

**Entwicklung einer Strahlstromregelung für  
Radiofrequenz-Ionentriebwerke auf Basis eines  
experimentell ermittelten Streckenmodells**

**Niklas Wolf**



**Entwicklung einer Strahlstromregelung für  
Radiofrequenz-Ionentriebwerke auf Basis eines  
experimentell ermittelten Streckenmodells**

**Inaugural-Dissertation**

zur Erlangung des Doktorgrades

Dr. rer. nat.

am I. Physikalischen Institut des Fachbereichs 07  
der Justus-Liebig-Universität Gießen

vorgelegt von

Niklas Wolf

aus Marburg

Gießen, den 28. August 2018

**Dekan:** Prof. Dr. Bernhard Mühlherr  
**Erstgutachter:** Prof. Dr. Peter J. Klar  
**Zweitgutachter:** Prof. Dr. U. Probst



# Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird die experimentelle Analyse eines Radiofrequenz-Ionentriebwerks sowie die Auslegung einer Regelung des extrahierten Ionenstroms vorgestellt. Für die experimentelle Analyse werden verschiedene Eingangsgrößen des Triebwerks angeregt und die entstehenden Ein- zu Ausgangsdaten mittels Systemidentifikation in Parameter von Übertragungsfunktionen überführt. Die mathematische Beschreibung zwischen dem Ein- und Ausgangssignal in Abhängigkeit des Arbeitspunkts erlaubt die Nutzung gängiger Verfahren zur Auslegung der Regelung. So können Kriterien zur Stabilität und Sollwertfolge festgelegt werden. Während die Systemidentifikation am Triebwerk erfolgt, wird die Reglerauslegung offline mit den generierten Daten durch Simulationen durchgeführt und anschließend am realen Aufbau verifiziert. Während für die Systemidentifikation dynamische Prozesse benötigt werden, besteht ein weiterer Teil der Arbeit in der Analyse stationärer Arbeitspunkte. Dabei werden zum Triebwerk rückströmende Elektronen des Neutralisators detektiert und hinsichtlich der Messwertverfälschung untersucht.

Neben der experimentellen Analyse und der Regelung des Triebwerks erfolgt in dieser Arbeit auch die Beschreibung der Testumgebung, die neben kommerziellen Geräten eigens entwickelte Messelektronik und Filter enthält. Die Anbindung sämtlicher Peripherien an ein Echtzeit-Messsystem ermöglicht dabei die automatisierte Aufnahme von Daten.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzzusammenfassung</b>	<b>i</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung, Motivation und Aufbau der Arbeit</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen elektrischer Triebwerke</b>	<b>5</b>
2.1 Einleitung . . . . .	5
2.2 Radiofrequenz-Ionentriebwerk . . . . .	8
2.3 Kenngrößen elektrischer Triebwerke mit Bezug auf das RIT . . . . .	12
2.3.1 Schub . . . . .	12
2.3.2 Spezifischer Impuls . . . . .	15
2.3.3 Triebwerkwirkungsgrade . . . . .	16
2.3.4 Die Raketengleichung . . . . .	22
2.4 Grundlagen der Plasmaphysik . . . . .	22
2.4.1 Plasmaphysikalische Größen und Zusammenhänge . . . . .	23
2.4.2 Impedanz und elektrisches Ersatzschaltbild des Plasmas . . . . .	28
2.5 Gridded Ion Engines - Grundlagen der Ionenbeschleunigung . . . . .	33
2.5.1 Ergiebigkeit, Raumladungsbegrenzung und Perveanz . . . . .	35
2.5.2 Ionenoptik, Gittererosion und Strahlstromberechnung . . . . .	38
2.5.3 Electron Backstreaming . . . . .	40
<b>3 Grundlagen der Systemidentifikation</b>	<b>43</b>
3.1 Modellbildung und Identifikation . . . . .	43
3.1.1 Modellbildung . . . . .	43
3.1.2 Identifikation . . . . .	46
3.2 Lineare Modelle dynamischer Systeme . . . . .	48
3.2.1 DGL und Laplace-Übertragungsfunktion . . . . .	48
3.2.2 Differenzgleichung und z-Übertragungsfunktion . . . . .	51
3.3 Methode der kleinsten Quadrate für dynamische Prozesse . . . . .	53
3.4 Tustin-Methode (bilineare Approximation) . . . . .	57
<b>4 Teststand</b>	<b>59</b>
4.1 Aufbau des Teststands . . . . .	59

