfe der δ -Funktion kann die p_o -Integration leicht ausgeführt werden:

$$\begin{aligned} \Sigma^{\mu\nu}(q) &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \Theta(p_F - |\vec{p}|) \frac{1}{k^2 - m^2} \frac{1}{2 E_N} \times \\ &\times \text{Tr} \{ \Gamma^\mu(p, q) (\not{k} + m) \Gamma^\nu(p, q) (\not{p} + m_N) \} \Big|_{p_o=m_N} \quad . \quad (3.7) \end{aligned}$$

Man betrachte nun die *low density*-Näherung $\rho \rightarrow 0$. In diesem Limes gilt für den Fermi-Impuls $p_F \rightarrow 0$ und die \vec{p} -Abhängigkeit des Integranden ist zu vernachlässigen. Es bleibt ein Integral über die Θ -Funktion, welches in spin/isospin-symmetrischer Kernmaterie gleich $\frac{\rho}{4}$ ist:

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \Theta(p_F - |\vec{p}|) = \frac{\rho}{4} \quad . \quad (3.8)$$

In der *low density*-Näherung ist also die Selbstenergie gegeben durch:

$$\Sigma^{\mu\nu}(q) = \frac{\rho}{4} \frac{1}{2 m_N} \frac{1}{k^2 - m^2} \text{Tr} \{ \Gamma^\mu(p, q) (\not{k} + m) \Gamma^\nu(p, q) (\not{p} + m_N) \} \Big|_{p_o=m_N} \quad . \quad (3.9)$$

Betrachtet sei nun die ρN -Vorwärtsstreuamplitude. Da ein Spin-1-Teilchen im Eingangs- und im Ausgangskanal ist, kann jede ρN -Streuamplitude in folgender Form geschrieben werden:

$$T(q) = \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\dagger\lambda} T^{\mu\nu}(q) \quad . \quad (3.10)$$

Durch Anwendung der Feynman-Regeln sieht man, daß für Streuprozesse in Vorwärtsrichtung $T^{\mu\nu}(q)$ folgende Form hat:

$$T^{\mu\nu}(q) = \frac{1}{k^2 - m^2} \text{Tr} \{ \Gamma^\mu(p, q) (\not{k} + m) \Gamma^\nu(p, q) (\not{p} + m_N) \} \Big|_{p_o=m_N} \quad , \quad (3.11)$$

wobei im s -Kanal $k = p + q$ und im u -Kanal $k = p - q$ ist.

Damit besteht folgender Zusammenhang zwischen $\Sigma^{\mu\nu}(q)$ und $T^{\mu\nu}(q)$:

$$\Sigma^{\mu\nu}(q) = \frac{\rho}{4} \frac{1}{2 m_N} T^{\mu\nu}(q) \quad . \quad (3.12)$$

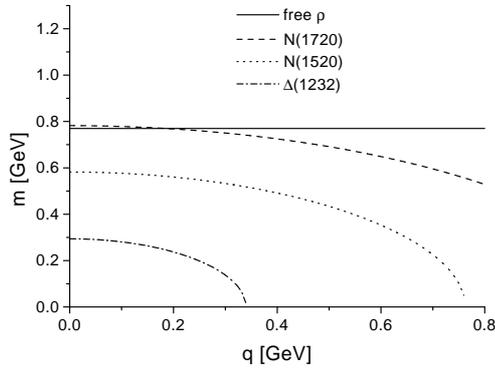


Abbildung 3.2: Lage der Äste der ρ -Spektralfunktion als Funktion von invarianter Masse und Impuls.

Dies ist das *low density theorem*.

Die Tatsache, daß in das *low density theorem* die Vorwärtsstreuamplitude eingeht, kann man auf zwei Arten begründen. Technisch braucht man die bei der Berechnung der Vorwärtsstreuamplitude auftretende Summe über die Nukleonenspins:

$$\sum_s u_s(p) \bar{u}_s(p) = \not{p} + m_N \quad , \quad (3.13)$$

um den Term $\not{p} + m_N$ aus $D_N^M(p)$ zu reproduzieren. Anschaulich ist das Auftreten der Vorwärtsstreuamplitude dadurch zu begründen, daß bei wie einem Selbstenergiegraphen einlaufende und auflaufende Teilchen im selben Zustand sind.

Man kann das *low density theorem* für die Selbstenergie zu höheren Dichten verallgemeinern, indem man die Impulsabhängigkeit des Integranden nicht vernachlässigt, sondern den kompletten Integranden ausintegriert.

Der Zusammenhang zwischen Streuamplitude und Selbstenergie ermöglicht nun eine Verbindung der ρN -Streuprozesse in Kernmaterie zu dem im einführenden Beispiel vorgestellten Szenario einer Selbstenergie mit einem Pol bei einer charakteristischen Masse M . Auch die ρN -Streuamplitude besitzt einen Pol (eigentlich handelt es sich nicht wirklich um einen Pol, da die Resonanz eine endliche Breite hat). Er liegt an der Stelle, an der die intermediäre Resonanz *on-shell* ist. Deshalb ist zu erwarten, daß durch die ρN -Streuung die ρ -Spektralfunktion eine Struktur mit Zweigen an den Stellen bekommt, wo eine Resonanz maximal angeregt werden kann. Die Lage dieser Äste ist festgelegt durch die Bedingung:

$$\begin{aligned} s &= (q + p_N)^2 \\ &= (q_0 + m_N)^2 - \vec{q}^2 \\ &= m_R^2 \quad . \end{aligned}$$

Dabei ist q der Viereimpuls des ρ -Mesons und p_N der des Nukleons.

In Abbildung 3.2 ist die ungefähre Lage der Äste von drei der wichtigsten Resonanzen, dem $N^*(1520)$, dem $N^*(1720)$ sowie dem $\Delta(1232)$, als Funktion von invarianter Masse m und Impuls \vec{p} des ρ -Mesons gezeigt. Es gibt also die Masse m , die ein ρ -Meson haben muß, um zusammen mit einem Nukleon eine Resonanz anzuregen, als Funktion des Impulses an.

Durch die endliche Zerfallsbreite der Resonanz werden die auftretenden Peaks ausgeschmiert. Weiterhin ist aufgrund von *level repulsion* zu erwarten, daß die Äste etwas weiter voneinander entfernt liegen.

Bemerkenswert ist, daß mit größer werdendem Impuls die Äste zu kleinen invarianten Massen wandern, so daß man erwarten kann, daß bei großen Impulsen relativ viel Stärke bei raumartigen ρ -Mesonen zu finden ist.

Im folgenden wird nun ein mikroskopisches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe die genaue Verteilung der Stärke in den einzelnen Ästen berechnet werden kann.

Kapitel 4

Die nichtrelativistische Reduktion

Um die Wechselwirkung zwischen Rhos, Nukleonen und Resonanzen zu beschreiben, benötigt man die entsprechende Lagrangefunktion. Diese wird im Allgemeinen so gewählt, daß sie eine möglichst einfache Form hat, aber invariant unter Lorentz- und Paritätstransformationen ist. Außerdem sollte der baryonische Strom, an den die Vektormesonen koppeln, verschwinden.

In diesem Kapitel werden erst die relativistischen Lagrangefunktionen vorgestellt und auf ihre Symmetrieeigenschaften untersucht.

In dieser Arbeit wird mit nichtrelativistischen Fermionfeldern gerechnet, um die Rechnungen zu vereinfachen. Die relativistische Beschreibung von Spin-3/2-Teilchen ist sehr aufwendig [Gr, Pe97]. Das Problem, Spin-5/2-Teilchen relativistisch zu behandeln ist noch ungelöst. Als weitere Rechtfertigung mag gelten, daß auch andere Gruppen [FP97, RW97] keine relativistische Rechnung präsentieren.

In einer relativistischen Theorie werden durch die Felder ψ und ψ^\dagger sowohl Teilchen als auch Antiteilchen beschrieben. Eine nichtrelativistische Theorie kann prinzipiell nur Teilchen beinhalten. Im folgenden soll untersucht werden, welche Ausdrücke sich für die Vertexfaktoren und Propagatoren ergeben, wenn in der Modenentwicklung der fermionischen Feldoperatoren nur die oberen Komponenten berücksichtigt werden. Es wird also der Übergang von einer relativistischen Normalmodenentwicklung

$$\begin{aligned} \psi(\vec{x}, t) = & \int \frac{d^3k}{2\pi^3} \sqrt{\frac{1}{2E(k)}} \sum_s \left(a_s(k) u_s(p) e^{-iEt} e^{i\vec{p}\vec{x}} + \right. \\ & \left. + b_s^\dagger(k) \bar{u}_s(p) e^{iEt} e^{-i\vec{p}\vec{x}} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

zu einer nichtrelativistischen Normalmodenentwicklung

$$\psi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3k}{2\pi^3} \sqrt{\frac{1}{2E(k)}} \sum_s a_s(k) \chi_s e^{-iEt} e^{i\vec{p}\vec{x}} \quad (4.2)$$

diskutiert. Dabei ist χ_s ein Pauli-Spinor.

Nach der Diskussion der relativistischen Lagrangefunktion sollen die Feynman-Regeln für nichtrelativistische Fermionen diskutiert werden. Dazu müssen sowohl Vertexfaktoren als auch Propagatoren nichtrelativistisch reduziert werden.

4.1 Symmetrieeigenschaften der Lagrangefunktionen

Die Lagrangefunktion besteht aus zwei Anteilen, einem, der nur die Isospinstruktur der beteiligten Teilchen beinhaltet, und einem für den übrigen Teil der Wechselwirkung:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{spin} \mathcal{L}_{isospin} \quad . \quad (4.3)$$

Für \mathcal{L}_{spin} findet man je nach Quantenzahl J (Spin) und P (Parität) der Resonanz (vgl. z.B. [Pe97]):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \bar{\psi}_R \gamma^5 \sigma^{\mu\nu} q_\mu \rho_\nu \psi_N + h.c. \quad \text{für } J^P = \frac{1}{2}^+ \quad , \\ &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \bar{\psi}_R^\mu \gamma^5 \gamma^\nu \rho_{\mu\nu} \psi_N + h.c. \quad \text{für } J^P = \frac{3}{2}^+ \quad , \\ &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \bar{\psi}_R \sigma^{\mu\nu} q_\mu \rho_\nu \psi_N + h.c. \quad \text{für } J^P = \frac{1}{2}^- \quad , \\ &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \bar{\psi}_R^\mu \gamma^\nu \rho_{\mu\nu} \psi_N + h.c. \quad \text{für } J^P = \frac{3}{2}^- \quad . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dabei ist ρ_μ ein Feldoperator zur Beschreibung von ρ -Mesonen und $\rho_{\mu\nu}$ ist in Analogie zum elektromagnetischen Feld definiert

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu \quad . \quad (4.5)$$

$\sigma^{\mu\nu}$ ist definiert gemäß:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad . \quad (4.6)$$

ψ^μ schließlich ist ein Operator zur Beschreibung von Spin-3/2-Teilchen. Er besteht aus vier Dirac-Spinoren besteht, einen für jede Lorentzkomponente. Detaillierte Abhandlungen zur relativistischen Beschreibung von Spin-3/2-Teilchen sind z.B. in [EW, dJ92, Gr] zu finden.

Alle Terme sind offensichtlich Lorentzskalare. Stromerhaltung ist gewährleistet durch Kopplung über den Feldstärketensor $\rho_{\mu\nu}$. Auch die Spin-1/2-Resonanzen werden hierbei eigentlich über $\rho_{\mu\nu}$ angekoppelt:

$$\frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} = \sigma^{\mu\nu} q_\mu \rho_\nu \quad (4.7)$$

Wie in Abschnitt 2.3.1 diskutiert, ist die Kopplung von Vektormesonen an einen erhaltenden baryonischen Strom nicht zwingend erforderlich, läßt sich jedoch theoretisch motivieren.

Während die Kopplung von Vektormesonen an Spin-1/2-Resonanzen mit der Forderung nach Stromerhaltung eindeutig ist, gibt es mehrere Möglichkeiten der Kopplung an Spin-3/2-Resonanzen [Pe97]. In dieser Arbeit wird nur eine Kopplung berücksichtigt, da sonst die Bestimmung der Kopplungskonstanten aus dem Zerfall $R \rightarrow N \rho$ (vgl. Abschnitt 5) nicht eindeutig ist.

Die Invarianz der Lagrangedichten unter Paritätstransformationen soll explizit für den Fall $J^P = \frac{3}{2}^+$ gezeigt werden. Dabei ist es zweckmäßig, die Betrachtungen im Ruhesystem der Resonanz durchzuführen. In diesem gilt $\psi^0 = 0$ (vgl. (4.9)). Sowohl Nukleon als auch Resonanz haben positive Parität. Damit ist die Wirkung des Paritätsoperators auf die jeweiligen Spinoren [PS]:

$$\begin{aligned} P \psi(\vec{x}) &= +1 \gamma^0 \psi(-\vec{x}) \quad , \\ P \psi^i(\vec{x}) &= +1 \gamma^0 \psi^i(-\vec{x}) \quad . \end{aligned}$$

Der Tensor $F_{i\nu}$ hat folgendes Verhalten unter Paritätstransformationen:

$$F_{i\nu} \rightarrow \begin{cases} +F_{i\nu} & , \quad \nu = 1, 2, 3 \\ -F_{i\nu} & , \quad \nu = 0 \end{cases} . \quad (4.8)$$

Unter Benutzung der Antikommutatorrelationen für γ -Matrizen [PS] folgt dann die Invarianz der Kopplung unter Paritätstransformationen.

4.2 Die Vertexfunktion

In diesem Abschnitt soll bestimmt werden, welche Form die relativistischen Vertexfunktionen $\bar{u} \Gamma^\mu u$ in einer nichtrelativistischen Näherung für die Fermionen annimmt.

Die Technik der Reduktion soll hierzu an einem relativ komplizierten Beispiel demonstriert werden, welches die Kopplung an Spin-3/2-Teilchen mit positiver Parität beschreibt.

In seinem Ruhesystem wird ein Spin-3/2-Teilchen beschrieben als mit den entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten gewichtete Summe von Produkten von Spin-1- und Spin-1/2 Zuständen, die zu einem Spin-3/2-Zustand gekoppelt werden [EW]:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_r^\mu &= \sum_{\lambda, s'} \left(1 \lambda \frac{1}{2} s' \middle| \frac{3}{2} r \right) e_\lambda^{\dagger\mu} \bar{\psi}_{s'} \\ &= \bar{\psi}_{s'} S_{r, s'}^\mu \quad . \end{aligned}$$

Der Spinor $\bar{\psi}_r^\mu$ unterliegt auf der Massenschale der Zwangsbedingung $p_\mu \bar{\psi}_r^\mu = 0$ [Gr, dJ92]. Daraus folgt, daß im Ruhesystem des Teilchens

$$\bar{\psi}_r^0 = 0 \quad (4.9)$$

gilt und damit $S_{r's'}^0 = 0$ ist. S wird auch als Übergangsoperator zwischen Spin-1/2- und Spin-3/2-Zuständen bezeichnet, weil er die Clebsch-Gordan Koeffizienten enthält, die bei der Kopplung von Spin-1 und Spin-1/2 zu Spin-3/2 benötigt werden. Sie sind explizit gegeben durch [Pe97, dJ92]:

$$\begin{aligned}
S_1 &= \begin{pmatrix} -\sqrt{1/2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{1/6} \\ \sqrt{1/6} & 0 \\ 0 & \sqrt{1/2} \end{pmatrix}, & S_2 &= i \begin{pmatrix} \sqrt{1/2} & 0 \\ 0 & \sqrt{1/6} \\ \sqrt{1/6} & 0 \\ 0 & \sqrt{1/2} \end{pmatrix}, \\
S_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{2/3} & 0 \\ 0 & \sqrt{2/3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

In dem Ausdruck für die Kopplung treten jetzt nur noch Dirac-Matrizen und die bekannten Dirac-Spinoren auf. Letztere haben im Impulsraum folgende Form [PS]:

$$\begin{aligned}
u_s(p) &= \sqrt{\frac{2E}{E+m}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix} \\
&= \sqrt{\frac{2E}{E+m}} \begin{pmatrix} \chi_s^u \\ \chi_s^d \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Die so definierten Dirac-Spinoren sind folgendermaßen normiert:

$$\bar{u}_r(p) u_s(p) = 2m \delta_{rs} \quad . \tag{4.11}$$

Für die Dirac-Matrizen wird die Standard-oder Diracdarstellung benutzt [EW, HM].

Die unteren Komponenten χ_s^d sind für Nukleonen durch einen Faktor $\frac{p_N}{m_N}$ unterdrückt. Da die Entwicklung im Ruhesystem der Resonanz stattfindet, verschwindet die untere Komponente des Resonanz-Spinors. Durch die zwischen den Spinoren stehenden γ -Matrizen werden nun die oberen und unteren Komponenten der Dirac-Spinoren der Nukleonen und der Resonanzen miteinander gemischt. Nur die Terme von der Ordnung $\left(\frac{p}{m}\right)^0$ werden in der Entwicklung mitgenommen.

Beginnt man mit der relativistischen Kopplung von Spin-3/2-Teilchen mit positiver Parität (oberster Term in (4.4)), so führt dies im einzelnen zu folgenden Schritten:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &\approx S_{r's'}^i (\partial_i A_\nu - \partial_\nu A_i) \bar{u}_{s'} \gamma^5 \gamma^\nu u_s \\
&\approx S_{r's'}^i (\partial_i A_\nu - \partial_\nu A_i) u_{s'}^\dagger \gamma^0 \gamma^5 \gamma^\nu u_s \quad .
\end{aligned}$$

Mit den Beziehungen

$$\begin{aligned}\gamma^o \gamma^5 \gamma^o &= - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \\ \gamma^o \gamma^5 \gamma^i &= - \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}\end{aligned}$$

erkennt man, daß nur die Terme mit $\nu = 1, 2, 3$ Beiträge von der Ordnung $\left(\frac{p}{m}\right)^o$ enthalten. Die Terme mit $\nu = 0$ sind proportional zu γ^5 und mischen obere mit unteren Spinorkomponenten. Man erhält also:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &\approx S_{rs'}^i (\partial_i A_j - \partial_j A_i) \chi_{s'}^\dagger \sigma^j \chi_s \\ &\approx \chi_{s'}^\dagger S_{rs'}^i \sigma^j (\partial \times A)^k \epsilon_{ijk} \chi_s \quad .\end{aligned}$$

Dabei ist $\chi = \chi^u$, die obere Komponente des Dirac-Spinors. Mit Hilfe der Kommutator- und Antikommutatorrelationen der σ -Matrizen läßt sich $i\epsilon_{ijk} \sigma^j$ umschreiben in [EW]:

$$i\epsilon_{ijk} \sigma^j = \delta_{ik} - \sigma_i \sigma_k \quad . \quad (4.12)$$

Dadurch zerfällt \mathcal{L} in 2 Terme:

$$\mathcal{L} \approx \chi_{s'}^\dagger S_{rs'}^i (\partial \times A)^i \chi_s - \chi_{s'}^\dagger S_{rs'}^i \sigma^i \sigma^k (\partial \times A)^k \chi_s \quad . \quad (4.13)$$

Der zweite Term trägt nicht bei, da $\sigma^i \sigma^k$ ein Projektor auf Spin-1/2-Zustände ist (s. Anhang B), $\chi_{s'}^\dagger S_{rs'}^i$ aber einen Spin-3/2-Zustand beschreibt.

Damit ist die endgültige Form der nichtrelativistischen Lagrangedichte, die die Wechselwirkung Resonanz ($J^P = \frac{3}{2}^+$)-Nukleon-Rho beschreibt:

$$\mathcal{L} = \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \chi_R^\dagger S_k \epsilon_{ijk} q_i \rho_j \chi \quad . \quad (4.14)$$

Für die anderen Lagrangedichten (4.4) erhält man in der nichtrelativistischen Reduktion:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int} &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \psi_R^\dagger \sigma_k \epsilon_{ijk} q_i \rho_j \psi \quad \text{für } \frac{1}{2}^+ \quad , \\ &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \psi_R^\dagger (\sigma_k \rho_k q_o - \rho_o \sigma_k q_k) \psi \quad \text{für } \frac{1}{2}^- \quad , \\ &= \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \psi_R^\dagger (S_k \rho_k q_o - \rho_o S_k q_k) \psi \quad \text{für } \frac{3}{2}^- \quad . \quad .\end{aligned} \quad (4.15)$$

Die Isospinanteile der Wechselwirkung wird durch die folgenden Lagrangedichten beschrieben [Pe97, EW]:

$$\begin{aligned}\chi_R^\dagger \tau_k \rho_k \chi &\text{ für } I = \frac{1}{2} \\ \chi_R^\dagger T_k \rho_k \chi &\text{ für } I = \frac{3}{2} \quad .\end{aligned} \quad (4.16)$$

Dabei ist T der Isospin $3/2-1/2$ -Übergangsoperator. Er ist formal identisch zum weiter oben beschriebenen Spinoperator S . τ sind die Pauli-Matrizen. χ_R , χ und ρ sind die Isospinanteile der Wellenfunktionen von Resonanz, Nukleon und Rho.

Es stellt sich heraus, daß die nichtrelativistische Reduktion die Stromerhaltung der Kopplung nicht verletzt. Durch die Ersetzung $\rho_\mu \rightarrow q_\mu$ verschwinden nämlich die Vertexfaktoren (s. Diskussion anlässlich (2.41)). Damit ist sichergestellt, daß die Rho-Selbstenergie im Medium auch bei einer nichtrelativistischen Rechnung der Stromerhaltungsbedingung (2.47) genügt.

Bis jetzt sind nur die Lagrangedichten zur Beschreibung der Wechselwirkung mit Spin-1/2- oder Spin3/2-Resonanzen angegeben worden. Es gibt aber im betrachteten Massenbereich bis 1.9 GeV auch zwei Resonanzen positiver Parität mit Spin-5/2, die relativ stark an das Nukleon-Rho System koppeln, das $\Delta(1905)$ und das $N^*(1680)$.

Eine relativistische Beschreibung von Spin-5/2-Teilchen ist nicht bekannt. Als Kopplungsterm wird hier deshalb der bei [FP97] angegebene benutzt. Dieser hat die Form:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \psi_R^\dagger R_{ij} q_i \rho_j^T \psi \quad . \quad (4.17)$$

Die Größe R_{ij} ist der Spin-5/2-Übergangsoperator. Er wird in Anhang B ausführlich diskutiert. Da er nicht antisymmetrisch in i und j ist, koppeln nur transversal polarisierte Rhos eichinvariant an so beschriebene Resonanzen an. ρ_j^T enthält die transversale Polarisationen des Rho-Polarisationsvektors:

$$\rho_j^T = \left(\delta_{jk} - \frac{q_j q_k}{\vec{q}^2} \right) \rho_k \quad . \quad (4.18)$$

Man kann sofort nachrechnen, daß die Kopplung an transversale Rhos unter der Ersetzung $\rho_i \rightarrow q_i$ verschwindet, also stromerhaltend ist (s. Diskussion anlässlich (2.45)).

Die Kopplungen für Resonanzen mit positiver Parität sind proportional zu \vec{q} , dem Dreierimpuls des Rhos. Hingegen sind die Kopplungen der Resonanzen negativer Parität proportional sowohl zu \vec{q} als auch zu ω , der Energie des Rhos. Das ist für die Ergebnisse wichtig, denn es impliziert, daß die Selbstenergiebeiträge von ($P = +1$)-Resonanzen im Limes $\vec{q} \rightarrow 0$ verschwinden, die von ($P = -1$)-Resonanzen hingegen nicht.

Desweiteren koppeln die Resonanzen mit den Quantenzahlen $J^P = \frac{3}{2}(\frac{1}{2})^+$ nur an transversal polarisierte Rhos, weil der Kopplungsterm proportional zu $(\vec{q} \times \vec{\epsilon})$ ist. Der Vertex für die Kopplung einer Resonanz positiver Parität an Rho-Meson und Nukleon muß proportional sein zu $\vec{\sigma}$ (bzw. \vec{S}) ($\vec{q} \times \vec{\epsilon}$), wenn man Stromerhaltung fordert. Die Vertexfunktion muß ein Skalar sein. Andererseits ist wegen Paritätserhaltung der Vertex proportional zu \vec{q} . Zur Verfügung stehen damit die Vektoren \vec{q} , $\vec{\epsilon}$ und $\vec{\sigma}$. Ein Term der Form $\vec{q} \vec{\epsilon}$ ist nicht stromerhaltend, so daß die Vertexfunktion nur proportional zu $\vec{\sigma} (\vec{q} \times \vec{\epsilon})$ sein kann.

4.3 Propagatoren

Nachdem jetzt die nichtrelativistische Form der Vertexfunktionen abgeleitet worden ist, muß noch bestimmt werden, welche Gestalt die Propagatoren annehmen, so daß die mit den benutzten Propagatoren und Vertexfunktionen berechneten Übergangsmatrixelemente tatsächlich den nichtrelativistischen Grenzfall der mit den normalen Feynman-Regeln berechneten Matrixelemente darstellen. Gesucht ist also ein Satz von nichtrelativistischen Feynman-Regeln.

In Kapitel 2.2.3 wurde gezeigt, wie durch Einsetzen der Normalmodenentwicklung in die Definition des Feynmanpropagators als zeitgeordnetes Produkt von Feldoperatoren eine Darstellung im Impulsraum gewonnen werden kann. Dies soll nun für die nichtrelativistische Feldmodenentwicklung wiederholt werden. Der dabei erhaltene Ausdruck ist gerade der gesuchte nichtrelativistische Feynmanpropagator.

4.3.1 Vakuum

Mit der in (4.2) gegebenen Normalmodenentwicklung eines nichtrelativistischen Feldoperators ergibt sich für den nichtrelativistischen Spin-1/2-Propagator:

$$\begin{aligned}
 D(x-y) &= -i \langle T[\psi(x) \psi^\dagger(y)] \rangle \\
 &= -i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sum_s \frac{1}{2E(k)} \theta(x_o - y_o) \chi_s \chi_s^\dagger e^{-iE(x_o - y_o) + i\vec{p}(\vec{x} - \vec{y})} \\
 &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \sum_s \chi_s \chi_s^\dagger \frac{m_N}{E(k)} \frac{e^{-ik(x-y)}}{k_o - E + i\epsilon} \quad . \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

Dabei ist zu beachten, daß bei Ausnutzung der Normalmodenentwicklung (4.2) folgende Antikommutatorrelation zwischen den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $a_s(k)$ und $a_s^\dagger(k)$ gilt:

$$\{a_s(k), a_{s'}^\dagger(p)\} = (2\pi)^3 \delta_{ss'} \delta(\vec{k} - \vec{p}) \quad . \quad (4.20)$$

Dies gewährleistet, daß für das Feld $\psi(x)$ und den dazu kanonisch konjugierten Feldimpuls $\pi(x) = i\psi^\dagger(x)$ eine "kanonische" Antikommutatorrelation erfüllt ist [PS]:

$$\{\psi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)\} = -i (2\pi)^3 \delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad . \quad (4.21)$$

Damit gilt:

$$D(k) = \frac{\sum_s \chi_s \chi_s^\dagger}{k_o - E + i\epsilon} \frac{m_N}{E(k)} = \frac{m_N}{E(k)} \frac{1}{k_o - E + i\epsilon} \quad . \quad (4.22)$$

In der statischen Näherung, die zur Ableitung der Vertexfunktionen benutzt wird, ist $m_N \approx E(k)$, so daß der Vorfaktor konsistent mit 1 angenähert werden kann.

Die nichtrelativistischen Propagatoren für Spin-3/2 - bzw. Spin-5/2-Teilchen erhält man, indem man die Spinsumme über die Spin-1/2-Zustände

$$\sum_s \chi_s \chi_s^\dagger \quad (4.23)$$

durch die entsprechenden Spinsummen über Spin-3/2- oder Spin-5/2-Zustände ersetzt.

4.3.2 Medium

Etwas komplizierter ist die Ableitung des Spin-1/2-Propagators im Medium. Der In-Medium-Propagator ist definiert als:

$$D^M(y-x) = -i \langle N | T[\psi(y) \psi^\dagger(x)] | N \rangle \quad (4.24)$$

Dabei ist $|N\rangle$ der Grundzustand des Mediums:

$$|N\rangle = \prod_{p=0}^{p_F} a(p)^\dagger |0\rangle \quad . \quad (4.25)$$

Nach Einsetzen der Normalmodenentwicklung wird dann $D^M(y-x)$ zu:

$$D^M(y-x) = -i \int \frac{d^3k d^3p}{(2\pi)^6} \frac{e^{-iE(k)y_o + i\vec{k}\vec{y}} e^{+iE(p)x_o - i\vec{p}\vec{x}}}{\sqrt{2E(k)2E(p)}} \sum_{s,s'} \chi_s \chi_{s'}^\dagger \times \\ \times \left\{ \Theta(y_o - x_o) \langle N | a_s(k) a_{s'}^\dagger(p) | N \rangle - \Theta(x_o - y_o) \langle N | a_{s'}^\dagger(p) a_s(k) | N \rangle \right\} \quad (4.26)$$

Durch Einsetzen der relevanten Fourierentwicklung der Θ -Funktion kann dies umgeschrieben werden:

$$D^M(y-x) = -i \int \frac{d^3k d^3p}{(2\pi)^6} \frac{e^{-iE(k)y_o + i\vec{k}\vec{y}} e^{+iE(p)x_o - i\vec{p}\vec{x}}}{\sqrt{2E(k)2E(p)}} \sum_{s,s'} \chi_s \chi_{s'}^\dagger \times \quad (4.27)$$

$$\times \left\{ \Theta(y_o - x_o) \left((2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{p}) \delta_{s,s'} - \langle N | a_{s'}^\dagger(p) a_s(k) | N \rangle \right) \right. \\ \left. - \Theta(x_o - y_o) \langle N | a_{s'}^\dagger(p) a_s(k) | N \rangle \right\} \quad (4.28)$$

Unter Ausnutzung von

$$\langle N | a_{s'}^\dagger(p) a_s(k) | N \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{k}) \delta_{s,s'} \Theta(p_F - k) \quad (4.29)$$

wird dies zu :

$$D^M(y-x) = -i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E(k)} e^{-iE(k)(y_o - x_o) + i\vec{k}(\vec{y} - \vec{x})} \times \\ \times \left\{ \Theta(y_o - x_o) (1 - \Theta(p_F - k)) - \Theta(x_o - y_o) \theta(p_F - k) \right\} \\ = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2E(k)} e^{ik(y-x)} \times \quad (4.30) \\ \times \left(\frac{1 - \Theta(p_F - k)}{k_o - E(k) + i\epsilon} + \frac{\Theta(p_F - k)}{k_o - E(k) - i\epsilon} \right)$$

Daraus kann man ablesen, daß die Fouriertransformierte des In-Medium-Propagators folgende Gestalt hat [EW]:

$$D^M(k) = \frac{m_N}{E(k)} \left(\frac{1}{k_o - E(k) + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k_o - E(p)) \Theta(p_F - k) \right) \quad . \quad (4.31)$$

Zum Abschluß dieses Kapitels soll noch eine Abschätzung zur Gültigkeit der nichtrelativistischen Rechnung gebracht werden:

Die Wechselwirkungslagrangedichte wird für zwei Rechnungen gebraucht: zur Berechnung der Selbstenergie und zur Bestimmung der Kopplungskonstanten $f_{RN\rho}$ aus dem Zerfall $R \rightarrow N \rho \rightarrow N\pi\pi$. Die expliziten Rechnungen dazu werden in Kapitel 5 bzw. Kapitel 6.1 vorgestellt.

Für die Berechnung der Zerfallsgraphen im Ruhesystem der Resonanz ist die nichtrelativistische Reduktion sicherlich eine gute Näherung solange $m_R \sim m_N + m_\rho$, das produzierte Nukleon also keinen zu hohen Impuls bekommt.

Die zur Selbstenergie des Rho-Mesons beitragenden Feynman-Graphen sind in Kapitel 3, Abbildung 3.1 gezeigt. Die Berechnung findet im Laborsystem statt. In diesem ist der Nukleonimpuls von der Größenordnung des Fermi-Impulses. Der Impuls des ρ -Mesons und der Resonanz sind dann von der selben Größenordnung $|\vec{p}_R| \sim |\vec{p}_\rho|$. Da in der Entwicklung $|\vec{p}_R| = 0$ angenommen wird, ist die nichtrelativistische Näherung hier nur für kleine $|\vec{p}_\rho|$ gut.

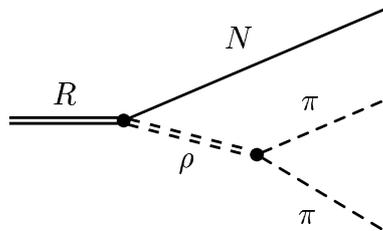
Kapitel 5

Bestimmung der Kopplungskonstanten

Die Wechselwirkungslagrangedichten $\mathcal{L}_{RN\rho}$ liegen nun in einer nichtrelativistischen Näherung vor. Um die Selbstenergie berechnen zu können, muß man noch die Kopplungskonstanten $f_{RN\rho}$ bestimmen.

Dazu wird der Prozeß $R \rightarrow N\rho \rightarrow N\pi\pi$ betrachtet und die Kopplungskonstante so gewählt, daß die in [PDG] für den Prozeß angegebenen partiellen Zerfallsbreiten reproduziert werden. Dabei ist es wichtig, die endliche Breite des Rhos zu berücksichtigen, denn diese erlaubt den Zerfall auch solcher Resonanzen in den $N\rho$ -Kanal, für die $m_R < m_N + m_\rho$ ist, z.B. den des $N^*(1520)$.

Der dem Prozeß zugrunde liegende Feynmangraph ist:



Der Graph enthält einen $\rho\pi\pi$ -Vertex. Die dazugehörige Lagrangedichte ist [BD]:

$$\mathcal{L} = f_{\rho\pi\pi} \left((\partial_\mu \pi^\dagger) A^\mu + A^\mu (\partial_\mu \pi) \right) \quad . \quad (5.1)$$

Dazu korrespondiert folgender Vertexfaktor F^μ :

$$F^\mu = f_{\rho\pi\pi} (p^\mu - p'^\mu) \quad ,$$

wobei p und p' die Impulse der auslaufenden Pionen sind.

Die Rechnung soll für den Zerfall einer Resonanz mit positiver Parität und Spin 1/2 oder 3/2 besprochen werden. Für die übrigen Resonanzen verlaufen die Rechnungen analog. Man kann die nichtrelativistisch reduzierten Lagrangedichten in folgende Form umschreiben:

$$\mathcal{L} = \frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \chi^\dagger \epsilon_\mu \Gamma^\mu \chi \quad ,$$

wobei Γ^μ der Vertexfaktor ist, z.B. $\Gamma^\mu = (0, \epsilon_{ijk} q_j S_k^{rs})$ für Spin-3/2-Resonanzen positiver Parität. Mit den üblichen Feynmanregeln erhält man somit für das spin-gemittelte quadrierte Matrixelement:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2S+1} \sum_{rs} \sum_{r's'} |M_{R \rightarrow N\pi\pi}|^2 &= \frac{1}{2S+1} \sum_{rs} \sum_{r's'} \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \frac{4 m_N m_R}{2S+1} \times \\ &\times \chi_{r'}^\dagger \Gamma^\mu \chi_{s'} D_{\mu\nu} F^\nu \chi_s^\dagger \Gamma^{\mu'} \chi_r D_{\mu'\nu'} F^{\nu'} \quad (5.2) \\ &= \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \frac{4 m_N m_R}{2S+1} \text{Tr}(\Gamma^\mu \Gamma^{\mu'}) D_{\mu\nu} D_{\mu'\nu'} F^\nu F^{\nu'} \gamma_I. \end{aligned}$$

$D_{\mu\nu}$ ist der Propagator eines massiven Spin-1-Teilchens und γ_I der Isospinfaktor des Zerfalls $R \rightarrow N\rho$. S ist der Spin der Resonanz. Der Faktor $4 m_N m_R$ rührt von der Normierung der Spinoren her. Unter Ausnutzung von (s. Anhang B)

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S_k^{rs} S_k^{r's'}) &= \text{Tr}(P_{kk'}^{3/2}) \\ &= \frac{4}{3} \delta_{kk'} \quad , \\ \text{Tr}(\sigma_k \sigma_k') &= 2 \delta_{kk'} \end{aligned}$$

erhält man für Resonanzen positiver Parität für $\text{Tr}(\Gamma^\mu \Gamma^{\mu'})$:

$$\text{Tr}(\Gamma^\mu \Gamma^{\mu'}) = -\gamma_J \vec{q}^2 P^T \mu\mu' \quad . \quad (5.3)$$

Dabei ist γ_J entweder 2 oder 4/3 und P^T ist der in 2.3.2 eingeführte Projektor auf 3-er transversale Zustände. Dieses Ergebnis reflektiert die oben erwähnte Tatsache, daß Resonanzen positiver Parität nur an transversal polarisierte Rhos koppeln.

