Der Computer als Künstler

Kreative Computergrafik / Von Kurt Endl

In den letzten zwei Jahrzehnten vollzog sich eine Revolution in den Konstruktionsbüros und Fertigungsanlagen vieler Industriezweige. Während das Eindringen der Computer in den Verwaltungsbereich – Banken, Versicherungen, Finanzämter usw. – von jedem anhand meistens unverständlicher Computerausdrucke schmerzlich verfolgt werden konnte, lief die oben angesprochene Revolution beinahe unter Ausschluß der Öffentlichkeit ab. Dies lag vor allem daran, daß die neuen Techniken CAD (COMPUTER AIDED DESIGN) und CAM (COMPUTER AIDED MANUFACTURING) an Großcomputer gebunden waren und deswegen nur großen, kapitalkräftigeren Betrieben zur Verfügung standen. Mit der Produktion immer billigerer und leistungsfähigerer Computer, bis hin zu den Personal-Computern, stehen diese Techniken heute jedoch auch relativ kleinen Betrieben offen. Sinnfälliger Ausdruck dieser rasanten Entwicklung ist die Tatsache, daß große Teile der Computertechnologie im letzten Jahr aus der allgemeinen Hannover-Messe herausgenommen werden mußten und nun in der Hannover-Messe CeBIT ihren Platz finden.

Grundlage der neuen Techniken CAD und CAM ist die sogenannte Computergrafik, die man vielleicht kurz als computerverarbeitete Geometrie bezeichnen kann. Die Grundidee der Computergrafik will ich hier kurz darstellen; aber nicht anhand der oben erwähnten Techniken, da mir dies für den normalen Leser nicht interessant genug erscheint. Dies soll vielmehr beispielhaft anhand einer weniger prosaischen und mehr ästhetischen Seite geschehen, der neuen Kunstrichtung Computergrafik, wie sie sich als Nebenprodukt der technischen Anwendungsbereiche entwickelt hat. Denn natürlich haben sich frühzeitig auch Grafiker und Künstler aller Sparten dieses neuen Mediums bemächtigt, und seit über zwei Jahrzehnten finden in vielen Teilen der Welt am Rande von Computermessen oder in selbständiger Form Ausstellungen dieser neuen Kunstrichtung statt. Zwar reißt hier die Diskussion nicht ab, ob es sich um „Kunst" handelt, aber das soll uns nicht weiter beunruhigen. Auf ein Dilemma dieser neuen Kunstrichtung soll allerdings hingewiesen werden: Die Computergrafik hat zwei Komponenten, wie aus dem Namen zweifelsfrei hervorgeht, den Computer und die Grafik. Der Computer verlangt einen Mathematiker, die Grafik einen Grafiker. Und leider versteht im allgemeinen der Mathematiker nichts von Grafik und der Grafiker nichts von Mathematik. Nach meiner Meinung hat allerdings der Mathematiker im Moment noch einen erheblichen Platzvorteil, da nur er die phantastischen Grafikmöglichkeiten des Computers voll einsetzen kann.

Die dem breiten Publikum bekannteste Form der Computergrafik ist die Bildschirmgrafik. Man kann diese ja jeden Abend im Fernsehen bewundern, als Trennmotiv zwischen Werbespots usw. Auf diese Bildschirmgrafik werde ich nur kurz eingehen. Denn das Medium, das sich in der künstlerischen Computergrafik am meisten durchgesetzt hat, ist ein elektronisches Zeichengerät, der Plotter. Dieses ist nämlich wirklich ein Grafikinstrument, das mit einem Tuschestift oder einer sonstigen Schreibspitze ein physisches Original einer Zeichnung erstellt, während ein Bildschirmmotiv mit dem Ausschalten des Geräts verschwindet und höchstens eine fotografische Kopie erlaubt.

Im folgenden werden wir zwischen der 2D-(zweidimensionalen) und 3D-(dreidimensionalen)Computergrafik unterscheiden.

2D-Computergrafik

Wenden wir uns zuerst dem Bildschirm zu. Das Erzeugungsprinzip einer 2D-Bildschirmgrafik ist sehr leicht zu verstehen.

Dazu interpretieren wir anschaulich den Bildschirm als Frontfassade eines riesigen Hotels, hinter dessen Fenstern jeweils ein Licht an- und ausgeschaltet werden kann. Die Fenster sind dabei horizontal von links nach rechts und vertikal von oben nach unten durchnumeriert (Abb. 1, unten).