4.2	Hochspannungsfester RF-Filter . . . . .	61
4.3	Strommessung . . . . .	67
4.4	Simulations- und Testumgebung . . . . .	73
4.4.1	Überblick . . . . .	73
4.4.2	Matlab-Skripte zur automatisierten Messwertaufnahme . . . . .	75
<b>5</b>	<b>Experimentelle Systemanalyse eines RIM/RIT</b>	<b>81</b>
5.1	Stationäre Arbeitspunkte . . . . .	81
5.1.1	Gegenläufig bifilar gewickelte Spulengeometrie . . . . .	83
5.1.2	Electron Backstreaming-Limit . . . . .	84
5.1.3	Performance Mappings . . . . .	88
5.2	Modellbetrachtung des RIM/RIT . . . . .	95
5.3	Aufbereitung der Daten und Systemidentifikation . . . . .	98
5.4	Ergebnisse der Systemidentifikation . . . . .	101
5.4.1	Parameter des RIM-4 . . . . .	102
5.4.2	Parameter des RIM-10 . . . . .	106
<b>6</b>	<b>Strahlstromregelung</b>	<b>111</b>
6.1	Lösen einer Regelungsaufgabe . . . . .	111
6.2	Beschreibung des Regelkreises - Stationäres Verhalten . . . . .	113
6.3	Stabilitätskriterium und Robustheit . . . . .	114
6.3.1	Hurwitz-Kriterium - Laplace-Bereich . . . . .	115
6.3.2	Abbauverfahren - $z$ -Bereich . . . . .	117
6.3.3	Robustheit . . . . .	123
6.4	Simulations- und Messergebnisse . . . . .	123
6.4.1	RIM-4 . . . . .	124
6.4.2	RIM-10 . . . . .	127
6.5	Störgrößenbetrachtung . . . . .	131
<b>7</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>133</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>140</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>143</b>
	<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>143</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>147</b>
<b>A</b>	<b>Ergänzungen zu Kapitel 2</b>	<b>III</b>
A.1	Modifiziertes Langmuir-Schottky-Child-Gesetz . . . . .	III

<b>B Ergänzungen zu Kapitel 3</b>	<b>V</b>
B.1 Fourier- und Laplace-Transformation mit Rechenregeln . . .	V
B.2 $\mathcal{Z}$ -Transformation . . . . .	VIII
<b>C Ergänzungen zu Kapitel 4</b>	<b>XI</b>
C.1 Ergänzung zum Hochspannungs-HF-Filter . . . . .	XI
C.2 Strommessmethode - Berechnungen und Frequenzgänge . . .	XV
C.3 Skript-Ablaufdiagramme . . . . .	XXV
<b>D Ergänzungen zu Kapitel 5</b>	<b>XXIX</b>
D.1 Abschätzung der Elektronenemission einer Glühwendel . . .	XXIX
D.2 Diagramme - Electron Backstreaming . . . . .	XXXII
D.2.1 RIM-4 . . . . .	XXXII
D.2.2 RIM-10 . . . . .	XXXIV
D.3 Diagramme - Parameter . . . . .	XXXVI
D.3.1 RIM-4 . . . . .	XXXVI
D.3.2 RIM-10 . . . . .	XXXVIII



# Nomenklatur

## Formelzeichen

<b>A</b> : Flächeninhalt in $\text{m}^2$	$\hat{A}, \hat{B}$ : Modellpolynome
$a$ : Koeffizienten des Nennerpolynoms (DGL)	<b>B</b> : Magnetische Flussdichte in T
$b$ : Koeffizienten des Zählerpolynoms (DGL)	$C$ : Kapazität in F
$D$ : Diode	$D$ : Hauptabschnittsdeterminante der Hurwitzmatrix <b>H</b>
$d$ : Gitterstärke in m	$d$ : Störsignal
$E$ : Energie in W s	$E, \mathbf{E}$ : Elektrische Feldstärke in $\text{V m}^{-1}$
$e, \mathbf{e}$ : Fehlersignal, Fehlervektor	$F, \mathbf{F}$ : Kraft (Schub) in N
$f$ : Frequenz in Hz	fit: Normierte empirische Standardabweichung in %
$G(s)$ : Laplace-Übertragungsfunktion	$G(z)$ : $z$ -Übertragungsfunktion
<b>H</b> : Hurwitz-Matrix	$H, \mathbf{H}$ : Magnetische Feldstärke in $\text{H m}^{-1}$
$I$ : Gleichstrom in A	$I$ : Integrierverstärkung des Reglers in $\text{s}^{-1}$
$I, \mathbf{I}$ : Impuls in N s	$I_b$ : Strahlstrom in A
$i$ : Wechselstrom in A	$J, \mathbf{J}$ : Stromdichte in $\text{A m}^{-2}$
$K$ : Verstärkungsfaktor	$k$ : Laufvariable der Abtastzeitpunkte
$k$ : Perveanz in $\text{A V}^{-\frac{3}{2}}$	$L$ : Induktivität in H
$l$ : Länge in m	$M$ : Atomare Masse
$M$ : Gewichtskraft in N	$M$ : Gegeninduktivität in H

$m$ : Masse in kg	$m$ : Grad des Zählerpolynoms
$\dot{m}$ : Massenfluss in $\text{kg s}^{-1}$	$N_g$ : Anzahl Gitterlöcher
$N$ : Anzahl Datenpunkte	$n$ : Systemordnung
$n$ : Dichte in $\text{m}^{-3}$	$P$ : Polynome des Abbauverfahrens
$P$ : Leistung in W	$p$ : Druck in Pa
$p$ : Koeffizienten	$Q$ : Güte
$Q, q$ : Ladung in C	$R$ : Ohm'scher Widerstand in $\Omega$
$r$ : Differenzieller Widerstand in $\Omega$	$r$ : Relativer Grad
$\mathbf{S}$ : Poyntingvektor in $\text{W m}^{-2}$	$s$ : Laplace-Variable in $\text{s}^{-1}$
$s_i$ : Polstelle einer Übertragungsfunktion in $\text{s}^{-1}$	$T$ : Energie in eV
$T$ : Brenndauer in s	$T$ : Temperatur in K
$T$ : Transparenz	$T_{\text{dn}}$ : Verzögerungszeitkonstante in s
$T_n$ : Vorhaltzeitkonstante in s	$T_i$ : Integrierzeit in s
$T_s$ : Abtastzeit in s	$t$ : Zeit in s
$U$ : Gleichspannung in V	$U(s)$ : Laplace-Transformierte Eingangsgröße
$U(z)$ : $\mathcal{Z}$ -Transformierte Eingangsgröße	$U_{00}, Y_{00}$ : Gleichanteile der Ein- und Ausgangsgröße
$u$ : Energiedichte in $\text{J m}^{-3}$	$u$ : Prozess-Eingangssignal
$V$ : Volumen in $\text{m}^3$	$V$ : Kostenfunktion
$v, \mathbf{v}$ : Geschwindigkeit in $\text{m s}^{-1}$	$x$ : Raumkomponente in m
$x$ : Funktion	$Y(s)$ : Laplace-Transformierte der Ausgangsgröße
$Y(z)$ : $\mathcal{Z}$ -Transformierte der Ausgangsgröße	$y$ : Prozess-Ausgangssignal
$Z$ : Impedanz in $\Omega$	$z$ : Ein-Schritt-Schiebeoperator
$z_i$ : Polstelle der $z$ -Übertragungsfunktion	$\alpha, \beta$ : Koeffizienten der Differenzgleichung