Damit wird (5.2) zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2S+1} \sum |M|^2 &= -\alpha \sum_\lambda \vec{q}^2 P^T \mu\mu' \frac{\epsilon_\mu^\lambda \epsilon_{\mu'}^{\dagger\lambda'} \epsilon_\nu^{\dagger\lambda} \epsilon_{\nu'}^{\lambda'}}{(q^2 - m_\rho^2)^2 + m^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}^2} \times \\ &\times f_{\rho\pi\pi}^2 (p_1 - p_2)^\nu (p_1 - p_2)^{\nu'} \quad (5.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \alpha \sum_\lambda \vec{q}^2 P^T \mu\mu' \frac{\epsilon_\mu^\lambda \epsilon_{\mu'}^{\dagger\lambda} \epsilon_\nu^{\dagger\lambda} \epsilon_{\nu'}^\lambda}{(q^2 - m_\rho^2)^2 + m^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}^2} \times \\ &\times f_{\rho\pi\pi}^2 (p_1 - p_2)^\nu (p_1 - p_2)^{\nu'} \quad (5.5) \end{aligned}$$

mit

$$\alpha = \frac{\gamma_I \gamma_S}{2S + 1} \frac{f_{RN\rho}^2}{m_\rho^2} 4 m_N m_R \quad .$$

Dabei ist im letzten Schritt das Gleichsetzen von λ und λ' nur nach Integration über den Phasenraum richtig. Um dies zu sehen, betrachte man den $\rho\pi\pi$ -Vertex:

$$\int d\Omega \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\dagger\lambda'} F^\mu F^\nu \quad . \quad (5.6)$$

In einer Partialwellenentwicklung ist $\epsilon_\mu^\lambda F^\mu$ proportional zur $Y^{1\lambda}$ Kugelflächenfunktion. Ihre Eigenschaften sind z.B. in [Jo] angegeben. Damit ist obiges Integral aufgrund der Orthogonalitätsrelation der Y^{lm} nur dann von null verschieden, wenn $\lambda = \lambda'$:

$$\int d\Omega Y^{1\lambda\dagger} Y^{1\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} \quad . \quad (5.7)$$

Die Breite für einen 3-Körper-Zerfall ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Gamma_{R \rightarrow N\pi\pi} &= \frac{1}{2m_R} \int \frac{d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{\pi_1}} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_{\pi_2}} \times \\ &\times |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_R - p_N - p_1 - p_2) \quad . \end{aligned}$$

p_N, p_1, p_2 sind die Impulse des Nukleons und der beiden Pionen. Durch Einschub einer weiteren vierdimensionalen Integration über den Impuls des Rhos kann der Phasenraum so umgeschrieben werden, daß ein Teil des Phasenraums und ein Teil des Matrixelements zusammen die Zerfallsbreite des Rhos in zwei Pionen ergeben. Dies ist möglich, da für jedes λ das quadrierte Matrixelement in den Indizes $\mu \mu'$ und $\nu \nu'$ faktorisiert, die Zerfallsbreite des Rhos aber nicht von seiner Polarisation abhängig ist:

$$\begin{aligned} \Gamma_{R \rightarrow N\pi\pi} &= \frac{1}{2m_R} \int \frac{d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2q_0} (2\pi)^4 \int dq_0 (2\pi)^3 2q_0 \times \\ &\times \delta^4(p_R - p_N - q) \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{\pi_1}} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_{\pi_2}} \delta^4(q - p_1 - p_2) |M|^2 \\ &= \frac{\alpha}{2m_R} \frac{-1}{2(2\pi)^3} \sum_\lambda \int \frac{d^3 p_N d^3 q}{E_N} \int dq_0 \delta^4(p_R - p_N - q) \times \\ &\times \frac{\vec{q}^2 P^T \mu\mu' \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_{\mu'}^{\dagger\lambda}}{(q^2 - m_\rho^2)^2 + m^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}^2} 2q_0|_{\vec{q}=0} \Gamma_{\rho\pi\pi} \quad . \end{aligned}$$

Durch Einsetzen einer Darstellung der Polarisationsvektoren ϵ_μ [HM] folgt:

$$\epsilon_\mu^\lambda \epsilon_{\mu'}^{\dagger\lambda} = -\text{sgn}(q^2) P_{\mu\mu'}^\lambda \quad . \quad (5.8)$$

Mit dieser Relation kann die Summe über λ leicht ausgeführt werden:

$$\begin{aligned}
\sum_{\lambda=1}^3 P^{T\ \mu\mu'} \epsilon_{\mu}^{\lambda} \epsilon_{\mu'}^{\dagger\lambda} &= \sum_{\lambda=1}^3 P^{T\ \mu\mu'} P_{\mu\mu'}^{\lambda} \\
&= \sum_{\lambda=1}^3 \text{Tr}(P^T P_{\lambda}) \\
&= \sum_{\lambda=1}^2 \text{Tr}(P_{\lambda}) \\
&= 2 \quad .
\end{aligned}$$

Die Substitution $q_0^2 = m^2 + \vec{q}^2$ und das Ausführen der δ -Funktion liefern dann zusammen mit obiger Summe als Resultat für die Breite:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{R \rightarrow N\pi\pi}(m) &= \frac{\alpha}{2m_R} \frac{1}{\pi^2} \int_{2m_{\pi}}^{m-m_N} dm \frac{1}{m_R} |\vec{q}|^3 \frac{m^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}}{(m^2 - m_{\rho}^2)^2 + m_{\rho}^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}^2} \\
&= 2 \frac{\gamma_I \gamma_J}{2S+1} \left(\frac{f_{\rho}}{m_{\rho} \pi} \right)^2 \times \\
&\quad \times \int_{2m_{\pi}}^{m-m_N} dm \frac{m_N}{m_R} \frac{|\vec{q}|^3 m^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}}{(m^2 - m_{\rho}^2)^2 + m_{\rho}^2 \Gamma_{\rho\pi\pi}^2} \\
&= 2 \frac{\gamma_I \gamma_J}{2S+1} \left(\frac{f_{\rho}}{m_{\rho}} \right)^2 \frac{1}{\pi} \int_{2m_{\pi}}^{m-m_N} dm \frac{m_N}{m_R} |\vec{q}|^3 m A(m^2) F(\vec{q}^2) \quad (5.9)
\end{aligned}$$

$\Gamma_{\rho\pi\pi}$ ist entsprechend (2.54) gewählt. Im letzten Schritt wurde in Anlehnung an [FP97] zusätzlich ein Monopol-Formfaktor $F(\vec{q}^2)$ eingefügt:

$$F(\vec{q}^2) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \vec{q}^2} \quad \text{mit } \lambda = 1.5 \text{ GeV} \quad . \quad (5.10)$$

Da der *cutoff* sehr groß ist, beeinflußt dieser Formfaktor die Ergebnisse kaum. Er ist bei großen invarianten Massen der Resonanz wichtig, aber nicht zur Bestimmung der Kopplungskonstanten aus der Zerfallsbreite.

Für Resonanzen mit negativer Parität erhält man ein ganz ähnliches Ergebnis:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{R \rightarrow N\pi\pi}(m) &= 3 \frac{\gamma_I \gamma_J}{2S+1} \left(\frac{f_{\rho}}{m_{\rho}} \right)^2 \frac{1}{\pi} \times \\
&\quad \times \int_{2m_{\pi}}^{m-m_N} dm \frac{m_N}{m_R} (|\vec{q}| (m^2 + \frac{2}{3} |\vec{q}|^2)) m A(m^2) F(\vec{q}^2) \quad (5.11)
\end{aligned}$$

Die Ergebnisse zeigen das von (4.15) zu erwartende dynamische Verhalten: Für Resonanzen positiver Parität ist die Breite proportional zu $|\vec{q}|^3$, während für

Resonanzen negativer Parität das Ergebnis sowohl Terme proportional zu $q_o^2 |\vec{q}|$ als auch solche proportional zu $|\vec{q}|^3$ enthält. Ein Faktor $|\vec{q}|$ stammt dabei aus der Integration über den Phasenraum.

Das Nukleon hat positive Parität, das Rho negative, so daß beim Zerfall einer Resonanz mit positiver (negativer) Parität wegen Paritätserhaltung Nukleon und Rho einen geraden (ungeraden) relativen Bahndrehimpuls haben. Man spricht auch von p-Wellen-(s-Wellen)-Resonanzen.

Man sieht, daß die Zerfallsbreite proportional zur Spektralfunktion ist. Tatsächlich kann man die Resonanzbreite auch berechnen, indem man den Zerfall $R \rightarrow N \rho$ betrachtet, wobei die Masse des Rhos nun variabel ist und das Ergebnis mit der normierten Massenverteilung des Rhos gewichtet wird:

$$\Gamma_{R \rightarrow N \pi \pi}(m) = \frac{1}{2m_R} \int dm^2 \int \frac{d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E} \times \\ \times |M_{R \rightarrow N \rho}|^2 (2\pi)^4 A(m^2) \delta^4(p_R - p_N - p) \quad . \quad (5.12)$$

Die Information über die Wechselwirkung des Rhos mit den Pionen ist in der Spektralfunktion des Rhos enthalten. Diese Form des Ergebnisses ist nicht von der speziellen Form der Spektralfunktion abhängig. Daher ist dieser Ansatz zur Berechnung der Resonanzbreiten leicht auf Fälle zu verallgemeinern, in denen das Rho vielfältige Reaktionen eingeht.

Da die Resonanzen eine endliche Breite haben, existiert auch für sie eine Spektralfunktion. Es stellt sich deshalb die Frage, ob zur Bestimmung der Kopplungskonstanten nicht auch über die Masse der Resonanz gemittelt werden muß. Dies hängt davon ab, wie die experimentell gefundenen Werte für die Zerfallsbreiten extrahiert worden sind. In der Analyse von z.B. [Ma92], auf der viele der in [PDG] angegebenen und in dieser Arbeit verwendeten Resonanzeigenschaften beruhen, ist die Breite der Resonanz auf der Resonanzmasse an die experimentellen Daten angepaßt worden. Deshalb ist eine Mittelung über die Spektralfunktion der Resonanz nicht nötig.

Zum Schluß sollen die Isospinfaktoren γ_I bestimmt werden. Weil die starke Wechselwirkung invariant unter Isospintransformationen ist, reicht es aus, sowohl für Isospin-1/2- als auch für Isospin-3/2-Resonanzen jeweils nur einen Zerfallsprozeß zu betrachten.

Isospin 1/2: $R \rightarrow p \rho_o + n \rho_+$.

Mit der oben gegebenen Kopplung (4.16) ergibt sich unter Benutzung von $\sigma_i \rho_i = \sqrt{2} (\sigma_+ \rho_- + \sigma_- \rho_+) + \sigma_3 \rho_o$:

$$\gamma_I = \left(\sqrt{2} \chi_+^\dagger \sigma_+ \chi_- \right)^2 + \left(\chi_+^\dagger \sigma_3 \chi_+ \right)^2 \\ = 2 + 1 = 3 \quad .$$

Dabei ist z.B. die Wirkung von ρ_- die Erzeugung eines negativ geladenen bzw. die Vernichtung eines positiv geladenen Rhos. Weil die beiden Zerfallsprozesse unterscheidbare Ereignisse sind, ist die Gesamtwahrscheinlichkeit gleich der Summe

der Einzelwahrscheinlichkeiten. χ_- und χ_+ sind die Wellenfunktion eines Teilchen mit Isospin \downarrow bzw. \uparrow .

Genauso erhält man für **Isospin 3/2**: $R \rightarrow p\rho_+$.

$$\begin{aligned}\gamma_I &= \left(\chi_s^\dagger S_{s3/2}^+ \chi_+\right)^2 \\ &= \left(-\chi_+^\dagger \chi_+\right)^2 \\ &= 1 \quad .\end{aligned}$$

Die Werte für die mit Hilfe von (5.11,5.9) berechneten Kopplungskonstanten sind in Tabelle 3 angegeben. Die trotz seiner relativ kleinen Partialbreite Γ_ρ große Kopplungskonstante für das $N^*(1520)$ wird durch den kleinen Phasenraum für die Zerfallsprodukte erklärt. Man kann am Beispiel dieser Resonanz auch klar erkennen, daß die Berücksichtigung der endlichen Breite des Rhos wichtig ist. In einem Modell, welches das Rho als stabilen Endzustand mit der Masse $m_\rho = 768$ MeV behandelt, könnte es keine Kopplung des $N^*(1520)$ an den $N\rho$ -Kanal geben. Das $\Delta(1232)$ hat keine meßbare Zerfallsbreite in den $N\rho$ -Kanal. Deshalb kann die Kopplungskonstante nicht mit (5.9) berechnet werden. Stattdessen wird der Wert von [RW97] genommen. Auch die $NN\rho$ -Kopplungskonstanten stammen aus dieser Quelle.

Kapitel 6

Die ρ -Spektralfunktion in Kernmaterie

Die theoretischen Grundlagen zur Berechnung der ρ -Selbstenergie und damit der ρ -Spektralfunktion in Kernmaterie sind nun gelegt. Mit den in Kapitel 4 abgeleiteten Vertexfaktoren und Propagatoren kann auf Basis des *low density theorem's* die Selbstenergie und damit der Propagator des Rho-Mesons bestimmt werden. Nach Diskussion der Ergebnisse wird dann kurz die Normierung der Spektralfunktion behandelt, bevor ein Verfahren vorgestellt wird, das den Einfluß von Wechselwirkungen eines ρ -Mesons mit mehreren Nukleonen beschreibt.

6.1 Die ρN -Selbstenergie

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse einer nichtrelativistischen Berechnung der ρN -Selbstenergie präsentiert. Die Berechnung beruht auf dem in Kapitel 3 motivierten *low density*-Theorem. Zur ρN -Streuung tragen in niedrigster Ordnung Störungstheorie zwei Graphen bei: Die Berechnung dieser Graphen ist mit

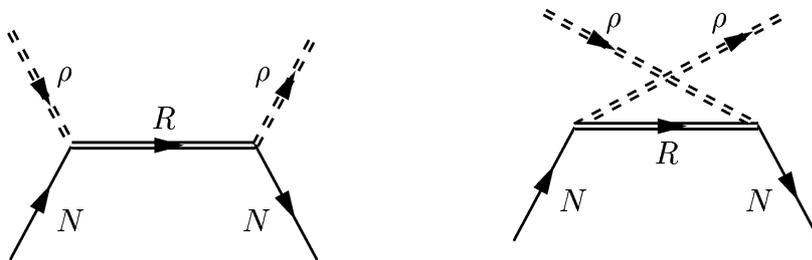


Abbildung 6.1: s-Kanal- und u-Kanal-Beitrag zur ρN Streuamplitude.

Hilfe der in Abschnitt 4 abgeleiteten nichtrelativistischen Vertexfaktoren und Propagatoren relativ leicht möglich. Integriert man die in Kapitel 3 im Limes $\rho \rightarrow 0$ abgeleitete Form der Selbstenergie über die Fermi-Bewegung der Nukleonen, so erhält man für den Beitrag der s-Kanal-Graphen:

$$\begin{aligned} \Sigma^{\mu\nu}(\omega, \vec{q}) &= Tr \{ \Gamma^\mu \Gamma^\nu \} \Sigma_I \times \\ &\times \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(p_F - |\vec{p}|)}{\omega + E_N(\vec{p}) - E_R(\vec{p} + \vec{q})} \end{aligned} \quad (6.1)$$

und für u-Kanal-Graphen:

$$\begin{aligned} \Sigma^{\mu\nu}(\omega, \vec{q}) &= Tr \{ \Gamma^\mu \Gamma^\nu \} \Sigma_I \times \\ &\times \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(p_F - |\vec{p}|)}{-\omega + E_N(\vec{p}) - E_R(\vec{p} - \vec{q})} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Die Berechnung von $Tr \{ \Gamma^\mu \Gamma^\nu \}$ wurde schon in Kapitel 5 diskutiert. Σ_I ist ein Isospinfaktor. Für Isopin-1/2-Resonanzen ist $\Sigma_I = 2$ und für Isopin-3/2-Resonanzen ist $\Sigma_I = 4/3$. Die Berechnung von Σ_I verläuft analog zur der in Kapitel 5 zur Bestimmung der Isospinfaktoren für den Resonanzzerfall durchgeführten. Die Impulsintegration bereitet keine Probleme, weil die θ -Funktion das Integral beim Fermi-Impuls abschneidet. Die Energie des Nukleons ist gegeben durch:

$$E_N(p) = \sqrt{m_N^2 + \vec{p}^2}$$

und die der Resonanz durch

$$E_R(p) = \sqrt{m_R^2 + \vec{p}^2} - \frac{i}{2} \Gamma_R \quad .$$

Γ_R wird eingeführt, um die endliche Breite der Resonanz zu beschreiben. Das Minuszeichen im Imaginärteil ist nötig, um Kausalität zu gewährleisten: Im $D_R < 0$. Eigentlich ist Γ_R die Summe aller Partialbreiten der Resonanz. In dieser Rechnung wird sie parametrisiert durch zwei Zerfallskanäle, den $N \rho$ -Kanal und den $N \pi$ -Kanal. Die Parametrisierung ist so gewählt, daß die partielle $N \rho$ -Zerfallsbreite gemäß[PDG] richtig wiedergegeben wird. Alle anderen Zerfallskanäle werden dann in den $N \pi$ -Zerfallskanal parametrisiert:

$$\Gamma_R = \Gamma_{R \rightarrow N\pi} + \Gamma_{R \rightarrow N\rho} \quad . \quad (6.3)$$

Die Massenabhängigkeit von $\Gamma_{R \rightarrow N\rho}$ wird anhand von (5.11,5.9) berechnet. $\Gamma_{R \rightarrow N\pi}$ wird aus der Parametrisierung

$$\Gamma_{R \rightarrow N\pi} = \Gamma_o \left(\frac{q(m)}{q_r} \right)^{2\ell+1} \left(\frac{r^2 + q_r^2}{r^2 + q^2} \right)^{2\ell+1} \quad . \quad (6.4)$$

bestimmt. Dabei ist ℓ der relative Bahndrehimpuls im Pion-Nukleon-System. $q(m)$ und q_r sind die Impulse des Pions im Ruhesystem der Resonanz, einmal

für den Fall, daß die Resonanz auf der Massenschale ist, zum anderen für den Fall, daß die Resonanz die Masse $m \neq m_R$ hat. Die Parametrisierung der Zerfallsbreite (6.4) verhindert, daß der $N\pi$ -Kanal für große invariante Massen der Resonanz zu große Werte annimmt. Dabei wurde $r = 0.5$ gewählt. Für invariante Massen oberhalb der Resonanzmasse kann Γ_R trotzdem sehr große Werte annehmen. Dies wird vor allem durch das starke Anwachsen der Zerfallsbreite im $N\rho$ -Kanal verursacht. Um unphysikalische Breiten zu vermeiden, wird die totale Zerfallsbreite Γ_R bei 1 GeV abgeschnitten.

Nach Auswertung der Vertexfunktionen erhält man folgende Resultate für Resonanzen positiver und negativer Parität (vgl. p -Wellen-Resonanzen mit [FP97]).
 J^+ -Resonanzen:

$$\Sigma^{\mu\nu}(\omega, \vec{q}) = - \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \Sigma_J \Sigma_I \vec{q}^2 P^{T\mu\nu} \beta(\omega, \vec{q}) \quad (6.5)$$

J^- -Resonanzen:

$$\Sigma^{\mu\nu}(\omega, \vec{q}) = - \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \Sigma_J \Sigma_I \left(q^2 P^{L\mu\nu} + q_o^2 P^{T\mu\nu} \right) \beta(\omega, \vec{q}) \quad (6.6)$$

Dabei ist

$$\beta(\omega, \vec{q}) = \int_0^{p_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\frac{1}{q_o + E_N(\vec{p}) - E_R(\vec{p} + \vec{q})} + \frac{1}{-q_o + E_N(\vec{p}) - E_R(\vec{p} - \vec{q})} \right) \quad (6.7)$$

Wie aus (4.15) zu erwarten, tragen die p -Wellen-Resonanzen nur zu Σ^T bei. Dies hängt daran, daß die Kopplung proportional zu $(\vec{q} \times \vec{\epsilon})$ ist. Die s -Wellen-Resonanzen tragen hingegen sowohl zu Σ^T als auch zu Σ^L bei. Man sieht außerdem, daß im Limes $\vec{q} = 0$, in dem keine ausgezeichnete Richtung mehr existiert, die longitudinale und transversale Selbstenergie gleich sind. Der Beitrag von p -Wellen-Resonanzen verschwindet, während die Beiträge der s -Wellen-Resonanzen zu Σ^T und zu Σ^L proportional zu q_o^2 sind.

In Abbildung 6.2 ist der Beitrag zur ρ -Selbstenergie zu sehen, der aus der Kopplung an das $N^*(1520)$ resultiert. Die Rechnungen sind für den Fall $\vec{q} = 0$ gezeigt.

Man erkennt das typische Verhalten einer Streuamplitude: den Nulldurchgang im Realteil auf der Resonanzmasse $m = m_R - m_N$ sowie den Peak im Imaginärteil an derselben Stelle. Im Bereich der physikalischen ρ -Masse (durch die vertikale Linie gekennzeichnet) ist der Realteil der Selbstenergie schwach positiv. Entsprechend ist das Potential, welches durch die ρN -Streuung erzeugt wird, repulsiv für das ρ -Meson, und es ist zu erwarten, daß der ρ -Peak zu etwas höheren Massen verschoben wird. Dies steht im Einklang mit der in Kapitel 2.1

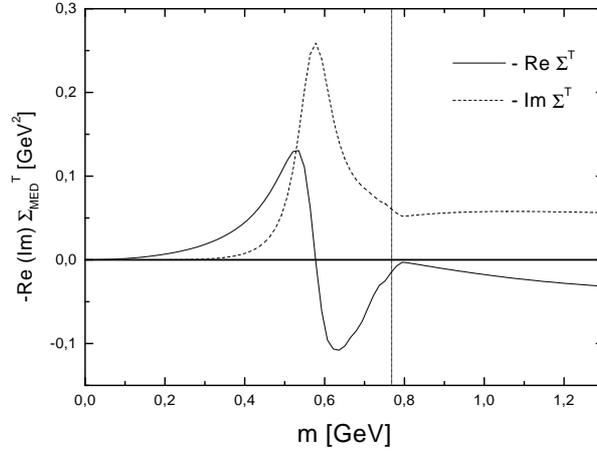


Abbildung 6.2: Real- und Imaginärteil von $\Sigma_{\rho N}^{N^*(1520)}$ für transversale ρ -Mesonen. Man erkennt, daß die Selbstenergie die selbe Form wie eine Streuamplitude hat. Die vertikale Linie ist auf der Höhe der physikalischen ρ -Masse eingezeichnet.

diskutierten *level repulsion*. Um kurzreichweitige Wechselwirkungen zwischen Resonanzen und Nukleonen effektiv zu beschreiben, führt man Migdal-Parameter ein ([RW97, BB75]). Allerdings liegt ein theoretisches Modell zur Beschreibung der daraus resultierenden Modifikation der Selbstenergiebeiträge der Resonanzen nur für p -Wellen-Resonanzen vor. Die renormierte Selbstenergie hat für solche Resonanzen die Form:

$$\Sigma(\omega, \vec{q}) = \frac{\Sigma^o(\omega, \vec{q})}{1 - g' \frac{\Sigma^o(\omega, \vec{q})}{\vec{q}^2}} \quad (6.8)$$

g' ist der Migdal-Parameter. Verlässliche Werte für g' gibt es nur für das $\Delta(1232)$, für die anderen Resonanzen ist g' hingegen unbekannt. In dieser Arbeit wird nur die durch Anregung eines $\Delta(1232)$ erzeugte Selbstenergie renormiert. Für g' wird dabei wie in [RW97] ein Wert von 0.5 gewählt. Die restlichen p -Wellen-Resonanzen werden nicht renormiert.

6.2 Die ρ -Spektralfunktion bei kleinen Dichten

Es sollen nun die Ergebnisse für die ρ -Spektralfunktion, die auf einer Berechnung der ρ -Selbstenergie mittels des *low density theorem* beruhen, präsentiert werden. Die Spektralfunktion ist gegeben durch:

$$A^{T(L)} = \frac{-1}{\pi} \frac{\text{Im}\Sigma(q_0, \vec{q})}{(p^2 - m^2 - \text{Re}\Sigma(q_0, \vec{q}))^2 + (\text{Im}\Sigma(q_0, \vec{q}))^2}, \quad (6.9)$$

wobei $\Sigma = \Sigma_{\rho\pi\pi} + \Sigma^{T(L)}$. Dazu sei als erstes der Effekt des $N^*(1520)$ betrachtet. Falls nur diese Resonanz berücksichtigt wird, ergibt sich die in Abbildung 6.3 für $\vec{q} = 0$ gezeigte Spektralfunktion.

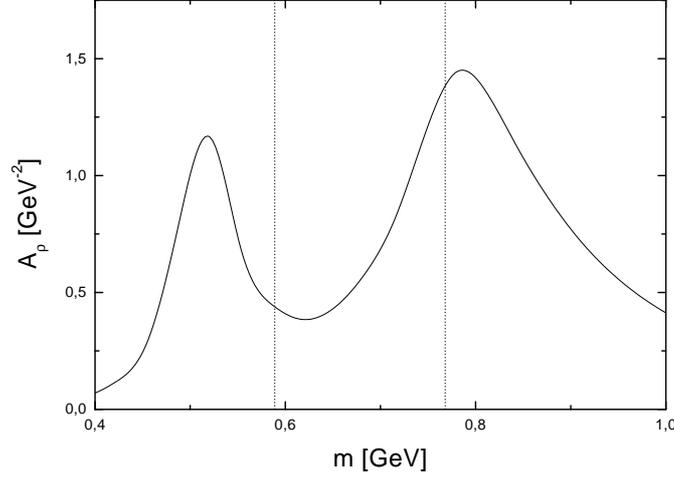


Abbildung 6.3: Spektralfunktion des ρ , wenn nur die Kopplung an das $N^*(1520)$ berücksichtigt wird. Gezeigt ist die Spektralfunktion bei $\vec{q} = 0$. Die vertikalen Linien entsprechen der Position der Peaks ohne *level repulsion*.

Vergleicht man die Spektralfunktion mit der Vakuumspektralfunktion des ρ -Mesons (Abbildung 2.2), so sieht man deutlich eine neue Struktur bei kleineren invarianten Massen. Die Spektralfunktion hat nun zwei Peaks, einer entspricht dem ρ -Meson und der andere einem Resonanz-Loch-Zustand. Wie in Kapitel 3 ausgeführt, ist dieser neue Peak zu erwarten, weil die Selbstenergie einen Pol hat. Die gestrichelten Linien in Abbildung 6.3 geben die Position der Peaks für verschwindende Stärke der Kopplung an. Bei endlicher Kopplungskonstante sind die Peaks weiter voneinander entfernt als im freien Fall, was die *level repulsion* illustriert. In Abbildung 6.2 ist zu erkennen, daß das ρ -Meson durch die Kopplung an das $N^*(1520)$ ein repulsives Potential erfährt. Dies spiegelt sich in dem zu größeren invarianten Massen hin verschobenen ρ -Peak wieder. Wäre die Masse der Resonanz größer als $m_R = m_N + m_\rho$, so wäre der Realteil der resultierenden Selbstenergie auf der ρ -Masse kleiner als Null und folglich würde das ρ -Meson ein attraktives Potential erfahren. Der ρ -Peak wäre dann zu kleineren invarianten Massen hin verschoben. Man sieht also, wie sich die *level repulsion* für den Fall der hier diskutierten ρN -Streuprozesse erklären läßt.

Es soll nun die Impulsabhängigkeit von longitudinaler und transversaler Spektralfunktion anhand des Beitrags des $N^*(1520)$ diskutiert werden. Die wesentlichen Merkmale lassen sich gut mit Hilfe der in (4.15) angegebenen Kopplungen erklären. Das $N^*(1520)$ koppelt sowohl an longitudinale als auch an transversale

ρ -Mesonen. Die Kopplung an transversale Rhos ist proportional zu q_o^2 , die an longitudinale Rhos zu q^2 . Vergleicht man dies mit Abbildung 3.2, so ist zu vermuten, daß die longitudinale Spektralfunktion des ρ im zeitartigen Bereich bei großen Impulsen im wesentlichen wieder ihre Vakuumsstruktur annimmt, weil die Selbstenergiebeiträge entlang der Anregungskurve des $N^*(1520)$ bei großen Impulsen verschwinden. Hingegen gibt es keinen Grund zu der Annahme, daß dies auch für die transversale Spektralfunktion der Fall ist. Die selbe Argumentation gilt für alle anderen Resonanzen negativer Parität. Aufgrund der Impulsabhängigkeit der Kopplungen erwartet man also, daß bei Mitnahme aller s -Wellen-Resonanzen bei hohen Impulsen kaum ein Unterschied in der Struktur von longitudinaler Spektralfunktion und Vakuumspektralfunktion besteht. Es sollte nur noch ein Peak bei $m = m_\rho$ zu sehen sein, der allerdings im Vergleich zur Vakuumspektralfunktion etwas reduziert ist. Es gibt ja weiterhin Selbstenergiebeiträge durch Anregung der Resonanzen, die jedoch nun im raumartigen Bereich liegen. Dadurch wird Stärke in den raumartigen Bereich gezogen und der ρ -Peak ist weniger prononciert als im Vakuum. Die transversale Spektralfunktion sollte auch bei hohen Impulsen deutliche Modifikationen im zeitartigen Bereich aufzeigen. Wie in Abbildung 6.4 gezeigt, ist dies auch der Fall.

Neben der unterschiedlichen Impulsabhängigkeit von transversaler und longitudinaler Spektralfunktion fällt auf, daß man nur Strukturen, die vom $N^*(1520)$ herrühren, erkennen kann. Diese scheint also die wichtigste s -Wellen-Resonanz zu sein. Der Grund dafür ist folgender: Der von der $N^*(1520)$ stammende Peak liegt aufgrund von *level repulsion* bei einer invarianten Masse, bei der das ρN -System die Resonanz nicht auf ihrer Ruhemasse, sondern auf kleineren Massen anregt. Bei diesen Massen ist der Vakuumselbstenergiebeitrag durch den Zerfall des ρ in zwei Pionen noch recht gering. Außerdem ist die Breite der Resonanz kleiner als ihre Vakuumbreite. Dadurch entsteht ein relativ scharfer Peak.

Regt man hingegen höher liegende Resonanzen an, so gewinnt der Zerfallskanal $\rho \rightarrow \pi\pi$ an Bedeutung. Deswegen sind die auftretenden Strukturen so verschmiert, daß sie vom breiten ρ -Peak kaum mehr unterschieden werden können.

Wir kommen nun zur Diskussion des Einflusses, den die Anregung von Resonanzen positiver Parität auf die Spektralfunktion hat. Resonanzen positiver Parität koppeln nur an transversale ρ -Mesonen. Die Kopplungsstärke ist proportional zum Impuls des ρ . Deshalb beeinflussen sie die ρ -Spektralfunktion bei kleinen Impulsen kaum, sondern werden erst bei höheren Impulsen wichtig. In Abbildung 6.6 ist die Spektralfunktion gezeigt, die sich ergibt, wenn man nur p -Wellen-Resonanzen berücksichtigt. Man sollte erwarten, daß das $\Delta(1232)$ aufgrund seiner geringen Masse die wichtigste Resonanz ist. Wie aber in Abbildung 3.2 zu sehen ist, läuft die Anregungskurve des $\Delta(1232)$ schon für relativ kleine Impulse des ρ -Mesons in den raumartigen Bereich, der auf den Bildern nicht zu sehen ist. Deswegen ist das $\Delta(1232)$ im zeitartigen Bereich nicht sehr wichtig, aber für größere Impulse zieht es relativ viel Stärke in den raumartigen Bereich. Dieses Verhalten ist in Abbildung 6.5 gezeigt. Dort ist die Spektralfunktion als

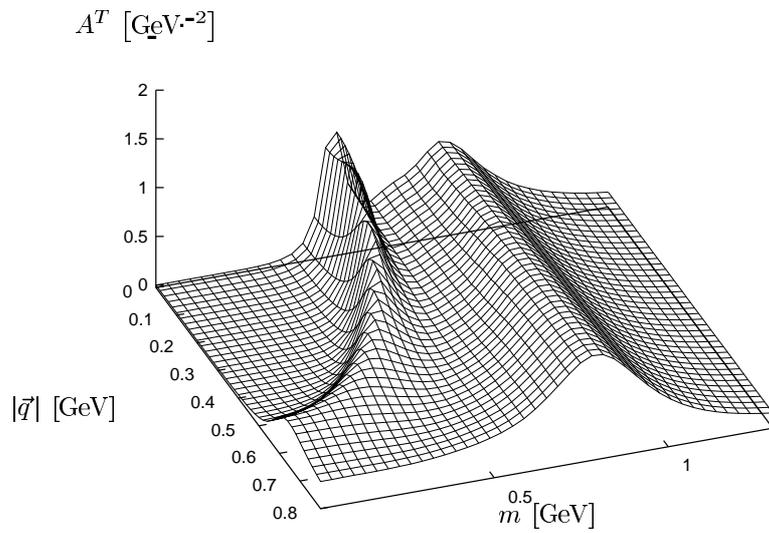
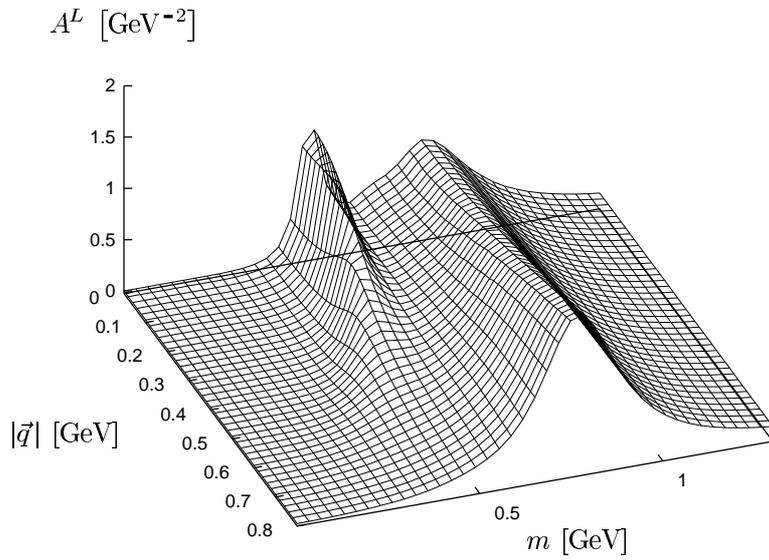


Abbildung 6.4: Vergleich der Impulsabhängigkeit von transversaler und longitudinaler Spektralfunktion. Nur s -Wellen-Resonanzen werden berücksichtigt. Oben ist A^L abgebildet, unten A^T .

Funktion der Energie des ρ -Mesons q_0 und nicht als Funktion der invarianten Masse m gezeigt. Dabei werden nur p -Wellen-Resonanzen berücksichtigt. Erwartungsgemäß verschwindet bei $\vec{q} = 0$ der Einfluß der Resonanzen und bei großen Impulsen dominiert das $\Delta(1232)$. Wie weiter vorne erwähnt, wurde dabei in der Rechnung nur das $\Delta(1232)$ durch einen Migdal-Parameter renormalisiert, nicht hingegen die anderen Resonanzen.

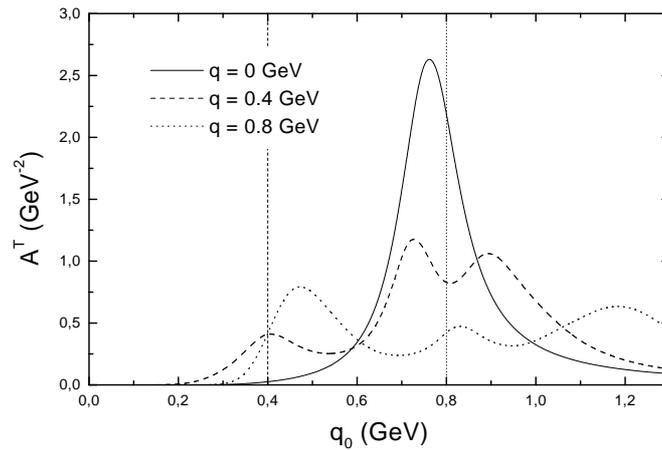


Abbildung 6.5: Transversale Spektralfunktion A^T des ρ -Mesons, wenn nur Resonanzen positiver Parität berücksichtigt werden. Es sind Schnitte bei verschiedenen Impulsen des ρ -Mesons gezeigt. Für große Impulse erkennt man deutlich den starken Einfluß des $\Delta(1232)$ im raumartigen Bereich.

In Abbildung 6.6 erkennt man im wesentlichen drei Strukturen: eine vom ρ herrührende, bei sehr kleinen invarianten Massen das $\Delta(1232)$ und einen Ast, der anfangs nahe beim ρ -Ast liegt und dann später zu kleinen Massen hin läuft. Dieser Ast ist dem $N^*(1720)$ zuzuordnen. Es war diese Resonanz und das $\Delta(1905)$, welche von [FP97] betrachtet wurden, um eine mögliche Impulsabhängigkeit der Spektralfunktion zu untersuchen. Wie man allerdings in den späteren Bildern sehen wird, ist der Einfluß der beiden Resonanzen bei Berücksichtigung von s -Kanal-Resonanzen zu vernachlässigen (vgl. Abbildung 6.8). Wieder wurde in den Rechnungen nur der Beitrag des $\Delta(1232)$ durch einen Migdal-Parameter renormiert.

In Abbildung 6.7 ist die Spektralfunktion für den Fall gezeigt, daß alle p -Wellen-Resonanzen durch einen Migdal-Parameter renormiert werden. Der Migdal-Parameter g' wurde dazu für alle Resonanzen auf einen Wert von $g' = 0.5$ gesetzt. Man sieht, daß sich qualitativ an den Strukturen nichts ändert, allerdings ist der dem $N^*(1720)$ zuzuordnende Ast erwartungsgemäß etwas unterdrückt

In Abbildung 6.8 ist A_ρ^T für den Fall gezeigt, daß alle Resonanzen berücksichtigt werden. Die auftretenden Strukturen sind relativ einfach zu identifizieren.

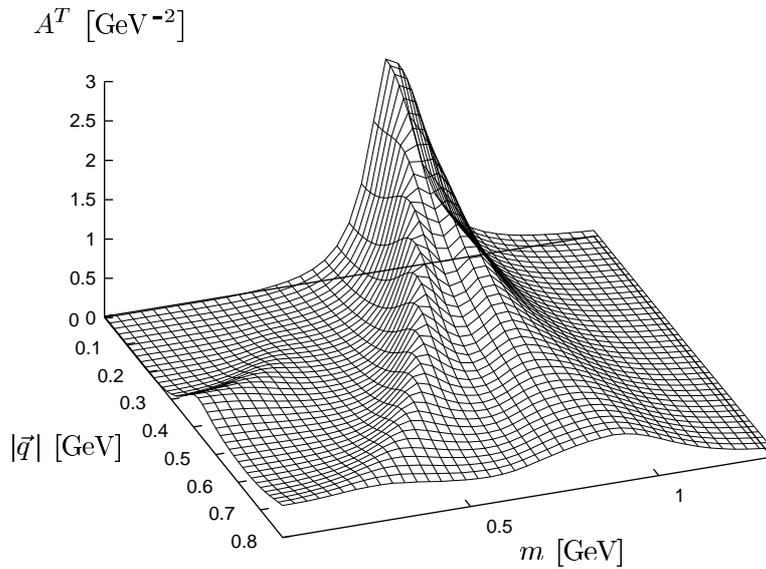


Abbildung 6.6: Spektralfunktion des ρ -Mesons, wenn nur Resonanzen positiver Parität berücksichtigt werden. Bei dieser Rechnung wurde nur das $\Delta(1232)$ durch einen Migdal-Parameter renormiert.