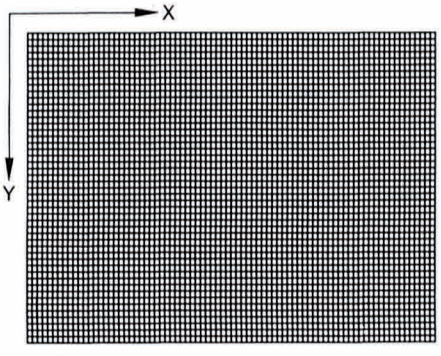


Abb. 1

Damit ist jedes Fenster durch zwei Zahlen (X, Y) beschrieben. In der Fachsprache heißen diese Fenster Pixels.

Wenn wir nun irgendeine Figur zeichnen wollen, so entwerfen wir diese zuerst – wie in der Schule – in einem cartesischen Koordinatensystem, dem sogenannten Bildschirmkoordinatensystem. Dazu benötigen wir bekanntlich einen Punkt, den 0-Punkt 0, und zwei senkrechte Achsen, die X- und Y-Achse. Jeden Punkt der Ebene können wir dann durch ein Zahlenpaar (X, Y) beschreiben. Wenn wir uns nun wieder an unseren Bildschirm erinnern, so können wir mit einer harmlosen Koordinatentransformation den Punkten des Bildschirmkoordinatensystems die Pixels des Bildschirms zuordnen.

Ziehen wir dann mit den Methoden der analytischen Geometrie eine Gerade oder einen Kreis in unserem Bildschirmkoordinatensystem, so erzeugt uns die Koordinatentransformation eine Gerade bzw. einen Kreis auf dem Bildschirm. Völlig analog haben wir vorzugehen, um unsere Gerade bzw. den Kreis mit dem Plotter zu zeichnen. Ein Plotter ist, wie schon erwähnt, ein computergesteuertes Zeichengerät, bei welchem Zeichenbewegungen aus nur zwei Bewegungen zusammengesetzt sind. Das Zeichenblatt wird von Rollen hin- und herbewegt, und senkrecht zu dieser Bewegung wird der Zeichenstift auf einer Schiene geführt. So, wie der Bildschirm durch Pixels definiert ist, so liegt nun auf dem Zeichenpapier des Plotters ein unsichtbares Netz von Punkten, nämlich das Netz der Punkte, die der Plotterstift anfahren kann.

Während aber für den Bildschirm eines normalen PC's 640 × 400 Pixels schon eine sehr gute „Auflösung" darstellen, definiert ein guter Plotter auf einem DIN-A4-Blatt ca. 10 000 × 8 000 anfahrbare Punkte! Diese unvergleichlich bessere Auflösung des Plotters erfordert natürlich auch andere, genauere Methoden, und tatsächlich ist der größte Teil der Methoden der Bildschirmgrafik für die Plottergrafik völlig unbrauchbar.

Kurven in der Ebene

Die 2D-Computergrafik ermöglicht sofort die Darstellung beliebiger ebener Kurven. Dies ist natürlich für die mathematische Ausbildung in der Schule von größter Bedeutung. Hierbei ist anzumerken, daß es viele Kurven gibt, die man wegen der Komplexität der damit verbundenen Berechnungen bisher gar nicht zeichnen konnte.

Als Beispiel betrachten wir eine Zykloide. Die einfache Zykloide geht auf PASCAL zurück und wird dadurch erzeugt, daß man einen ersten Kreis auf einem zweiten Kreis abrollen läßt und hierbei auf dem ersten Kreis einen Punkt markiert. Der Computer ermöglicht natürlich leicht eine Wiederholung der PASCALschen Idee, nämlich noch einen dritten Kreis auf dem zweiten abrol-

len zu lassen. Die entstehenden sehr komplexen Kurven können wir Doppelzykloiden nennen. Es entsteht eine hochinteressante Familie von abgeschlossenen Kurven, von denen hier eine abgebildet ist (Abb. 2, unten).