---

$\Gamma$ : Teilchenflussdichte in $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$	$\delta$ : Skineindringtiefe in m
$\epsilon_r$ : Relative Permittivität	$\eta$ : Wirkungsgrad
$\Theta$ : Parametervektor	$\kappa$ : Elektrische Leitfähigkeit in $\text{S m}^{-1}$
$\lambda$ : Debye-Länge in m	$\lambda$ : Mittlere freie Weglänge in m
$\mu_r$ : Relative Permeabilität	$\nu$ : Kollisionsfrequenz in $\text{s}^{-1}$
$\sigma$ : Stoßquerschnitt in $\text{m}^2$	$\tau$ : Zeit zwischen zwei Stößen in s
$\Phi$ : Potenzial in V	$\varphi$ : Winkel in rad
$\chi$ : Ionisationsgrad	$\Psi$ : Datenmatrix
$\psi$ : Datenvektor	$\omega$ : Kreisfrequenz in $\text{rad s}^{-1}$

## Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:	$c_0 = 299.792.458 \text{ m s}^{-1}$
Elementarladung:	$e = 1,602\ 176\ 620\ 8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Erdbeschleunigung:	$g_0 \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$
Boltzmann-Konstante:	$k_b = 1,380\ 648\ 52 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8,854\ 187\ 817\ 620 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante:	$\mu_0 = 12,566\ 370\ 614 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

## Abkürzungen

ACC: Beschleunigungsgitter	BP: Bandpass
BS: Bandsperre	CTR: Stromübertragungsfaktor
DEC: Bremsgitter	DGL: Differentialgleichung
EMV: Elektromagnetische Verträglichkeit	EP: Elektrische Raumfahrtantriebe
ESB: Ersatzschaltbild	EX: Extraktion
FFT: Schnelle Fourier-Transformation	GIE: Gitterbehaftete Ionenantriebe
GUI: Grafische Benutzeroberfläche	HET: Hall-Effekt Triebwerk
HF: Hochfrequenz	HP: Hochpass

LTI: Lineares, zeitinvariantes Übertragungssystem	MFC: Massedurchflussregler
MKQ: Methode der kleinsten Quadrate	MPD: Magnetoplasma-dynamisches Triebwerk
NHV: Quelle mit negativer Hochspannung	OK: Optokoppler
OP: Operationsverstärker	PHV: Quelle mit positiver Hochspannung
RFG: Radiofrequenz-Generator	RIM: Radiofrequenz-Ionenquelle für Materialbearbeitung
RIT: Radiofrequenz-Ionentriebwerk	SCR: Plasmagrenzanker
TP: Tiefpass	ZOH: Halteglied nullter Ordnung

# Kapitel 1

## Einleitung, Motivation und Aufbau der Arbeit

Obwohl die US-Amerikaner im Jahr 1955 als erstes die Entwicklung eines Erdsatelliten in Auftrag gaben, war es die damalige Sowjetunion, die zuerst erfolgreich war und am 4. Oktober 1957 den künstlichen Erdtrabanten "Sputnik 1" in die Erdumlaufbahn brachte. Seitdem wurden bis Ende 2017 schätzungsweise über 7.000 künstliche Satelliten in den Weltraum befördert, wovon noch etwa 1.700 aktiv sind. Sie kommen in den unterschiedlichsten Segmenten zum Einsatz. Den Großteil macht dabei die satellitengestützte Erdbeobachtung aus, die sowohl militärisch als auch wissenschaftlich sowie kommerziell genutzt wird. Weitere Einsatzfelder sind die Kommunikation, Navigation, militärische Überwachung sowie technologische Missionen zur Erprobung neuer Systeme und Komponenten. Eine weitere Sparte stellt die bemannte Raumfahrt dar, deren vorrangige Ziele Forschung im Weltraum und Exploration des Weltraums sind. Während die ersten Satelliten noch ohne Antriebe flogen, wurden diese mit der Nutzung von Nachrichtensatelliten, die sich im geostationären Orbit aufhalten, unabdingbar. Die Antriebe verfolgen dabei den Zweck der Lage- und Bahnregulierung, der Kurskorrekturen und Bremsmanöver sowie des Erreichens der Umlaufbahn, dem sogenannten Apogäumseinschuss [1]. So müssen Störeinflüsse wie die Gravitation der Erde und anderer Himmelskörper, Restatmosphäre, Magnetfelder der Erde und Sonne oder selbst verursachte Störungen durch Solargeneratoren, Schwerpunktsfehler und Bewegung des Treibstoffs kompensiert werden, um den Satelliten in seiner Bahn und Lage zu halten [1].