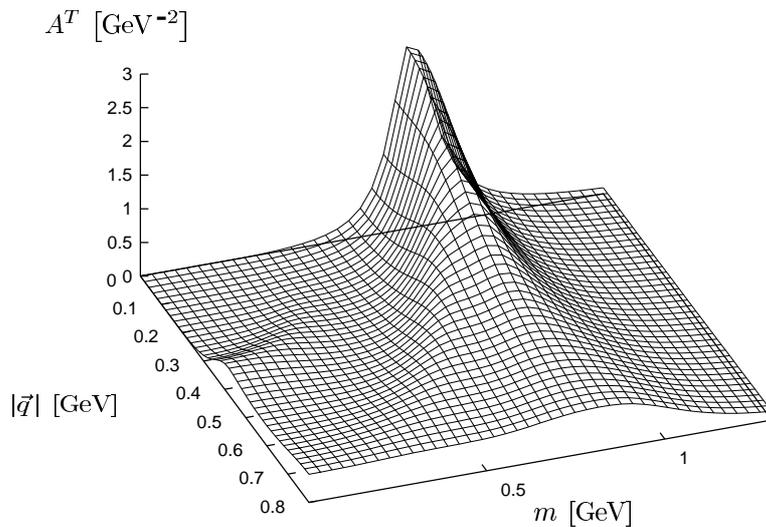


Abbildung 6.7: Wie Abbildung 6.6, diesmal aber mit einer von kurzreichweitigen Korrelationen renormierten Selbstenergie.

Man erkennt einen Peak, der dem freien ρ -Meson entspricht und zu kleineren invarianten Massen hin einen zweiten, der durch die Anregung des $N^*(1520)$ entsteht. Der Einfluß der p -Wellen-Resonanzen auf A_ρ^T ist stark reduziert. Nur der Effekt des $\Delta(1232)$ ist bei kleinen invarianten Massen ansatzweise sichtbar.

Zu A_ρ^L tragen nur s -Wellen-Resonanzen bei. Ihre Struktur wurde schon in Ab-

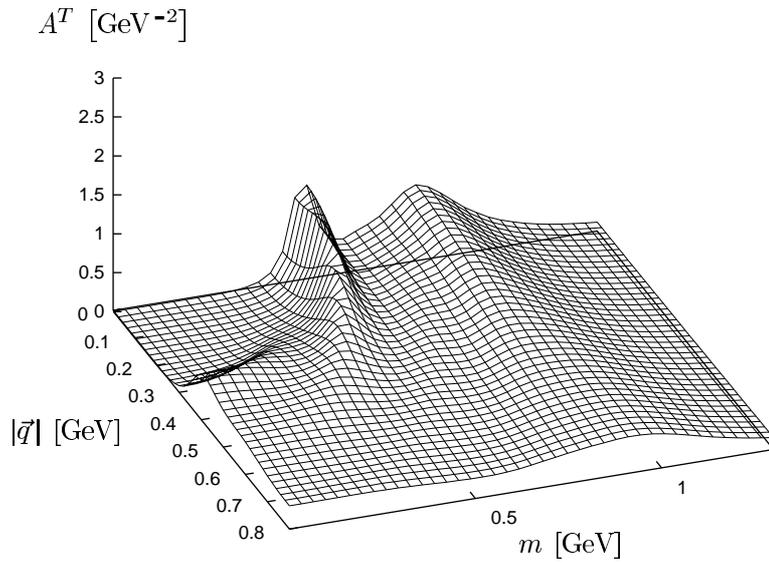


Abbildung 6.8: Transversale Spektralfunktion des ρ -Mesons mit allen Resonanzen.

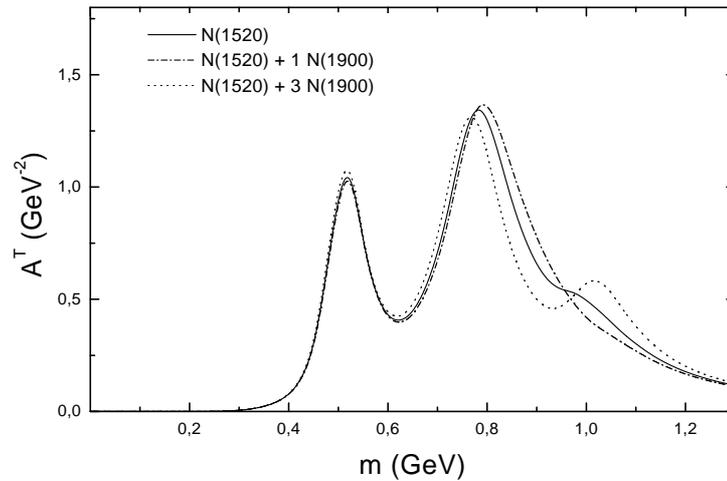


Abbildung 6.9: Einfluß schwerer Resonanzen auf die ρ -Spektralfunktion. Zu sehen ist A_ρ^T bei $\vec{q} = 0$.

bildung 6.4 diskutiert.

Zusammenfassend kann man sagen, daß in der *low density approximation* sowohl A_ρ^L als auch A_ρ^T von den s -Wellen-Resonanzen dominiert werden. Die wichtigste s -Wellen-Resonanz ist auch die leichteste, nämlich das $N^*(1520)$. Dies ist im Wesentlichen ein kinematischer Effekt, der darauf beruht, daß sie bei invari-

anten Massen des ρ -Mesons angeregt wird, bei denen der Zerfall des Rhos in zwei Pionen noch keine große Rolle spielt. Dadurch ist automatisch mehr Stärke bei kleinen invarianten Massen des Rhos zu finden. Dies ist jedoch kein Artefakt der Tatsache, daß in den Rechnungen keine schwereren Resonanzen berücksichtigt wurden.

Zur Illustration ist in Abbildung 6.9 das Ergebnis für eine Spektralfunktion gezeigt, in der neben der $N^*(1520)$ noch eine (nicht existierende) Resonanz der Masse $m_R = 1.9$ GeV mitgenommen wird, welche die gleichen Quantenzahlen wie das $N^*(1520)$ hat. Dieser Resonanz wurde eine Zerfallsbreite von $\Gamma_R = \Gamma_{N\rho} = 300$ MeV gegeben, also ein ziemlich großer Wert. Damit soll für einen starken Effekt gesorgt werden. Selbst wenn man, um eine obere Abschätzung des möglichen Einflusses schwerer Resonanzen zu erhalten, drei dieser Resonanzen mitnimmt, ist kaum ein Einfluß auf die Spektralfunktion erkennbar. Der Grund ist, daß bei großen invarianten Massen die Zerfallsbreite $\Gamma_{\rho\pi\pi}$ dominant ist. Dadurch wird zum einen jegliche Peakstruktur ausgeschmiert, zum anderen wird der Zähler der Spektralfunktion von $\Gamma_{\rho\pi\pi}$ als starkem Untergrund geprägt.

Eine Konsequenz dieses Verhaltens ist, daß die Spektralfunktion nur bedingt sensitiv auf die ρN -Streuamplitude ist. Zur Illustration ist in Abbildung 6.10 der Realteil der ρN -Vorwärtsstreuamplitude für $m = m_\rho$ als Funktion des ρ -Impulses gezeigt. Dabei wurde nur die Kopplung transversaler ρ -Mesonen berücksichtigt. Die drei Kurven entsprechen denen von Abbildung 6.9. Man sieht, daß die Realteile der Streuamplitude sich stark voneinander unterscheiden, während die dazugehörigen Spektralfunktionen fast identisch sind.

Als Ergebnis der hier vorgestellten Berechnung von A^L und A^T in der *low density approximation* kann man festhalten, daß das ρ -Meson durch die Anregung der *resonance hole loops* nicht mehr als Teilchen bestimmter Masse und Breite zu interpretieren ist. Es ist deshalb eher angemessen zu sagen, daß das Rho mit gewissen Wahrscheinlichkeiten in den einzelnen aus der ρN -Streuung resultierenden Ästen lebt. Da gezeigt wurde, daß der Einfluß schwerer Resonanzen im Vergleich zum dem leichter relativ gering ist, führen die hier diskutierten ρN -Streuprozesse zu einer transversalen Spektralfunktion, bei der wesentlich mehr Stärke bei geringen invarianten Massen des Rhos zu finden ist als im Vakuumfall. Nur ein longitudinal polarisiertes ρ -Meson hat bei hohen Impulsen im zeitartigen Bereich wieder eine Struktur, die sich durch Masse und Breite charakterisieren läßt. Seine In-Medium-Eigenschaften unterscheiden sich bei hohen Impulsen nicht sehr von seinen Vakumeigenschaften. Allerdings ist sowohl für A^T als auch für A^L recht viel Stärke im raumartigen Bereich.

6.3 Vergleich mit Experimenten

Im vorangehenden Abschnitt wurde argumentiert, daß die Spektralfunktion des ρ -Mesons nur bedingt sensitiv auf die ρN -Vorwärtsstreuamplitude ist. Trotzdem

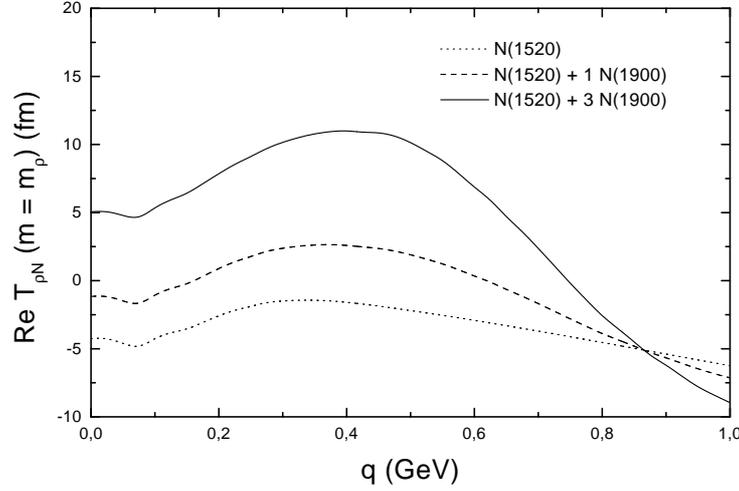


Abbildung 6.10: Einfluß schwerer Resonanzen auf die ρN -Vorwärtsstreuamplitude $T_{\rho N}$. Zu sehen ist $T_{\rho N}$ bei $m = m_\rho$ als Funktion des Impulses des ρ -Mesons. Man erkennt den deutlichen Einfluß der schwereren Resonanzen auf die Streuamplitude.

ist es natürlich interessant zu überprüfen, inwieweit das hier verwandte Modell für diese Amplitude konsistent mit experimentellen Daten ist.

In [Fr98] wurde von Friman vorgeschlagen, mit Hilfe der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ experimentelle Einschränkungen für den Imaginärteil der ρN -Vorwärtsstreuamplitude $T_{\rho N}$ zu finden. Die Argumentation läuft dabei wie folgt: Über das optische Theorem ist der Imaginärteil der ρN -Vorwärtsstreuamplitude verknüpft mit dem totalen ρN -Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\rho N} = \text{Im} T_{\rho N} \frac{m_N + m_\rho}{m_N} \frac{1}{k_\rho} \quad . \quad (6.10)$$

k_ρ ist der Impuls des einlaufenden ρ -Mesons im Schwerpunktsystem. Diese Amplitude ist proportional zum Propagator der angeregten Resonanz:

$$\text{Im} T_{\rho N} = F_{\rho N}^2 \Gamma_{tot} |D_R|^2 \quad , \quad (6.11)$$

wobei $F_{\rho N}$ der Vertexfaktor am $R N \rho$ -Vertex ist. Γ_{tot} bezeichnet die totale Breite der Resonanz. Ersetzt man nun im Zähler des Imaginärteils des Propagators der angeregten Resonanz deren totale Breite durch die in den interessierenden Zerfallskanal (in diesem Falle den $\pi^- p$ -Kanal), multipliziert den so erhaltenen Ausdruck weiterhin mit dem Isospinkoeffizienten für den Zerfall $R \rightarrow \rho^0 n$, so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\text{Im} T_{\rho^0 n}^{\pi^- p} = F_{\rho^0 n}^2 \Gamma_{R \rightarrow \pi^- p} |D_R|^2 \quad . \quad (6.12)$$

Über das optische Theorem ist er proportional zum Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\rho^0 n \rightarrow \pi^- p$ ist. Für diese existieren allerdings keine experimentellen Daten. Man kann jedoch mit Hilfe von *detailed balance* aus $T_{\rho^0 n}^{\pi^- p}$ den Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ ausrechnen:

$$3 k_\rho^2 \sigma_{\rho^0 n \rightarrow \pi^- p} = k_\pi^2 \sigma_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n} \quad . \quad (6.13)$$

Dabei ist k_π der Impuls des Pions im Schwerpunktsystem. Berücksichtigt man nun noch die endliche Breite des ρ -Mesons, so erhält man für den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ folgenden Ausdruck:

$$\sigma_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n} = \int_{2m_\pi}^{\sqrt{s}-m_n} dm^2 A_\rho(m) \operatorname{Im} T_{\rho^0 n}^{\pi^- p} \frac{m_n + m_\rho}{m_n} \frac{3k_\rho}{k_\pi} \quad . \quad (6.14)$$

$T_{\rho^0 n}^{\pi^- p}$ kann gemäß

$$T_{\rho^0 n}^{\pi^- p} = a + b k_\rho^2 \quad (6.15)$$

entwickelt werden, wobei k_ρ der Impuls ist, den ein ρ -Meson der Masse m bei vorgegebenem \sqrt{s} hat. \sqrt{s} ist die invariante Masse von einlaufendem Pion und Nukleon. Wählt man $\sqrt{s} = m_N + m_\rho$, so ist a gerade gleich der Streulänge, definiert als [Fr98]:

$$a = \frac{m_N}{4\pi(m_n + m_\rho)} T(\omega = m_\rho, \vec{q} = 0) \quad . \quad (6.16)$$

In seiner Analyse fittet Friman die Parameter a und b an experimentelle Daten von [Br71]. Für den Imaginärteil von a findet er dabei einen Wert von

$$\operatorname{Im} a = 0.022 \text{ fm} \quad . \quad (6.17)$$

Er argumentiert dann, daß dieser Wert für den Imaginärteil der Streulänge eine obere Grenze darstellt und von einem Modell für $T_{\rho^0 n}^{\pi^- p}$ nicht übertroffen werden darf. Mit dem in dieser Arbeit verwandten Modell findet man für $\operatorname{Im} a = 0.094$ fm, also einen fast fünf Mal so großen Wert.

Dies bedeutet allerdings keineswegs, daß das hier verwandte Modell für die ρN -Vorwärtsstreuamplitude falsch ist. Problematisch ist vielmehr die in [Br71] vorgenommene Extraktion des Wirkungsquerschnitts $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ aus den experimentell gemessenen $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ -Daten. Die dazu verwandten invarianten Massenspektren von $\pi^+ \pi^-$ -Paaren zeigen nämlich erst bei Energien im Bereich von $\sqrt{s} \sim 1.8$ GeV einen deutlichen Peak bei der Masse des ρ -Mesons, während solche Strukturen bei $\sqrt{s} = m_N + m_\rho \sim 1.7$ GeV noch nicht sichtbar sind. Deshalb ist in der Analyse von [Br71] eine sinnvolle Extraktion des $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ -Wirkungsquerschnitts für $\sqrt{s} < 1.8$ GeV nicht möglich.

In Abbildung 6.11 ist der aus [Br71] extrahierte Wirkungsquerschnitt $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ gezeigt. In der gleichen Abbildung ist auch die Vorhersage eines einfachen

Breit-Wigner-Modells mit den hier verwandten Resonanzparametern zu sehen. Dabei ist der Beitrag einer Resonanz zum Wirkungsquerschnitt gegeben durch:

$$\sigma_R = \frac{4\pi}{p_\pi^2} s \frac{(2S+1)}{2} \frac{\Gamma_{R \rightarrow \pi^- p} \Gamma_{R \rightarrow \rho^0 n}}{(s - m_R^2)^2 + s \Gamma_{tot}^2} \quad (6.18)$$

p_π ist der Impuls des einlaufenden Pions im Schwerpunktsystem, s die invariante Masse von Pion und Nuklon, S ist der Spin der Resonanz und m_R ihre Masse. Γ_{tot} steht für die totale Breite der Resonanz und $\Gamma_{R \rightarrow \pi^- p}$ sowie $\Gamma_{R \rightarrow \rho^0 n}$ stehen für die Partialbreiten der Resonanz in den Eingangs- und den Ausgangskanal.

Die Übereinstimmung des Breit-Wigner-Modells mit den Daten ist relativ schlecht. Bei großen \sqrt{s} ist dies darauf zurückzuführen, daß der Einfluß von Resonanzen mit Massen von $m_R > 1.9$ GeV wichtig wird, die in dem hier verwandten Modell vernachlässigt werden. Eine Begründung für die Zulässigkeit dieser Näherung wurde im vorherigen Abschnitt gegeben.

Auch bei kleinen \sqrt{s} ist ein starker Unterschied zwischen Theorie und Experiment sichtbar. Die theoretische Kurve sagt einen deutlichen Beitrag des $N^*(1520)$ zum Wirkungsquerschnitt voraus, der in den experimentellen Daten nicht sichtbar ist. Hierbei kranken die Daten allerdings wieder an der für kleine Energien sehr problematischen Extraktion des Wirkungsquerschnitts, so daß auf gar keinen Fall der Schluß gezogen werden kann, daß es keine Kopplung des $N^*(1520)$ an den $N\rho$ -Kanal gibt.

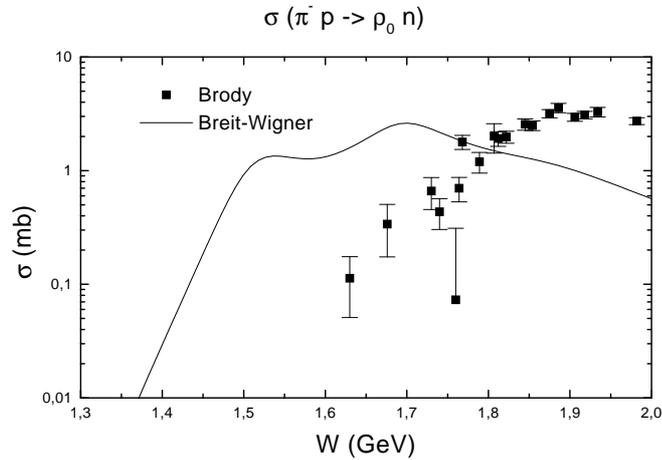


Abbildung 6.11: Vergleich einer Breit-Wigner-Parametrisierung des $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ -Wirkungsquerschnitts mit experimentellen Daten. Zur Güte dieser Daten und der Breit-Wigner-Parametrisierung siehe Text.

Die in [PDG] angegebenen Daten für den Zerfall $N^*(1520) \rightarrow N\rho$ beruhen auf einer Partialwellenanalyse sämtlicher $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ -Daten von [Ma84, Ma92]. Das

$N^*(1520)$ trägt zum D_{13} -Kanal bei. Dabei ist D der relative Bahndrehimpuls von Pion und Nukleon im Eingangskanal, $1 = 2S + 1$ sowie $3 = 2I + 1$ bezeichnen Spin und Isospin der Resonanz. In Abbildung 6.12 sind die aus dieser Analyse extrahierten Daten für den Wirkungsquerschnitt im D_{13} -Kanal gezeigt.

Verglichen werden sie mit folgenden Kurven, die wieder auf der Basis einer Breit-Wigner-Parametrisierung berechnet wurden: einer, in der mit den in [Ma92] extrahierten Parametern und Breitenparametrisierungen der gesamte Beitrag des $N^*(1520)$ zur 2-Pionen-Produktion gezeigt ist (in Abbildung 6.12 gekennzeichnet durch $1520 \rightarrow N\pi\pi$ Manley tot); einer zweiten, in der mit diesen Parametern der Beitrag des Kanals $N^*(1520) \rightarrow N\rho$ zur 2-Pionen-Produktion gezeigt ist (gekennzeichnet durch $1520 \rightarrow N\rho$ Manley rho) sowie einer dritten, bei der mit den in dieser Arbeit verwandten Parametern und Breitenparametrisierungen der Beitrag des $N\rho$ -Kanals ausgerechnet wurde (gekennzeichnet durch $1520 \rightarrow N\rho$ Diplom rho). Man sieht, daß die totale 2-Pionenproduktion über das $N^*(1520)$ mit den Manley-Parametern gut wiedergegeben wird, unter Einbeziehung eines hier nicht gezeigten Untergrundterms kann dieser den Querschnitt fast perfekt reproduzieren. Außerdem ist auffällig, daß es sichtbare Unterschiede im Beitrag des $N\rho$ -Kanals, hervorgerufen durch unterschiedliche Breitenparametrisierungen, gibt.

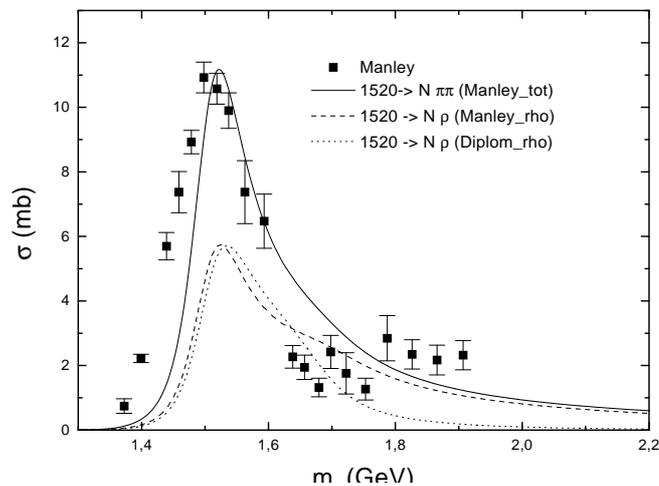


Abbildung 6.12: Vergleich der in [Ma92] extrahierten Werte für den Wirkungsquerschnitt $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ mit den Vorhersagen eines Breit-Wigner-Modells. Benutzt wurden unterschiedliche Parametrisierungen der Zerfallsbreiten. Man erkennt deutlich, daß das $N^*(1520)$ an den $N\rho$ -Kanal koppelt.

Offensichtlich sagt die Analyse von [Ma84, Ma92] ganz deutlich eine Kopplung des $N^*(1520)$ an den $N\rho$ -Kanal vorher.

6.4 Die Normierung der ρ -Spektralfunktion

Nun soll die Frage überprüft werden, ob die in dieser Arbeit berechnete Spektralfunktion die in Kapitel 2.3.3 bestimmte Normierungsrelation erfüllt. Im folgenden soll nur A^T besprochen werden.

In Abbildung 6.13 ist das Normierungsintegral $N(\Lambda)$ für die Vakuumspektralfunktion

$$N(\Lambda) = \int_0^\Lambda dq_o^2 A(q_o) \quad (6.19)$$

als Funktion der oberen Integrationsgrenze Λ abgebildet. Die beiden Vakuumkurven (durchgezogen und gestrichelt) entsprechen zwei unterschiedlichen Parametrisierungen der ρ -Zerfallsbreite. Einmal wurde $\Gamma_{\rho\pi\pi}$ gemäß (2.53) bestimmt,

$$\text{Im}\Sigma_{\rho\pi\pi}^1(q) = -i m_\rho \frac{m_\rho}{m} \Gamma_o \frac{q(m)^3}{q(m_R)} \quad (6.20)$$

Bei der anderen Kurve wurde eine Parametrisierung gewählt, bei der die Breite bei einem Wert von $\Gamma = 0.4$ GeV (das entspricht einer ρ -Masse von 1.2 GeV) abgeschnitten wird:

$$\text{Im}\Sigma_{\rho\pi\pi}^2(q) = \min \left(-i m_\rho \frac{m_\rho}{m} \Gamma_o \frac{q(m)^3}{q(m_R)}, 0.4 \right) \quad (6.21)$$

Man sieht, daß die gemäß (6.21) parametrisierte Breite zu einer Spektralfunktion führt, welche normiert ist, die gemäß (6.20) parametrisierte indes nicht. Dabei hängt bei Verwendung von (6.21) der Wert des Normierungsintegrals empfindlich vom gewählten *cutoff* ab.

Um dies zu erläutern, soll eine alternative Ableitung der Summenregel geliefert werden. Unter den zwei Annahmen, daß 1.) der Propagator nur Pole in der unteren Halbebene der komplexen Energieebene hat und daß 2.) die Selbstenergie Σ langsamer als s mit der Energie ansteigt, kann man, indem man die Kontur in der oberen Halbebene schließt, schreiben [Leu2]:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_o q_o A(q^2) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_o q_o D_R(q^2) \\ &= -\frac{1}{\pi} \lim_{q_o \rightarrow \infty} \text{Im} \int_{\pi}^0 i d\phi \frac{(q_o e^{i\phi})^2}{(q_o e^{i\phi})^2 - m^2 - \Sigma(q_o e^{i\phi}, \vec{q} = 0)} \\ &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} (-\pi i) = 1 \quad . \end{aligned} \quad (6.22)$$

Dabei wurde verwendet, daß

$$\lim_{q_o \rightarrow \infty} \frac{\Sigma(q_o)}{q_o^2} = 0 \quad .$$

Parametrisiert man die Selbstenergie gemäß (6.20), so kann die daraus folgende Spektralfunktion nicht normiert sein, da die Selbstenergie proportional zu s ist. Die Tatsache, daß (6.21) eine normierte Spektralfunktion erzeugt, ist eher als Zufall zu werten: die Pole des Propagators scheinen in der richtigen Halbebene zu liegen, außerdem hängt die Normierung vom *cutoff* ab. Wäre dies nicht der Fall, dann würde das Integral (6.19) zwar konvergieren (der Imaginärteil der Selbstenergie ist nämlich für große s konstant), da aber bei der Integration auch Beiträge von den eingeschlossenen Pole auftreten würden, wäre das Resultat verschieden von 1. Um sicher zu stellen, daß die Pole in der richtigen Halbebene liegen, müßte zusätzlich ein dem Imaginärteil von $\Sigma_{\rho\pi\pi}$ entsprechender Realteil in Betracht gezogen werden.

In Abbildung 6.13 ist ebenfalls das Normierungsintegral für die in der *low density approximation* berechnete Spektralfunktion gezeigt. Dabei wurden als Breitenparametrisierung sowohl (6.20) (durchgezogene Linie) als auch (6.21) (gepunktete Linie) benutzt. Wie zu erwarten, konvergiert das Integral im ersten Fall überhaupt nicht, während es bei Benutzung von (6.21) zwar recht schnell konvergiert, aber nicht gegen 1. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß der Propagator auch Pole in der oberen Halbebene hat, weil der Realteil der Selbstenergie nicht aus dem Imaginärteil bestimmt wurde.

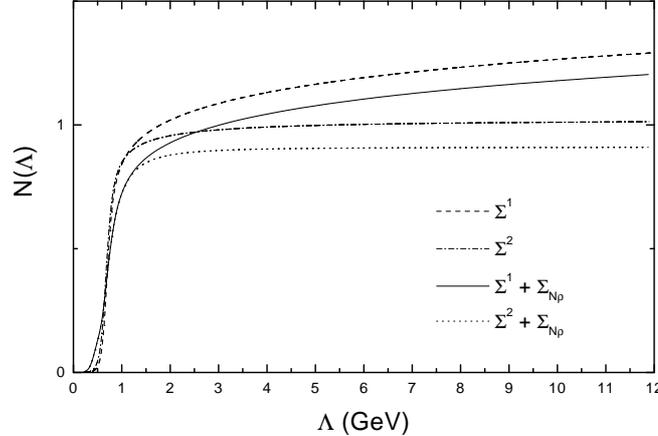


Abbildung 6.13: Gezeigt ist die Normierung von A_ρ^T als Funktion der Energie für verschiedene Parametrisierungen der ρ -Selbstenergie.

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob die hier gezeigten Ergebnisse für die Spektralfunktion wertlos sind, denn schließlich sollte eine Massenverteilung normiert sein. Um diese Frage abschliessend beantworten zu können, müßte man den Realteil der Rho-Vakuum-Selbstenergie konsistent aus dem Imaginärteil berechnen. Andererseits kann die in dieser Arbeit verwandte Breitenparametrisierung (6.20) bis Energien von 1 GeV die existierenden experimentellen $\pi\pi$ -

Streuphasen recht gut beschreiben (s. Abbildung 6.14). Deshalb kann man davon ausgehen, daß trotz der Nichtnormiertheit der Spektralfunktion die hier gezeigten Ergebnisse für Energien bis etwa 1 GeV zuverlässig sind. Die gezeigten Daten entstammen einer Analyse von [Pro73].

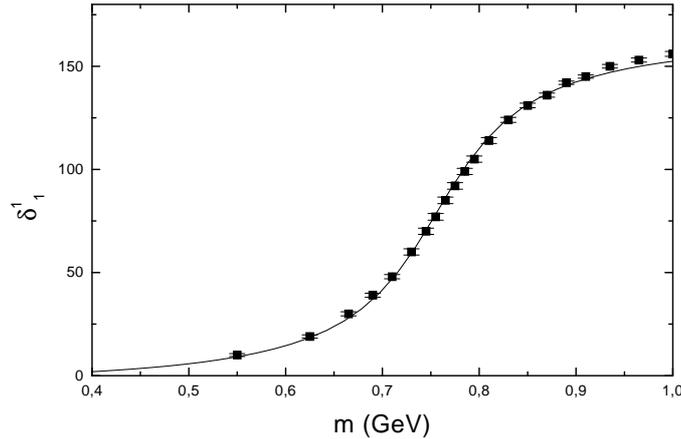


Abbildung 6.14: Streuphasen in $\pi\pi$ -Streuung. Gezeigt ist der $I = J = 1$ -Kanal in dem das ρ -Meson dominant auftritt.

Die Streuphase wurde dabei gemäß:

$$\tan \delta_1^1 = \frac{\text{Im}\Sigma(q^2)}{m_\rho^2 - q^2} \quad (6.23)$$

berechnet.

6.5 Die ρ -Spektralfunktion bei hohen Dichten

In Kapitel 6.2 wurden die ρ -Selbstenergiebeiträge und damit die ρ -Spektralfunktion auf der Basis des *low density theorem* berechnet. Formal konnte die Rechnung zu höheren Dichten hin erweitert werden, indem über die Fermibewegung der Nukleonen integriert wurde. Allerdings ist damit die Frage nicht geklärt, welchen Einfluß andere physikalische Prozesse auf die Struktur der Spektralfunktion haben. Das soll in diesem Kapitel untersucht werden.

Bis jetzt wurde der Einfluß der Resonanzen auf die Selbstenergie des Rhos betrachtet. Umgekehrt kann man jedoch die Frage stellen, ob ein modifiziertes Rho nicht auch Auswirkungen auf die Eigenschaften der Resonanzen haben könnte. In Kapitel 5 wurde schon angedeutet, daß dies tatsächlich der Fall ist: Der Zerfall einer Resonanz in den ρ N-Kanal wird maßgeblich beeinflusst von der

Spektralfunktion des Rhos. Ein stark mediummodifiziertes Rho wird daher die In-Medium-Breite der Resonanz verändern. Über (6.5) oder (6.6) geht die Breite der Resonanz aber wieder in die ρ -Selbstenergie ein, so daß eine mediummodifizierte Resonanz zu einer neuen Selbstenergie des Rhos führt. Man erhält auf diese Art und Weise ein gekoppeltes System von Dyson-Schwinger-Gleichungen für das ρ -Meson und die Resonanz, welches iterativ wie folgt gelöst werden kann:

$$\begin{aligned}
D_\rho^1 &= D_\rho^0 + D_\rho^0 \Sigma_R^0 D_\rho^1 \\
D_R^1 &= D_R^0 + D_R^0 \Sigma_\rho^1 D_R^1 \\
D_\rho^2 &= D_\rho^1 + D_\rho^1 \Sigma_R^1 D_\rho^2 \\
&\text{usw.} \quad .
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Der Realteil der Resonanzselbstenergie kann im Prinzip über Dispersionsrelationen aus dem Imaginärteil gewonnen werden. Unter der Annahme, daß dieser im Wesentlichen durch die Zerfallsbreite bestimmt ist, könnte also untersucht werden, wie sich die veränderten ρ -Eigenschaften auf die Masse der Resonanz auswirken. Der Einfachheit halber geschieht dies aber nicht, statt dessen wird $\text{Re } \Sigma_R = 0$ gesetzt, was bedeutet, daß sich die Masse der Resonanz im Laufe des Iterationsprozesses nicht ändert.

Der Ausdruck für die Zerfallsbreite der Resonanz im Medium kann analog zum Vakuumfall abgeleitet werden. Da im Medium A_ρ^T und A_ρ^L unterschiedlich sind, tauchen sie im Gegensatz zum Vakuum mit unterschiedlichen Vorfaktoren in den Formeln zur Zerfallsbreitenbestimmung auf. Für p -Wellen-Resonanzen ist der Zerfall nur proportional nur A_ρ^T , für s -Wellen-Resonanzen sowohl zu A_ρ^T als auch zu A_ρ^L .

Zusätzlich muß berücksichtigt werden, daß in Kernmaterie der Resonanzzerfall Pauli-geblockt ist. Dies bedeutet, daß der Impuls des produzierten Nukleons größer als der Fermiimpuls sein muß, weil die Zustände unterhalb der Fermikante schon besetzt sind. Durch das Pauli-blocking wird ein konstanter Teil des Phasenraums für die Zerfallsbreite abgeschnitten. Damit ist der Effekt für leichte Resonanzen tendenziell am größten.

Man erhält schließlich folgende Form für die Zerfallsbreite der Resonanz Γ_R im Medium:

$$\begin{aligned}
\Gamma_R(\vec{p}) &= \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2\pi} S_\Gamma \int q dq d\cos\theta \times \\
&\times \frac{m_N}{E_N} |\vec{q}|^3 A^T(\omega, \vec{q}(\vec{p})) F(\vec{q}^2) (1 - n_f(\vec{k}(\vec{p}))) \tag{6.25}
\end{aligned}$$

für p -Wellen-Resonanzen und

$$\Gamma_R(\vec{p}) = \left(\frac{f_{RN\rho}}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2\pi} S_\Gamma \int q dq d\cos\theta \times$$

$$\times \frac{m_N}{E_N} |\vec{q}| (2\omega^2 A^T(\omega, \vec{q}(\vec{p})) + m^2 A^L(\omega, \vec{q}(\vec{p})) F(\vec{q}^2)(1 - n_f(\vec{k}(\vec{p}))) \quad (6.26)$$

für s -Wellen-Resonanzen. Dabei ist \vec{p} der Relativimpuls von Kernmaterie und Resonanz. n_f ist die Verteilungsfunktion der Nukleonen in Kernmaterie. Der Term $1 - n_f$ ist für das Pauli-Blocking zuständig. Man sieht, daß Γ_R eine Funktion von \vec{p} ist. Dies hat zwei Gründe.

Die Formel für Γ_R wurde im Ruhesystem der Resonanz abgeleitet. Hat nun das Nukleon einen Impuls \vec{q} in diesem System, so kann erst nach einer Lorentztransformation ins Laborsystem entschieden werden, ob der Zerfall Pauli-geblockt ist. Ebenso muß der ρ -Impuls in das Laborsystem transformiert werden, da die Spektralfunktion dort berechnet wurde. Die Lorentztransformation hängt ab vom Winkel zwischen emittiertem ρ (oder Nukleon) und dem Relativimpuls von angeregter Resonanz und Kernmaterie im Ruhesystem der Resonanz. Dadurch kann die Winkelintegration nicht analytisch ausgeführt werden.

Es stellt sich heraus, daß das Iterationsverfahren schon nach drei bis vier Iterationen konvergiert. Um die Effekte auf die Spektralfunktion interpretieren zu können, ist in Abbildung 6.15 die mediummodifizierte Zerfallsbreite eines in Kernmaterie ruhenden $N^*(1520)$, also der in der *low density approximation* wichtigsten Resonanz, im Vergleich zur Vakuumbreite gezeigt.

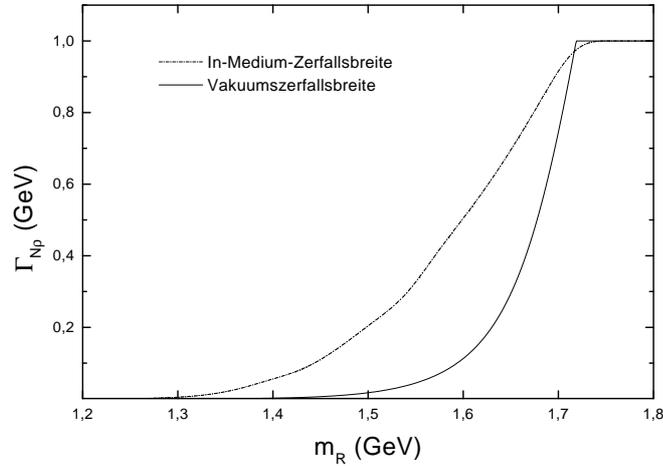


Abbildung 6.15: Vergleich von Vakuum- und In-Medium-Zerfallsbreite des $N^*(1520)$ bei $\vec{p} = 0$. Man sieht eine deutliche Verbreiterung der Resonanz durch die Mediummodifikationen des ρ -Mesons.

Die starke Verbreiterung der Resonanz läßt sich einfach erklären. Im Vakuum ist der Zerfall eines $N^*(1520)$ in ein ρ durch den geringen zur Verfügung stehenden Phasenraum stark unterdrückt und kann nur über den Schwanz der Spektralfunktion bei kleinen invarianten Massen stattfinden. Die In-Medium-Spektralfunktion

	$\Gamma_\rho [MeV]$			
	Vakuum	Pauli-Bl.	$\rho = \rho_0$	$\rho = 2\rho_0$
$N^*(1520)$	25	7	240	200
$N^*(1650)$	15	5	35	20
$N^*(1680)$	12	8	90	60
$N^*(1720)$	100	85	560	330
$\Delta(1620)$	20	7	70	40
$\Delta(1700)$	120	45	160	90
$\Delta(1905)$	210	205	300	130

Tabelle 6.1: Zerfallsbreiten der berücksichtigten Resonanzen bei verschiedenen Dichten.

hat jedoch sehr viel mehr Stärke bei geringen invarianten Massen und daher ist die Zerfallsbreite nun wesentlich größer. Ähnlich ist die Situation auch für die restlichen Resonanzen. In Tabelle 6.1 sind numerische Werte für die Resonanzbreiten für verschiedene Dichten bei $\vec{p} = 0$ gezeigt. Der Rückgang der Zerfallsbreiten bei $\rho = 2\rho_0$ ist dadurch zu erklären, daß bei höheren Dichten der Einfluß des Pauli-Blockings größer wird. Der Fermisee der Nukleonen ist bis zu höheren Impulsen aufgefüllt, dadurch wird mehr des zum Zerfall zur Verfügung stehenden Phasenraums abgeschnitten.