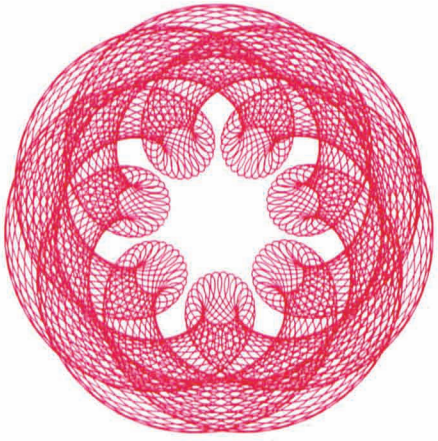


Abb. 2

Kurvenfamilien in der Ebene

Eine sehr ergiebige Methode zur Erzeugung von ebenen Motiven besteht in der Konstruktion von Kurvenfamilien. Als Beispiel sei eine Familie von Sternfiguren gegeben; hierbei entsteht eine Sternfigur aus einem Kreis dadurch, daß man den Radius als periodische Funktion des Drehwinkels wählt. Eine solche Figur lebt natürlich von der Präzision des Plotters. Interessant vom Ästhetischen her sind die Farbschattierungen, die ausschließlich durch Verdichtung der Linien entstehen (Abb. 3).

Ornamentik mit gedrehten N-Ecken

Regelmäßige N-Ecke (gleichseitiges Dreieck, Quadrat, ...) sind seit alters her beliebte Grundmotive der Grafik bzw. Malerei, da sie hervorrragend zur Erzeugung einer ebenen Ornamentik geeignet sind.
Mit dem Computer ist es nun ein leichtes, eine attraktive Ornamentik mit Quadraten zu erzeugen. Hierbei entsteht ein besonders reizvoller Eindruck, wenn man die N-Ecke benachbarter Quadrate in entgegengesetzter Richtung dreht (Abb. 4).

3D-Computergrafik

Die Königin der Grafik ist natürlich die 3D-Grafik, d. h. die zweidimensionale Darstellung dreidimensionaler Objekte. Diese Darstellung wird durch eine perspektivische Abbildung, kurz Perspektive, bewirkt. Jeder weiß, wie viele Jahrhunderte es gedauert hat, bis Zeichner und Maler die geometrischen Prinzipien der Perspektive voll beherrschten. In Deutschland ist die Einführung der Perspektive bekanntlich vor allem mit dem Namen Albrecht Dürers verknüpft.
Für den unbefangenen Leser ist am Anfang die Vorstellung sicher etwas schwierig, daß man etwa auf dem Bildschirm solche per-

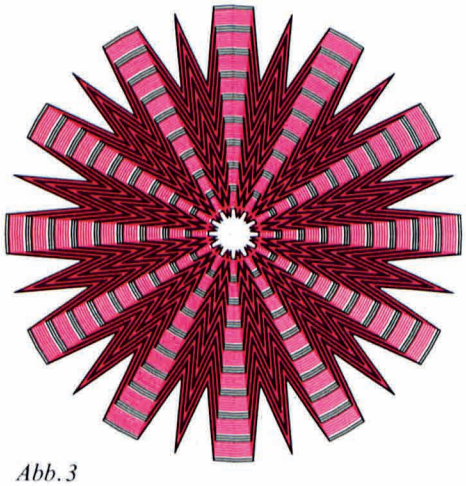


Abb. 3

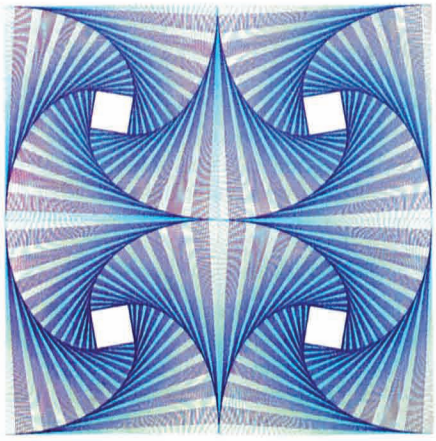


Abb. 4

spektivischen Abbildungen realisieren kann. Sitzt da vielleicht noch jemand hinten im Computer, der projiziert? Bei der Herleitung der Formeln war es eine große Überraschung für mich, wie leicht eine Perspektive mit dem Computer eingeführt werden kann, viel leichter als mit den klassischen Mitteln der darstellenden Geometrie. Schauen wir uns dazu einmal an, was wir zu einer Perspektive wirklich brauchen. Da wir uns im Raum bewegen, benötigen wir natürlich zuerst ein dreidimensionales Koordinatensystem, das uns erlaubt, jeden Punkt P des Raumes durch drei Koordinaten (X, Y, Z) zu beschreiben (Abb. 5). Dann brauchen wir einen Augpunkt A, von dem aus wir projizieren. Schließlich müssen wir eine Leinwand im Raum aufstellen, auf welche wir einen gegebenen Körper projizieren (Abb. 6).