Die in dieser Arbeit untersuchten elektrischen Antriebssysteme finden ihr Einsatzgebiet vornehmlich in der Inklinationskontrolle, dem sogenannten Nord-Süd-Stationkeeping. Sie werden aber ebenfalls bei interplanetaren Missionen, Kometenmissionen oder allgemein bei Missionen verwendet, bei denen hohe Geschwindigkeitsänderungen ( $\Delta v$ ) erforderlich werden. Aufgrund ihrer Masseneffizienz eignen sie sich auch zum Aufspiralen eines Raumfahrzeugs in den Zielorbit. Damit die Antriebssysteme ihren Zweck erfüllen können, muss der generierte Schub bekannt sein. Bei den an der Justus-Liebig-Universität Gießen entwickelten Radiofrequenz-

Ionenantrieben, die in den letzten Jahren zunehmend kommerzialisiert wurden, ist der Schub näherungsweise anhand des austretenden Ionenstrahls zu bestimmen. Dieser kann messtechnisch ermittelt und für die Schubregelung genutzt werden. In diesem Zuge kommt der Begriff Strahlstromregelung zum Einsatz.

Während der letzten Jahre der Forschung und Entwicklung auf dem Gebiet der Radiofrequenz-Ionentriebwerke kamen bereits eigens entwickelte Strahlstromregler zum Einsatz, deren Auslegung auf dem Prinzip des "Versuch und Irrtum" (engl. trial and error) basierten. Durch das Forschungsprojekt LOEWE-RITSAT<sup>1</sup> wurde die Technische Hochschule Mittelhessen in Gießen aufgrund ihrer Expertise im Bereich der Elektrotechnik in die Weiterentwicklung der Triebwerke eingebunden. Es galt nun die Strahlstromregelung und deren Auslegung aus ingenieurtechnischer Sicht anzugehen. Diese Herangehensweise verlangt eine Beschreibung der dynamischen Prozesse, also das zeitliche Ein- zu Ausgangsverhalten des untersuchten Systems. Die bis dato entwickelten Simulationsmodelle können nur stationäres Verhalten der Triebwerke darstellen. Somit musste eine geeignete Systemanalyse gefunden werden, die es ermöglichte, die für die Strahlstromregelung benötigte Beschreibung zu generieren. Die vorliegende Arbeit leistet wesentliche Beiträge hierzu und gliedert sich dabei in vier Hauptpunkte: Theoretische Grundlagen zu den elektrischen Triebwerken und der experimentellen Systemanalyse, der Aufbau des Teststands mit den für den Betrieb des Triebwerks benötigten Komponenten, die Ergebnisse der experimentellen Beschreibung sowie die Strahlstromregelung.

Für die durchgeführten Messungen ist zunächst ein grundlegendes Verständnis elektrischer Triebwerke und im Speziellen des Radiofrequenz-Ionentriebwerks notwendig. Dieses Wissen wird in **Kapitel 2** vermittelt. Neben den klassischen Kenngrößen elektrischer Triebwerke werden plasmaphysikalische Größen und ihre Bedeutung bei der Beschreibung des Triebwerks als elektrische Last erläutert. Thema des letzten Abschnitts dieses Kapitels ist die Ionenbeschleunigung.

Die Grundlagen der experimentellen Systemanalyse werden in **Kapitel 3** behandelt, indem zunächst die Modellbildung und die Ermittlung des zeitlichen Ein- zu Ausgangsverhaltens im Allgemeinen beschrieben wird. Darauf folgt die Erklärung der verwendeten linearen Modelle in Form von zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Übertragungsfunktionen. Deren Parameter werden mithilfe einer Systemidentifikation bestimmt, die auf der Methode der kleinsten Quadrate basiert. Als Umrechnungsform zwischen den zeitkontinuierlichen und den zeitdiskreten Modellen dient die Tustin-Methode oder bilineare Approximation, die ebenfalls Inhalt des dritten Kapitels ist.

Um sämtliche Messungen durchführen zu können, wurde ein Teststand aufgebaut. Durch ein Echtzeit-Messsystem, welches unterschiedliche Schnittstellen (ana-

---

<sup>1</sup>LOEWE: Landes-Offensive zur Entwicklung Wissenschaftlich-ökonomischer Exzellenz; RIT-SAT: Radiofrequenz-Ionenantriebe für Satellitenanwendungen (<http://www.proloewe.de/ritsat> - Abgerufen am 09.08.2018.)

---

log, digital, seriell) zur Verfügung hat, können sämtliche Geräte über ein System miteinander verknüpft und die Messdaten automatisiert aufgenommen und ausgewertet werden. Zusammen mit eigens entwickelten Komponenten zur Messung des Ionenstroms und zur Filterung hochfrequenter Störungen wird der Teststand und die zugehörige Simulations- und Testumgebung in **Kapitel 4** dargelegt.