Bevor die Ergebnisse für A_ρ^T und A_ρ^L vorgestellt werden, soll eine physikalische Interpretation des Iterationsverfahrens gegeben werden, die eine Abschätzung zuläßt, in welchem kinematischen Bereich es von Wichtigkeit ist.

Dazu sei der ρ -Selbstenergiegraph betrachtet, der sich nach der ersten Iteration, also durch Anregung einer mediummodifizierten Resonanz, ergibt (Abbildung 6.16).

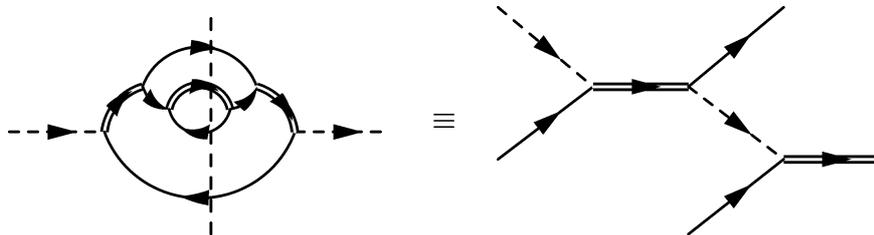


Abbildung 6.16: Beitrag zur ρ -Selbstenergie, wenn eine mediummodifizierte Resonanz angeregt wird.

Durch Anwendung von Cutkoskys *cutting rules* (Anhang C) erkennt man,

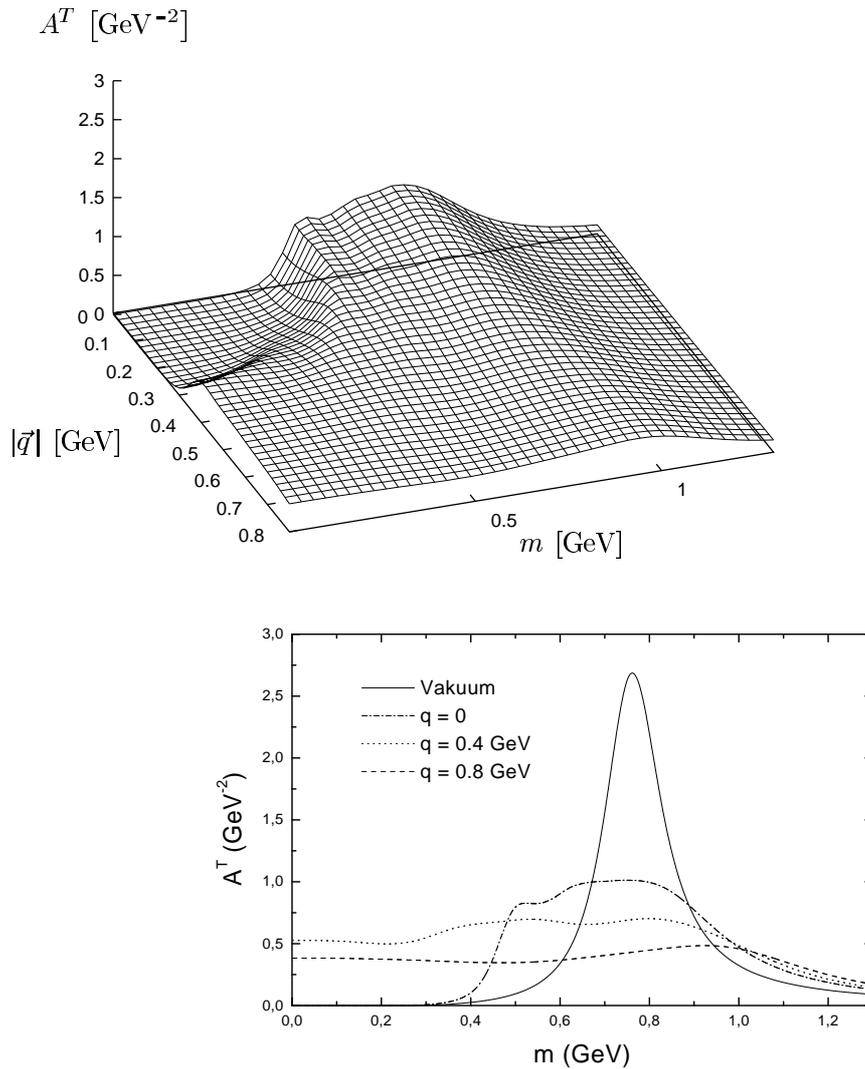


Abbildung 6.17: Oben: A_ρ^T des ρ -Mesons mit allen Resonanzen. Unten: Schnitte durch A_ρ^T bei unterschiedlichen Impulsen.

daß dieser Selbstenergiegraph einem Streuprozeß eines Rhos mit zwei Nukleonen entspricht, da ein Rho und zwei Nukleonen einlaufen. In der *low density approximation* (s. Abbildung 6.1) beschreibt die ρ -Selbstenergie die Streuung eines Rhos mit einem Nukleon. Dies bedeutet, daß die n -te Iteration Streuprozedesse eines Rhos mit n Nukleonen beschreibt.

Streuprozedesse eines Rhos mit mehreren Nukleonen sollten insbesondere dann wichtig sein, wenn die Wellenlänge des Rhos so groß ist, daß es ein einzelnes Nukleon nicht mehr sauber auflösen kann.

Bei einfacher Kerndichte $\rho = \rho_0$ ist der mittlere Abstand zweier Nukleonen in Kernmaterie ungefähr 1 fm. Die Wellenlänge des Rhos sollte kleiner als dieser

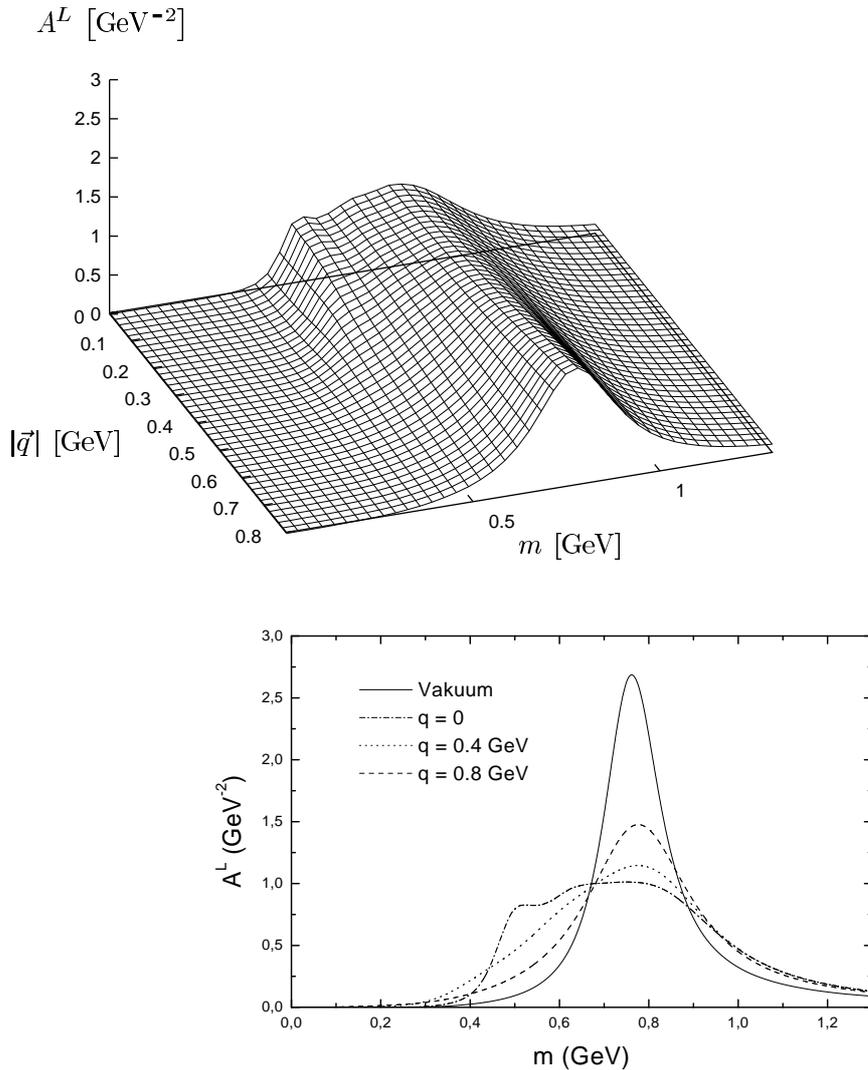


Abbildung 6.18: Oben: A_ρ^L des ρ -Mesons mit allen Resonanzen. Unten: Schnitte durch A_ρ^L bei unterschiedlichen Impulsen.

Abstand sein, damit die Näherung, daß das Rho mit nur einem Nukleon reagiert, angemessen ist. Daraus folgt, daß der Impuls des Rhos $q_\rho = \frac{2\pi}{\lambda_\rho}$ von der Größenordnung $q_\rho = 1 \text{ GeV}$ sein muß, damit Reaktionen mit mehr als einem Nukleon keine wichtige Rolle spielen. Also ist zu erwarten, daß bei kleinen Impulsen $q_\rho < 0.5 \text{ GeV}$ der Einfluß von Reaktionen mit mehr als einem Nukleon wichtig ist.

In Abbildung 6.17 und 6.18 sind die Ergebnisse für die longitudinale und transversale Spektralfunktion nach der vierten Iteration gezeigt. Aufgrund der vorangegangenen Diskussion können die Strukturen relativ einfach interpretiert

werden.

Zum einen werden die Peaks stark ausgeschmiert. Das ist zu erwarten, weil die In-Medium-Resonanzbreiten wesentlich größer als die Vakuumbreiten sind. Die einzelnen Äste sind bei kleinen Impulsen kaum mehr zu unterscheiden.

Es gibt jedoch qualitative Unterschiede im Verhalten von transversal und longitudinal polarisierten ρ -Mesonen, wenn man zu höheren Impulsen geht. Dies war schon bei den Rechnungen in der Niedrigdichtenäherung der Fall. Bei großen Impulsen ist ein transversales ρ über einen sehr breiten Massenbereich ohne erkennbare Strukturen verschmiert (s. Abbildung 6.17). Ein recht großer Anteil an Stärke liegt nun im raumartigen Bereich (Abbildung 6.19), wobei das $\Delta(1232)$ im raumartigen Bereich einen großen Einfluß hat, was man aufgrund seiner geringen Masse auch erwarten konnte. Wie weiter oben schon besprochen ist im zeitartigen Bereich die relative Bedeutung des $\Delta(1232)$ wegen des Verlaufs der Anregungskurve (Abbildung 3.2) und der Impulsabhängigkeit der Kopplung nicht so stark (vgl. auch Abbildung 6.5).

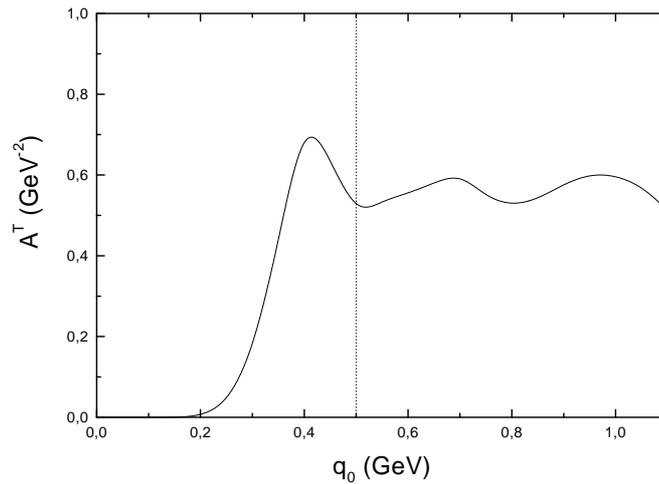


Abbildung 6.19: A_ρ^T bei Impuls $|\vec{q}| = 0.5$ GeV. Die gestrichelte Linie deutet den Übergang vom raumartigen zum zeitartigen Bereich an.

In Kapitel 2.3.3 wurde gezeigt, daß die Größe A_ρ^L definiert über den Imaginärteil des retardierten Propagators nicht normiert ist. Dies steht im Widerspruch zur Interpretation der Spektralfunktion als Massenverteilung eines Teilchens, denn das setzt eine normierte Spektralfunktion voraus. Wenn man also Information darüber haben will, wie die Massenverteilung eines longitudinalen ρ -Mesons aussieht, sollte man gemäß (2.81) besser die normierte Größe

$$A_{neu}^L = \frac{m_\rho^2}{m^2} A_{alt}^L$$

betrachten. Dabei wurde die Notation gegenüber der in (2.81) etwas verändert: $q^2 \rightarrow m^2$ sowie $m^2 \rightarrow m_\rho^2$. Das unterschiedliche Verhalten dieser beiden Funktionen ist in Abbildung 6.20 gezeigt für $\vec{q} = 0$ GeV und $\vec{q} = 0.5$ GeV. Es ist leicht zu erklären: Der Faktor $\frac{m_\rho^2}{m^2}$ bringt mehr Stärke in den Bereich niedriger invarianter Massen, während für Massen $m > m_\rho$ die Stärke reduziert wird.

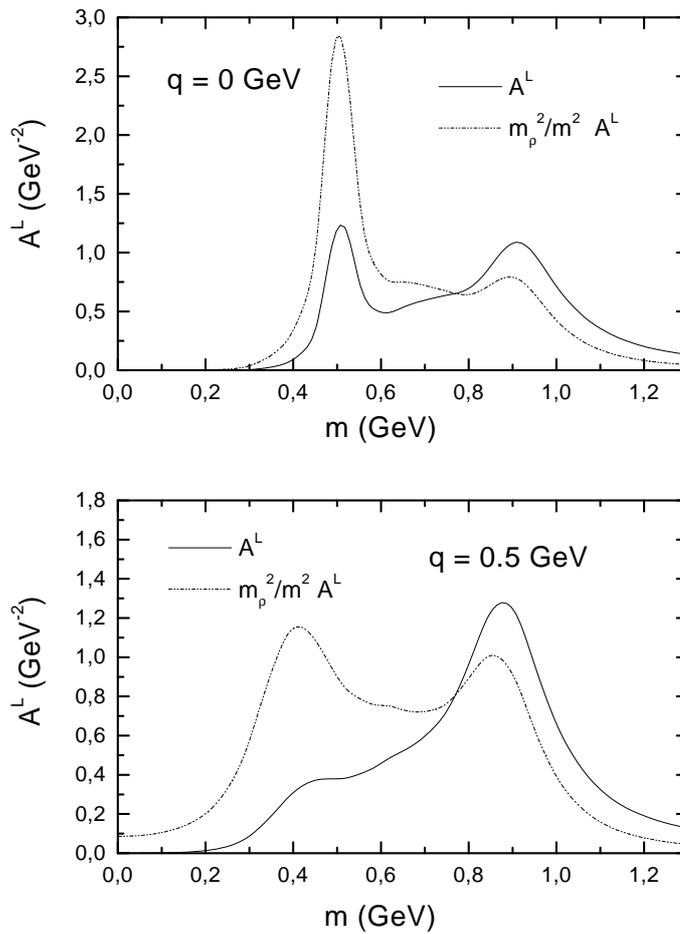


Abbildung 6.20: Vergleich von nichtnormierter (A^L) und normierter ($m_\rho^2/m^2 A^L$) Spektralfunktion bei zwei verschiedenen Impulsen. Obere Abbildung: $\vec{q} = 0$ GeV, untere Abbildung: $\vec{q} = 0.5$ GeV. Zur Notation siehe Text.

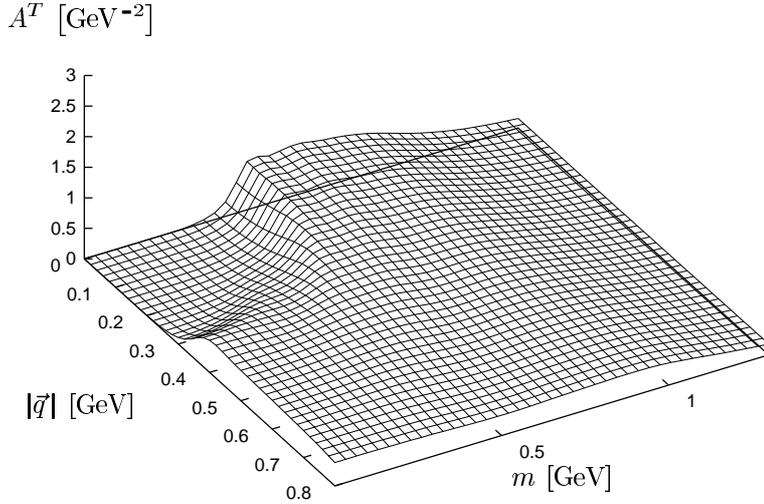


Abbildung 6.21: A_ρ^T mit $\Gamma_{\rho\pi\pi} = 300$ MeV.

6.6 Einfluß anderer Effekte

In diesem Kapitel soll diskutiert werden, wie sich die In-Medium-Spektralfunktion des ρ -Mesons ändert, wenn man mögliche, gleichzeitig ablaufende Modifikationen des ρ -Mesons mit berücksichtigt.

In [HF93] wurde gezeigt, daß das Rho in Kernmaterie deutlich breiter wird, wenn die Anregung von Resonanz-Loch-Zuständen durch Pionen bei der Berechnung des Zerfalls $\rho \rightarrow \pi\pi$ berücksichtigt wird. Um eine Abschätzung dafür zu bekommen, wie sich eine solche Verbreiterung auf den Einfluß von ρN -Streuung auswirkt, ist in Abbildung 6.21 die iterierte transversale Spektralfunktion für den Fall $\Gamma_{\rho\pi\pi} = 300$ MeV gezeigt. Man sieht, daß die Verbreiterung quantitativ die Strukturen etwas verändert. Die Ausbildung neuer Peaks, welche charakteristisch für die ρN -Streuung ist, wird indes nicht verhindert.

Durch t -Kanal-Prozesse (näheres s. Kapitel 8) [FS97], aber auch durch *Brown-Rho-scaling* [BR91] könnte sich zudem die Masse des ρ -Mesons verändern. Um den Einfluß solcher Effekte auf die iterierte Spektralfunktion zu testen, ist in Abbildung 6.22 A^T mit einer Rho-Masse von $m_\rho = 670$ MeV gezeigt. Auch hier ändern sich die Strukturen nur quantitativ, aber nicht qualitativ.

Man kann also davon ausgehen, daß durch zusätzlich auftretende In-Medium-Modifikationen des Rhos die in dieser Arbeit gefundenen Strukturen sich nicht prinzipiell ändern.

Neben der Fragestellung, ob alternativ auftretende physikalische Prozesse die Form der in dieser Arbeit gefundenen Spektralfunktion qualitativ verändern können, muß ebenso überprüft werden, inwiefern Näherungen, welche in die Berechnung des Einflusses der Resonanz-Loch-Rechnungen eingingen, die Ergebnisse modifizieren.

A^T [GeV⁻²]

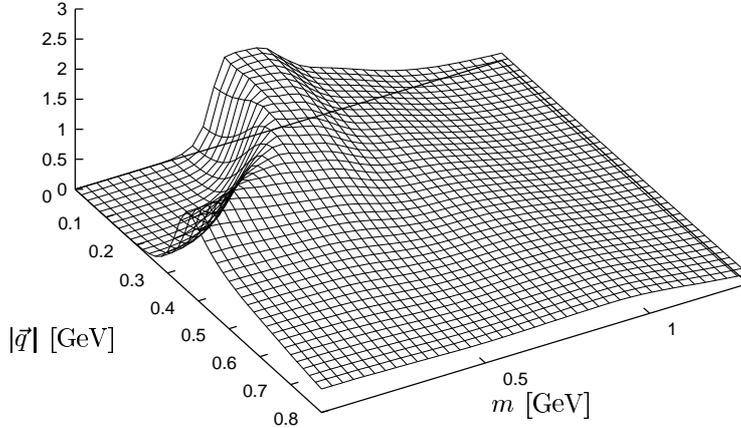


Abbildung 6.22: A_ρ^T mit $m_\rho = 670$ MeV.

Es gibt zwei Näherungen, die hinterfragt werden sollten:

Die Rechnungen finden in einem nichtrelativistischen Rahmen statt. Daher ist die Form der Spektralfunktion für große Impulse des ρ -Mesons zweifelhaft. Da in guter Näherung im Laborsystem der Impuls von Resonanz und ρ -Meson gleich sind $|\vec{p}_R| \approx |\vec{p}_\rho|$, ist bei großen Impulsen das Vernachlässigen aller Terme der Ordnung $\frac{p_R}{m_R}$ zweifelhaft, wenn man Impulse des Rho-Mesons von $|\vec{p}_\rho| > 0.5$ GeV betrachtet. Z.B. ist die Tatsache, daß Resonanzen positiver Parität nur an transversale Rho-Mesonen koppeln, eindeutig ein Effekt der nichtrelativistischen Reduktion. Damit muß insbesondere die Tatsache, daß bei hohen Impulsen die longitudinale Spektralfunktion in etwa die Form der Vakuumspektralfunktion annimmt, überprüft werden.

Die zweite wichtige Näherung findet beim Iterationsprozeß statt. Wie schon erläutert, wird bei der Iteration der Realteil der Selbstenergie der Resonanz nicht verändert. Andererseits hängt der Einfluß, den die Anregung von ρN -Streuprozessen auf die Form der Spektralfunktion hat, entscheidend von der Masse der Resonanz ab. So ist z.B. der große Einfluß des $N^*(1520)$ auf seine relativ geringe Masse zurückzuführen. Der Haupteffekt der Iteration besteht darin, daß die Resonanzen eine starke Verbreiterung erfahren. Dies kann damit begründet werden, daß die Massenverteilung des Rhos im Medium mehr Stärke bei kleinen invarianten Massen hat und deshalb mehr Phasenraum zur Verfügung steht. Eine Abschätzung über die Qualität der Näherung scheint nicht möglich, der einzige Weg, dieses Problem in den Begriff zu bekommen, liegt in der expliziten Berechnung des Realteils der Selbstenergie.

Kapitel 7

Produktion am Nukleon

In diesem Kapitel soll ein einfaches Modell zur Berechnung der Photoproduktion von Vektormesonen am freien Nukleon diskutiert werden. Die Parameter des Modells werden an experimentelle Daten angepasst. Ziel dieser Analyse ist es, ein Modell zu haben, auf dessen Grundlage die kohärente Photoproduktion von Vektormesonen am Kern berechnet werden kann (Kapitel 8).

Die Photoproduktion von ρ - und ω -Mesonen am freien Nukleon ist sowohl theoretisch als auch experimentell ein ungelöstes Problem. Zur ρ -Produktion gibt es im nieder- und mittlereenergetischen Bereich ($E_\gamma < 2$ GeV) nur Messungen aus dem Jahre 1968 [AB68]. Die gleiche Gruppe hat auch Messungen zur ω -Produktion durchgeführt [AB68]. Beide Messungen sind mit relativ großen Unsicherheiten behaftet, außerdem ist die Anzahl der Datenpunkte nicht sehr groß. Vor einigen Jahren gab es erneut Messungen zur ω -Photoproduktion [Ha96], wodurch sich für diesen Prozeß die Datenlage etwas gebessert hat. Allerdings sind aus dieser Messung stammenden Daten noch nicht veröffentlicht.

ρ -Mesonen werden normalerweise über die aus ihrem Zerfall entstehenden Pionenpaare nachgewiesen. Es gibt jedoch gleichzeitig eine Reihe alternativer Prozesse, die ebenfalls zur $\pi^+ \pi^-$ -Produktion beitragen und erst bei höheren Energien sauber von ρ -Zerfällen abgetrennt werden können. Die Detektion über Dileptonenpaare ist zwar sicherer, allerdings ist die Produktionswahrscheinlichkeit gegenüber der von Pionenpaaren um einen Faktor 10^{-4} unterdrückt. Die lückenhafte experimentelle Kenntnis der Vektormesonproduktion ist ein Grund dafür, daß es zur Zeit keine ausgefeilten theoretischen Modelle zu ihrer Beschreibung gibt. Für ρ -Mesonen ist es ein zumindestens kompliziertes Projekt, ein detailliertes Modell, welches unter anderem die Kopplung von Resonanzen an den $N\rho$ -Kanal und an den $N\gamma$ -Kanal berücksichtigt, an die wenigen Datenpunkte anzupassen. Die existierenden mikroskopischen Modelle zur Beschreibung der Photoproduktion von $\pi^+ \pi^-$ -Paaren über sämtliche Kanäle erstrecken sich nur bis zu einem Energiebereich, bei dem die ρ -Produktion noch nicht dominant ist [TO94, OH97, ML95].

Während bei der Photoproduktion von ρ -Mesonen die Probleme eher im ex-

perimentellen Nachweis als im theoretischen Verständnis des Prozesses zu suchen sind, ist die Lage bei ω -Mesonen gerade umgekehrt. Hier ist der Nachweis über den dominanten Zerfallskanal $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-$ relativ eindeutig. Ungelöst ist hingegen die Frage, ob es Resonanzen gibt, welche an den $N\omega$ -Kanal koppeln. Neuere Messungen zur ω -Photoproduktion [Ha96] legen zwar den Verdacht nahe, daß solche Resonanzen existieren, außerdem sagen einige Quarkmodell ihre Existenz im Massenbereich $1.7 \text{ GeV} < m_R < 2 \text{ GeV}$ voraus, so z.B. in [LB197, LB297, KI80]. Eine eindeutige experimentelle Bestätigung liegt steht allerdings noch aus. Ein Grund hierfür könnte sein, daß sie nicht an den $N\pi$ -Kanal koppeln und somit der üblichen $N\pi$ -Streuung zum Nachweis von Resonanzen verborgen bleiben. Dieses Phänomen des scheinbaren Fehlens von Resonanzen im $N\omega$ -Kanal wird auch als Phänomen der *missing resonances* bezeichnet.

Angesichts dieser insgesamt unbefriedigenden Situation ist es ein glücklicher Umstand, daß ein einfaches Modell existiert, welches eine recht gute Beschreibung der Daten erlaubt.

7.1 OBE-Modell

Es handelt sich dabei um ein *one boson exchange model* (OBE) (s. Abbildung 7.1).

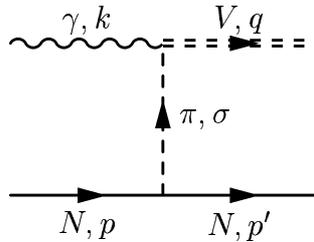


Abbildung 7.1: OBE-Modell zur Beschreibung der Photoproduktion von Vektormesonen am Nukleon. Wie im Text erläutert, tragen vor allem Pionen und σ -Mesonen zur Produktionsamplitude bei.

Das virtuelle Austauschteilchen trägt den Impuls $\Delta p = p - p'$. Damit ist $(\Delta p)^2 = t$, wobei t eine der drei Mandelstam-Variablen ist. Deswegen werden Reaktionen, bei denen ein Meson ausgetauscht wird, häufig als t -Kanal-Prozesse bezeichnet.

Das erste Mal wurde ein solches Modell von Joos [JK64] vorgeschlagen. Vor einigen Jahren wurde es von Friman wieder aufgegriffen [FS97].

7.2 Austauschmesonen

Die erste Frage ist die, welche Mesonen zur Beschreibung der Produktionsamplitude berücksichtigt werden müssen. Für die Amplitude M eines t -Kanal-Prozesses gilt:

$$M \sim D_B(t) = \frac{1}{m_B^2 - t} \quad . \quad (7.1)$$

Dabei gilt für t :

$$t < 0 \quad . \quad (7.2)$$

Dies rührt daher, daß die beiden Nukleonen *on-shell* sind und die gleiche Masse haben. Man kann dann ein Bezugssystem wählen, in dem der Impuls des einlaufenden und des auslaufenden Nukleons entgegengesetzt und gleich groß sind. In diesem gilt:

$$\begin{aligned} t &= (p - p')^2 \\ &= \Delta E^2 - \Delta \vec{p}^2 \\ &= -4\vec{p}^2 \leq 0 \quad . \end{aligned} \quad (7.3)$$

Weil t immer kleiner als Null ist und in Vorwärtsstreurichtung seinen kleinsten Betrag hat, werden t -Kanal-Prozesse durch Vorwärtsstreuung dominiert. Die Größe des Querschnitts hängt empfindlich von der Masse des ausgetauschten Mesons ab. Je größer dessen Masse ist, um so kleiner ist der Streuquerschnitt. Daher sollten die Massen der Austauschmesonen nicht wesentlich größer sein als der maximale Impulsübertrag, für den eine effektive Feldtheorie noch sinnvoll ist und der durch einen *Cutoff*-Parameter, den wir später festlegen werden, charakterisiert ist:

$$m_v^2 \sim 0.6 \text{ GeV}^2 \sim t_{max} \quad (7.4)$$

Damit kommen fünf Austauschmesonen in Frage: π , η , σ , ρ und ω .

Aufgrund der Erhaltung der C -Parität (z.B. [HM]) ist der Austausch von ρ - und ω -Mesonen verboten [PDG, JK64, FS97]. Die Kopplung von ω - und ρ -Meson an den $\eta \gamma$ -Kanal ist von der selben Größenordnung wie die an den $\pi \gamma$ -Kanal (vgl. dazu [BM95, FM97] sowie Ergebnisse dieser Arbeit). Allerdings ist die Größe der ηN -Kopplung im Vergleich zur πN -Kopplung und zur σN -Kopplung sehr klein [BM95], so daß der η -Austausch in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Der η -Austausch zusätzlich durch seine relativ große Masse unterdrückt [FS97, JK64]. Es bleiben folglich nur π und σ als Austauscheteilchen übrig.

Die Existenz des σ -Mesons ($J^P = 0^+$) ist nicht sicher. So wird es zum Beispiel in [PDG] nicht aufgeführt. Andererseits deutet eine erst unlängst veröffentlichte Messung von $\pi \pi$ -Streuphasen im $S = 0$ - und $I = 0$ -Kanal auf die Existenz eines skalaren Mesons positiver Parität hin [II96]. Die Analyse ergibt für die Masse des Teilchens einen Wert von $m_\sigma \sim 550 \text{ MeV}$ und für die Breite $\Gamma_\sigma \sim 330 \text{ MeV}$. Die Breite des σ -Mesons ist für die folgenden Überlegungen unwichtig, weil das ausgetauschte Meson grundsätzlich raumartig ist, d.h. $q_\sigma^2 < 0$.

7.3 Die verwendeten Lagrangefunktionen

Als Austauschmesonen werden Pion und Sigma verwandt. Nun müssen ihre Kopplungen an Photon und Vektormeson sowie an die Nukleonen bestimmt werden.

1) $\mathcal{L}_{V\gamma\pi}$

Die einfachste Lagrangedichte, welche invariant unter Paritäts- und Lorentztransformationen ist sowie die Kopplung eines Vektormesons an einen erhaltenden Strom beschreibt, hat die Form [JK64, FS97]:

$$\mathcal{L}_{V\gamma\pi} = \frac{e f_{V\gamma\pi}}{m_V} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\mu A^\nu \partial^\alpha V^\beta \pi_0 \quad . \quad (7.5)$$

V^β beschreibt das Vektormesonenfeld und m_V ist die Masse des Vektormesons. $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ ist der vollständig antisymmetrische Tensor in vier Dimensionen. Stromerhaltung ist offensichtlich. Die Invarianz unter Paritätstransformationen sieht man wie folgt: der ϵ -Tensor erzwingt, daß alle der vorkommenden 4-Vektoren einen anderen Index tragen, d.h. einer der Indizes den Wert 0 hat, so daß $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial^\mu A^\nu \partial^\alpha V^\beta$ unter einer Paritätstransformation ein relatives Minuszeichen erhält. Weil das Pion negative Parität hat, ist die Lagrangefunktion folglich invariant.

2) $\mathcal{L}_{V\gamma\sigma}$

Für die Kopplung des skalaren σ -Feldes an Photon und Vektormeson wählt man [JK64, FS97]:

$$\mathcal{L}_{V\gamma\sigma} = \frac{e f_{V\gamma\sigma}}{m_V} \partial^\mu A^\nu V_{\mu\nu} \sigma \quad . \quad (7.6)$$

Dabei ist $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$. Wieder ist Stromerhaltung offensichtlich, wenn man berücksichtigt, daß $\partial^\mu A^\nu V_{\mu\nu} = \frac{1}{2} F^{\mu\nu} V_{\mu\nu}$ mit $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Weiterhin entspricht $\partial^\mu A^\nu V_{\mu\nu}$ einer Summe von Skalarprodukten von Vektoren, so daß dieser Teil von $\mathcal{L}_{V\gamma\sigma}$ invariant unter Paritätstransformationen ist. Weil das σ -Meson positive Parität hat, ist die Invarianz von $\mathcal{L}_{V\gamma\sigma}$ gesichert.

3) $\mathcal{L}_{NN\pi}$

Die Kopplung eines Pions an Nukleonen kann auf zwei Arten beschrieben werden [JK64, FM97, EW]:

$$\mathcal{L}_{NN\pi} = -i g_{NN\pi} \bar{\psi} \gamma^5 \psi \pi_0 \quad (\text{pseudoskalar}) \quad (7.7)$$

oder

$$\mathcal{L}_{NN\pi} = \frac{-f_{NN\pi}}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi \partial_\mu \pi_0 \quad (\text{pseudovektoriell}) \quad . \quad (7.8)$$

Zuerst sollen die Transformationseigenschaften der pseudoskalaren Kopplung diskutiert werden, dann wird gezeigt, daß beide Kopplungen äquivalent sind, falls die Nukleonen sich nicht in einem Potential befinden, also frei sind.

Um Paritätsinvarianz zu gewährleisten, enthält die Kopplung ein γ^5 . Dann ist:

$$P \mathcal{L} = -i g_{NN\pi} (\psi^\dagger \gamma^0 P) \gamma^5 (P \psi) (-\pi_0) \quad . \quad (7.9)$$

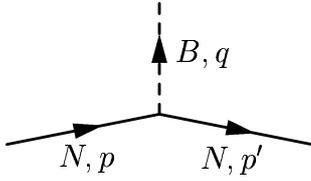


Abbildung 7.2: Der $NN\pi$ -Vertex.

Mit den Beziehungen [PS]

$$P \psi(\vec{x}) = \pm \gamma^0 \psi(-\vec{x}), \quad (\gamma^0)^2 = 1, \quad \{\gamma^0, \gamma^5\} = 0 \quad (7.10)$$

folgt daraus:

$$\begin{aligned} P \mathcal{L}_{NN\pi}(\vec{x}) &= -i g_{NN\pi} \psi^\dagger \gamma^5 \gamma^0 \psi(-\pi_0) \\ &= -i g_{NN\pi} \bar{\psi} \gamma^5 \psi \pi_0 \\ &= \mathcal{L}_{NN\pi}(-\vec{x}) \quad . \end{aligned} \quad (7.11)$$

Dies ist reicht aus, um die Invarianz der Wirkung S , definiert als [PS]

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x) \quad , \quad (7.12)$$

zu gewährleisten.

Um eine hermitesche Lagrangefunktion zu erhalten, muß die pseudoskalare Kopplung außerdem einen Faktor i enthalten. Es gilt [PS]:

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0 \quad \text{und} \quad \gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \quad . \quad (7.13)$$

Damit ist

$$\begin{aligned} (\mathcal{L}_{NN\pi})^\dagger &= i g_{NN\pi} \psi^\dagger \gamma^5 \gamma^0 \psi \pi_0 \\ &= (-i) g_{NN\pi} \bar{\psi} \gamma^5 \psi \pi_0 \\ &= \mathcal{L}_{NN\pi} \quad . \end{aligned} \quad (7.14)$$

Zuletzt soll die Äquivalenz der beiden angegebenen Kopplungen Gl. (7.7) gezeigt werden. Dazu muß man jedoch voraussetzen, daß die Nukleonen Lösungen der freien Dirac-Gleichung sind. Betrachtet sei dazu das Feynman-Diagramm in Abbildung 7.2.

Diesem Feynman-Diagramm entspricht folgender Vertexfaktor:

$$\int d^4x \langle 0 | \mathcal{T} \{ b(p') a(q) \mathcal{L}_{NN\pi} b^\dagger(p) \} | 0 \rangle \quad . \quad (7.15)$$

Dabei sind $b(p)$ ($b^\dagger(p)$) Vernichtungs-oder Erzeugungsoperatoren von Nukleonen, $a(p)$ ($a^\dagger(p)$) Vernichtungs-oder Erzeugungsoperatoren von Pionen. Wählt man die pseudoskalare Kopplung, so erhält man für den Vertexfaktor:

$$\begin{aligned} & - \int d^4x e^{ip'x} e^{-ipx} e^{iqx} i g_{NN\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 u(p) \\ & = -\delta^4(p - p' - q) i g_{NN\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 u(p) \quad . \end{aligned} \quad (7.16)$$

Bei Verwendung der pseudovektoriellen Kopplung ergibt sich:

$$\begin{aligned} & - \int d^4x e^{ip'x} e^{-ipx} e^{ikx} \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 \gamma^\mu u(p) (i k_\mu) \\ & = -\delta^4(p - p' - k) \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 (\not{p} - \not{p}') u(p) \\ & = -\delta^4(p - p' - k) \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} \bar{u}(p') (\gamma^5 \not{p} + \not{p}' \gamma^5) u(p) \\ & = -\delta^4(p - p' - k) 2 m_N \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 u(p) \quad . \end{aligned} \quad (7.17)$$

Daraus ist ersichtlich, daß pseudoskalare und pseudovektorielle Kopplung identisch sind, wenn man die Kopplungskonstanten gemäß

$$g_{NN\pi} = 2 \frac{m_N}{m_\pi} f_{NN\pi}$$

wählt.

4) $\mathcal{L}_{NN\sigma}$

Man überprüft leicht, daß

$$\mathcal{L}_{NN\sigma} = g_{NN\sigma} \bar{\psi} \psi \sigma \quad (7.18)$$

sämtliche Symmetrieforderungen erfüllt [JK64, FS97].

7.4 Bestimmung der Kopplungskonstanten

Bevor mit den oben angegebenen Lagrangefunktionen Wirkungsquerschnitte berechnet werden können, müssen die Kopplungskonstanten und Formfaktoren der einzelnen Vertizes bestimmt werden.