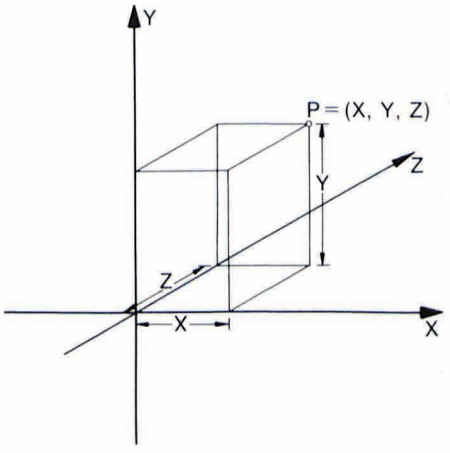


Abb. 5

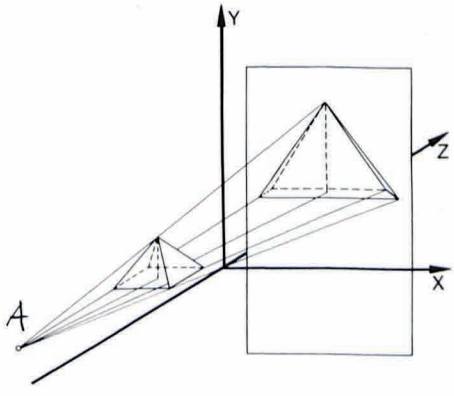


Abb. 6

Die Elemente der Perspektive, Augpunkt und Leinwand können wir natürlich mühelos in unserem 3D-Koordinatensystem beschreiben. Die eigentliche Grundaufgabe der Perspektive besteht dann noch darin, eine Gerade durch den Augpunkt A und den zu projizierenden Punkt zu legen und anschließend diese Gerade mit unserer Leinwand zum Schnitt zu bringen. Dies ist aber eine elementare Aufgabe der dreidimensionalen analytischen Geometrie. Was noch verbleibt, ist dann, auf der Leinwand selbst ein zweidimensionales Koordinatensystem zu definieren, da wir ja diese Leinwand auf den Bildschirm oder Plotter abbilden wollen.

Kurvenfamilien auf einer Fläche

Als erste Anwendung betrachten wir Kurven auf gekrümmten Flächen. Solche Flächen werden in der Differentialgeometrie, der Erweiterung der klassischen Geometrie, untersucht durch die Mittel der Differentialrechnung, allgemeiner der Methoden der Analysis.
Wenn man zweidimensionale Kurvenfamilien auf einer Fläche darstellt, so werden deren zweidimensionale geometrische Eigenschaften höchst reizvoll durch die dreidimensionalen Eigenschaften der Fläche verfremdet. Als Beispiel nehmen wir die oben

dargestellte Familie von Sternfiguren, die wir auf die Kugeloberfläche bringen. Man sieht hier genau den Einfluß der Pole bzw. des Äquators (Abb. 7).

Die platonischen Körper

Die sogenannten platonischen Körper – neben der platonischen Liebe eine der schönsten Erfindungen Platos – stellen natürlich exzellente Objekte der Computerfabrik dar. Als Beispiel sei hier das Dodekaeder abgebildet, dessen Fünfecke durch gedrehte Fünfecke belebt sind (Abb. 8).

Räumliche Verschlingungen

Diesen eher romantischen Titel gab ich einem Motiv, das aus einem handfesten geometrischen Problem hervorging, nämlich die Kugeloberfläche in kongruente, d. h. in gleiche Flächenstücke zu unterteilen. Hierfür gibt es sicher eine geometrische Theorie, mit der ich mich aber als Nichtgeometer nie beschäftigt hatte.
In der Tat erlauben aber die Möglichkeiten der Computergrafik – mit einer ganz einfachen Idee –, solche Unterteilungen der Kugeloberfläche herzustellen und zugleich noch mit einer interessanten Ornamentik zu versehen.
Als Beispiel nehmen wir den Würfel, erzeugen auf seinen Quadraten gedrehte Vierecke und projizieren diese dann vom Kugelmittelpunkt auf die den Würfel umschließende Kugel. Dadurch wird die ebene Ornamentik der Würfelquadrate zu einer Ornamentik von Kugelvierecken, die von Großkreisen begrenzt sind und die Kugel lückenlos überdecken. Erst dann wird die mit dieser Ornamentik versehene Kugel perspektivisch abgebildet (Abb. 8, S. 24).
Niemals wäre es möglich, ein solches Motiv befriedigend mit der Hand zu zeichnen, die Anzahl der nötigen Berechnungen wäre zu groß, ganz abgesehen davon, daß kein Zeichner so genau Kurven zeichnen kann. Interessant ist hier noch der Effekt, daß sich die optische Täuschung, die wir schon im Zweidimensionalen beobachtet haben, auf dieses Kugelmotiv überträgt! Die gesamte Ornamentik spielt sich auf der Kugeloberfläche ab, das Eindringen der gedrehten Vierecke in das Innere der Kugel ist wiederum eine reine optische Täuschung.