**Kapitel 5** behandelt die experimentelle Systemanalyse des Triebwerks. Für die Untersuchung der Dynamik werden zunächst stationäre Arbeitspunkte betrachtet. Neben rückströmenden Elektronen, die zur Messwertverfälschung führen, werden Performance Mappings als charakteristische Beschreibung der Triebwerke und Basis der Systemanalyse erläutert. Es folgt die Beschreibung des Simulationsmodells, welches die Grundlage der Reglerauslegung bildet. Anschließend werden die Ergebnisse der experimentellen Analyse, die Parameter der Übertragungsfunktionen in unterschiedlichen stationären Arbeitspunkten, präsentiert.

Das experimentell ermittelte Systemverhalten wird für die Auslegung der Strahlstromregelung in **Kapitel 6** benötigt. Dieses Kapitel beginnt mit dem grundlegenden Vorgehen zum Lösen einer Regelungsaufgabe, woraus die weiteren Punkte, wie die Untersuchung der stationären Genauigkeit, der Stabilität und der Robustheit, resultieren. Zur Verifikation der Regelung werden Führungsgrößensprünge mit verschiedenen Integrierverstärkungen in Simulationen untersucht und anschließend mit den am Teststand generierten Daten verglichen. Aus dem Vergleich können zusätzlich Rückschlüsse auf die Güte des ermittelten Streckenverhaltens gezogen werden.

**Kapitel 7** beinhaltet die Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse. Zudem werden Möglichkeiten zur Weiterentwicklung und Optimierung der verwendeten Methodiken genannt.



# Kapitel 2

## Grundlagen elektrischer Triebwerke

*Konventionelle chemische Raumfahrtantriebe basieren auf der Verbrennung des Treibstoffes und sind daher durch die darin enthaltene Energie in ihrer Performance limitiert [1–4]. Um die Einschränkung der konventionellen Antriebe zu überwinden, wird bei elektrischen Triebwerken die Energiequelle vom Treibstoff entkoppelt. Um höhere Austrittsgeschwindigkeiten des Treibstoffes zu erreichen, wird elektrische in kinetische Energie umgewandelt. Aus dem Prinzip der Zuführung elektrischer Energie ergibt sich auch die Bezeichnung des elektrischen Triebwerkes.*

*Im folgenden Kapitel soll in kurzer Zusammenfassung die geschichtliche Entwicklung dargestellt werden. Anschließend wird das in der Arbeit verwendete elektrische Triebwerk, das Radiofrequenz-Ionentriebwerk (Radio-frequency ion thruster; RIT), und seine Funktionsweise erörtert. Darauf folgt eine Einführung typischer Kenngrößen elektrischer Triebwerke und deren Bezug zum RIT. Sie veranschaulichen zudem die Vor- und Nachteile der elektrischen Antriebe gegenüber den konventionellen Antrieben. Für das Verständnis des Triebwerkes und anschließender Untersuchungen ist es unabdingbar, dass auch die Prozesse Ionisation und Extraktion der Ionen behandelt werden. Daher folgen als Abschluss dieses Kapitels zwei weitere Abschnitte zu den Themen Plasmaphysik und Ionenbeschleunigung.*

### 2.1 Einleitung

Bereits seit den frühen 1900er Jahren wird das Konzept des elektrischen Antriebs erforscht und erstmals 1906 durch Robert H. Goddard formuliert [2]. Er glaubte, dass die Weiterentwicklung elektrischer Antriebe aufgrund ihrer Vorteile vorangetrieben werden müsste. Es gab viele angesehene Persönlichkeiten, die seine Meinung nicht teilten [5]. In einem seiner bekanntesten Bücher, „Die Rakete zu den

Planetenräumen“, beschrieb Hermann Oberth 1923 erstmals das Prinzip des Ionenantriebs, der Generierung von Schub auf Basis extrahierter Ionen [2]. 1964 folgten systematische Beschreibungen durch Ernst Stuhlinger [6]. In den 1960er Jahren wurden zudem erste Versuche mit Systemen auf Basis von Cäsium und Quecksilber als Treibstoff durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen und die Auslegung für Missionen und zugehörige Bahnanalysen wurden durch Georg Brewer in einem Manuskript von 1970 [7] festgehalten. Seit 1960 wurden dann einige Forschungsprogramme mit elektrischen Antrieben durch die NASA und auch durch russische Institutionen durchgeführt, in denen erstmals elektrische Antriebe im Orbit zum Einsatz kamen [2].

In den letzten 20 bis 30 Jahren ist die Anzahl der elektrischen Raumfahrtantriebe im Orbit stetig gestiegen [2; 8]. Durch die zahlreichen wissenschaftlichen Missionen und die weitere Erforschung dieser Antriebsform konnten immer fortschrittlichere Systeme entwickelt werden, sodass sie in der Weltraumanwendung eine Alternative zu konventionellen chemischen Triebwerken darstellen.

Bei EP-Triebwerken (electric propulsion) sind Treibstoff und Energiequelle voneinander entkoppelt. Externe elektrische Energie wird genutzt, um dem Treibstoff zusätzliche kinetische Energie zuzuführen und dessen Austrittsgeschwindigkeit zu erhöhen. Dabei wird innerhalb der elektrischen Triebwerke nochmals je nach Zuführung der elektrischen Energie differenziert. So wird allgemein zwischen elektrothermischen, elektromagnetischen und elektrostatischen Triebwerken unterschieden [1; 2]:

### **Elektrothermische Triebwerke**

Elektrothermische Triebwerke nutzen wie auch die konventionellen Raketenantriebe die thermodynamischen Effekte und anschließende Expansion aus einer Düse zur Beschleunigung des Treibstoffs. Zur Effizienzsteigerung der Treibstoffnutzung und der Austrittsgeschwindigkeit wird elektrische Energie eingebracht, um die Abgastemperatur zu erhöhen [3; 4]. Beispiele zur Heizung mittels Widerstandselementen finden sich in Referenz [3]. Aufgrund der schlechten Leitfähigkeit des Gases und Abstrahlung auf die Wände des Triebwerkes sind widerstandsbeheizte Triebwerke in ihrer Leistung eingeschränkt. Höhere Temperaturen und somit auch höhere Austrittsgeschwindigkeiten können mithilfe hoher elektrischer Feldstärken durch Erzeugung von Lichtbögen erreicht werden. Typische Beispiele für elektrothermische Antriebe sind der Resistojet (Widerstandsheizung) und der Arcjet (Lichtbogenheizung).