In [FS97] wurde eine ähnliche Analyse durchgeführt. Allerdings werden in dieser Arbeit die dort erhaltenen Werte aus zwei Gründen nicht übernommen. Zum einen wird in [FS97] strikte Vektormesondominanz zur Bestimmung der Kopplungskonstanten $f_{V\pi\gamma}$ benutzt. Es ist jedoch sinnvoller, die Kopplungskonstanten direkt aus den elektromagnetischen Zerfällen $V \rightarrow \pi\gamma$ zu berechnen. Wie im folgenden gezeigt wird, führt die Anwendung von strikter Vektormesondominanz zu Fehlern von etwa 30% für den Beitrag des Pion austauschgraphen. Der

$g_{NN\sigma}$	$g_{NN\pi}$	$\Lambda_{NN\sigma}(GeV)$	$\Lambda_{NN\pi}(GeV)$
10.0	13.26	1.0	0.7

Tabelle 7.1: Tabelle der am $NN\pi$ -Vertex und am $NN\sigma$ -Vertex verwendeten Kopplungskonstanten und *cutoff*-Parameter.

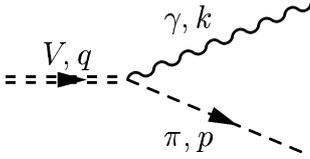


Abbildung 7.3: Elektromagnetischer Zerfall von Vektormesonen.

zweite Grund dafür, daß die Analyse von [FS97] hier nicht angewandt wird, ist der, daß in dem dort besprochenen Modell die Produktion von ω -Mesonen ausschließlich durch den π -Austauschgraphen beschrieben wird. In Kapitel 8.3 wird gezeigt, daß zur kohärenten Photoproduktion von Vektormesonen am Kern, deren Berechnung das Ziel dieser Arbeit darstellt, der Pionenaustausch nicht beiträgt. Mit den von [FS97] vorgeschlagenen Parametern würde deshalb in einem simplen Mesonaustauschmodell die Amplitude für die kohärente Photoproduktion von ω -Mesonen am Kern verschwinden. Deshalb wird im folgenden untersucht, ob ein nichtverschwindender σ -Austausch verträglich mit den experimentellen Daten für die Photoproduktion von ω -Mesonen am Nukleon ist.

Für den σNN -Vertex und den πNN -Vertex werden Literaturwerte benutzt. Sie sind in Tabelle 7.1 angegeben. Der Wert für $\Lambda_{NN\pi}$ wurde von Referenz [CS81] entnommen (s. auch [FS97]). Die Formfaktoren an beiden Vertizes haben Monopolform [FS97]:

$$\begin{aligned}
 F_{NN\sigma}(t) &= \frac{\Lambda_{NN\sigma}^2 - m_\sigma^2}{\Lambda_{NN\sigma}^2 - t} \quad \text{und} \\
 F_{NN\pi}(t) &= \frac{\Lambda_{NN\pi}^2 - m_\pi^2}{\Lambda_{NN\pi}^2 - t} .
 \end{aligned}
 \tag{7.19}$$

Dabei ist t das Viererimpulsquadrat des ausgetauschten Mesons.

Die Kopplungskonstanten $g_{\rho\gamma\pi}$ und $g_{\omega\gamma\pi}$ werden aus den entsprechenden elektromagnetischen Zerfällen bestimmt (s. Abbildung 7.3). Aus der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{V\gamma\pi}$ ergibt sich folgende Amplitude für den Zerfall $V \rightarrow \pi\gamma$:

$$\mathcal{M}^{\lambda\lambda'} = \frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\mu \epsilon_\lambda^\nu q^\alpha v_{\lambda'}^\beta .
 \tag{7.20}$$

v_λ ist der Polarisationsvektor des Vektormesons. Nach Mittelung über die Polarisierungen des zerfallenden Vektormesons und Summierung über die des auslaufenden Photons erhält man für das quadrierte Matrixelement:

$$\frac{1}{3} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}^{\lambda\lambda'}|^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 \sum_{\lambda, \lambda'} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta'} k^\mu \epsilon_\lambda^\nu q^\alpha v_{\lambda'}^{\beta*} k^{\mu'} \epsilon_{\lambda'}^{\nu'*} q^{\alpha'} v_{\lambda'}^{\beta'} \quad (7.21)$$

Werden Photon und Vektormeson an erhaltene Ströme gekoppelt, so kann man die Summe über ihre Polarisationsvektoren ersetzen durch

$$\begin{aligned} \sum_\lambda \epsilon_\lambda^\mu \epsilon_\lambda^{\nu*} &\rightarrow -g^{\mu\nu} \quad , \\ \sum_\lambda v_\lambda^\mu v_\lambda^{\nu*} &\rightarrow -g^{\mu\nu} \quad . \end{aligned} \quad (7.22)$$

Damit erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}^{\lambda\lambda'}|^2 &= \frac{1}{3} \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 \epsilon_{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon^{\mu'\alpha'\nu\beta} k^\mu k_{\mu'} q^\alpha q_{\alpha'} \\ &= -\frac{2}{3} \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 (g_\mu^{\mu'} g_\alpha^{\alpha'} - g_\mu^{\alpha'} g_\alpha^{\mu'}) k^\mu k_{\mu'} q^\alpha q_{\alpha'} \quad (7.23) \\ &= -\frac{2}{3} \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 (k^2 q^2 - (k q)^2) \quad . \end{aligned}$$

Dabei wurde im vorletzten Schritt die Relation

$$\epsilon_{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon^{\mu'\alpha'\nu\beta} = -2 (g_\mu^{\mu'} g_\alpha^{\alpha'} - g_\mu^{\alpha'} g_\alpha^{\mu'}) \quad (7.24)$$

benutzt, die in Anhang A bewiesen wird.

Für reelle Photonen ist $k^2 = 0$. Im Ruhesystem des zerfallenden Teilchens ist die Zerfallsbreite bestimmt durch [PS, PDG]:

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi} |\mathcal{M}|^2 \frac{|\vec{k}|}{m_V^2} \quad . \quad (7.25)$$

Dabei ist \vec{k} der Impuls der auslaufenden Teilchen in diesem System

$$|\vec{k}| = \frac{m_V^2 - m_\pi^2}{2m_V} \quad . \quad (7.26)$$

Man erhält somit für den Zerfall $V \rightarrow \gamma\pi$ folgenden Ausdruck:

$$\Gamma_{V\gamma\pi} = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 |\vec{k}|^3 \quad (7.27)$$

	$g_{\rho\gamma\pi}$	$g_{\omega\gamma\pi}$	$\Lambda_{\rho\gamma\pi}(GeV)$	$\Lambda_{\omega\gamma\pi}(GeV)$
VMD1	0.59 e	1.98 e	—	—
VMD2	0.73 e	1.78 e	0.7	0.9

Tabelle 7.2: Tabelle der am $V\gamma\pi$ -Vertex verwendeten Kopplungskonstanten und *Cutoffs*.



Abbildung 7.4: Zerfall von Vektormesonen gemäß VMD1 (links) oder gemäß VMD2 (rechts).

Da alle beteiligten Teilchen *on-shell* sind, ist es nicht nötig, einen Formfaktor einzuführen. Die sich aus dem Zerfall ergebenden Kopplungskonstanten sind in Tabelle 7.2 aufgeführt. Sie sind in guter Übereinstimmung mit den in [FM97, BM95] verwendeten. Für den Formfaktor des $V\gamma\pi$ -Vertex wird eine Monopolform gewählt:

$$F_{V\gamma\pi}(t) = \frac{\Lambda_{V\gamma\pi}^2 - m_\pi^2}{\Lambda_{V\gamma\pi}^2 - t} . \quad (7.28)$$

t ist das Viererimpulsquadrat des ausgetauschten Mesons. Der *Cutoff*-Parameter kann aus dem Zerfall nicht bestimmt werden. Er wird deshalb an den Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion von Vektormesonen angepaßt.

Bei strikter Vektormesondominanz (VMD1) kann ein Photon nur über Vektormesonen an den hadronischen elektromagnetischen Strom koppeln. Bei der erweiterten Vektormesondominanz (VMD2) ist auch eine direkte Wechselwirkung des Photons mit den Hadronen möglich. Reelle Photonen können bei (VMD2) nur direkt an die Hadronen koppeln. Ausführliche Informationen zur Vektormesondominanz sind unter anderem in [CP97, Sa] zu finden. Die Kopplungskonstanten $f_{V\gamma\pi}$ wurden also gemäß VMD2 berechnet (s. Abbildung 7.4).

Man kann bei dieser Gelegenheit testen, ob strikte VMD für die betrachteten Zerfälle eine gute Näherung darstellt. Dazu berechnet man zuerst die Kopplungskonstante $f_{\rho\omega\pi}$ aus dem hadronischen Zerfall $\omega \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^+$, der über zwei Kanäle ablaufen kann (Abbildung 7.5). In einer detaillierten Analyse von [KL96] wurde $f_{\rho\omega\pi}$ zu

$$f_{\rho\omega\pi} = 10.0 \quad (7.29)$$

bestimmt. Die elektromagnetischen Kopplungskonstanten erhält man dann über



Abbildung 7.5: Die beiden Zerfallsmöglichkeiten des ω -Mesons in drei Pionen.

VMD1 gemäß:

$$\begin{aligned} g_{\rho\gamma\pi} &= \frac{g_{\rho\omega\pi}}{2g_\rho} \quad , \\ g_{\omega\gamma\pi} &= \frac{g_{\rho\omega\pi}}{2g_\omega} \quad . \end{aligned} \quad (7.30)$$

Dabei ist $g_\rho = 2.5$ und $g_\omega = 8.5$ [CP97]. Die so erhaltenen Werte sind in Tabelle 7.2 aufgeführt. Wie man dort sehen kann, stellt strikte VMD eine relativ gute Näherung dar. Ihre Anwendung bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten der Photoproduktion von Vektormesonen am Nukleon würde jedoch zu Ungenauigkeiten von ungefähr 35% für die Produktion von ρ -Mesonen und von ungefähr 25% für die Produktion von ω -Mesonen führen, so daß es sinnvoller erscheint, die Kopplungskonstanten direkt aus dem elektromagnetischen Zerfall gemäß VMD2 zu bestimmen.

Komplizierter ist die Bestimmung der Kopplungskonstanten $f_{V\gamma\sigma}$, da es keinen gemessenen Zerfallskanal $V \rightarrow \gamma\sigma$ gibt. Eine obere Grenze für die Stärke der Kopplung kann man durch Betrachtung des Zerfalls $V \rightarrow \gamma\pi\pi$ gewinnen, wenn man annimmt, daß alle gemessenen Pionenpaare zum Isospinkanal $I = 0$ gehören und aus dem Zerfall eines σ -Mesons stammen. Konkurrenzprozesse aus dem $I = 1$ Kanal wären z.B. Zerfälle über das ρ -Meson. Da aber die Kopplungskonstanten $f_{V\rho\gamma}$ ebenfalls nicht bekannt sind, macht es keinen Sinn, diese Prozesse mit zu berücksichtigen. Für das ρ -Meson ist die partielle Breite $\Gamma_{\rho \rightarrow \gamma\pi\pi}$ recht gut bekannt, für das ω -Meson existiert nur eine obere Grenze [PDG]. Beide Werte sind in Tabelle 7.3 aufgeführt. Die Formel zur Bestimmung der Zerfallsbreiten wurde in Kapitel 5 ausgiebig diskutiert. Man findet:

$$\Gamma_{V \rightarrow \gamma\pi\pi} = \int_{2m_\pi}^{m_V} dm \, 2m \, A_\sigma(m) \Gamma_{V \rightarrow \gamma\sigma}(m) \quad . \quad (7.31)$$

Dabei ist $\Gamma_{V \rightarrow \gamma\sigma}(m)$ die Zerfallsbreite des Vektormesons in ein stabiles σ -Meson der Masse m . Für das Matrixelement des zugehörigen Zerfalls ergibt sich:

$$\mathcal{M} = \frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_\rho} k_\mu \epsilon_\nu^{\lambda*} v_\alpha^{\lambda'} (q^\mu g^{\alpha\nu} - q^\nu g^{\alpha\mu}) \quad , \quad (7.32)$$

wobei k der Impuls des auslaufenden Photons ($k^2 = 0$) ist und q der des Vektormesons. $v_\alpha^{\lambda'}$ beschreibt die Polarisation des Vektormesons. Nach Quadrieren des

	ρ	ω
$\Gamma_{V \rightarrow \pi\pi\gamma}$	$150 \text{ MeV} \times (9.9 \pm 1.6) 10^{-3}$	$< 8.8 \text{ MeV} \times 3.610^{-3}$
$g_{V\sigma\gamma}$ (Zerfall)	10.0 e	1.32 e
$g_{V\sigma\gamma}$ (Massenverschiebung)	2.57 e	0.79 e
$\Lambda_{V\sigma\gamma}$	1.0	1.0

Tabelle 7.3: Tabelle der am $V\gamma\sigma$ -Vertex verwendeten Kopplungskonstanten und *Cutoffs*.

Matrizelemente, Summierung über die Polarisationsvektoren des Photons und Mittelung über die des Vektormesons wird dies zu:

$$\frac{1}{3} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}^{\lambda\lambda'}|^2 = \frac{1}{3} (2(kq)^2 + k^2 q^2) = \frac{2}{3} (kq)^2 \quad . \quad (7.33)$$

Der Zerfall $V \rightarrow \gamma\sigma$ wird also durch

$$\Gamma_{V\gamma\sigma}(m) = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_\rho} \right)^2 |\vec{k}|^3 \quad . \quad (7.34)$$

bestimmt. Das σ -Meson ist *off-shell*. Deshalb ist es nötig, einen Formfaktor für den $V\gamma\sigma$ -Vertex einzuführen. Wie schon im Falle des $V\gamma\pi$ -Vertex wird für den $V\gamma\sigma$ -Vertex ein Monopolformfaktor angenommen:

$$F_{V\gamma\sigma}(t) = \frac{\Lambda_{V\gamma\sigma}^2 - m_\sigma^2}{\Lambda_{V\gamma\sigma}^2 - t} \quad . \quad (7.35)$$

$\Lambda_{V\gamma\sigma}$ wird auf einen Wert von 1 GeV gesetzt. Es zeigt sich jedoch, daß die Ergebnisse für die Kopplungskonstanten nicht sehr sensitiv auf die Wahl des *cutoffs* sind. In die Spektralfunktion des σ -Mesons geht seine Breite ein. Hier wurde der in [II96] extrahierte Wert $\Gamma_\sigma \sim 350 \text{ MeV}$ benutzt. Die sich dann ergebenden Werte für $f_{V\sigma\gamma}$ sind in Tabelle 7.3 aufgelistet. Insbesondere der Wert für $f_{\rho\gamma\sigma}$ scheint zu groß zu sein, so daß es wünschenswert ist, andere Methoden zur Bestimmung der Stärke der Wechselwirkung zu finden.

Wie in Kapitel 8 näher beschrieben, gibt es in Kernmaterie einen Selbstenergiegraphen von ρ - und ω -Meson, der eine Massenverschiebung dieser Teilchen erzeugt [FS97]. Diese Massenverschiebung ist direkt proportional zur Stärke der hadronischen Kopplungen $f_{VV\sigma}$. Aus verschiedenen theoretischen Modellen (z.B. QCD Sum Rules [Leu1]) erwartet man Massenverschiebungen zwischen 15 – 20% bei einfacher Kerndichte. Die durch das σ -Meson generierte Massenverschiebung sollte eher kleiner als dieser Wert sein, da anzunehmen ist, daß auch weitere Prozesse zur Massenverschiebung beitragen. Man erhält so einen weiteren Wert für die

Kopplungskonstanten $f_{VV\sigma}$. Dabei ist allerdings nicht auszuschließen, daß einige Prozesse zu einer Erhöhung der Masse führen und nicht zu einer Absenkung. Insofern ist der aus der Massenverschiebung extrahierte Wert für $f_{VV\sigma}$ nicht zwingend eine weitere obere Grenze. Mittels VMD1 können daraus die elektromagnetischen Kopplungen bestimmt werden. Sie sind in Tabelle 7.3 angegeben. Da in die Formel zur Bestimmung des Massenshifts auch die Cutoff-Faktoren miteingehen, sind diese nicht unabhängig von den Kopplungskonstanten. In dieser Arbeit wird ein Cutoff von $\lambda_{VV\sigma} = \lambda_{V\gamma\sigma} = 1.0$ verwendet. Die Cutoffs für den hadronischen und den elektromagnetischen Vertex sind in strikter VMD identisch.

Der Selbstenergiegraph ist proportional zur Kopplungskonstante $g_{NN\sigma}$ und zum Formfaktor. Damit ist das Ergebnis für $f_{VV\sigma}$ und $\Lambda_{VV\sigma}$ abhängig von diesen beiden Größen. Der Selbstenergiegraph legt dann in erster Näherung die gesamte Stärke in dem Teil der Photoproduktionsamplitude fest, der durch das σ -Meson erzeugt wird. Kopplungskonstante und Formfaktor wurden beide aus der Arbeit von Friman [FS97] übernommen. Sowohl für das ρ -Meson als auch für das ω -Meson wird als Kopplungskonstante $f_{V\gamma\sigma}$ der jeweils kleinere von beiden Werten genommen. Der einzige freie Parameter für die Berechnung der Photoproduktionsamplitude ist somit $\Lambda_{V\pi\gamma}$. Dieser wird durch Anpassung des Modells an die experimentellen Daten zur Photoproduktion von Vektormesonen bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.2 gezeigt.

7.5 Die Reaktion $\gamma N \rightarrow V N$

Wir kommen nun zur Berechnung der Photoproduktion von Vektormesonen am Nukleon. Das Betragsquadrat der Amplitude eines t -Kanal-Prozesses, bei dem ein skalares Meson ausgetauscht wird, faktorisiert, da das Meson keine Spinindizes trägt. Im hier diskutierten Fall:

$$|\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 = |\mathcal{M}_{V\gamma B}|^2 |\mathcal{M}_{NNB}|^2 |D_B|^2 \quad (7.36)$$

$\mathcal{M}_{V\pi\gamma}$ und $\mathcal{M}_{V\sigma\gamma}$ wurden schon besprochen, also muß jetzt nur noch der Nukleonenvertex ausgerechnet werden.

Die Amplitude am $NN\pi$ -Vertex ist:

$$\mathcal{M} = i g_{NN\pi} \bar{u}(p') \gamma^5 u(p) \quad (7.37)$$

und die am $NN\sigma$ -Vertex hat die Form:

$$\mathcal{M} = g_{NN\sigma} \bar{u}(p') u(p) \quad (7.38)$$

Unter Benutzung der Spurrelationen [PS]:

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4 g^{\mu\nu}, Tr(\gamma^5) = Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = Tr(\gamma^\nu) = 0 \quad (7.39)$$

findet man folgende Ergebnisse für die quadrierten Matrixelemente:

$$\frac{1}{2} \sum_{s,s'} |\mathcal{M}_{NN\pi}|^2 = -g_{NN\pi}^2 2 (m_N^2 - p p') \quad (7.40)$$

und

$$\frac{1}{2} \sum_{s,s'} |\mathcal{M}_{NN\sigma}|^2 = g_{NN\sigma}^2 2 (m_N^2 + p p') \quad (7.41)$$

Außerdem verschwindet der Interferenzterm. Dies rührt von der Mittelung über die Spins der Nukleonen her [JK64].

Man erhält dann für das spingemittelte, quadrierte Matrixelement der Photo-
produktion:

1) π -Austausch:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 &= g_{NN\pi}^2 \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 F_{NN\pi}(t)^2 F_{V\gamma\pi}(t)^2 \times \\ &\times 2 (-m_N^2 + p p') \left(\frac{k q}{t - m_\pi^2} \right)^2 . \end{aligned} \quad (7.42)$$

Ein t -Kanal Prozeß hängt nur von der Mandelstam-Variablen t ab, deswegen sollen alle auftretenden kinematischen Faktoren durch t und die Massen der beteiligten Teilchen ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} k q &= -\frac{1}{2} (t - m_V^2) \quad , \\ 2 (m_N^2 + p p') &= -(t - 4 m_N^2) \quad , \\ 2 (-m_N^2 + p p') &= -t \quad . \end{aligned} \quad (7.43)$$

Dann ist

$$|\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 = g_{NN\pi}^2 \left(\frac{f_{V\gamma\pi}}{m_\rho} \right)^2 F_{NN\pi}(t)^2 F_{V\gamma\pi}(t)^2 \quad (7.44)$$

$$(-t) \frac{1}{4} \left(\frac{t - m_V^2}{t - m_\pi^2} \right)^2 \quad (7.45)$$

2) σ -Austausch

Genauso ergibt sich für den σ -Austausch:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 &= g_{NN\sigma}^2 \left(\frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_\rho} \right)^2 F_{NN\sigma}(t)^2 F_{V\gamma\sigma}(t)^2 \times \\ &\times (4 m_N^2 - t) \frac{1}{4} \left(\frac{t - m_V^2}{t - m_\sigma^2} \right)^2 . \end{aligned} \quad (7.46)$$

Mit Hilfe der quadrierten Übergangsamplituden ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt [PS]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{|\vec{q}|}{|\vec{k}|} \frac{1}{s} |\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 \quad . \quad (7.47)$$

Dabei sind $|\vec{k}|$ und $|\vec{q}|$ die Impulse des einlaufenden Photons und des auslaufenden Vektormesons gemessen im Schwerpunktsystem und $s = (p + k)^2$ ist die Gesamtenergie des Systems.

Der totale Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus Integration des differentiellen Querschnitts:

$$\sigma_{tot} = \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \int dt \left(\frac{d\sigma}{dt} \right) \quad . \quad (7.48)$$

Für den differentielle Querschnitt $\frac{d\sigma}{dt}$ erhält man unter Benutzung der Relationen:

$$\begin{aligned} t &= (k - q)^2 \\ &= m_V^2 - 2 E_\gamma E_V + 2 |\vec{k}| |\vec{q}| \cos\theta \end{aligned}$$

und

$$dt = -2 |\vec{k}| |\vec{q}| \frac{d\Omega}{2\pi}$$

folgenden Ausdruck:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi} \frac{1}{|\vec{k}|^2} \frac{1}{s} |\mathcal{M}_{\gamma N \rightarrow V N}|^2 \quad . \quad (7.49)$$

Bei der Produktion von ρ -Mesonen ist zusätzlich noch ihre große Breite zu berücksichtigen. Deswegen muß der Wirkungsquerschnitt noch mit der Spektralfunktion des ρ gewichtet und über die Masse des Rho integriert werden:

$$\sigma = \int_{2m_\pi}^{\sqrt{s}-m_N} 2m dm A_\rho(m) \sigma(m) \quad . \quad (7.50)$$

Dabei kann σ sowohl ein winkeldifferentieller (bezüglich des produzierten ρ -Mesons) als auch der totale Wirkungsquerschnitt sein. Die Herleitung für diese Formel ist identisch zu der für die Zerfallsbreite von Resonanzen (Gl. (5.9) und Gl. (5.11)). Das ρ -Meson wird in beiden Fällen nicht als Endzustand, sondern als virtueller Zwischenzustand behandelt, der anschließend in zwei Pionen zerfällt.

7.5.1 Ergebnisse

Das Kapitel zur Photoproduktion am Nukleon wird abgeschlossen mit der Präsentation und Diskussion der Ergebnisse, die aus einem OBE-Modell folgen.

Zuerst sollen die Ergebnisse der ω -Photoproduktion mit den vorhandenen experimentellen Daten verglichen werden.

In Abbildung 7.6 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \omega N$ bei Laborenergien des Photons von $1.4 \text{ GeV} < E_\gamma < 1.5 \text{ GeV}$ und $1.8 \text{ GeV} < E_\gamma < 1.9 \text{ GeV}$ gezeigt. Die Daten stammen aus [Ha96], sind aber noch nicht veröffentlicht. Bemerkenswert ist vor allem die Tatsache, daß bei großen Streuwinkeln das theoretische Modell offensichtlich nicht zuverlässig ist. Es zeigt das typische Verhalten von t -Kanal-Prozessen, welche prinzipiell die Vorwärtsstreuung stark favorisieren. Dann ist der Impulsübertrag t am größten und damit auch die Produktionsamplitude (vgl. Gl. (7.36)). Besonders bei kleineren Energien beschreibt das Modell die Daten nur unvollständig, während die Übereinstimmung bei größeren Energien besser ist. Aber auch hier fällt die Rechnung bei großen Streuwinkeln zu stark ab.

Das Verhalten des winkeldifferentiellen Querschnitts bei großen Streuwinkeln ist somit nicht durch ein OBE-Modell beschreibbar. Dies kann als Hinweis darauf gewertet werden, daß eine intermediäre Resonanz angeregt wurde. In der Tat wird in [LB197, LB297] ein Modell vorgeschlagen, in dem das σ -Meson nicht vorkommt, welches aber unter Berücksichtigung von Resonanzen im Massenbereich von $1.7 - 2 \text{ GeV}$, die aus einem Quarkmodell generiert werden, sowie unter Mitnahme des π -Mesons als Austauscheteilchen die differentiellen Querschnitte recht gut beschreiben kann.

In Abbildung 7.7 ist der totale Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion von ω -Mesonen gezeigt. Die Übereinstimmung von Experiment und Theorie ist hier etwas besser als bei den differentiellen Querschnitten. Dies ist auch kein Wunder, da die relativ kleinen Beiträge der Streuung unter großen Winkeln, für welche die Abweichung bei letzteren am größten war, für den totalen Querschnitt nicht sehr wichtig sind. Aber auch hier gibt es eine Struktur, die durch ein OBE-Modell nicht reproduzierbar ist. Relativ nahe an der Schwelle werden die Daten von den Rechnungen unterschätzt, während für etwas größere Energien der Sachverhalt genau umgekehrt ist. Dies deutet ebenfalls auf die Existenz einer Resonanz mit einer Masse von ungefähr 1.7 GeV hin, welche an den $N\omega$ -Kanal koppelt. Konsequenterweise kann in dem von [LB197, LB297] vorgeschlagenen Modell auch der totale Wirkungsquerschnitt gut beschrieben werden.

Wie schon beim differentiellen Wirkungsquerschnitt ist die Beschreibung der Daten bei Energien $E_\gamma > 1.9 \text{ GeV}$ besser als bei kleineren Energien. Man kann also die Probleme bei der Beschreibung des winkeldifferentiellen Querschnitts bei Energien $E_\gamma \sim 1.5 \text{ GeV}$ auf das Fehlen von Resonanzbeiträgen zurückführen.

Zum Abschluß noch eine Bemerkung zum σ -Austausch: der Photoproduktionsprozeß gibt keinen verlässlichen Hinweis darauf, daß das σ -Meson wirklich existiert. Zwar können die Daten unter Berücksichtigung dieses Mesons mehr oder weniger gut beschrieben werden, aber in [FS97] wurde gezeigt, daß dies auch in einem Modell geschehen kann, in dem der Sigmaaustausch vernachlässigt wird. Dies kann man schon aus Abbildung 7.7 abschätzen: dort ist zu sehen, daß der

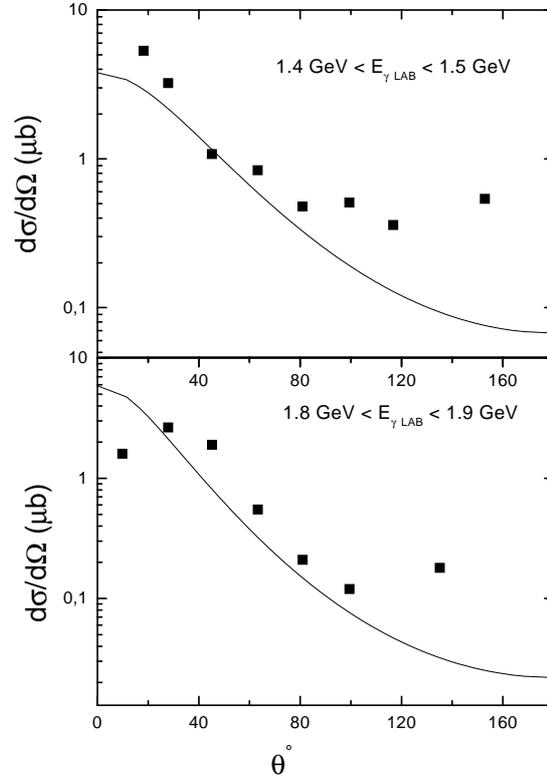


Abbildung 7.6: Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \omega N$ bei zwei verschiedenen Photonenergien E_{γ}^{LAB} .

Beitrag der σ -Mesons zur Photoproduktion klein gegenüber dem des Pions ist. Dabei sind die benutzten Werte für $g_{\sigma NN}$ und $\lambda_{\sigma NN}$ nach oben geschätzt. Die Ergebnisse von [LB197, LB297] deuten ebenso darauf hin, daß das σ -Meson zur Beschreibung der Photoproduktionsdaten nicht zwingend erforderlich ist.

In Abbildung 7.8 ist der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion von ρ -Mesonen bei zwei verschiedenen Photonenergien gezeigt. Die Übereinstimmung ist hier wesentlich besser als im Fall der ω -Produktion. Allerdings sind auch die Daten älter und ungenauer, die hier aufgeführten Datenpunkte umfassen alle Ereignisse aus einem Energiebereich von $1.4 \text{ GeV} < E_{\gamma}^{LAB} < 1.8 \text{ GeV}$ sowie $1.8 \text{ GeV} < E_{\gamma}^{LAB} < 2.5 \text{ GeV}$.

Ein ähnliches Bild ergibt sich aus dem Vergleich von Experiment und Theorie beim totalen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion von ρ -Mesonen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.9 gezeigt. Zu jeder Photonenergie werden zwei Ergebnisse vorgeschlagen. Dies beruht aber nicht auf zwei verschiedenen Messungen, sondern auf Unsicherheiten in der Extrapolation der gemessenen massendifferentiellen Querschnitte auf totale Wirkungsquerschnitte.

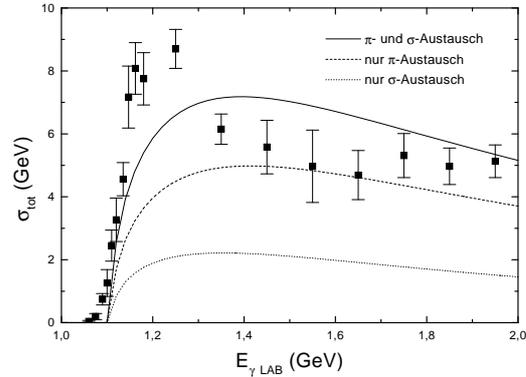


Abbildung 7.7: Der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow \omega N$ als Funktion von E_{γ}^{LAB} , aufgeteilt nach den Beiträgen von π - und σ -Austausch.

Es gibt im Falle des ρ -Mesons keinen Grund zu der Annahme, daß resonante Prozesse nicht zur Produktionsamplitude beitragen, da eine ganze Reihe von Resonanzen mit recht starker Kopplung sowohl an den $N\rho$ -als auch den $N\gamma$ -Kanal existieren.

Wieder stellt sich also die Frage, ob das σ -Meson wirklich notwendig ist, um die Daten zu beschreiben, oder ob es nur eine glückliche Parametrisierung von tatsächlichen physikalischen Prozessen ist. Im Gegensatz zur ω -Produktion ist eine Beschreibung der ρ -Daten nur mit Hilfe von Pionenaustausch nicht möglich, will man nicht Zuflucht bei unrealistischen Werten für die Kopplungskonstanten und *Cutoff*-Parameter suchen. Aus Abbildung 7.9 geht hervor, daß das σ -Meson einen stärkeren Beitrag zur Photoproduktion als das Pion liefert (vgl. auch Tabelle 7.2). Dies ist konsistent mit der Tatsache, daß auch in [FS97] das σ -Meson zur Beschreibung der ρ -Produktionsdaten unerlässlich ist.

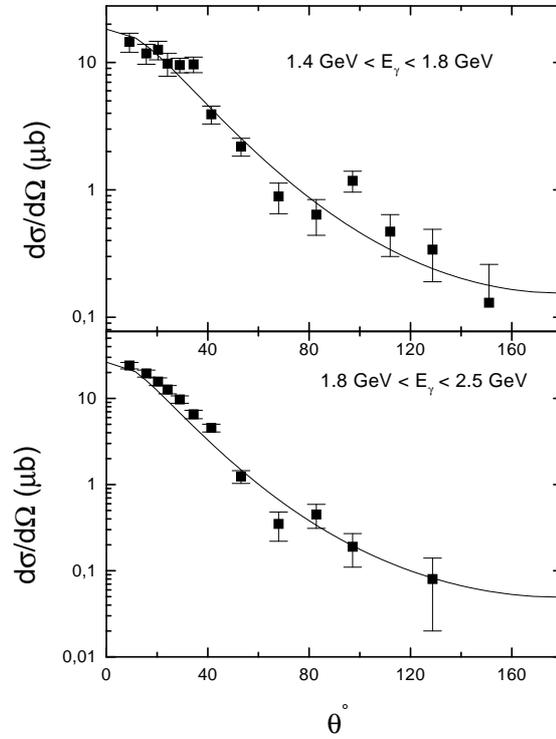


Abbildung 7.8: Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \rho N$ bei zwei verschiedenen Photonenergien E_{γ}^{LAB} .

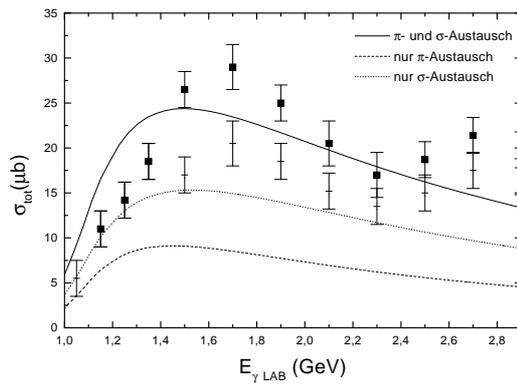


Abbildung 7.9: Der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow \rho N$ als Funktion von E_{γ}^{LAB} .

Kapitel 8

Kohärente Photoproduktion

In diesem Kapitel soll eine Reaktion vorgestellt werden, die Aufschluß über Mediummodifikationen der Vektormesonen geben kann, die kohärente Photoproduktion von Vektormesonen am Kern. Dabei soll zuerst der Begriff kohärent erläutert und dann die theoretischen Grundlagen des Modells diskutiert werden. Dann wird die Produktionsamplitude für den Fall, daß die produzierten Vektormesonen keine Wechselwirkung mit den Nukleonen des Kerns erfahren, berechnet. Anschließend werden einige Modelle zur Beschreibung der Wechselwirkung des produzierten Vektormesons vorgestellt und ihr Auswirkung auf die Produktionsquerschnitte untersucht. Es wird diskutiert, welche Observablen sensitiv auf Mediummodifikationen des Vektormesons sind. Die Rechnungen beschränken sich auf ρ - und ω -Mesonen.

8.1 Die kohärente Photoproduktion

Die kohärente Photoproduktion von Vektormesonen ist ein Prozeß, bei dem ein Kern im Grundzustand durch Wechselwirkung mit einem Photon angeregt wird und anschließend durch Emission eines Vektormesons wieder in den Grundzustand zurückkehrt. Der Begriff *kohärent* bringt zum Ausdruck, daß der Kern vor und nach der Reaktion im Grundzustand ist:

$$|i\rangle = |f\rangle = |g\rangle \quad .$$

Die Amplitude für den Reaktionsprozeß hat im allgemeinen die Form:

$$\mathcal{M} \sim \langle g V | \mathcal{L}_{INT} \mathcal{L}_{INT} | g \gamma \rangle \quad , \quad (8.1)$$

wobei \mathcal{L}_{INT} ein Mehrteilchenoperator sein kann, der Reaktionen eines Photons mit mehreren Nukleonen beschreibt.

Der Grundzustand $|g\rangle$ ist definiert als:

$$|g\rangle = \prod_{\alpha=0}^n a_{\alpha}^{\dagger} |0\rangle \quad , \quad (8.2)$$

wobei a_α^\dagger ein gebundenes Nukleon im Zustand $|\alpha\rangle$ erzeugt.

Prinzipiell kann das Photon gleichzeitig mit mehr als einem Nukleon reagieren. Die Rechnung kann aber wesentlich vereinfacht werden durch die Annahme, daß das Photon nur mit einem Nukleon wechselwirkt. Diese Näherung wird als *impulse approximation* (Stoßnäherung) bezeichnet. Die Amplitude vereinfacht sich dann zu:

$$\mathcal{M} \sim \int d^4x d^4y \sum_\alpha \langle \alpha | V | \mathcal{L}_{INT}(x) \mathcal{L}_{INT}(y) | \alpha \gamma \rangle \quad . \quad (8.3)$$

\mathcal{L}_{INT} ist in der *impulse approximation* ein Einteilchenoperator, der nur Wechselwirkungen eines Photons mit einem Nukleon beschreibt.

Ein notwendiges Kriterium für die Anwendbarkeit der *impulse approximation* ist, daß die Wellenlänge des Photons so klein ist, daß es ein einzelnes Nukleon auflösen kann. Dies ist für die Produktion von Vektormesonen der Fall, denn man findet für die Energie, die ein Photon zur Produktion mindestens haben muß:

$$\begin{aligned} (p_\gamma + p_A)^2 &= (p_V + p_A)^2 \\ \Rightarrow E_{\gamma LAB} &= m_V + \frac{1}{2} \frac{m_V^2}{m_A} \\ \Rightarrow E_{\gamma LAB} &\approx m_V \quad . \end{aligned} \quad (8.4)$$

m_A ist die Masse des Kerns und p_A sein Viererimpuls. Eine Energie von $E_{\gamma LAB} \approx 0.8$ GeV entspricht einer Wellenlänge des Photons von

$$\lambda \approx 0.25 \text{ fm} \quad . \quad (8.5)$$

Dies ist deutlich kleiner als der mittlere Abstand zweier Nukleonen im Atomkern.

8.2 Beschreibung von gebundenen Nukleonen

Die Wechselwirkungslagrangedichten $\mathcal{L}_{INT}(x)$ sind Funktionen der Feldoperatoren $\psi(x)$ und $\bar{\psi}(x)$, welche Nukleonen beschreiben. In Analogie zur Normalmodenentwicklung der Operatoren freier Nukleonen kann man sie durch einen vollständigen Satz von Eigenfunktionen des Hamiltonoperators beschreiben [SW]:

$$\psi(\vec{x}) = \sum_\alpha \left(u_\alpha(\vec{x}) a_\alpha + v_\alpha(\vec{x}) b_\alpha^\dagger \right) \quad . \quad (8.6)$$

Dabei läuft die Summe über alle Einteilchenzustände $|\alpha\rangle$. Die Operatoren a_α und b_α erzeugen bzw. vernichten gebundene Teilchen- bzw. Antiteilchenzustände und die Funktionen $u_\alpha(\vec{x})$ und $v_\alpha(\vec{x})$ sind Eigenfunktionen des Hamiltonoperators für ein relativistisches Fermion in einem Zentralpotential:

$$H = i\cancel{\partial} - m - V(r) - W(r) \gamma_0 \quad (8.7)$$

und

$$H u_\alpha(\vec{x}) = E_\alpha u_\alpha(\vec{x}) \quad . \quad (8.8)$$

Die Zeitabhängigkeit der Funktionen u_α und v_α ist damit trivial:

$$u_\alpha(\vec{x}, t) = u_\alpha(\vec{x}) e^{-i E_\alpha t} \quad (8.9)$$

und genauso für v_α .