Zufallsmotive

So interessant geometrische Ordnung und Symmetrie ist, so sehr verlangt es einen manchmal nach Unordnung, nach Unsymmetrie. Denn Ordnung und Symmetrie sind sicher nur Attribute künstlerischer Grafik, so überzeugend die perfekte Realisierung

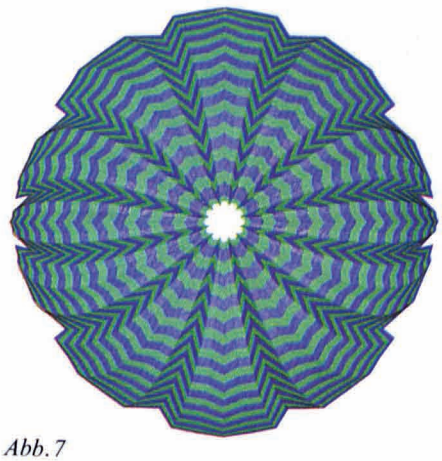


Abb. 7

dieser Attribute durch die Computergrafik auch sein mag.
Nun ist es für den Computer eine Kleinigkeit, beliebig chaotische Verhältnisse zu erzeugen. Er besitzt nämlich ein ungeheueres

Abb. 8

Arsenal von Zufallszahlen: Dies sind Zahlen zwischen 0 und 1, die der Computer immer wieder völlig zufällig erzeugt. Diese Zufallszahlen kann man spielend leicht in Programmen einsetzen, um jedweden Hauch einer Ordnung zu unterlaufen.

Abb. 10

Die Grundidee des folgenden Motivs ist leicht zu beschreiben. Man wähle in einem vorgegebenen Viereck willkürlich (d. h. zufällig) drei verschiedene Punkte P_1, P_2, P_3. In dem hierdurch definierten Dreieck nehme man auf zwei Seiten eine äquidistante Unterteilung etwa in 10 Teile vor, deren Punkte man dann verbindet. Diesen Prozeß setze man mit weiteren drei Punkten fort usw. Schließlich bringe man das Ganze auf eine Rotationsfläche (Abb. 10).

HIDDEN LINE, HIDDEN SURFACE

Unter diesen beiden Stichworten (HIDDEN – verborgen) verbergen sich zwei zentrale Probleme der Computergrafik. Diese sind sofort zu verstehen. Wenn wir eine Fläche betrachten, so sehen wir ja im allgemeinen nicht die ganze Fläche, sondern nur einen Teil, nämlich den sichtbaren Teil, den Teil eben, der nicht verborgen ist. Wenn wir also Kurven auf einer Fläche zeichnen, so müssen wir dann aufhören zu zeichnen, wenn die Kurve „hinten" verschwindet. Dies ist das erste Sichtbarkeitsproblem.
Das zweite tritt dann auf, wenn mehrere Flächen zugleich einer perspektivischen Abbildung unterzogen werden sollen. Dann kann es ja vorkommen, daß sich die Flächen – vom Augpunkt aus gesehen – ganz oder teilweise verdecken. Wenn man also gerade eine Kurve auf einer bestimmten Fläche zeichnet, so muß man den Projektionsstrahl mit allen anderen Flächen zum Schnitt bringen und die Sichtbarkeit abfragen.
Ein weiteres Problem, das sich bei mehreren Flächen stellt, ist das Schnittproblem. Flächen können sich ja nicht nur verdecken, sondern auch durchdringen. Die Bestimmung der Schnittkurven ist auch ein zentrales Problem der CAD- und CAM-Technik.

Was sichtbar ist, bestimme ich

Eine unerschöpfliche Quelle der Anregung für die Computergrafik wird das Werk Eschers sein, eines der großen Maler dieses Jahrhunderts und mit Sicherheit der Maler mit der größten geometrischen Intuition.
Das nächste Bild ist ein ebenes Analogon eines Escherschen Motivs. Alle Mittelpunkte der Kugeln und alle Zylinderachsen liegen in einer Ebene, so daß sich die Zylinder schneiden. Doch ist hier an allen vier Schnittstellen die Sichtbarkeit manipuliert (Abb. 11, S. 25).