### **Elektromagnetische Triebwerke**

Durch die hohe Energie in einem Lichtbogen, wie er beim Arcjet erzeugt wird, kommt es zur Ionisation des Treibstoffes. Ist die Stromstärke im Lichtbogen hoch genug,

kommt es zu einer signifikanten elektromagnetischen Kraft, die auf die Ionen wirkt und diese aus dem Triebwerk beschleunigt [2; 3]. Diesen Effekt nutzen elektromagnetische Triebwerke wie bspw. das Magnetoplasmadynamische Triebwerk (MPD) aus. Zur Verstärkung der elektromagnetischen Kraft wird zusätzlich zu dem aus dem Lichtbogen entstehenden magnetischen Eigenfeld ein externes Feld durch Dauermagneten oder Magnetspulen erzeugt [3]. Im Falle eines zusätzlich eingeprägten, externen magnetischen Feldes spricht man von Fremdfeld-MPD, andernfalls von Eigenfeld-MPD. Das Eigenfeld-MPD kommt aufgrund seiner benötigten Leistung von einigen 100 kW praktisch aber noch nicht zum Einsatz. Auch das Hall-Effekt-Triebwerk (HET) nutzt ein externes magnetisches Feld. Aufgrund einer anliegenden Spannung zwischen Anode im Inneren des Triebwerks und einer außerhalb liegenden Kathode folgen die Elektronen einem nach Innen gerichteten elektrostatischen Feld. Die Dauermagneten im Inneren sind so angeordnet, dass die Feldlinien des magnetischen Feldes senkrecht zum elektrischen Feld liegen. Geraten die Elektronen dort hinein, werden sie durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gelenkt. Die Kreisbewegung der Elektronen gleicht einem Stromfluss, der nun, bedingt durch den Hall-Effekt, eine Kraft erzeugt, die dem elektrischen Feld der Anode-Kathode-Spannung entgegenwirkt. Die Elektronen driften nicht zur Kathode und bleiben demnach nahezu auf einer konstanten Kreisbahn im Inneren des HET. Dort ionisieren sie das eingespeiste Gas. Die erzeugten Ionen werden durch die elektrostatische Kraft der Potenzialdifferenz zwischen Anode und Kathode nach außen hin beschleunigt und führen zum Schub. Aufgrund der durch ein elektrostatisches Feld beschleunigten Ionen spricht man beim HET auch oft von einem elektrostatischen Triebwerk.

## **Elektrostatische Triebwerke**

Wie auch beim HET wird bei elektrostatischen Triebwerken im Allgemeinen ein Plasma erzeugt und die Ionen durch axiale elektrostatische Felder beschleunigt [3; 4]. Im Vergleich zum HET werden die elektrostatischen Felder bei RIT und Kaufman-Triebwerken durch eine Anordnung von zwei bis drei Gittern (Extraktionsgitter) mit Spannungen im kV-Bereich erzeugt. Die elektrischen Felder beschleunigen die Ionen aus dem Triebwerk hinaus und erzeugen somit Schub. Auch innerhalb der elektrostatischen Triebwerke wird je nach Erzeugung des Plasmas unterschieden. Bei den HET wurde der Hall-Effekt ausgenutzt, beim Kaufman-Triebwerk erfolgt die Ionisation mittels Lichtbogen und beim RIT wird das Plasma mithilfe einer Induktionsspule und eines HF-Wechselfeldes erzeugt.

Weitere und tieferegehende Information bezüglich der einzelnen Triebwerke und zum Teil auch deren Aufbau können in den Referenzen [1–4] eingesehen werden.