Zur Klassifizierung der Lösungen $u_\alpha(\vec{x})$ und $v_\alpha(\vec{x})$ müssen die Konstanten der Bewegung \hat{O} des Hamiltonoperators (8.7), welche durch die Bedingung

$$[H, \hat{O}] = 0$$

definiert sind, gefunden werden. Für ein relativistisches Teilchen ist der Bahndrehimpuls im Gegensatz zum nichtrelativistischen Fall keine gute Quantenzahl. Nur der Gesamtdrehimpuls j stellt ein erhaltene Größe dar. Der Bahndrehimpuls l ist jedoch eine gute Quantenzahl für obere und untere Komponente der Lösung.

Zur Beschreibung der Eigenfunktionen des relativistischen Hamiltonoperators (8.7) werden die folgenden Quantenzahlen benutzt: die Hauptquantenzahl n , die z -Komponente des Gesamtdrehimpulses m sowie der Eigenwert des Operators

$$K = \gamma^0 \left[\vec{\Sigma} \vec{J} - \frac{1}{2} \right] \quad (8.10)$$

mit $[K, H] = 0$ [SW]. Der Operator K mißt, ob Spin und Gesamtdrehimpuls parallel oder antiparallel zueinander ausgerichtet sind. Seine Eigenwerte κ sind gegeben durch:

$$\kappa = \pm \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad . \quad (8.11)$$

j ist der Eigenwert des Gesamtdrehimpulsoperators J , der in einem Zentralpotential eine erhaltene Größe ist.

Weil das Potential nur von $|\vec{x}| = x$ abhängt, kann man die Eigenfunktionen von H als Produkt von Radial- und Winkelanteil schreiben:

$$\psi_\alpha(\vec{x}) = \psi_{n\kappa m}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_{n\kappa}(x) \mathcal{Y}_{\kappa m}(\hat{x}) \\ i g_{n\kappa}(x) \mathcal{Y}_{-\kappa m}(\hat{x}) \end{pmatrix} \quad . \quad (8.12)$$

Dabei entsprechen κ und $-\kappa$ unterschiedlichen Werten des Bahndrehimpulses l . Der Faktor i in der unteren Komponente des Diracspinors wird eingeführt, damit die Funktion $g(x)$ rein reell ist.

Der Winkelanteil eines Zustandes mit den Drehimpulsquantenzahlen j und m wird beschrieben als Summe aus Produkten von Bahndrehimpuls l (von großer oder kleiner Komponente) und Spin $\frac{1}{2}$ [SW]:

$$\mathcal{Y}_{\kappa m} = \sum_{m_l, m_s} \langle l m_l \frac{1}{2} m_s | l \frac{1}{2} j m \rangle Y_{lm}(\theta, \phi) \chi_{m_s} \quad (8.13)$$

mit:

$$\begin{aligned}
 l &= \begin{cases} \kappa & , \quad \kappa > 0 \\ -\kappa - 1 & , \quad \kappa < 0 \end{cases} , \\
 j &= |\kappa| - \frac{1}{2} .
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

Die Y_{lm} sind Kugelflächenfunktionen, χ_{m_s} ist ein Pauli-Spinor.

Die Funktionen $\mathcal{Y}_{\kappa m}$ erfüllen folgende Vollständigkeitsrelation:

$$\sum_{m=-j}^j \mathcal{Y}_{\kappa m}^\dagger(\hat{x}) \mathcal{Y}_{\kappa' m}(\hat{x}) = \left(\frac{2j+1}{4\pi} \right) \delta_{\kappa\kappa'} \tag{8.15}$$

8.3 Die Produktionsamplitude

Als mikroskopisches Modell zur Berechnung der kohärenten Photoproduktion von Vektormesonen am Kern wird das in Kapitel 7 vorgeschlagene OBE-Modell benutzt. Die Amplitude hat dann eine sehr einfache Form. Wie in Kapitel 7 erläutert, faktorisiert sie nämlich in einen Teil, welcher die Wellenfunktionen des Nukleons beinhaltet und einen Restterm, welcher den Boson-Propagator sowie den $V\gamma B$ -Vertex beschreibt (s. 7.36). Unter der Annahme, daß das produzierte Vektormeson als ebene Welle beschrieben werden kann, ist es möglich, die Produktionsamplitude auf zwei unterschiedliche und numerisch unabhängige Arten zu berechnen. Dies bietet die Gelegenheit sicherzustellen, daß das zur Bestimmung der Amplitude benutzte OBE-Modell numerisch richtig implementiert worden ist. Beide Wege zur Berechnung der Amplitude sollen im folgenden kurz vorgestellt werden.

Eine der beiden Methoden beruht auf der Feststellung, daß der Boson-Propagator und der $V\gamma B$ -Vertex sowohl für die Produktion am freien Nukleon als auch für die Produktion am Kern dieselbe Form haben. Die Amplitude für die Produktion am Kern hat dann folgende Gestalt (vgl. Kapitel 7.3):

$$\mathcal{M}^{\lambda\lambda'} \sim \int d^4x \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(x) \Gamma \psi_{\alpha}(x) \frac{e^{iqx}}{q^2 - m_B^2} \epsilon_{\mu}^{\lambda} v_{\nu}^{\lambda'} T^{\mu\nu} \delta^4(k - q - k') \tag{8.16}$$

k und k' sind die Impulse von Photon und Vektormeson. ϵ_{λ} und v_{λ} sind ihre Polarisationsvektoren. q ist der Viererimpuls des ausgetauschten Mesons. Der Tensor $T^{\mu\nu}$ beschreibt den $V\gamma B$ -Vertex:

$$T^{\mu\nu} = \begin{cases} \frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_{\rho}} (g^{\mu\nu} k^{\alpha} k'^{\beta} - k^{\nu} k'^{\mu}) F_{V\gamma\sigma}(q^2) & , \quad \sigma - \text{Austausch} \\ \frac{f_{V\gamma\pi}}{m_{\rho}} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^{\alpha} k'^{\beta} F_{V\gamma\pi}(q^2) & , \quad \pi - \text{Austausch} \end{cases} \tag{8.17}$$

Der Operator Γ kommt aus der NNB -Kopplung und ist

$$\Gamma = \begin{cases} \mathbb{1} & , \quad \sigma - \text{Austausch} \\ -i\gamma_5 & , \quad \pi - \text{Austausch} \end{cases} \tag{8.18}$$

Betrachten wir nun den Nukleonenvertex etwas genauer. Da die Zeitabhängigkeit der Wellenfunktionen der gebundenen Nukleonen trivial ist, kann man schreiben:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_N &\sim \int d^4x \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(x) \left\{ \begin{array}{c} \mathbb{I} \\ i \gamma_5 \end{array} \right\} \psi_{\alpha}(x) e^{iqx} \\ &\sim \int d^3x \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(\vec{x}) \left\{ \begin{array}{c} \mathbb{I} \\ i \gamma_5 \end{array} \right\} \psi_{\alpha}(\vec{x}) e^{-i\vec{q}\vec{x}} \delta(q_0) \quad . \quad (8.19)\end{aligned}$$

Wie man sieht, ist der Vertex \mathcal{M}_N proportional zu den Fouriertransformierten von skalarer und pseudoskalarer Dichte:

$$\mathcal{M}_N \sim \mathcal{FT} \left\{ \begin{array}{c} \rho_S(\vec{x}) \\ \rho_{PS}(\vec{x}) \end{array} \right\} \quad (8.20)$$

mit

$$\rho_S(\vec{x}) = \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(\vec{x}) \psi_{\alpha}(\vec{x}) \quad , \quad (8.21)$$

$$\rho_{PS}(\vec{x}) = \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(\vec{x}) \gamma_5 \psi_{\alpha}(\vec{x}) \quad . \quad (8.22)$$

Die Wellenfunktionen eines Nukleons vor und nach dem Stoß sind identisch, werden also nicht lorentztransformiert. Dies setzt voraus, daß der Kern durch die Absorption des Photons nur einen vernachlässigbaren Impuls erhält. In diesem Limes ändert sich die Energie eines Nukleons nicht und deshalb muß die Energie des Photons gleich der des produzierten Vektormesons sein. Mathematisch kommt dies durch das Auftreten einer Energie- δ -Funktion am Nukleonvertex \mathcal{M}_N zum Ausdruck. In dieser Arbeit wird die Produktion von Vektormesonen an ^{12}C berechnet. Die Energie dieses Kerns ist in etwa 12 GeV, die des Photons aber in der Größenordnung 1 GeV. Daher ist eine solche Näherung wohl recht gut.

Betrachtet sei nun der π -Austausch. Falls nur die Produktion an Kernen mit abgeschlossenen Neutronen- und Protonenschalen betrachtet wird, z.B. an ^{12}C oder an ^{40}Ca , so kann man zeigen, daß der Pionenaustausch nicht zur Produktionsamplitude beiträgt. Der Beitrag einer mit Protonen oder Neutronen aufgefüllten Schale zu $\rho_{PS}(\vec{x})$ ist:

$$\begin{aligned}\rho_{PS}(\vec{x}) &= 2i \sum_m f(x) g(x) \mathcal{Y}_{\kappa m}^{\dagger}(\hat{x}) \mathcal{Y}_{\kappa' m}(\hat{x}) \\ &= 0 \quad . \quad (8.23)\end{aligned}$$

Dabei wurde im letzten Schritt die Vollständigkeitsrelation (8.15) ausgenutzt. Zur kohärenten Photoproduktion trägt also nur der σ -Austausch bei. Die Amplitude ist dann gegeben durch:

$$\mathcal{M}^{\lambda\lambda'} = g_{NN\sigma} F_{NN\sigma}(\vec{q}^2) F_{Kern}(\vec{q}) \frac{1}{q^2 - m_B^2} \frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_{\rho}} F_{V\gamma\sigma}(\vec{q}^2) \epsilon_{\mu}^{\lambda} v_{\nu}^{\lambda'} T_{\sigma}^{\mu\nu} \quad . \quad (8.24)$$

Dabei bezeichnet $F_{Kern}(\vec{q})$ die Fouriertransformierte der skalaren Dichte $\rho_S(\vec{x})$, während $F_{V\gamma\sigma}(\vec{q}^2)$ sowie $F_{NN\sigma}(\vec{q}^2)$ Formfaktoren an den beiden Vertizes sind.

Es ist nur dann möglich, die Amplitude für die Photoproduktion am Kern in solch eine einfache Gestalt zu bringen, wenn das Matrixelement faktorisiert. Im allgemeinen ist dies jedoch nicht der Fall. Dann ist es nötig, einen komplizierteren Formalismus zu benutzen. Ein solcher wurde von [Pe98] entwickelt und beschreibt die Amplitude in einer (\vec{x}, E) -Darstellung. In ihr werden die Wellenfunktionen des Photons und des auslaufenden Vektormesons in einer Partialwellenzerlegung beschrieben. Dies erlaubt zudem die Aufgabe der Forderung, daß das produzierte Vektormeson eine ebene Welle sein muß. Der Propagator wird ebenfalls nach Partialwellen entwickelt. Im folgenden wird nun dieser Formalismus kurz vorgestellt.

Der Radialteil einer beliebigen Lösung der Klein-Gordon-Gleichung $\phi(\vec{k}, \vec{r})$ kann in folgender Weise nach Partialwellen entwickelt werden [Jo]:

$$\phi(\vec{k}, \vec{r}) = 4\pi \sum_{l,m} c_{lm}(k) R_{lm}(kr) Y_{lm}^*(\hat{k}) Y_{lm}(\hat{r}) \quad . \quad (8.25)$$

Die Funktionen $R_{lm}(kr)$ sind Lösungen des Radialteils der Klein-Gordon-Gleichung mit einem Zentralpotential. Ebene Wellen ergeben sich dann zu:

$$\phi(\vec{k}, \vec{r}) = 4\pi \sum_{l,m} i^l j_l(kr) Y_{lm}^*(\hat{k}) Y_{lm}(\hat{r}) \quad , \quad (8.26)$$

wobei die $j_l(kr)$ Bessel-Funktionen sind.

Auch der Propagator kann nach Partialwellen entwickelt werden. Dazu benutzt man die Relation

$$\int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\vec{k}'(\vec{r}-\vec{r}')}}{k'^2 - \vec{k}^2} = i |\vec{k}| \sum_{lm} j_l(|\vec{k}|r_<) h_l^{(1)}(|\vec{k}|r_>) Y_{lm}^*(\hat{r}') Y_{lm}(\hat{r}) \quad . \quad (8.27)$$

$r_<$ und $r_>$ stehen für den jeweils kleineren bzw. größeren von $|\vec{r}'|$ und $|\vec{r}|$. Die $h_l^{(1)}$ werden als Hankel-Funktionen bezeichnet. Ihre Definition sowie eine Auflistung ihrer Eigenschaften findet man zusammen mit einer Herleitung der obigen Relation in [Jo]. In einer (E, \vec{x}) -Darstellung nimmt damit der Propagator eines skalaren Teilchens folgende Form an:

$$D(E, |\vec{x} - \vec{y}|) = - \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\vec{p}(\vec{x}-\vec{y})}}{E^2 - m^2 - \vec{p}^2} \quad , \quad (8.28)$$

was der oben angegebenen Form entspricht, wenn man $\vec{k}^2 = E^2 - m^2$ setzt.

Nutzt man nun aus, daß das einlaufende Photon eine ebene Welle ist und führt weiterhin die trivialen Energieintegrationen aus, so erhält man für die Amplitude (nur σ -Austausch) folgenden Ausdruck:

$$\mathcal{M}^{\lambda\lambda'} = g_{NN\sigma} \frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_\rho} \int d^3x d^3y \sum_{\alpha} \bar{\psi}_{\alpha}(\vec{x}) \psi_{\alpha}(\vec{x}) \times$$

$$\begin{aligned} & \times i |\vec{q}| \sum_{lm} j_l(|\vec{q}|r_<) h_l^{(1)}(|\vec{q}|r_>) Y_{lm}^*(\hat{y}) Y_{lm}(\hat{x}) \times \\ & \times \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda'} \left(g^{\mu\nu} k^\lambda \partial_\lambda \phi(\vec{k}', \vec{y}) - k^\nu \partial^\mu \phi(\vec{k}', \vec{y}) \right) \end{aligned} \quad (8.29)$$

Dabei ist $q = \sqrt{E^2 - m_\sigma^2}$ und $\phi(\vec{k}', \vec{y})$ ist die Wellenfunktion des Vektormesons (vgl. (8.26)). Wegen der Vollständigkeit der $\psi_\alpha(\vec{x})$ (vgl. (8.15)) reduziert sich der Ausdruck unter Ausnutzung der Orthogonalität der Y_{lm} zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\lambda\lambda'} &= g_{NN\sigma} \frac{f_{V\gamma\sigma}}{m_\rho} \sqrt{4\pi} \int x^2 dx \sum_{orb} \left(\frac{2j_{orb} + 1}{4\pi} \right) (f(x)^2 - g(x)^2) \times \\ & \times \int d^3y i q j_0(qr_<) h_0(qr_>) Y_{00}^*(\hat{y}) \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda'} \left(g^{\mu\nu} k^\lambda \partial_\lambda \phi(\vec{k}', \vec{y}) - k^\nu \partial^\mu \phi(\vec{k}', \vec{y}) \right) \end{aligned} \quad (8.30)$$

Der Index *orb* bezeichnet dabei alle entweder mit Protonen oder Neutronen vollbesetzten Schalen. Durch das Auftreten von Ableitungen im $V\gamma\sigma$ -Vertex kann die $d\Omega_y$ -Integration nicht mehr auf einfache Weise ausgeführt werden. Dies kommt daher, daß die Y_{lm} keine Eigenfunktionen des Gradientenoperators sind.

Man sieht an dieser Form der Amplitude, daß das Austauschmeson nur den Bahndrehimpuls $l = 0$ haben kann. Dies ist unabhängig davon, welchen Spin das Meson hat, da das Argument allein auf der Vollständigkeitsrelation (8.15) beruht.

Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die Photoproduktion am Kern ergibt sich aus der Produktionsamplitude gemäß:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{E_{in} E_{out}}{s} \frac{p_{in}}{p_{out}} |\mathcal{M}|^2 \quad (8.31)$$

Diesen Zusammenhang kann man sich klarmachen, wenn man vom Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma N \rightarrow V N$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{1}{s} \frac{p_{in}}{p_{out}} |\mathcal{M}|^2 \quad (8.32)$$

ausgeht und dabei beachtet, daß dieser Ausdruck unter der Annahme, daß die Wellenfunktion des Nukleons auf $2E$ normiert ist, abgeleitet wird. Die Wellenfunktion des Kerns ist hingegen auf 1 normiert, so daß man (8.32) mit einem Faktor $4 E_{in} E_{out}$ multiplizieren muß.

8.4 Produktion an ^{12}C : Freie Vektormesonen

Es sollen nun die Ergebnisse für die kohärente Photoproduktion von Vektormesonen für den Fall, daß die Vektormesonen den Kern ohne Wechselwirkung mit den Nukleonen verlassen, gezeigt werden. Sie können dann als ebene Wellen behandelt werden. Dazu sei zunächst die Form der Produktionsamplitude gemäß (8.24) betrachtet, aus der man direkt die Abhängigkeit vom Formfaktor des Kerns ablesen kann. Unter Formfaktor ist von nun an immer die Fouriertransformierte

der skalaren Dichte zu verstehen. Zu Vergleichszwecken ist in Abbildung 8.1 das Betragsquadrat des Formfaktors von ^{12}C gezeigt. Dieses ist proportional zum differentiellen Wirkungsquerschnitt. Er ist gegen den Impulsübertrag

$$\Delta q = \sqrt{(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_V)^2} \quad (8.33)$$

aufgetragen. Die Wellenfunktionen stammen aus einer relativistischen *mean field*-Rechnung mit skalaren und Vektorpotentialen [PL98]. Die Parameter der Potentiale wurden dabei so angepaßt, daß die Wellenfunktionen den Formfaktor von ^{12}C bis zu einem Impulsübertrag von $\Delta q \approx 3 \text{ fm}^{-1}$ gut reproduzieren [PL98].

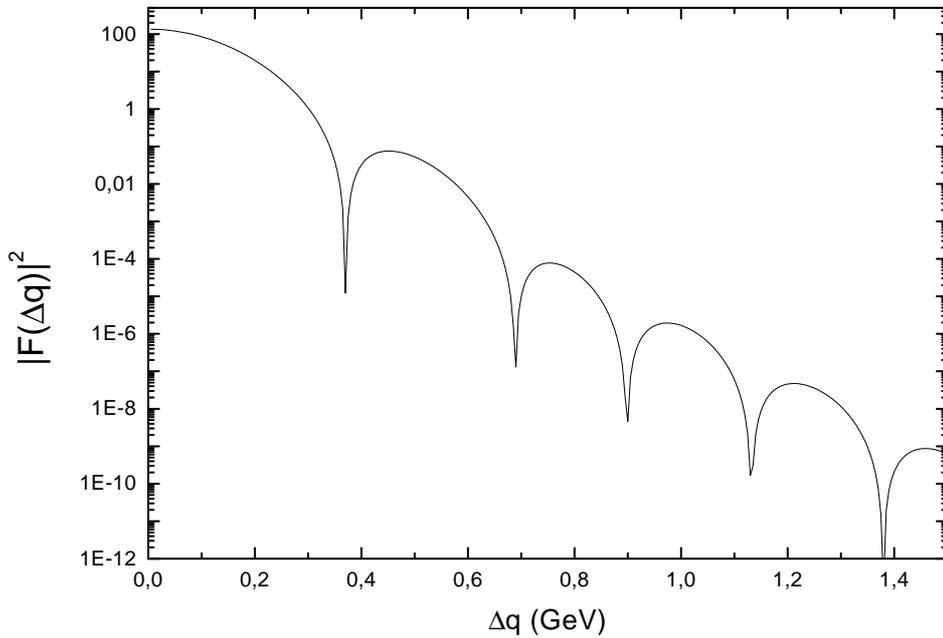


Abbildung 8.1: $|F(\Delta q)|^2$ von ^{12}C als Funktion von Δq .

Die Minima stammen von den Nulldurchgängen des Formfaktors. Der Formfaktor favorisiert kleine Impulsüberträge und damit kleine Streuwinkel (vgl. (8.33)). Dies kommt daher, daß bei $\Delta q = 0$ das ausgetauschte Meson den Kern überhaupt nicht in seine Strukturen auflösen kann, so daß das Photon mit dem ganzen Kern reagiert. Für größere Impulsüberträge können feinere Strukturen aufgelöst werden und folglich reduziert sich der Wirkungsquerschnitt. Die Produktionsquerschnitte werden also dann groß sein, wenn der minimale Impulsübertrag Δq_{min} möglichst klein ist. Δq_{min} ist der Impulsübertrag in Vorwärtsstreurichtung und berechnet sich gemäß (8.33) zu:

$$\Delta q_{min} = \sqrt{\vec{p}_\gamma^2 + \vec{p}_V^2 - 2 |\vec{p}_\gamma| |\vec{p}_V|} \quad . \quad (8.34)$$

In Abbildung 8.2 sind die beiden unterschiedlichen Möglichkeiten zur Berechnung der Produktionsamplitude gemäß (8.24) und (8.30) für die Produktion von ω -Mesonen bei einer Photonenergie von $E_\gamma^{LAB} = 0.85$ GeV miteinander verglichen. Um die Kurven unterscheiden zu können, ist $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ nur über einen begrenzten Winkelbereich $0,25 < \cos\theta < 0,75$ gezeigt. In diesem Bereich liegt das erste Minimum des differentiellen Wirkungsquerschnitts, welcher dort eine sehr starke Variation zeigt. Deshalb sind in dem gezeigten Bereich die numerischen Ungenauigkeiten relativ groß. Die Übereinstimmung beider Kurven ist dennoch so gut, daß man davon ausgehen kann, daß beide Verfahren numerisch richtig implementiert wurden.

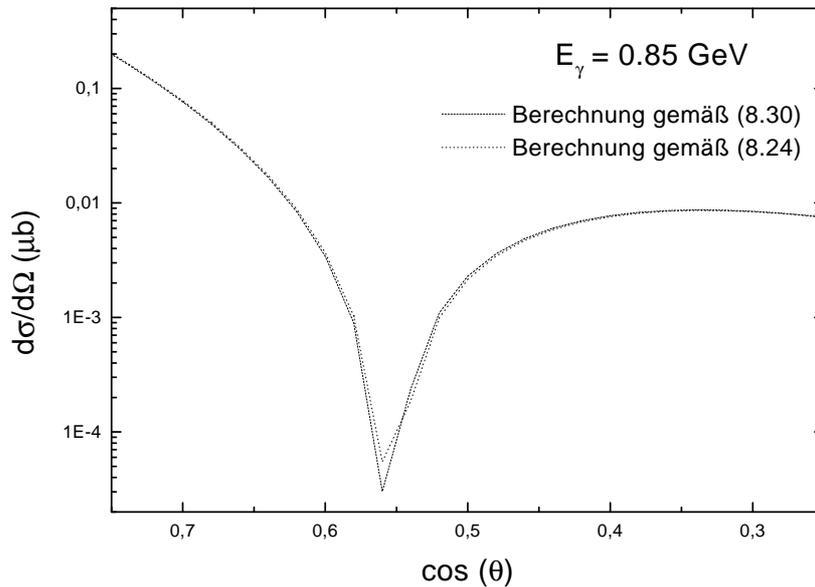


Abbildung 8.2: Spingemittelter Querschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die Reaktion $\gamma^{12}C \rightarrow \omega^{12}C$. Die durchgezogene Linie entspricht einer Berechnung der Amplitude gemäß (8.30), die gestrichelte einer Berechnung gemäß (8.24).

In Abbildung 8.3 ist $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für alle Winkel gezeigt.

Die Lage der Minima des Formfaktors und der Minima von $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ sind gemäß (8.33) miteinander verbunden. Erwartungsgemäß ist der Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsstreureichtung am größten und fällt zu größeren Streuwinkeln hin stark ab.

Ein reelles Photon hat zwei und ein massives Vektormeson drei Polarisierungen, so daß es sechs Amplituden $\mathcal{M}^{\lambda\lambda'}$ gibt. Aufgrund von Paritätserhaltung sind von diesen sechs Amplituden nur drei voneinander verschieden. Dies kann man am besten in einer Basis zirkularer Polarisationsvektoren sehen. Durch eine Paritätstransformation wird ein rechtshändiges (R) in ein linkshändiges (L) Teilchen überführt und umgekehrt. Ein longitudinal polarisiertes Teilchen (l) wird

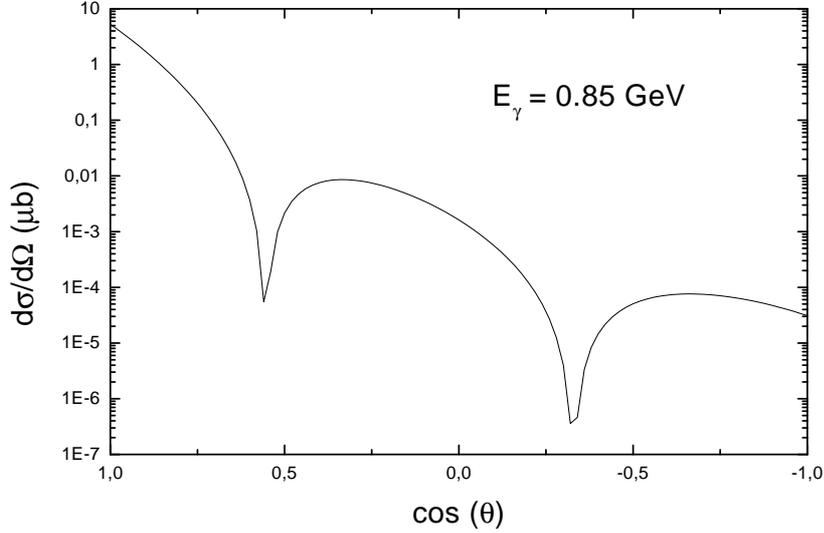


Abbildung 8.3: Spingemittelter Querschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die Reaktion $\gamma^{12}C \rightarrow \omega^{12}C$. Den Minima in $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ entsprechen Minima im Formfaktor.

durch Paritätstransformationen nicht verändert. Daher gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{RR} &= \mathcal{M}^{LL} \quad , \\ \mathcal{M}^{LR} &= \mathcal{M}^{RL} \quad , \\ \mathcal{M}^{lR} &= \mathcal{M}^{lL} \quad . \end{aligned} \quad (8.35)$$

In Abbildung 8.4 sind die drei unabhängigen differentiellen Wirkungsquerschnitte für die ω -Produktion bei einer Energie von $E_\gamma^{LAB} = 0.85$ GeV zu sehen. Ihr Verhalten ist einsichtig, wenn man sich die Form des $V\gamma\sigma$ -Vertex in Erinnerung ruft (s. (8.24)):

$$\mathcal{M}^{\lambda\lambda'} \sim \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda'} (g^{\mu\nu} k k' - k^\nu k'^\mu) \quad . \quad (8.36)$$

Der Vertex besteht aus zwei Summanden, einer ist proportional zum Skalarprodukt zweier Polarisationsvektoren, während der andere proportional zu Termen der Form $k \epsilon$ ist. Wenn man beachtet, daß

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu^R(\theta = 180^\circ) &= \epsilon_\mu^L(\theta = 0^\circ) \quad , \\ \epsilon_\mu^L(\theta = 180^\circ) &= \epsilon_\mu^R(\theta = 0^\circ) \quad \text{und} \\ \epsilon_\mu^l(\theta = 180^\circ) &= \epsilon_\mu^l(\theta = 0^\circ) \end{aligned} \quad (8.37)$$

ist, so ergeben sich folgende Charakteristika für die einzelnen Amplituden:

1) $\mathcal{M}^{LL} = \mathcal{M}^{RR}$ Amplitude verschwindet bei Rückwärtsstreuung:

$$\mathcal{M}^{LL}(\theta = 180^\circ) = 0 \quad . \quad (8.38)$$

2) $\mathcal{M}^{LR} = \mathcal{M}^{RL}$ Amplitude verschwindet bei Vorwärtsstreuung:

$$\mathcal{M}^{LL}(\theta = 0^\circ) = 0 \quad . \quad (8.39)$$

3) $\mathcal{M}^{Ll} = \mathcal{M}^{Rl}$ Amplitude verschwindet bei Vorwärts- und bei Rückwärtsstreuung:

$$\mathcal{M}^{Llong}(\theta = 0^\circ) = \mathcal{M}^{Llong}(\theta = 180^\circ) = 0 \quad . \quad (8.40)$$

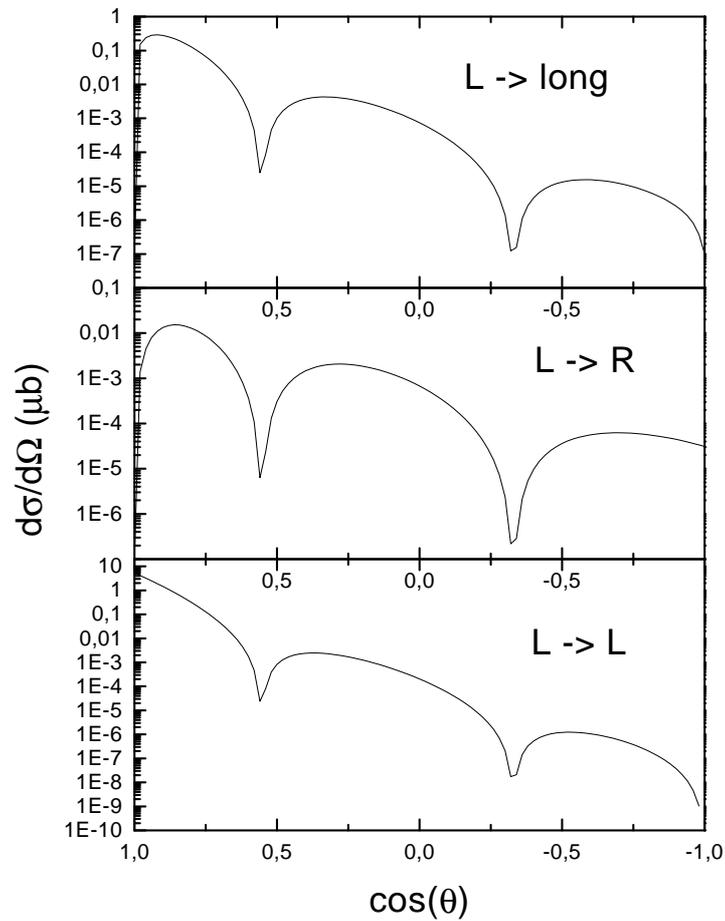


Abbildung 8.4: Die polarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitte bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 0.85$ GeV.

Wenn man bedenkt, daß das Austauschmeson keinen Drehimpuls trägt, folgt schon aus Drehimpulserhaltung, daß sich für Vorwärtsstreuung die Polarisation nicht ändern kann. Zusammen mit der Tatsache, daß durch den Formfaktor kleine

Streuwinkel stark favorisiert werden, mißt man demzufolge mit dem polarisationsgemittelten Wirkungsquerschnitt im wesentlichen $\mathcal{M}^{LL} = \mathcal{M}^{RR}$.

8.4.1 ω -Photoproduktion

Die Größenordnung des differentiellen Querschnitts für die ω -Produktion ist in Abbildung 8.2 und in Abbildung 8.4 zu sehen. Das Resultat für den totalen Wirkungsquerschnitt ist in Abbildung 8.5 gezeigt.

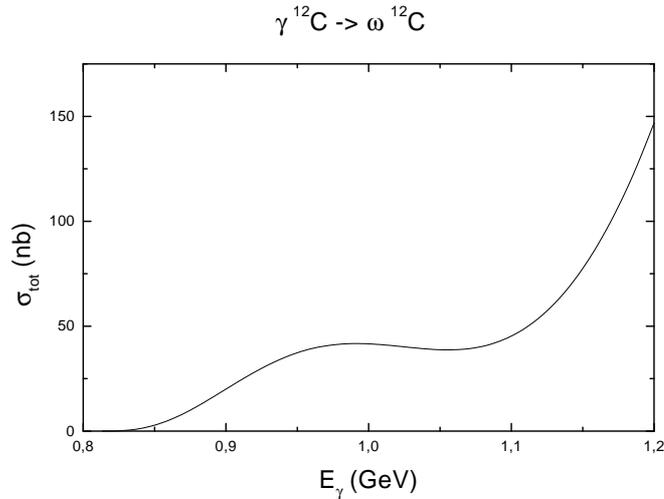


Abbildung 8.5: Der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow \omega^{12}\text{C}$ als Funktion der Photonenergie im Laborsystem.

Die qualitativen Eigenschaften des totalen Querschnitts kann man gut verstehen, wenn man sich den minimalen Impulsübertrag Δq_{min} (8.34) als Funktion der Photonenergie E_γ anschaut und daraus berechnet, welchen Bereich des Formfaktors man bei der Integration über den gesamten Winkelbereich abdeckt.

In Abbildung 8.6 sind der Formfaktor und der minimale Impulsübertrag als Funktion der Photonenergie gezeigt, wobei der Formfaktor so reskaliert wurde, daß die beiden Plots vernünftig übereinander gelegt werden können. Man kann dort zu jeder Photonenergie den minimalen Impulsübertrag Δq_{min} , von dem ab der Formfaktor abgegriffen wird, ablesen. Δq_{min} nimmt bei größeren Energien ab und folglich wächst der Wirkungsquerschnitt mit wachsender Photonenergie. Erst bei sehr kleinen Δq_{min} , d.h. bei großen Photonenergien, steigt der Formfaktor nicht mehr so steil an. Der Anstieg des Wirkungsquerschnitts flacht dann ab und die restlichen in 8.31 auftretenden kinematischen Faktoren sorgen schließlich bei Photonenergien in der Größenordnung $E_{\gamma lab} > 2$ GeV für kleiner werdende Querschnitte. Dieser Energiebereich ist nicht von Interesse, so daß das Abflachen des totalen Wirkungsquerschnitts in Abbildung 8.5 nicht mehr zu sehen ist. Das Abflachen bei Photonenergien $E_\gamma \sim 0.9$ GeV soll nun kurz diskutiert werden.

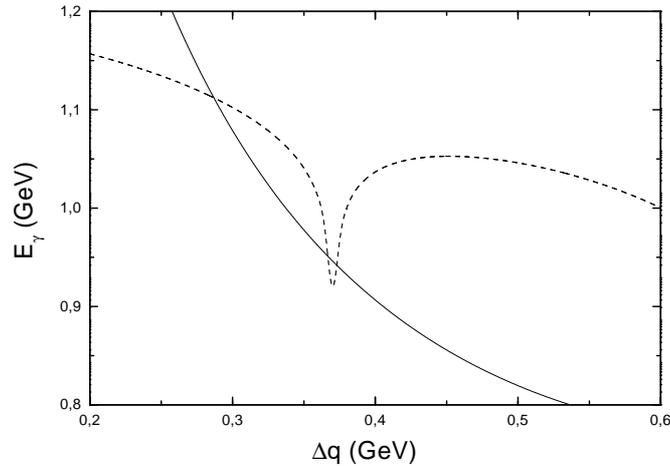


Abbildung 8.6: Formfaktor (gestrichelte Linie) und minimaler Impulsübertrag (durchgezogene Linie) als Funktion der Photonenergie. Der Formfaktor wurde dabei reskaliert.

Dazu ist eine weitere Größe von Interesse, nämlich der über alle Impulsüberträge (sprich über den gesamten Winkelbereich) integrierte Formfaktor $X(E_\gamma)$:

$$X(E_\gamma) = \int (d\Delta q) |F(\Delta q)|^2 \quad . \quad (8.41)$$

$X(E_\gamma)$ ist ein Maß für den rein kinematischen Anteil zur Erklärung der Struktur des totalen Wirkungsquerschnitts. Er ist in Abbildung 8.7 dargestellt, wobei die absolute Normierung uninteressant ist. Man erkennt deutlich den bei σ_{tot} festgestellten starken Anstieg mit der Energie wieder. Das plateauartige Verhalten bei $E_\gamma \sim 0.9$ GeV im totalen Wirkungsquerschnitt läßt sich damit erklären, daß in diesen Energiebereich der erste Nulldurchgang des Formfaktors fällt.

Während einige der Strukturen der bis jetzt diskutierten Querschnitte rein kinematischer Natur und deshalb nicht sensitiv auf das zugrunde liegende mikroskopische Modell sind (z.B. der rasche Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts mit wachsender Photonenergie oder die starke Favorisierung der Streuung in Vorwärtsrichtung), ist die absolute Größenordnung der Ergebnisse fragwürdig. Dies liegt in den großen Unsicherheiten bezüglich des σ -Austauschs begründet.

Am Ende von Kapitel 7 wurde diskutiert, daß in [FS97] die Photoproduktion von ω -Mesonen am Nukleon auch ohne explizite Mitnahme des σ -Mesons beschrieben werden kann. In einem solchen Modell würde der Beitrag von t -Kanal-Prozessen zum totalen Wirkungsquerschnitt für die kohärente Photoproduktion von ω -Mesonen am Kern verschwinden, da ja der Pion-Austausch nicht zur Produktionsamplitude beiträgt.

Man kann behaupten, daß das σ -Meson nicht existiert, sondern daß es andere physikalische Prozesse parametrisiert (z.B. s -Kanal-Prozesse, bei denen eine

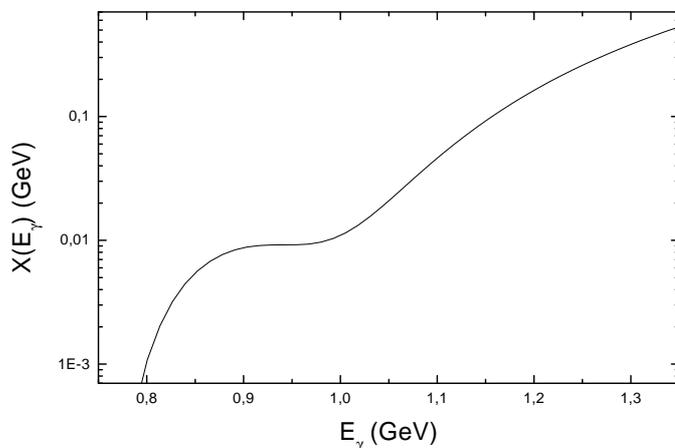


Abbildung 8.7: Der integrierte Formfaktor $X(E_\gamma)$.