Aufgeschnittene Rotationsflächen

Die bisher betrachteten Flächen (Kugel und Zylinder) können bekanntlich als Rotationsflächen aufgefaßt werden. Wenn man nun solche Rotationsflächen aufschneidet,

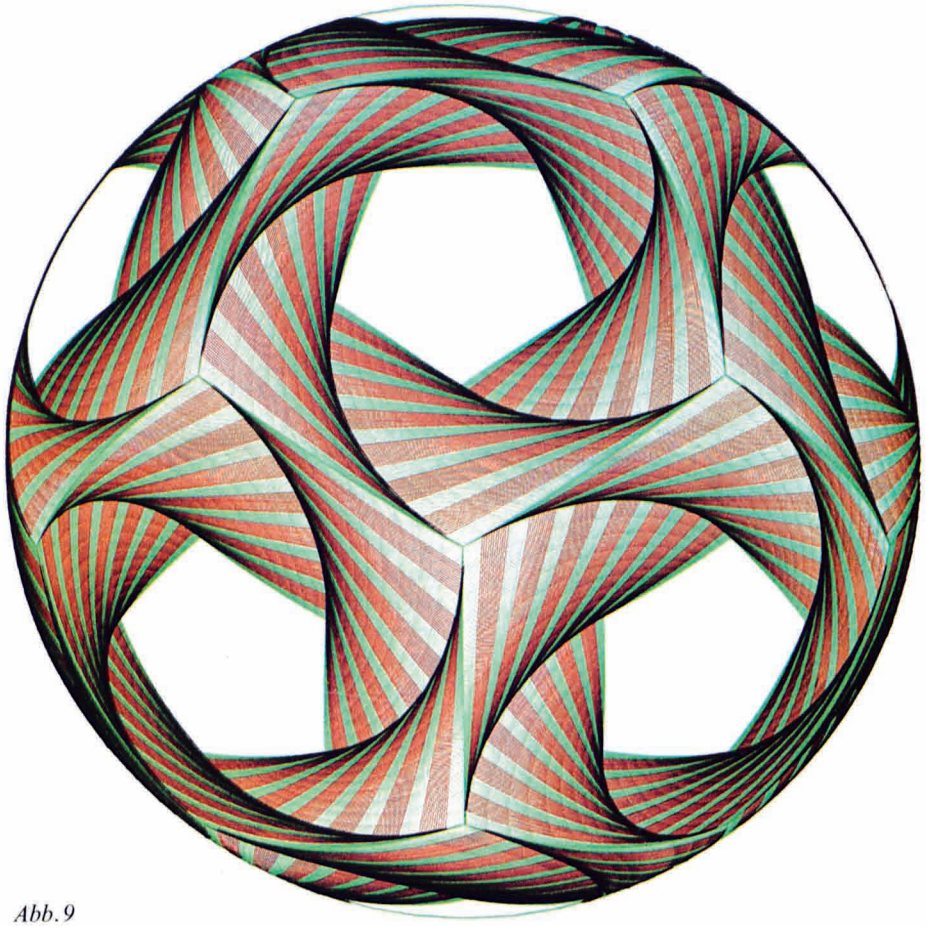


Abb. 9

so kann man auch die „Innenwände" sehen (s. Titelbild). Dieses Phänomen definiert dann natürlich neue Sichtbarkeitsprobleme. Als Beispiele hierfür – zugleich mit dem Schnittproblem – seien zwei sich schneidende Gläser und drei ineinanderliegende Kugeln abgebildet (Abb. 12, S. 25).

Genesis eines Computerblattes

Die bisher gezeigten Beispiele – auch bezüglich der Ornamentik – sind wesentlich geometrischer Natur. Die Frage stellt sich, ob es möglich ist, aus diesem geometrischen Bereich auszubrechen und auch (scheinbar) nichtgeometrische Motive zu programmieren, z. B. einen Blumenstrauß.
Hierzu müßte man also Blätter mathematisch definieren können. Dies geht tatsächlich und soll hier in den Hauptschritten vorgeführt werden (siehe folgende Abb. 13 a–f).

1. Schritt:

Ein Blatt ist meistens irgendwie oval. Zeichnen wir also eine Ellipse mit ihrer großen Hauptachse.

2. Schritt:

Blätter besitzen im allgemeinen Rippen. Zeichnen wir also Rippen, indem wir äquidistante Punkte auf der großen Halbachse mit den entsprechenden Punkten auf den Rändern verbinden.