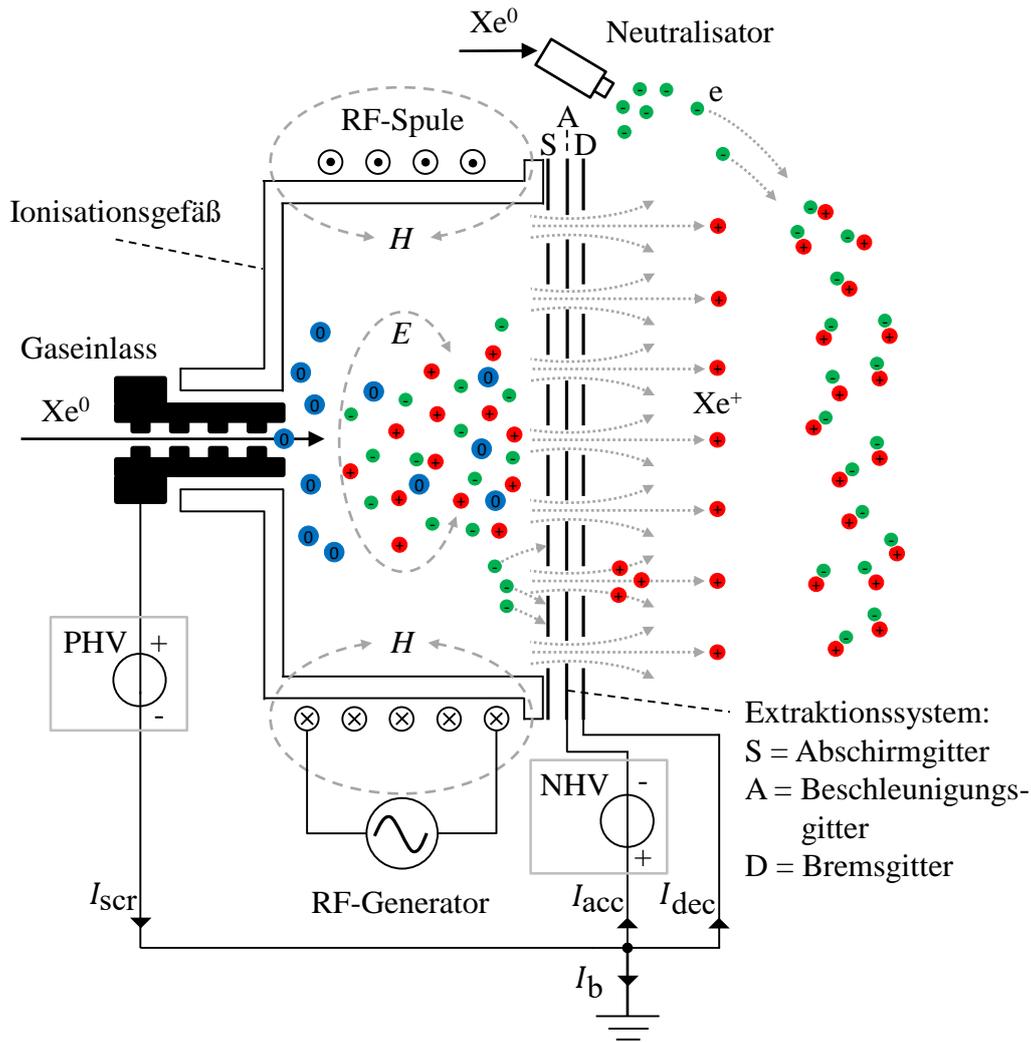


Abbildung 2.1: Prinzipieller Aufbau eines Radiofrequenz-Ionentriebwerkes samt quasineutralem Plasma und Gitterversorgung

## 2.2 Radiofrequenz-Ionentriebwerk

Die Entwicklung des RIT, welches den Hauptschwerpunkt dieser Arbeit darstellt, begann 1961 durch Horst Löb an der Universität Gießen mit dem Vorschlag der Verwendung der Hochfrequenzionisation zum Bau eines Raketenmotors [10]. Seitdem wurde die Forschung zu RIT an der Justus-Liebig-Universität, ab 2012 in Kooperation mit der Technischen Hochschule Mittelhessen, in Gießen fortgeführt und diese Triebwerke weiterentwickelt. Das RIT gehört zur Kategorie der elektrostatischen Triebwerke und im Besonderen zu den mit Extraktionsgittern versehenen Ionentriebwerken (engl. **G**ridded **I**on **E**ngines, kurz GIE). Im Vergleich zu anderen Triebwerken zeichnen sie sich durch hohe Effizienz (60 bis > 80 %) und sehr hohe spezifische Impulse (bis > 10.000 s) aus [2].

Ein schematischer Aufbau eines Radiofrequenz-Ionentriebwerkes ist in Abb. 2.1 dargestellt. Sämtliche Ionenantriebe, so auch das RIT, arbeiten nach dem gleichen

Schema und lassen sich generell in zwei Baugruppen und ihre Funktion analog in zwei Prozesse unterteilen:

1. Volumen zur Ionisation des Treibstoffes für die Plasmaerzeugung
2. Baugruppe zur Erzeugung elektrostatischer Felder für die Ionenbeschleunigung

Beim RIT bilden Gaseinlass, Ionisationsgefäß und RF-Spule mit zugehörigem Radiofrequenz-Generator (RFG) die Baugruppe zur Erzeugung des Plasmas. Über den Gaseinlass wird ein geregelter atomarer Volumenstrom des Treibstoffes in das Ionisationsgefäß eingespeist. Der Volumenstrom wird auch als Massenfluss bezeichnet. Die Regulierung übernimmt ein Massedurchflussregler, kurz MFC (mass flow controller). Zu den Anfangszeiten der RIT wurden Quecksilber oder Cäsium als Treibstoff verwendet [11]. Aufgrund ihrer gefährlichen Handhabung und der Kondensation auf Baugruppen kommen heutzutage gewöhnlicherweise Edelgase wie Xenon oder Argon zum Einsatz. Sie sind inert und weisen eine akzeptable niedrige Ionisationsenergie sowie hohe Atommasse auf. Um das Ionisationsgefäß ist eine RF-Spule gewickelt. Sie wird vom Radiofrequenz-Generator mit einem hochfrequenten Wechselstrom versorgt. Der RFG, der in dieser Arbeit verwendet wird, ist eine Eigenkonstruktion der Arbeitsgruppe "Raumfahrtelektronik" der Technischen Hochschule Mittelhessen<sup>1</sup>. Er arbeitet nach dem Prinzip eines Schwingkreiswechselrichters und wandelt eine Gleichspannung in die benötigte Wechselspannung. Das Funktionsprinzip und tiefergehende Informationen des RFGs sind in den Arbeiten [9; 12–14] beschrieben. Der eingespeiste Wechselstrom erzeugt innerhalb des Ionisationsgefäßes ein axiales magnetisches Feld  $H$ , welches wiederum ein azimutales elektrisches Wirbelfeld  $E$  induziert (vgl. Abb. 2.1). Vorhandene freie Elektronen werden während einer Halbperiode des induzierten elektrischen Wirbelfeldes beschleunigt. Ist deren kinetische Energie hoch genug, kommt es zur Stoßionisation mit den Atomen des Treibstoffes. Es bildet sich ein nichtisothermes Plasma aus, welches dank der eingekoppelten induktiven Leistung bestehen bleibt und keiner zusätzlichen Zufuhr von Elektronen bedarf. Die Plasmaerzeugung wird in Abschnitt 2.4 detaillierter beschrieben.