Resonanz angeregt wird). Für die Produktion am freien Nukleon wird diese Parametrisierung so gewählt, daß die existierenden Daten möglichst gut reproduziert werden können. Aus der kohärenten Photoproduktion von η -Mesonen ist bekannt, daß der für die Produktion am Nukleon dominante Prozeß, die Anregung der Resonanz $N^*(1535)$, bei der kohärenten Produktion am Kern relativ zu anderen Beiträgen unterdrückt ist [Pe98]. Parametrisiert man also durch den σ -Austausch physikalische Prozesse, deren Beitrag zur kohärenten Produktion stark von dem des σ -Mesons verschieden ist, so treten neue Unsicherheiten bei der absoluten Größe der berechneten Wirkungsquerschnitte auf.

Selbst wenn man an die Existenz des σ -Mesons glaubt, bleiben doch große Unsicherheiten bezüglich der Größe der relevanten Kopplungskonstanten und *Cutoff*-Parameter bestehen. Diese sind in dieser Arbeit nach oben abgeschätzt worden (vgl. Kapitel 5). Die hier vorgestellten Ergebnisse stellen also eine obere Abschätzung des Beitrags durch σ -Mesonen dar.

8.4.2 ρ -Photoproduktion

Wir kommen nun zur Photoproduktion von ρ -Mesonen. Für das Rho ist ein größerer Querschnitt als für ω -Mesonen zu erwarten, da $f_{\rho\sigma\gamma} \approx 3 f_{\omega\sigma\gamma}$ ist (s. Tabelle 7.3). Die restlichen Kopplungskonstanten sowie die Massen der beiden Mesonen sind nahezu identisch, so daß man auf den ersten Blick erwarten sollte, daß die differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitte für die ρ -Produktion eine ähnliche Form wie die für die ω -Produktion haben, aber ungefähr eine Größenordnung größer als diese sind. Dies ist aber nur der Fall, wenn man das produzierte ρ -Meson als stabiles Teilchen betrachtet. Berücksichtigt man jedoch seine große Breite, behandelt man es also als virtuellen Zwischenzustand und integriert über

die Spektralfunktion des freien ρ (vgl. Kapitel 7), so stellt man fest, daß die Wirkungsquerschnitte sich in der Form, aber auch in der absoluten Höhe ändern (Abbildung 8.8 und 8.9).

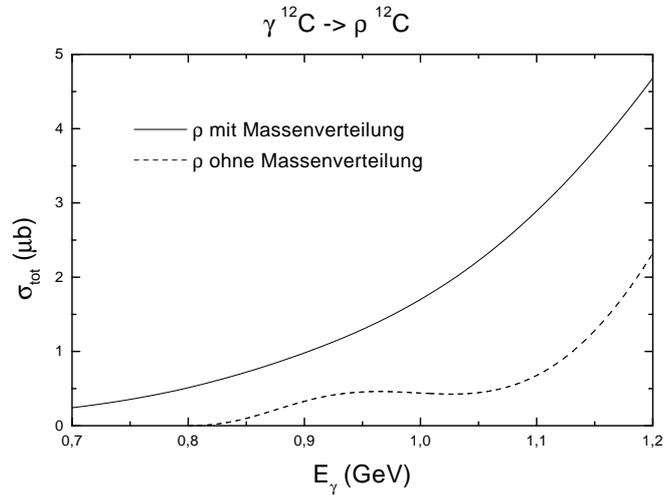


Abbildung 8.8: Totaler Wirkungsquerschnitt für die ρ -Photoproduktion an ^{12}C .

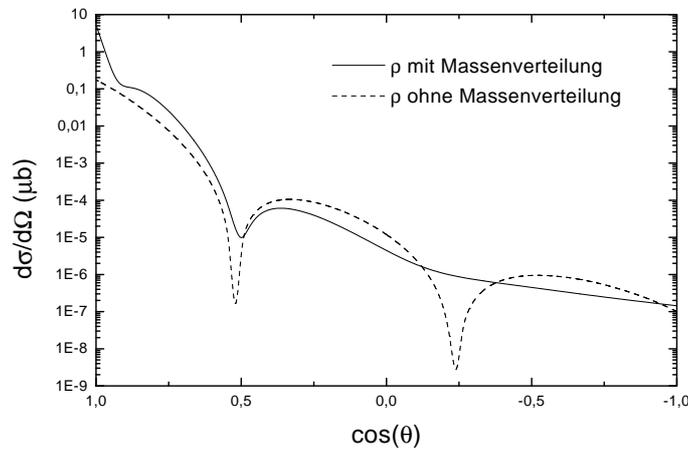


Abbildung 8.9: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die ρ -Photoproduktion an ^{12}C .

Wieder ist die Erklärung für dieses Verhalten in der Kinematik zu suchen. Um dies zu erläutern, ist in Abbildung 8.10 der minimale Impulsübertrag bei gegebener Photonenergie $E_\gamma = 0.85$ GeV als Funktion der invarianten Masse des auslaufenden ρ -Mesons gezeigt. Man erkennt, daß mit abnehmender Masse der

minimale Impulsübertrag ebenso abnimmt. Damit gibt es bei der ρ -Produktion zwei gegenläufige Prozesse: während die Kinematik über den Formfaktor kleine invariante Massen des Rho stark favorisiert, sind durch die ρ -Spektralfunktion Massen weit abseits von $m_\rho = 768$ MeV unterdrückt.

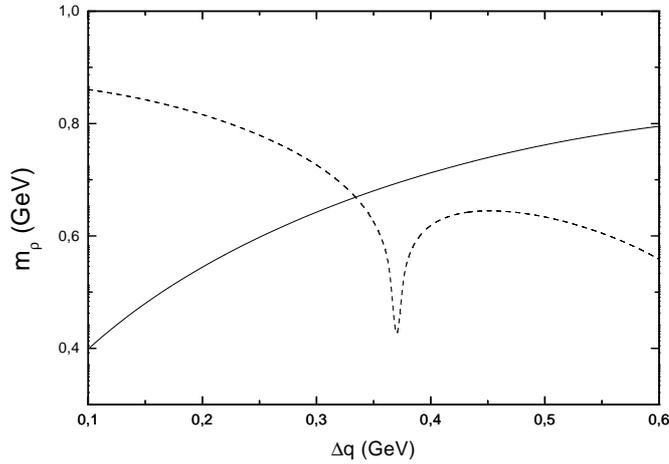


Abbildung 8.10: Formfaktor und minimaler Impulsübertrag als Funktion der invarianten Masse. Der Formfaktor wurde dabei reskaliert.

Es stellt sich heraus, daß durch dieses Wechselspiel von Kinematik und Spektralfunktion der totale Wirkungsquerschnitt ansteigt und der differentielle Wirkungsquerschnitt bei Vorwärtsstreuung deutlich größer ist (Abbildung 8.8 und 8.9).

Eine weitere interessante Beobachtung ist, daß bei kleinen Energien der Einfluß der Kinematik gegenüber dem der Spektralfunktion dominiert. Bei höheren Energien überwiegt hingegen die Spektralfunktion. Dies geht aus der Form des massendifferentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{dm}$, der in Abbildung 8.11 für drei verschiedene Photonenergien gezeigt ist, hervor.

Bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 0.85$ GeV erkennt man anstelle eines Peaks bei $m = 768$ MeV zwei Peaks, einen in etwa bei der Ruhemasse des Rho und einen zweiten bei etwa 550 MeV. Das Minimum zwischen diesen Peaks liegt bei einer Masse, bei der der minimale Impulsübertrag gerade im ersten Minimum des Formfaktors liegt (vergleiche Abbildung 8.10). Hier dominiert also der Einfluß des Formfaktors.

Bei höheren Energien tritt dieser Effekt nicht mehr auf. Zwar führt eine kleinere invariante Masse zu einem kleineren Δq_{min} , aber bei steigender Energie wandert Δq_{min} in Bereiche, wo der Formfaktor nicht mehr so stark variiert. Dadurch wird der Einfluß der Kinematik zugunsten der Spektralfunktion zurückgedrängt und man findet nur noch einen Peak, der sich mit steigender Energie zur ρ -Masse $m = 768$ MeV bewegt.

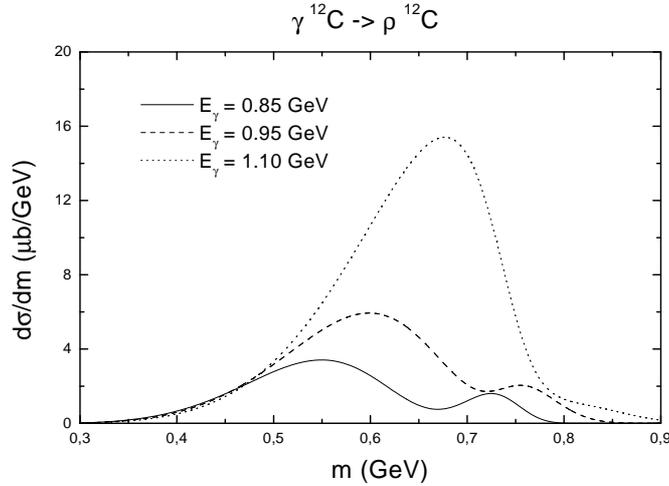


Abbildung 8.11: Massendifferentieller Querschnitt für die Reaktion $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow \rho^{12}\text{C}$ für drei verschiedene Photonenergien.

8.5 Produktion an ^{12}C : Mediummodifikationen

Wir kommen nun zur Untersuchung der Frage, ob die Photoproduktion von Vektormesonen am Kern auf Mediummodifikationen des Vektormesons sensitiv ist. Um diese Frage zu beantworten, muß ein Modell entworfen werden, welches die Wechselwirkungen des produzierten Teilchens mit dem Restkern beschreibt. Die normale Vorgehensweise besteht darin, aus Streuung des betrachteten Teilchens an Kernen ein Modell für das Potential dieses Teilchens im Kern abzuleiten. Dieses Verfahren wird z.B. zur Beschreibung der Endzustandswechselwirkung von Pionen in Kernen benutzt [PL98]. Aus dem so bestimmten Potential kann dann die Wellenfunktion des Pions bestimmt werden. Die Produktionsamplitude berechnet sich dann gemäß (8.30). Das Problem ist, daß es keine Vektormesonstrahlen gibt, so daß dieser Weg hier nicht gangbar ist.

Eine relativ einfache Möglichkeit, trotzdem Aufschluß über die Endzustandswechselwirkung zu erhalten, besteht darin, das Vektorteilchen nicht als Endzustand, sondern als intermediären Zwischenzustand zu behandeln, der durch Kernmaterie der Nukleonendichte ρ (also nicht durch den betrachteten Kern) propagiert und in dieser auch zerfällt. Man kann dann verschiedene Modelle für die Selbstenergie von Vektormesonen in Kernmaterie berechnen und ihre Auswirkungen auf die Produktionsrate studieren.

Dieser Methode liegt der in Abbildung 8.12 gezeigte Feynman-Graph zugrunde. Dabei steht der Kreis für die möglichen Zerfallskanäle des Vektormesons, z.B. für:

$$\begin{aligned} \omega &\rightarrow \pi^+\pi^0\pi^- \\ &\rightarrow e^+e^- (\mu^+\mu^-) \quad , \end{aligned}$$

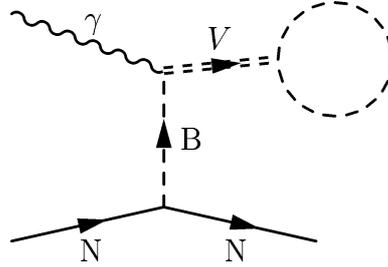


Abbildung 8.12: Beschreibung der Wechselwirkung der produzierten Vektormesonen mit dem Kern.

$$\begin{aligned} \rho &\rightarrow \pi^+\pi^- \\ &\rightarrow e^+e^- (\mu^+\mu^-) \quad . \end{aligned}$$

Unter Ausnutzung der Feynman-Regeln erhält man für den totalen Wirkungsquerschnitt folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \sigma_{tot} = \frac{1}{\pi} \int dm^2 & \left(|D_{med}^L(m, \vec{q}, \rho)|^2 \sigma^L(m) \right. \\ & \left. + |D_{med}^T(m, \vec{q}, \rho)|^2 \sigma^T(m) \right) m \Gamma_{V \rightarrow X} \quad . \end{aligned} \quad (8.42)$$

\vec{q} ist der Impuls des auslaufenden Vektormesons. $\Gamma_{V \rightarrow X}$ bezeichnet den ausgewählten Zerfallskanal des Vektormesons und $\sigma(m)$ ist der Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion eines Mesons der Masse m . σ hängt dabei nicht nur von m , sondern auch von anderen Variablen ab, die hier der Übersichtlichkeit halber unterdrückt wurden. Die Mediummodifikationen des intermediären Vektorteilchens gehen mittels seiner Selbstenergie, die im Propagator steht, in den Produktionsquerschnitt ein.

Die Ableitung dieser Formel geschieht analog zu der in Kapitel 5 gegebenen für den Zerfall einer Resonanz $R \rightarrow N \rho \rightarrow N \pi \pi$ und ist in Anhang D explizit vorgeführt. Wie in (6.25) und (6.26) gibt es keinen Interferenzterm zwischen transversalen und longitudinalen ρ -Mesonen. Physikalisch kann das dadurch verstanden werden, daß ρ -Mesonen mit unterschiedlicher Polarisierung unterscheidbare Endzustände sind, so daß die Gesamtwahrscheinlichkeit für den Prozeß gleich der inkohärenten Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten ist.

Man kann dies gut sehen, wenn man das Vektormeson als stabiles Teilchen betrachtet, also den anschließenden Zerfall vernachlässigt. Da die Existenz von Interferenztermen nur von den Quantenzahlen des Vektormesons abhängt, stellt dies keine Beeinträchtigung des Arguments dar. Die Amplitude kann dann geschrieben werden als:

$$\mathcal{M} = \sum_{\lambda} v_{\mu}^{\lambda} M^{\mu} \quad , \quad (8.43)$$

wobei v_λ der Polarisationsvektor eines Vektormesons ist. Für das quadrierte Matrixelement erhält man dann aus den Feynman-Regeln.

$$|\mathcal{M}^2| = \sum_\lambda v_\mu^\lambda M^\mu v_\nu^\lambda M^\nu \quad . \quad (8.44)$$

Daran sieht man, daß keine Interferenzterme auftreten.

Die Eigenschaften des Kerns gehen für die Beschreibung der Mediummodifikationen nur über eine gemittelte Kerndichte ein:

$$\langle \rho \rangle = \frac{\int d^3x (\psi^*(\vec{x})\psi(\vec{x}))^2}{\int d^3x \psi^*(\vec{x})\psi(\vec{x})} \quad . \quad (8.45)$$

Diese wird aus den Wellenfunktionen der Lösungen des jeweiligen Kerns berechnet. Für den hier diskutierten Fall der Produktion an ^{12}C ist $\rho \approx 0.6\rho_0$. Bei einer solchen Vorgehensweise ist man allerdings nicht sensitiv auf die unterschiedlichen Dichten im Kern. Deshalb ist dieses Verfahren nur in dem Maße eine gute Näherung, in dem die Dichte im Kern annähernd konstant ist, also insbesondere bei schweren Kernen.

Eine adäquate Beschreibung der Endzustandswechselwirkung verlangt nach einer Darstellung des Vektormeson-Propagators im Ortsraum, damit die Information über Dichteänderungen nicht verloren geht.

8.5.1 ω -Photoproduktion

Für ω -Mesonen ist die oben beschriebene Vorgehensweise etwas problematisch. Bei dieser wird nämlich davon ausgegangen, daß das Vektormeson im Kern zerfällt. Dies ist sicherlich direkt an der Produktionsschwelle der Fall, weil dann das Vektormeson noch beinahe ruht. Dort sind hingegen die Wirkungsquerschnitte sehr klein. Daher soll nun abgeschätzt werden, bis zu welchen Photonenergien das ω -Meson langsam genug ist, um bei realistischen Mediumverbreiterungen noch im Kern zerfallen zu können (hier ^{12}C). Solche Mediumverbreiterungen sollten einen Wert von $\Gamma_{med} \approx 50$ MeV bei einfacher Kerndichte $\rho = \rho_0$ nicht überschreiten. Dieser Wert ergibt sich aus mikroskopischen Rechnungen zur ω -Selbstenergie in Kernmaterie [KW97].

Geht man von einer homogenen Baryondichte im Kern aus, so berechnet sich die mittlere, im Kern zurückgelegte Weglänge r_{av} gemäß:

$$r_{av} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \Delta x_i}{\frac{2R}{\Delta x_i} \Delta x_i} = \frac{\int dx y(x)}{2R} \quad . \quad (8.46)$$

Wertet man dieses Integral in Polarkoordinaten aus, so erhält man für r_{av} :

$$r_{av} = \frac{R}{2} \int_0^\pi d\phi \sin^2(\phi) = \frac{\pi R}{4} \quad . \quad (8.47)$$

Die zu erwartende Lebensdauer τ des ω -Mesons ist durch seine Breite Γ gegeben:

$$t \approx \frac{1}{\Gamma} \quad . \quad (8.48)$$

Wenn man nun verlangt, daß der zurückgelegte Weg x kleiner als r_{av} ist, so folgt:

$$x \approx \frac{p_\omega}{E_\omega \Gamma} < r_{av} \quad . \quad (8.49)$$

Nimmt man an, daß der Kernradius von ^{12}C in etwa $r \approx 2.5$ fm ist, so folgt daraus für die maximale Geschwindigkeit $v = \frac{p}{E}$, die ein ω -Meson haben darf, damit es im Mittel noch im Kern zerfällt:

$$\frac{p_\omega}{E_\omega} < \Gamma r_{av} \approx 10 \frac{\pi}{4} \times 0.05 \approx 0.4 \quad . \quad (8.50)$$

In Abbildung 8.13 ist $\frac{p_\omega}{E_\omega}$ für ein ω -Meson der Masse $m_\omega = 0.782$ GeV als Funktion der Photonenergie $E_{\gamma lab}$ gezeigt. Man sieht daraus, daß bis zu Energien im Bereich von $E_{\gamma lab} \approx 0.85$ GeV die Bedingung, daß das ω -Meson noch im Kern zerfällt, recht gut erfüllt ist. Ebenfalls in Abbildung 8.13 ist die Geschwindigkeit als Funktion von E_γ für eine Masse $m_\omega = 0.705$ GeV zu sehen. Auch für diesen Fall sind die Rechnungen bis zu Energien, die etwa 50 MeV oberhalb der Produktionsschwelle liegen, verlässlich.

Man sieht aber auch, daß ein Mediumszenario, bei dem das ω -Meson nur eine Massenabsenkung, hingegen keine zusätzliche Verbreiterung erfährt, durch das hier verwandte Verfahren nicht beschrieben werden kann. Weiterhin kann man behaupten, daß bei einem solchen Szenario kaum Aussicht darauf besteht, durch Messung der invarianten Massenspektren Aufschluß über Massenverschiebungen zu erlangen. Die ω -Mesonen zerfallen dann erst außerhalb des Kerns und müssen somit zumindest die Vakuummasse haben.

In Abbildung 8.14 ist der totale Wirkungsquerschnitt für die kohärente Photoproduktion von ω -Mesonen an ^{12}C gezeigt. Die durchgezogene Linie entspricht einem Szenario ohne Mediummodifikationen, die gestrichelte einem Szenario mit einer Verbreiterung, aber ohne Massenverschiebung. Die dritte Linie schließlich entspricht dem Fall, daß das ω -Meson sowohl eine Massenabsenkung als auch eine Verbreiterung erfährt. Die Beschreibung von hadronischen Endzuständen (vor allem des Zerfalls in drei Pionen) ist technisch sehr aufwendig, da die Endzustandswechselwirkung der Pionen mitberücksichtigt werden muß. Deshalb werden nur Querschnitte für die Dileptonenproduktion gezeigt. Man sieht allerdings, daß die Querschnitte sehr klein sind und sich im pb-Bereich befinden.

Die Massenverschiebung erzeugt wieder einen relativ starken Anstieg des Wirkungsquerschnitts. Dies kann man anhand von Abbildung 8.15 verstehen, in der der integrierte Formfaktor für den Fall einer ω -Masse von $m_\omega = 782$ MeV und für $m_\omega = 705$ MeV gezeigt ist. Wie im Fall der Produktion von freien ρ -Mesonen (vgl. Abbildung 8.8) sieht man eine starke Sensivität auf die Masse des produzierten Teilchens, verursacht vom Einfluß des Formfaktors.

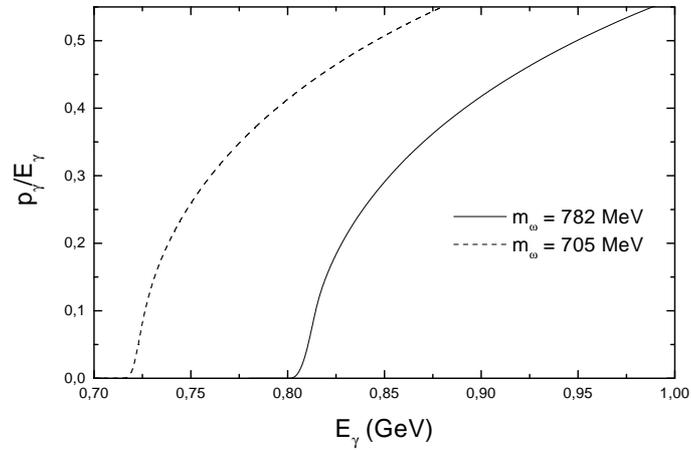


Abbildung 8.13: Die Geschwindigkeit des produzierten ω -Mesons als Funktion von E_γ für zwei verschiedene Massen m_ω .

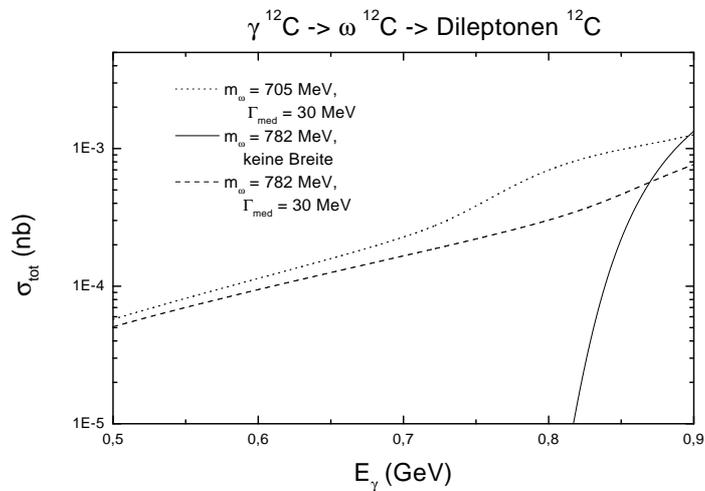


Abbildung 8.14: Der totale Querschnitt für die Reaktion $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow \omega^{12}\text{C} \rightarrow \text{Dileptonen}^{12}\text{C}$ für verschiedene Mediummodifikationen des ω -Mesons.

Da durch die per Hand eingeführte konstante Breite Γ effektiv Absorptionsprozesse beschrieben werden, führt die Verbreiterung primär zu einer Reduktion des Querschnitts und zu einer starken Verschmierung der Schwelle.

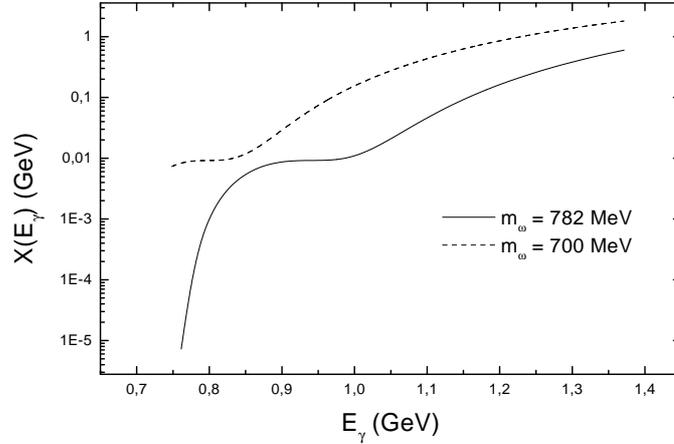


Abbildung 8.15: Der integrierte Formfaktor für zwei verschiedene Massen des ω -Mesons.

8.5.2 ρ -Photoproduktion

Für ρ -Mesonen ist die Annahme, daß das produzierte Vektormeson noch im Kern zerfällt, aufgrund ihrer großen Zerfallsbreite sehr viel leichter zu rechtfertigen als für ω -Mesonen. Durch Mediummodifikationen kann diese Breite nur vergrößert werden, was die Qualität der Abschätzung weiter verbessert. Erst weit abseits der Schwelle bei Photonenergien von $E_\gamma > 1$ GeV können die produzierten Rho-Mesonen auch außerhalb des Kerns zerfallen (vgl. Abbildung 8.13).

Für die ρ -Mesonen wurden zwei verschiedene Mediummodifikationen untersucht:

1) Massenabsenkung durch Tadpole-Diagramm

Der Produktionsprozeß wird in dem hier vorgestellten Modell durch einen einfachen σ -Austausch beschrieben. Obwohl es durchaus möglich ist, daß das σ -Meson kein physikalisches Teilchen ist, sondern nur einen zwei Pionen-Austausch parametrisiert, ist es interessant, einen Beitrag zur ρ -Selbstenergie zu betrachten, der über das σ -Meson stattfindet:

Dieses Diagramm kann nicht geschnitten werden, so daß es keinen Imaginärteil besitzt, also keine Verbreiterung des ρ -Mesons erzeugt. Die explizite Berechnung dieses Diagramms ist problemlos und man erhält unter Benutzung des *low density*-Theorems (vgl. Kapitel 3) folgenden Ausdruck (vgl. [FS97]):

$$\Sigma^{\mu\nu}(q^2) = \rho g_{NN\sigma} \frac{f_{\rho\rho\sigma}}{m_\rho} \frac{1}{m_\sigma^2} F_{NN\sigma}(q^2 = 0) F_{\rho\rho\sigma}(q^2 = 0) q^2 T^{\mu\nu} \quad . \quad (8.51)$$

Das Auftreten des 4-transversalen Projektors $T^{\mu\nu}$ indiziert, daß dieser Selbstenergiebeitrag für transversal und longitudinal polarisierte Rho-Mesonen gleich ist.

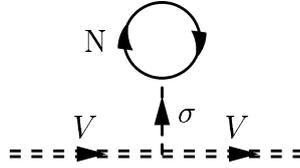


Abbildung 8.16: Beitrag zur Selbstenergie von Vektormesonen durch σ -Austausch.

Integration über die Fermikugel führt zu folgendem Ergebnis:

$$\begin{aligned} \Sigma^{\mu\nu}(q^2) &= g_{NN\sigma} \frac{f_{\rho\rho\sigma}}{m_\rho} \frac{1}{m_\sigma^2} F_{NN\sigma}(0) F_{\rho\rho\sigma}(0) \times \\ &\times T^{\mu\nu} 4 m_N \int_0^{p_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2 \sqrt{p^2 + m_N^2}} . \end{aligned} \quad (8.52)$$

Es zeigt sich allerdings, daß die durch die Fermibewegung der Nukleonen verursachten Korrekturen klein sind. Anhand dieses Diagramms wurde die Kopplungskonstante $f_{\rho\rho\sigma}$ sowie der *cutoff* des $\rho\rho\sigma$ -Vertizes bestimmt. Da hier auch die Werte der Kopplungskonstante und des *cutoff*-Parameters des $NN\sigma$ -Vertizes eingehen, sieht man, daß durch diesen Graph die Größe des σ -Beitrags zur Photoproduktion im wesentlichen festgelegt ist. Jede einzelne dieser Größen kann mit gutem Grund angezweifelt werden, aber in den Wirkungsquerschnitt geht nur ihre Kombination ein.

2) Selbstenergie aufgrund von $N\rho$ -Streuung

Es wurde weiterhin untersucht, inwiefern eine Selbstenergie, die auf $N\rho$ -Streuprozessen beruht, die Wirkungsquerschnitte der kohärenten Photoproduktion beeinflusst. Die Betrachtung solcher Mediummodifikationen ist allerdings aus zwei Gründen nicht konsistent mit dem Modell für die Produktionsamplitude. Erstens beruht es ausschließlich auf $N\rho$ -Streuung in Resonanzen. Solche Prozesse wurden für die Photoproduktion gar nicht berücksichtigt, obwohl es sehr wohl Resonanzen mit starker Kopplung an $N\rho$ und an $N\gamma$ gibt. In einer konsistenten Beschreibung müßten aber eigentlich die zur Produktion in Betracht gezogenen Teilchen die gleichen wie die zur Berechnung der In-Medium-Selbstenergie benutzten sein. Eine weitere Inkonsistenz liegt darin begründet, daß die Berechnung der Produktion im Rahmen eines relativistischen Modells durchgeführt wurde, die Berechnung der Selbstenergie aber nur in einer nichtrelativistischen Näherung. Wie in Abbildung 8.13 gezeigt, sind die Impulse der produzierten ρ -Mesonen mindestens in der Größenordnung $p_\rho \approx 0.5 - 1$ GeV, in der die nichtrelativistische Rechnungen zur Selbstenergie nicht mehr glaubwürdig sind (s. Diskussion in Kapitel 4).

In Abbildung 8.17 sind die Effekte der Mediummodifikationen auf den totalen Wirkungsquerschnitt für die ρ -Photoproduktion zu sehen. Dabei wurde wieder die Dileptonenproduktionsrate berechnet.

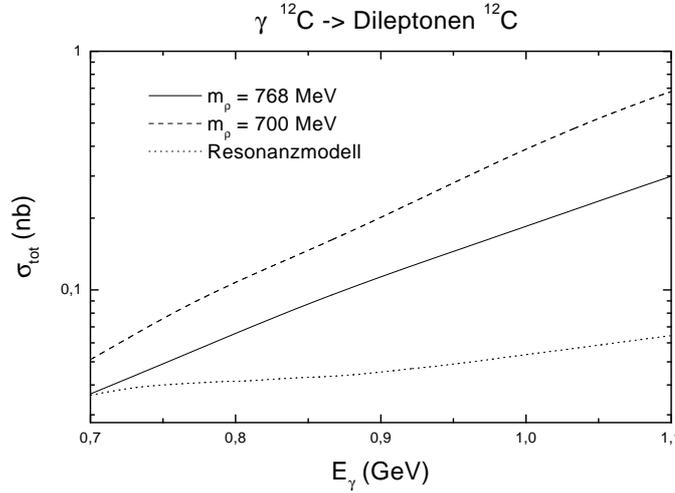


Abbildung 8.17: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Dileptonen über das ρ -Meson an ^{12}C . Es sind die Ergebnisse für verschiedene Mediummodifikationen des produzierten ρ -Mesons gezeigt.

Der Hauptunterschied ist die Größenordnung der einzelnen Querschnitte. Was die relative Größe der Wirkungsquerschnitte betrifft, so sind die Ergebnisse mit denen für die ω -Produktion konsistent. Wieder beobachtet man ein starkes Anwachsen bei einer einfachen Massenverschiebung hin zu kleineren Massen und eine deutliche Abschwächung durch absorptive Prozesse, beschrieben durch den Imaginärteil der Selbstenergie. Es handelt sich dabei vor allem um Prozesse der Art $\rho N \rightarrow M N$, wobei M für ein beliebiges Meson steht.

Man erkennt, daß bei kleinen Energien der Wirkungsquerschnitt durch die ρN -Streuung im Vergleich zum freien Fall etwas vergrößert wird. Dieses unerwartete Verhalten läßt sich anhand von Abbildung 8.20 verstehen. Dort ist die Größe

$$H = |D_{med}|^2 \Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi} \quad (8.53)$$

einmal für den Fall eines freien ρ -Mesons und einmal für den Fall eines durch ρN -Streuung modifizierten transversalen oder longitudinalen ρ -Mesons gezeigt. Der Impuls wird dabei konstant gehalten, $q_\rho = 0.5$ GeV. Zu Vergleichszwecken sind außerdem A_ρ^T und A_ρ^L abgebildet.

Die Differenz in der absoluten Größe der Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit vom gewählten Szenario ist kein eindeutiges Signal für die Art der Mediummodifikation, solange weder das mikroskopische Modell zur Produktion noch die Beschreibung der Wechselwirkung Vektormeson-Kern ausgefeilt sind. So bestehen erhebliche Unsicherheiten bezüglich der Kopplungskonstanten, aber auch

im OBE-Modell zur Bestimmung der Produktionsamplitude. Im Rahmen einer solchen genaueren Rechnung kann es durchaus zu großen Änderungen in der absoluten Größe der Querschnitte kommen. Daher sind neue Strukturen interessantere Mediummodifikationen, da sie unabhängig von der absoluten Größe der Querschnitte sind.

Während der totale Wirkungsquerschnitt solche neuen Strukturen nicht aufzeigt, ist der massendifferentielle Querschnitt $\frac{d\sigma}{dm}$ eine interessante Größe. Er ist in Abbildung 8.18 für eine feste Photonenergie $E_\gamma = 0.85$ GeV gezeigt.

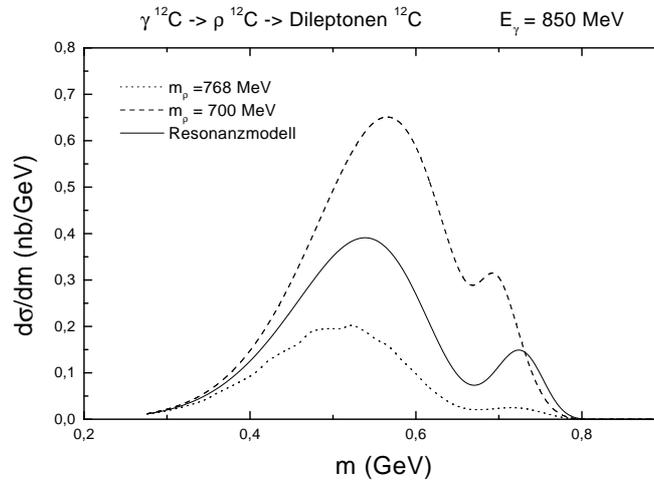


Abbildung 8.18: Massendifferentieller Wirkungsquerschnitt für verschiedene Mediummodifikationen des produzierten ρ -Mesons bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 0.85$ GeV. Gezeigt sind Dileptonenproduktionsraten.

Der wesentliche Unterschied zwischen den einzelnen Kurven ist neben der absoluten Höhe die relative Gewichtung der beiden Peaks. Während für den Fall, daß das ρ -Meson gar nicht modifiziert wird, noch relativ viele Pionenpaare mit einer invarianten Masse von ca. 750 MeV auftreten, indizieren beide Szenarien mit Mediummodifikationen eine starke Unterdrückung von Teilchenpaaren in diesem Massenbereich. Die Erklärung ist natürlich, daß in beiden Szenarien die Spektralfunktion des ρ -Mesons ihr Maximum bei kleineren invarianten Massen hat und daher der Einfluß des Formfaktors, der kleine ρ -Massen bevorzugt, eher verstärkt wird. Im wesentlichen ist die Aussage, daß eine starke Unterdrückung von invarianten Massen nahe der ρ -Masse im Massenspektrum als ein Hinweis auf Mediummodifikationen des ρ interpretiert werden kann.

Bei der Berechnung der Spektralfunktion (Kapitel 6.2 und 6.5) stellte sich heraus, daß für große räumliche Impulse des ρ -Mesons die Spektralfunktion je nach Polarisation verschiedene Strukturen zeigt: Während A^T sehr stark ausgeschmiert wird, hat A^L große Ähnlichkeit mit der Vakuumspektralfunktion des

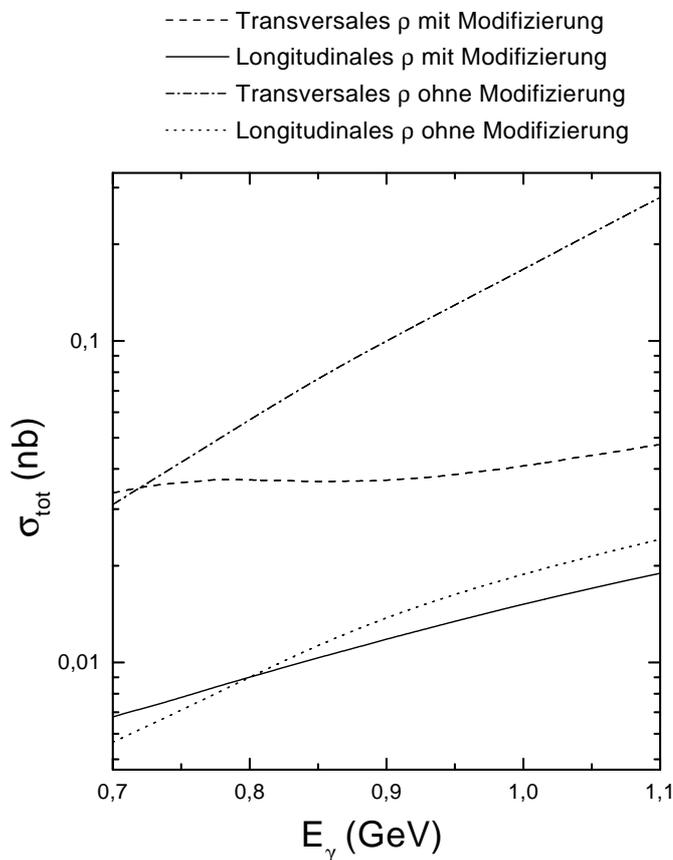


Abbildung 8.19: Auswirkung von ρN -Streuprozessen auf die Wirkungsquerschnitte für die Produktion transversaler und longitudinaler ρ -Mesonen. Gezeigt sind die Dileptonenproduktionsraten.

ρ -Mesons. Schon an der Produktionsschwelle sind die typischen ρ -Impulse in etwa $q_\rho = 0.5$ GeV. Bei diesen Impulsen ist der Unterschied von A^T und A^L bereits sehr groß. Daher sollte der Einfluß der ρN -Streuung auf die Photoproduktion longitudinaler ρ -Mesonen wesentlich kleiner als auf die Photoproduktion transversaler ρ -Mesonen sein. Dies wird von Abbildung 8.19 bestätigt. In ihr sind transversaler und longitudinaler Produktionsquerschnitt einzeln gezeigt. Beide wurden gemäß (8.42) berechnet.