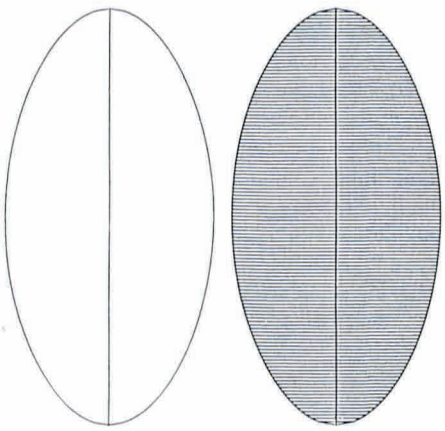


Abb. 13 a, b

3. Schritt:

Niemals würde die Natur sich erlauben, so langweilig zu sein. In der Tat gehen im allgemeinen die Rippen nicht senkrecht von der Hauptachse weg, sondern schräg. Lassen wir also die Punkte auf dem Rand etwas vorlaufen.

4. Schritt:

Dies sieht schon interessanter aus. Es existiert aber eine häßliche Lücke unten und eine ebenso unerwünschte Verdichtung oben. Legen wir also noch eine Dämpfungsfunktion auf den „Vorlauf" der Blattränder, der diesen Vorlauf unten und oben zu Null macht.

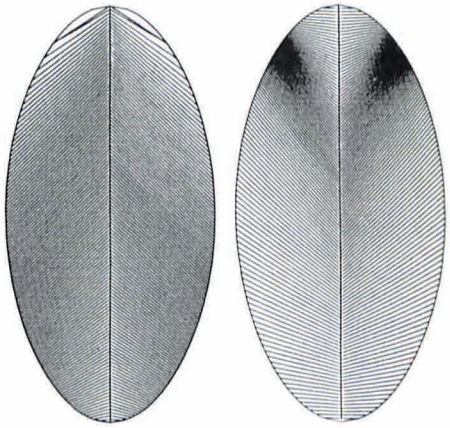


Abb. 13 c, d

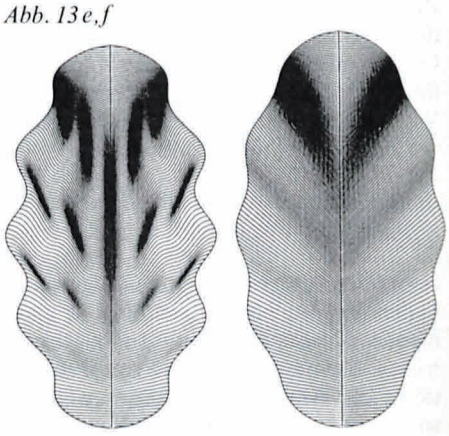
5. Schritt:

Die Lücke und Verdichtung ist weg, aber das Resultat wirkt immer noch sehr preußisch. Dies ist nicht verwunderlich. Denn im allgemeinen ist die Form eines Blattes keine reine Ellipse. Legen wir also noch eine Sinusschwingung auf die Ellipse:

6. Schritt:

Wir haben jetzt schon einen sehr erfreulichen dreidimensionalen Effekt, eine Art Wellenfläche (natürlich eine reine optische Täuschung, denn wir zeichnen immer noch in der Ebene). Diesen Effekt verstärken wird, indem wir auch auf die Rippen noch eine Sinusschwingung legen, die wir ebenfalls wie im 4. Schritt noch mit einer Dämpfungsfunktion versehen. Durch Änderung der Parameter für die Ellipse, die diversen Schwingungen und die Dämpfungsfunktionen kann man tatsächlich beliebige Blattformen erzeugen.

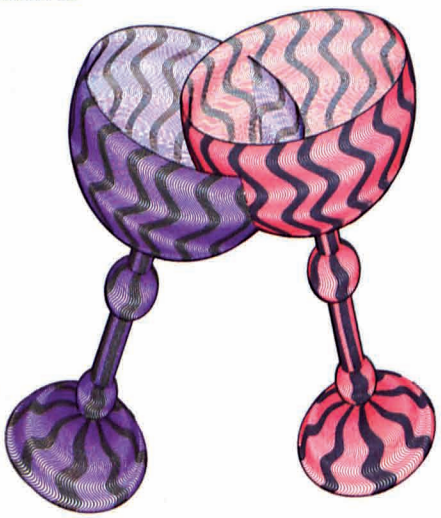
Abb. 13 e, f



Ein Blumenstrauß

Da wir jetzt Blätter zeichnen können, liegt die Versuchung nahe, auch einen Blumenstrauß zu programmieren. Dies geht tatsächlich, als Anwendung einer eher umfangreichen Theorie über Rotationskörper, die mich beinahe ein Jahr Entwicklungsarbeit gekostet hat. Auf Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden. Es sei nur soviel verraten, daß der Strauß mit Hilfe von 70 Rotationsflächen erzeugt wird (Abb. 14). Entsprechend lang ist der zeitliche Aufwand für das Plotten, auf einem normalen PC, einem OLIVETTI M 24 mit Coprozessor 72 Stunden, ohne Coprozessor mindestens 1 ½ Wochen.

Abb. 12



Ausblick

In zunehmendem Maß erobert der Computer auch die Schulen. Dies ist ganz sicher eine Notwendigkeit, und tatsächlich kann der Computer den mathematischen und sonstigen naturwissenschaftlichen Unterricht in einer Weise unterstützen, wie bisher dazu kein Lehrmittel in der Lage war. Während aber inzwischen schon durchaus fleißig „computert" wird, ist eine ernsthafte Computergrafik – obwohl sie das ideale Mittel zur Veranschaulichung ist – beinahe unbekannt. Dies liegt wahrscheinlich an dem Phänomen, daß es bisher keine geeignete Literatur gibt, welche das mathematische Grundwissen der Geometrie, Analysis usw. in die Computergrafik einbindet. Es gibt eine ausgezeichnete technische Profilliteratur, die aber für Anfänger nicht geeignet ist, und einige hübsche Einführungen, hauptsächlich in Bildschirmgrafik, aber ohne jeden didaktischen Ansatz zur Verarbeitung und Illustration des oben erwähnten Grundwissens. Hier scheinen mir doch die Hochschullehrer gefordert zu sein, den jetzigen und zukünftigen Studenten den Weg in dieses, so überaus dankbare moderne Gebiet der Computergrafik zu ebnen.

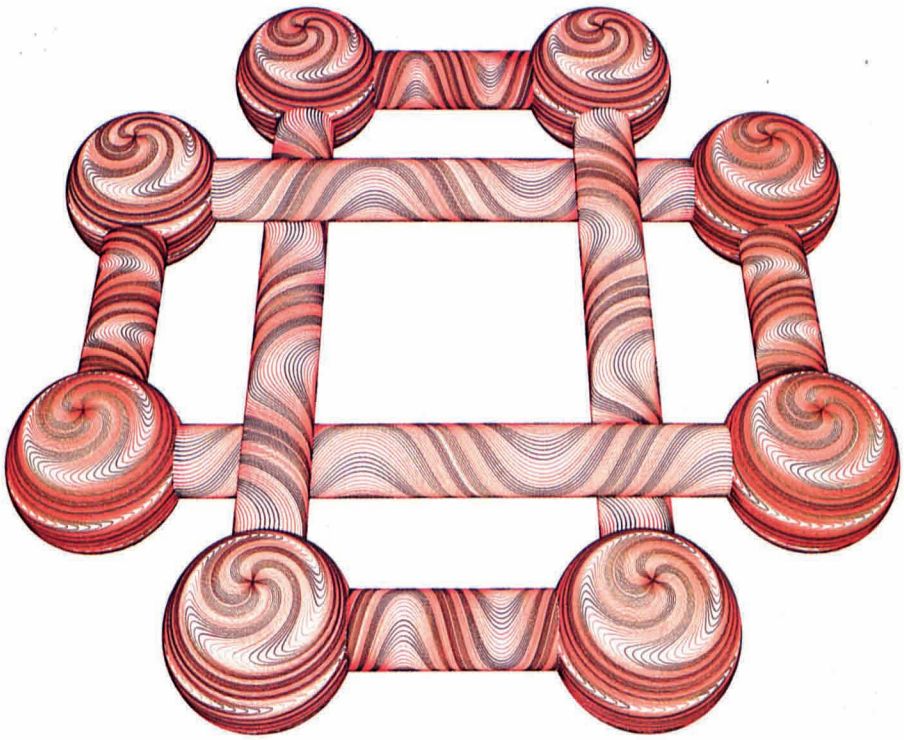


Abb. 11: Die Migräne des Mathematikers

Abb. 14

Der größte Teil der hier gezeigten Abbildungen ist dem Buch des Autors „Kreative Computergrafik", 1986, bzw. dem gleichnamigen Kalender, 1987, beides VDI-Verlag, Düsseldorf, entnommen.