Man sieht, daß der longitudinale Querschnitt (σ_L) im Vergleich zum transversalen (σ_T) nur relativ schwach abgesenkt wird. Aus dem experimentellen Vergleich

von σ_T und σ_L kann man also Hinweise über die Art der Mediummodifikationen bekommen. Eine einfache Massenabsenkung basierend auf Abbildung 8.16 führt z.B. zu einer Selbstenergie, die für longitudinal und transversal polarisierte Vektormesonen gleich ist und läßt somit σ_T/σ_L unverändert.

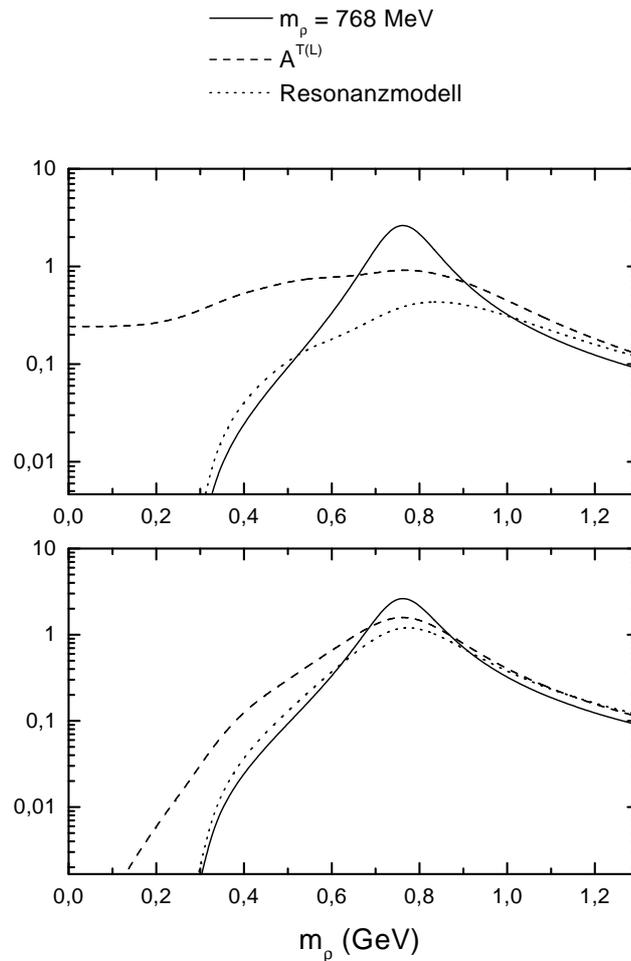


Abbildung 8.20: H (vgl. (8.53)) bei festem ρ -Impuls $q_\rho = 0.5 \text{ GeV}$. Oben ist H für transversal polarisierte, unten für longitudinal polarisierte ρ -Mesonen gezeigt.

Interessant ist, daß bei kleinen invarianten Massen H durch die ρN -Streuung etwas größer wird. Dies folgt daraus, daß durch diese Streuprozesse die Wahrscheinlichkeit, ein ρ -Meson weit ab von der Massenschale bei kleinen Massen zu produzieren, ansteigt. Bei größeren invarianten Massen dominieren hingegen absorptive Effekte, die durch den Imaginärteil der ρN -Streuamplitude verursacht werden.

Dadurch ist auch verständlich, warum bei kleinen Energien der mediummodifizierte Querschnitt größer als der freie Querschnitt ist. Bei geringen Energien sind kleine invariante Massen relativ wichtig (vgl. Abbildung 8.11). Die durch Streuprozesse leicht erhöhte Populationswahrscheinlichkeit kleiner Massen führt dann zu etwas größeren Querschnitten. Bei höheren Energien tritt dieser Effekt erwartungsgemäß nicht mehr auf.

Zum Abschluß noch ein Kommentar zu den Dileptonenspektren. Es existiert hier ein Konkurrenzprozeß, nämlich der Bethe-Heitler-Prozeß. Dieser führt insbesondere für den Fall, daß Elektronenpaare produziert werden, zu großen Beiträgen [Sc94]. Für die Produktion von Myonenpaaren ist sein Einfluß hingegen nicht so groß. Es gibt experimentelle Vorschläge, wie man den Beitrag von Bethe-Heitler-Prozessen abtrennen kann. Nähere Informationen dazu sind in [Pr89] zu finden.

Kapitel 9

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Eigenschaften, d.h. Masse und Breite, von ρ -Mesonen in Kernmaterie diskutiert. Die relevante Größe zur Beschreibung von Masse und Breite eines Teilchens ist seine Spektralfunktion. Zur ihrer Berechnung wurde vor allem der Einfluß von Streuprozessen der Art $\rho N \rightarrow R$ berücksichtigt. Erste Rechnungen dieser Art wurden von [FP97] durchgeführt. Allerdings wurde dort nur der Effekt von Resonanzen positiver Parität untersucht und die präsentierten Rechnungen sind nur bei relativ geringen Nukleonendichten zuverlässig. In der hier vorliegenden Arbeit wurde das Modell so erweitert, daß auch der Einfluß von Resonanzen negativer Parität berücksichtigt werden konnte. Dabei wurde festgestellt, daß diese die Spektralfunktion des ρ -Mesons sehr viel stärker beeinflussen als Resonanzen positiver Parität. Insgesamt wird durch den Einfluß der ρN -Streuung mehr Stärke zu kleinen invarianten Massen gezogen.

In einem zweiten Schritt wurden dann die Auswirkungen einer modifizierten Spektralfunktion auf die Eigenschaften der Resonanzen untersucht. Dazu wurde die Zerfallsbreite der Resonanzen in den ρN -Kanal berechnet, welche von der ρ -Spektralfunktion abhängt. Da durch die Mediummodifikationen die Populationswahrscheinlichkeiten von ρ -Mesonen mit kleinen invarianten Massen erhöht werden, steht für den Zerfall der Resonanz mehr Phasenraum zur Verfügung und die Zerfallsbreite nimmt stark zu.

Es wurde dann diskutiert, daß mit dem vorgestellten Verfahren Streuprozesse eines ρ -Mesons mit mehreren Nukleonen beschrieben werden. Diese sollten insbesondere dann wichtig sein, wenn das Rho die einzelnen Nukleonen nicht mehr sauber auflösen kann, also entweder bei geringen Impulsen $|\vec{p}_\rho|$ oder bei großen Nukleonendichten. Diese Vermutung wird durch die Ergebnisse bestärkt.

Zum Abschluß wurde der mögliche Effekt anderer, gleichzeitig stattfindender physikalischer Prozesse untersucht. Sowohl eine starke Verbreiterung des ρ -Mesons als auch eine Massenverschiebung des ρ -Mesons ändern die qualitativen Strukturen der Spektralfunktion nicht so stark, daß eine Betrachtung von ρN -Streuprozessen, bei denen eine Resonanz angeregt wird, überflüssig ist.

Schwerer ist es hingegen, den Einfluß einiger in den Rechnungen gemachter

Näherungen abzuschätzen. Weder der Einfluß der nichtrelativistischen Behandlung der Fermionen noch die Tatsache, daß bei der Beschreibung der Medium-eigenschaften der Resonanzen der Realteil deren Selbstenergie nicht betrachtet wurde, ist ohne detaillierte Rechnungen leicht zu bestimmen.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde dann eine Observable vorgestellt, die Aufschluß über die Medium-eigenschaften von Vektormesonen geben kann, die kohärente Photoproduktion von Vektormesonen am Kern. Weil das einlaufende Photon nur elektromagnetisch wechselwirkt, ist dies ein relativ sauberer Prozeß. Die Vektormesonen haben eine relativ große Breite. Daher ist es notwendig, sie als intermediäre Zustände, die anschließend in diverse Endkanäle zerfallen, zu behandeln. Dabei ist es am sinnvollsten, als Endkanal Dileptonen zu wählen. Diese verlassen den Kern ohne weitere Wechselwirkungen und sind damit gut geeignet, Informationen über Mediummodifikationen der Vektormesonen zu erhalten.

Bei den Rechnungen wurde auf ein bereits existierendes Programm zur Berechnung der kohärenten Photoproduktion von pseudoskalaren Mesonen (π, η) [PL98] zurückgegriffen. Damit wurden dann Wirkungsquerschnitt für die Produktion von ω - und von ρ -Mesonen berechnet. Für die Produktion am Nukleon wurde dabei ein Bosonen-Austausch-Modell zugrunde gelegt [FS97, JK64].

Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Dileptonen ist nahe an der Produktionsschwelle in der Größenordnung $\sigma \approx 1$ pb für ω -Mesonen und $\sigma \approx 100$ pb für ρ -Mesonen.

Es wurde dann in einem recht einfachen Modell der Einfluß von verschiedenen Mediummodifikationen der Vektormesonen auf die Produktionsquerschnitte bestimmt. Durch die starke Abhängigkeit der Querschnitte vom Formfaktor des Kerns sind diese auf Modifikationen der Spektralfunktion relativ sensitiv, so daß die Größe der Querschnitte je nach gewähltem Szenario stark variiert. Da allerdings das Modell absolute Werte nur unzuverlässig wiedergibt, ist es interessanter, nach deutlichen Veränderungen von Strukturen in den Querschnitten zu suchen.

Wählt man als Mediumszenario die im ersten Teil der Arbeit bestimmte Spektralfunktion, so findet man eine deutliche Absenkung des Produktionsquerschnitts für transversale ρ -Mesonen, aber nur eine leichte für longitudinale ρ -Mesonen. Dies resultiert aus dem Verhalten von longitudinaler und transversaler Spektralfunktion bei den bei der Photoproduktion auftretenden Rho-Impulsen, die in der Größenordnung $|p_\rho| \approx 0.5$ GeV liegen. Damit könnte das Verhältnis von transversalem und longitudinalem Querschnitt Hinweise über die Art der Mediummodifikationen liefern.

Anhang A

Kontraktionen von $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$

In diesem Anhang soll skizziert werden, wie ein Produkt der Form $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu'\nu'\alpha'\beta'}$ mit zwei gleichen Indizes kontrahiert werden kann. Dazu zeigt man am einfachsten zuerst, was das Ergebnis der Kontraktion zweier ϵ -Tensoren mit vier gleichen Indices ist:

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta'} g^{\mu\mu'} g^{\nu\nu'} g^{\alpha\alpha'} g^{\beta\beta'} \quad . \quad (\text{A.1})$$

Für eine beliebige Kombination von $\mu \neq \nu \neq \alpha \neq \beta$ ist dies:

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (+1) (-1) (-1) (-1) = (\pm 1) (\pm 1) (-1) = (-1) \quad . \quad (\text{A.2})$$

Es gibt nun 24 Möglichkeiten, einen Satz $\{\mu \nu \alpha \beta\}$ mit $\mu \neq \nu \neq \alpha \neq \beta$ zu wählen. Damit ergibt sich:

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -24 \quad . \quad (\text{A.3})$$

Sind nur zwei der vier Indizes gleich, so gilt für die Kontraktion

$$\epsilon_{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon_{\mu'\alpha'\nu\beta} = c \left(g_{\mu}^{\mu'} g_{\alpha}^{\alpha'} - g_{\mu}^{\alpha'} g_{\alpha}^{\mu'} \right) \quad . \quad (\text{A.4})$$

Die Konstante c wird nun durch Kontraktion der verbleibenden beiden Indizes bestimmt, da man ja weiß, daß das Ergebnis der vollständigen Kontraktion -24 ist.

$$c \left(g_{\mu}^{\mu} g_{\alpha}^{\alpha} - g_{\mu}^{\alpha} g_{\alpha}^{\mu} \right) = c (4 \times 4 - 4) \quad . \quad (\text{A.5})$$

Damit bestimmt man c zu $c = -2$.

Anhang B

Projektoren auf Spin- $\frac{3}{2}$ - und Spin- $\frac{5}{2}$ -Zustände

In diesem Anhang werden die in einer nichtrelativistischen Rechnung benötigten Projektoren auf Spin-3/2-Zustände $P_{3/2}$ sowie auf Spin-5/2-Zustände $P_{5/2}$ ausgerechnet.

Es soll mit $P_{3/2}$ begonnen werden. Dieser ist definiert als:

$$\begin{aligned} P_{3/2}^{ij} &= \sum_r \chi_s S_r^{i s} S_r^{\dagger j s'} \chi_{s'} \\ &= \sum_r S_r^{i s} S_r^{\dagger j s} \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

wobei die S -Operatoren in Kapitel 4 angegeben sind. Von der ersten zur zweiten Zeile wurde die Orthonomiertheit der Pauli-Matrizen ausgenutzt.

Der Spin-3/2-Zustand (Resonanz) wird durch die Kopplung eines Spin-1-Zustands (Vektormeson) und eines Spin-1/2-Zustands (Nukleon) gebildet. Zur Konstruktion des Projektors stehen damit zwei Operatoren zur Verfügung: der Spin-1-Operator \vec{L} sowie der Spin-1/2-Operator \vec{S} . Damit hat $P_{3/2}$ die Form:

$$P_{3/2} = \alpha \left(1 + \beta \vec{L}\vec{S} \right) \quad . \quad (\text{B.2})$$

α und β können nun aus den Forderungen

$$\begin{aligned} P_{3/2}|3/2\rangle &= |3/2\rangle \quad , \\ P_{3/2}|1/2\rangle &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

bestimmt werden. Dazu berechnet man mit Hilfe der Beziehung

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2 \vec{L}\vec{S} \quad (\text{B.4})$$

die Wirkung von $\vec{L}\vec{S}$ auf $|3/2\rangle$ bzw. $|1/2\rangle$. Man findet so, daß

$$P_{3/2} = \frac{2}{3} \left(1 + \vec{L}\vec{S} \right) \quad . \quad (\text{B.5})$$

Der so gefundene Operator kann nun in einer Basis explizit ausgeschrieben werden. In der kartesischen Basis lautet die Darstellung von L_i [EW]:

$$(L_i)_{jk} = -i \epsilon_{ijk} \quad . \quad (\text{B.6})$$

Außerdem gilt:

$$i \epsilon_{ijk} \sigma_k = \sigma_i \sigma_j - \delta_{ij} \quad . \quad (\text{B.7})$$

Damit wird $P_{3/2}$ zu:

$$P_{3/2}^{ij} = \mathbb{1}^{ij} - \frac{1}{3} \sigma^i \sigma^j \quad (\text{B.8})$$

und $P_{1/2}$ ist:

$$P_{1/2}^{ij} = \frac{2}{3} \sigma^i \sigma^j \quad . \quad (\text{B.9})$$

Mit

$$\text{Tr} \sigma^i \sigma^j = 2 \delta^{ij} \quad (\text{B.10})$$

gilt für die Spur über die Pauli-Indizes der Projektoren:

$$\begin{aligned} \text{Tr} P_{3/2}^{ij} &= \frac{4}{3} \delta^{ij} \quad , \\ \text{Tr} P_{1/2}^{ij} &= \frac{2}{3} \delta^{ij} \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Wir kommen nun zur Berechnung von $P_{5/2}$. Will man in Analogie zu $P_{3/2}$ den Spin-5/2-Zustand aus Spin-2- und Spin-1/2-Zuständen bilden, so findet man folgenden Ausdruck für $P_{5/2}$:

$$P_{5/2} = \frac{3}{5} \left(1 + \frac{2}{3} \vec{D} \vec{S} \right) \quad . \quad (\text{B.12})$$

Dabei steht \vec{D} für einen Spin-2-Operator und \vec{S} wieder für eine Spin-1/2-Operator. Man kann nun versuchen, den Spin-2-Operator durch Spin-1-Operatoren auszudrücken. Dann wird der Spin-5/2-Zustand als Summe von zwei Spin-1-Zuständen und einem Spin-1/2-Zustand beschrieben. $P_{5/2}$ trägt dann vier Indizes, zwei von jedem der beiden Spin-1-Anteile:

$$P_{5/2}^{jlik} = \frac{3}{5} \left(\mathbb{1}^{j'ik'} + \frac{2}{3} \left(\delta^{ik'} (\vec{L}_2)^{j'l'} + \delta^{j'l'} (\vec{L}_1)^{ik'} \right) \vec{S} \right) P_{2\ 11}^{k'kl'l} \quad . \quad (\text{B.13})$$

Dabei ist $P_{2\ 11}^{k'kl'l}$ ein Projektor, der folgende Eigenschaften erfüllt:

$$\begin{aligned} P_{2\ 11} |2\rangle &= |2\rangle \quad , \\ P_{2\ 11} |1\rangle &= 0 \quad , \\ P_{2\ 11} |0\rangle &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Angewandt auf einen aus zwei Spin-1-Zuständen zusammengesetzten Zustand projiziert er also auf denjenigen Zustand, welcher den Gesamtspin $S = 2$ besitzt. Da $P_{2\ 11}$ drei Bedingungen erfüllen muß, umfaßt seine Darstellung in Spin-1-Operatoren drei Terme:

$$P_{2\ 11} = \alpha + \beta (\vec{L}_1 \vec{L}_2) + \gamma (\vec{L}_1 \vec{L}_2)^2 \quad . \quad (\text{B.15})$$

Aus (B.14) bestimmt man α , β und γ :

$$\alpha = \frac{1}{6} \quad , \quad \beta = \frac{1}{2} \quad , \quad \gamma = \frac{1}{3} \quad . \quad (\text{B.16})$$

Unter Ausnutzung der Tatsache, daß in einer kartesischen Darstellung gilt:

$$(\vec{L}_1 \vec{L}_2)^{kk' ll'} = \delta^{kl} \delta^{k'l'} - \delta^{kl'} \delta^{k'l} \quad , \quad (\text{B.17})$$

erhält man schließlich für $P_{2\ 11}$:

$$P_{2\ 11}^{kk' ll'} = \frac{1}{2} (\delta^{kk'} \delta^{ll'} + \delta^{kl'} \delta^{l'k'}) - \frac{1}{3} \delta^{lk} \delta^{l'k'} \quad . \quad (\text{B.18})$$

Setzt dies in (B.13) ein und benutzt dort fernerhin die kartesische Darstellung von \vec{L}_i , so erhält man nach längerer Rechnung schließlich folgendes Resultat für $P_{5/2}$:

$$\begin{aligned} P_{5/2}^{jlik} &= \frac{1}{2} (\delta^{ik} \delta^{jl} + \delta^{il} \delta^{jk}) - \frac{1}{5} \delta^{lk} \delta^{ij} \\ &\quad - \frac{1}{10} (\sigma_i \sigma_l \delta_{jk} + \sigma_i \sigma_k \delta_{jl} + \sigma_j \sigma_l \delta_{ik} + \sigma_j \sigma_k \delta_{il}) \quad . \quad (\text{B.19}) \end{aligned}$$

Dies stimmt mit dem in [FP97] angegebenen überein.

Anhang C

Cutkosky's *cutting rules*

In diesem Kapitel sollen Cutkosky's *cutting rules* wenn nicht exakt hergeleitet, so zumindest doch motiviert werden.

Die *cutting rules* beruhen auf der Unitarität der S -Matrix. Diese kann in folgender Form durch die T -Matrix ausgedrückt werden:

$$S = 1 + iT \quad . \quad (C.1)$$

Dabei steht die T -Matrix in folgendem Zusammenhang zur Feynman-Amplitude \mathcal{M} [PS]:

$$\langle f|T|i\rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) i \mathcal{M}(i \rightarrow f) \quad . \quad (C.2)$$

$|i\rangle$ und $|f\rangle$ können beliebige Mehrteilchenzustände sein. Die Forderung nach Unitarität der S -Matrix führt dann zu folgender Bedingung für die T -Matrix:

$$\begin{aligned} S^\dagger S &= (1 - iT^\dagger)(1 + iT) \\ &= 1 - 2\operatorname{Im}T + T^\dagger T \\ &= 1 \\ \Rightarrow 2\operatorname{Im}T &= T^\dagger T \quad . \end{aligned} \quad (C.3)$$

Damit wird der Imaginärteil eines $2n$ -Punkt-Graphen mit einem $4n$ -Punkt-Graphen in Verbindung gesetzt.

Es sei nun ein Prozeß betrachtet, bei welchem $|i\rangle = |f\rangle$ ist. Beispiele dafür sind Vorwärtsstreuamplituden oder Selbstenergien. Dann folgt aus der Unitarität der S -Matrix:

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Im}\langle i|T|i\rangle &= \sum_j \langle i|T^\dagger|j\rangle \langle j|T|i\rangle \\ &= \sum_j |\langle j|T|i\rangle|^2 \quad . \end{aligned} \quad (C.4)$$

Dabei ist zu beachten, daß durch die δ -Funktion in (C.2) die Zustände $|j\rangle$ auf die Massenschale gesetzt werden. Die Anwendung dieser Beziehung sei nun für die

Selbstenergie eines ρ -Mesons im Vakuum demonstriert. Es folgt:

$$\text{Im } \Sigma_\rho \sim \sum_j \Gamma_{\rho \rightarrow j} \quad . \quad (\text{C.5})$$

Dabei steht auf der rechten Seite die Zerfallsbreite und nicht bloß das quadrierte Matrixelement, weil in der Summe über alle Endzustände auch verschiedene kinematische Situationen der beteiligten Teilchen beinhaltet sind. Der Imaginärteil der ρ -Selbstenergie kann also erhalten werden, indem man sämtliche Zerfallskanäle des ρ -Mesons im Vakuum aufaddiert. Der bei weitem dominante Kanal ist der Zerfall in zwei Pionen. Damit gilt:

$$\begin{aligned} \text{Im } \Sigma_\rho &= \frac{1}{2} |\mathcal{M}|^2 \text{ P.S.} \\ &= m \Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi} \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

P.S. steht für den Phasenraum der 2-Pionen-Zustände und es wurde ausgenutzt, daß

$$\Gamma = \frac{1}{2m} |\mathcal{M}|^2 \text{ P.S.} \quad , \quad (\text{C.7})$$

wobei m die Masse des zerfallenden Rho-Mesons ist.

Cutkosky's *cutting rule* gibt folgende Anweisung: Um den Imaginärteil einer beliebigen Vorwärtsstreuamplitude oder Selbstenergie zu erhalten, muß das korrespondierende Feynman-Diagramm auf alle möglichen Arten geschnitten und die virtuellen Teilchen müssen auf die Massenschale gesetzt werden. Letzteres wird durch die δ -Funktion in (C.2) erzwungen. Die Betragsquadrate der beim Schneiden entstehenden Diagramme ergeben den gesuchten Imaginärteil.

Zur Illustration sei nun Abbildung C.1 betrachtet. Ein Schnitt ist nur im Pion-

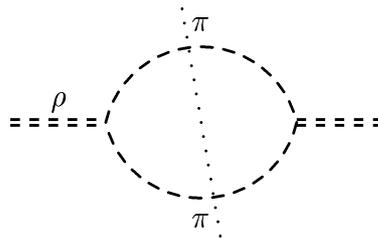


Abbildung C.1: Cutkosky's *cutting rule* erläutert anhand der ρ -Selbstenergie.

Loop möglich. Damit ist, wie oben schon diskutiert, die ρ -Selbstenergie proportional zum Betragsquadrat des Matrixelements $\mathcal{M}_{\rho \rightarrow \pi\pi}$, integriert über alle Pionenendzustände.

Zur weiteren Illustration sei nun Abbildung C.2 betrachtet. Dort ist die $e^+ e^-$ -

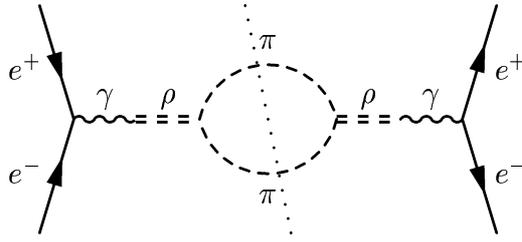


Abbildung C.2: Die $e^+ e^-$ -Vorwärtsstreuamplitude und ihre Beziehung zur ρ -Spektralfunktion.

Vorwärtsstreuamplitude im Falle von strenger Vektormesondominanz [Sa, CP97] abgebildet, das Photon kann nur über das ρ -Meson an Hadronen koppeln. Der Kreis in der Mitte bezeichnet die Selbstenergie des Rho-Mesons, im Vakuum also bei Energien in der Größenordnung von 1 GeV den Zerfall in Pionen. Die *cutting rules* sagen nun aus, daß die $e^+ e^-$ -Vorwärtsstreuamplitude proportional zum totalen Wirkungsquerschnitt für den Prozeß

$$e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad (\text{C.8})$$

ist. Sie ist aber weiterhin proportional zur ρ -Spektralfunktion. Man erhält explizit folgende Formel für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{|\mathcal{M}|^2 \text{P.S.}}{4\sqrt{s} p_e} \\ &= \frac{1}{2} \text{Im} \mathcal{M}_{e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-} \frac{1}{4\sqrt{s} p_e} \\ &= \frac{A_\rho(m)}{m^4} \left(\frac{m_\rho^2}{2g_\rho} \right)^2 e^4 \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Dabei ist m invariante Masse des $e^+ e^-$ -Paares, p_e der Impuls des Elektrons im Schwerpunktsystem und $g_\rho = 2.51$.

Findet der Prozeß in Kernmaterie statt, so beinhaltet die ρ -Selbstenergie nicht nur den Zerfall in zwei Pionen, sondern auch andere Anregungsmoden, z.B. die Anregung von Resonanz-Loch-Zuständen. Dann ist die Vorwärtsstreuamplitude proportional zu allen möglichen hadronischen Endzuständen, die sich beim Schneiden ergeben. Dies erklärt, warum die Rho-Spektralfunktion von großer Bedeutung bei der Interpretation von Dileptonenspektren aus Schwerionenkollisionen ist: Der Hauptteil der Dileptonen entsteht aus $\pi^+ \pi^-$ -Annihilation.

Anhang D

Berechnung von $\sigma_\gamma K \rightarrow V K$

In diesem Anhang soll explizit gezeigt werden, daß der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Vektormesonen, die anschließend z. B. in Dileptonen zerfallen, eine inkohärente Summe aus Wirkungsquerschnitt für longitudinal und für transversal polarisierte ρ -Mesonen ist:

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_T \quad (\text{D.1})$$

Das quadrierte Matrixelement für den in Abbildung 8.12 gezeigten Prozeß hat folgende Form:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \sum_{\lambda\lambda'} M^\mu M^{\mu'} v_\mu^{\lambda\dagger} v_{\mu'}^{\lambda'} v_\nu^\lambda v_{\nu'}^{\lambda'\dagger} F^\nu F^{\nu'} \times \\ &\times \frac{1}{q^2 - m_V^2 + \Sigma(\lambda)} \frac{1}{q^2 - m_V^2 + \Sigma(\lambda')} \quad . \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Dabei ist M^μ das Matrixelement zur Produktion des Vektormesons und F^ν ist der Vertexfaktor am Zerfallsvertex. Der Vektormesonpropagator wurde in folgender Form geschrieben (2.48):

$$D_{\mu\nu} = \frac{\sum_\lambda v_\mu^\lambda v_\nu^{\lambda\dagger}}{q^2 - m_V^2 - \Sigma(\lambda)} \quad (\text{D.3})$$

Allgemein ist damit der Wirkungsquerschnitt für die kohärente Produktion von Dileptonen gegeben durch:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\text{Fluß}} \int \frac{d^3 p_K}{(2\pi)^3 2E_K} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{\pi_1}} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_{\pi_2}} \times \\ &\times |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p - p_K - p_1 - p_2) \quad . \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

p ist dabei der Viererimpuls der einlaufenden Teilchen:

$$p = p_\gamma + p_K^{\text{in}} \quad . \quad (\text{D.5})$$

p_1 und p_2 sind die Impulse der beiden Zerfallsprodukte. p_K ist der Viererimpuls des auslaufenden Kerns.

Wie in Kapitel 5 erläutert, wird der 3-Körper-Phasenraum dann umgeschrieben. Man erhält:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\text{Fluß}} \int dq_o (2\pi)^3 2q_o \int \frac{d^3 p_K}{(2\pi)^3 2E_K} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2q_o} (2\pi)^4 \times \\ &\times \delta^4(p - p_N - q) \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \delta^4(p_q - p_1 - p_2) |M|^2 \quad (\text{D.6}) \end{aligned}$$

Wird nun die Integration über die Winkel der Zerfallsprodukte ausgeführt, so sieht man, daß Terme, die von Vektormesonen mit unterschiedlicher Polarisation stammen, wegfallen. Die mathematische Begründung wurde in Kapitel 5 gegeben (vgl. (5.6)). Physikalisch kommt dadurch zum Ausdruck, daß Zustände mit unterschiedlicher Polarisation zueinander orthogonal sind und daher kein Interferenzterm zwischen ihnen auftritt.

Dadurch faktorisiert der Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\text{Fluß}} \sum_{\lambda} \int dq_o 2q_o (2\pi)^3 \int d\text{ph}_{KV} (2\pi)^4 \delta^4(p - p_N - q) |M^{\mu} v_{\mu}^{\lambda}|^2 \times \\ &\times \left| \frac{1}{q^2 - m_V^2 - \Sigma(\lambda)} \right|^2 \int d\text{ph}_X \delta^4(q - p_1 - p_2) |F^{\nu} v_{\nu}^{\lambda}|^2 \quad (\text{D.7}) \\ &= \sum_{\lambda} \int dq_o^2 \frac{1}{2\pi} \sigma_V^{\lambda} \left| \frac{1}{q^2 - m_V^2 - \Sigma(\lambda)} \right|^2 2m \Gamma_{V \rightarrow X} \quad . \end{aligned}$$

$d\text{ph}_{KV}$ ist dabei der Phasenraum von Kern und Vektormeson

$$d\text{ph}_{KV} = \int \frac{d^3 p_K}{(2\pi)^3 2E_K} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2q_o} \quad , \quad (\text{D.8})$$

$d\text{ph}_X$ der der Zerfallsprodukte

$$\int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \quad . \quad (\text{D.9})$$

Substituiert man nun $q_o^2 = m^2 + \vec{q}^2$, so wird dies schließlich zu:

$$\sigma = \frac{1}{\pi} \sum_{\lambda} \int dm^2 \sigma_V^{\lambda}(m) \left| \frac{1}{q^2 - m_V^2 - \Sigma(\lambda)} \right|^2 m \Gamma_{V \rightarrow X} \quad (\text{D.10})$$

Dies ist in Übereinstimmung mit (8.42).

Literaturverzeichnis

- [AB68] Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München Kollaboration, Phys. Rev. **175** (1968) 1669.
- [BB75] G. Baym und G. E. Brown, Nucl. Phys. **A247** (1975) 395.
- [BD] J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistische Quantenfeldtheorie*, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1993.
- [BM95] M. Benmerrouche, N. C. Mukhopadhyay und J. F. Zhang, Phys. Rev. **D51** (1995) 3237.
- [BR91] G.E. Brown und M. Rho, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2720.
- [Br71] A. D. Brody et. al., Phys. Rev. **D4** (1971), 2693.
- [Ca95] W. Cassing, W. Ehehalt und C. M. Ko, Phys. Lett. **B363** (1995) 35.
- [CB97] W. Cassing, E. L. Bratkovskaya, R. Rapp und J. Wambach, Phys. Rev. **C57** (1998) 916.
- [CE1] G. Agakichiev et al., CERES Kollaboration, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1272.
- [CE2] A. Drees für die CERES Kollaboration, in Proc. of the International Workshop XXV on QCD Phase Transitions, Hirschegg 1995, Eds. H.Feldmeier et al., (GSI Darmstadt 1997), p. 178.
- [CP97] H. B. O'Connell, B. C. Peerce, A. W. Thomas und A. G. Williams, Prog. Part. Nucl. Phys. **39** (1997) 201.
- [CS81] S. A. Coon und M. D. Scadron, Phys. Rev. **C23** (1981) 1150; **C42** (1990) 2256; A. W. Thomas und K. Holinde, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 2025.
- [CS92] G. Chanfray und P. Schuck, Nucl. Phys. **A545** (1992) 271c ; Nucl. Phys. **A555** (1993) 329.
- [dJ92] F. de Jong, Doktorarbeit, Universität Groningen, 1992.

- [DH71] C. B. Dover, J. Hüfner, R. H. Lemmer, *Annals of Physics* **66** (1971) 248.
- [EW] T. Ericson und W. Weise, *Pions and Nuclei*, Calderon Press, Oxford, 1988.
- [FM97] T. Feuster und U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A612** (1997) 375.
- [FP97] B. Friman und H.J. Pirner, *Nucl. Phys.* **A617** (1997) 496.
- [Fr98] B. Friman, nucl-th/9801053.
- [FS97] B. Friman und M. Soyeur, *Nucl. Phys.* **A600** (1996) 477.
- [FW] A. L. Fetter, J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.
- [Gr] W. Greiner, *Relativistische Quantenmechanik*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a. M., 1987.
- [Ha96] J. Hannappel, Doktorarbeit, Universität Bonn, 1996, unveröffentlicht.
- [HE] N. Masera für die HELIOS-3 Kollaboration, *Nucl. Phys.* **A590** (1995) 93c.
- [HF93] M. Herrmann, B. Friman und W. Nörenberg, *Nucl. Phys.* **A545** (1992) 267c ; *Nucl. Phys.* **A560** (1993) 411.
- [HL92] T. Hatsuda und S.H. Lee, *Phys. Rev.* **C46** (1992) R34.
- [HM] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks & Leptons*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [II96] S. Ishida, M. Ishida, H. Takahashi, T. Ishida, K. Takamatsu und T. Tsuru, *Prog. Theor. Phys.* **95** (1996) 745.
- [JK64] H. Joos und G. Krämer, *Z. Phys.* **178** (1964) 542.
- [Jo] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1983.
- [KB] L. P. Kadanoff, G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1989.
- [KI80] R. Koniuk und N. Isgur, *Phys. Rev.* **D21** (1980) 1868.
- [KL96] F. Klingl und W. Weise, *Z. Phys.* **A356** (1996) 193.
- [Ko95] V. Koch, nucl-th/9512029.
- [Ko97] V. Koch, nucl-th/9706069.
- [KS96] V. Koch und C. Song, *Phys. Rev.* **C54** (1996) 1903.

- [KW97] F. Klingl, N. Kaiser und W. Weise, Nucl. Phys. **A624** (1997) 527.
- [LB] L. Brown, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [LB197] Q. Zhao, Z. Li und C. Bennhold, nucl-th/9711061.
- [LB297] Q. Zhao, Z. Li und C. Bennhold, nucl-th/9803015.
- [Leu1] S. Leupold, W. Peters und U. Mosel, Nucl. Phys. **A628** (1998) 311.
- [Leu2] S. Leupold, private Mitteilungen.
- [Leu3] S. Leupold, unveröffentlichtes Manuskript.
- [Li95] G.Q. Li, C.M. Ko und G. E. Brown, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4007; Nucl. Phys. **A606** (1996) 568.
- [Ma84] D. M. Manley, R. A. Arndt, Y. Goradia und V. L. Teplitz, Phys. ReV. **D30** 1984.
- [Ma92] D. M. Manley und E. M. Saleski, Phys. ReV. **D45** 1992.
- [ML95] L. Y. Murphy und J. M. Laget, DAPNIA/SPhN 95-42 (1995).
- [OH97] K. Ochi, M. Hirata und T. Takaki, Phys. Rev. **C56** (1997) 1472.
- [PDG] Particle Data Group, Phys. Rev. **D54** (1996) 1.
- [Pi95] R. Pisarski, Phys. Rev. **D52** (1995) R3773.
- [Pe97] G. Penner, Diplomarbeit, Universität Gießen, 1997.
- [PL98] W. Peters, H. Lenske und U. Mosel, nucl-th/9803009.
- [Pe98] W. Peters, Doktorarbeit, Universität Gießen, in Vorbereitung.
- [Pr89] B. M. Freedom und G. S. Blanpied, *Nuclear Mass Dependence of Vector Meson Interactions Using the Photoproduction of Lepton Pairs*, CEBAF-Report, 1989.
- [Pro73] S. D. Protopopescu et. al., Phys. Rev. **D7** (1973) 1279.
- [PP98] W. Peters, M. Post, H. Lenske, S. Leupold und U. Mosel, Nucl. Phys. **A632** (1998) 109.
- [PS] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1995.
- [RW97] R. Rapp, G. Chanfray und J. Wambach, Nucl. Phys. **A617** (1997) 472.

- [Sa] J. J. Sakurai, *Currents and Mesons*, University of Chicago Press, Chicago, 1969.
- [Sc94] M. Schäfer, Doktorarbeit, Universität Gießen, 1994.
- [SW] B. D. Serot, J. D. Walecka, *The Relativistic Nuclear Many-Body Problem*, Plenum Press, New York, 1986.
- [TO94] J. A. G. Tejedor und E. Oset, Nucl. Phys. **A571** (1994) 667; Nucl. Phys. **A600** (1997) 413.
- [We96] W. Weise, Manuskript zu Vorlesungen gehalten in Les Houches, 1996.

Danksagung

In erster Linie gilt mein Dank Herrn Professor Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an seinem Institut und die interessante Themenstellung. Sein stetes Interesse an dieser Arbeit und seine zahlreichen Anregungen haben viel zu ihrem gegenwärtigen Stand beigetragen.

Zu ganz besonderem Dank bin ich Wolfram Peters verpflichtet. Ohne seine Diskussions- und Hilfsbereitschaft wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Die gute Lesbarkeit seines Programms zur Berechnung der kohärenten Photoproduktion hat das Einarbeiten in dieses Thema sehr erleichtert. Weiterhin habe ich in zahlreichen Diskussionen mit Stefan Leupold sehr viel über das gelernt, was in dieser Arbeit niedergeschrieben ist. Beide trugen durch vielfältige Verbesserungsvorschläge und Korrekturen zur besseren Lesbarkeit dieser Arbeit bei.

Auch Gregor Penner machte sich auf die Suche nach den zahlreichen Tippfehlern und anderen Unstimmigkeiten. Dafür und für etliche Diskussionen gilt ihm mein Dank.

Ebenso möchte ich meinen Zimmergenossen Martin Effenberger nicht unerwähnt lassen. Seine konstruktive Kritik hat das Gelingen dieser Arbeit sehr gefördert.

Frank Hofmann und Jochen Geiss erstaunten mich immer wieder dadurch, daß sie auch meine törichtesten, das Computersystem betreffenden Fragen stets geduldig beantworteten. Hierfür sei ihnen beiden gedankt.

Den übrigen Mitgliedern des Instituts gilt mein Dank für die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Elke Jung und Christiane Pausch standen immer hilfreich zur Seite, wenn diverse administrative und literaturtechnische Probleme zu lösen waren.

Zuletzt möchte ich meinen Eltern nicht nur für ihre finanzielle Unterstützung während meines gesamten Studiums, sondern auch für ihren ideellen Rückhalt danken.