Zur Schuberzeugung werden die Ionen aus dem Triebwerk extrahiert. Das Extraktionsgittersystem besteht aus mindestens zwei hintereinanderliegenden Flächen. Diese Flächen enthalten Bohrungen in hexagonaler Anordnung, welche als Extraktionskanäle dienen. In Abb. 2.1 ist das Extraktionssystem rechts vom Ionisationsgefäß zu erkennen. Es besteht bei den verwendeten RIT-Systemen aus drei hintereinanderliegenden Gittern, dem Abschirmgitter, auch als Plasmagrenzanker (screen grid) bezeichnet, dem Beschleunigungsgitter (acceleration grid) und dem Bremsgitter (deceleration grid). Die Bezeichnung des Plasmagrenzankers folgt aus der Gegebenheit, dass es die mit dem Plasma in Berührung stehende Fläche bildet.

<sup>1</sup><https://www.thm.de/ei/forschung/arbeitsgruppen-projekte/raumfahrtelektronik>

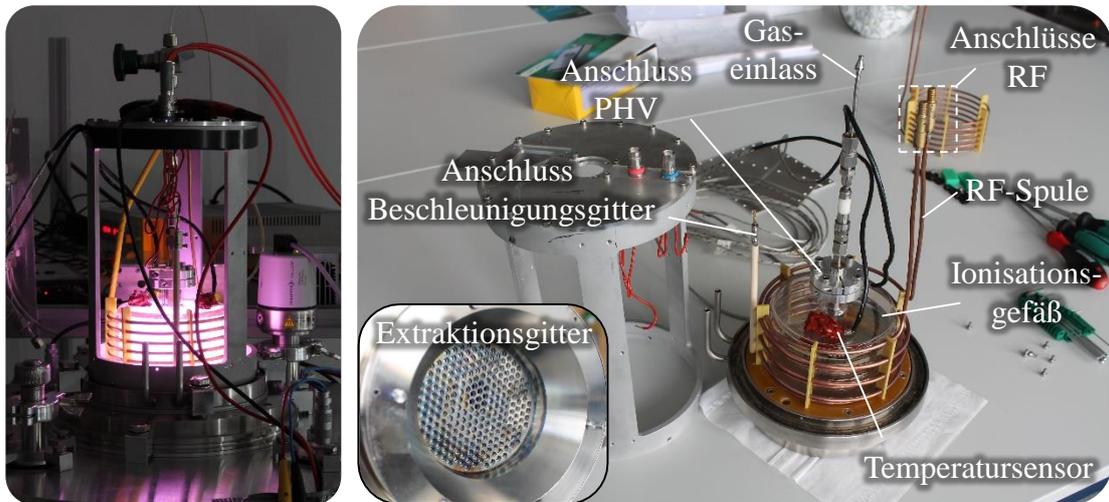
Gegenüber der Raumsonde oder des Triebwerks liegt es auf einem positiven Potenzial. Die zugehörige Hochspannungsquelle wird als PHV (positive high voltage) bezeichnet und ist gemäß Abb. 2.1 mit dem Gaseinlass verbunden. Aufgrund der Leitfähigkeit des Plasmas stellt sich das angelegte PHV-Potenzial bei vorhandenem Plasma auch am Grenzanker ein. Dahinter befindet sich das auf negativem Potenzial (negative high voltage; NHV) liegende Beschleunigungsgitter. Es dient zum Einen der Beschleunigung und Fokussierung der Ionen, zum Anderen dazu, den Plasmagrenzanker vor Elektronen des Neutralisators zu schützen. Gelangen Ionen durch thermische Diffusion aus dem Plasma in den Einflussbereich des elektrostatischen Feldes zwischen Abschirm- und Beschleunigungsgitter, so werden sie nach außen hin beschleunigt und erzeugen eine Schubkraft. Der pro Extraktionskanal erzeugte Strom wird, stammend aus dem angloamerikanischen, als Beamlet bezeichnet. Die Summe aller Beamlets bildet den resultierenden Gesamtstrom der Ionen, den Strahlstrom. Das dritte Gitter ist generell eine optionale Komponente des RIT, wird aber bei beiden in dieser Arbeit untersuchten Triebwerken eingesetzt. Es liegt auf dem Bezugspotenzial des Triebwerks und dient dem Schutz vor Umladungsionen, die das zweite Gitter beschädigen können und somit dessen Lebensdauer reduzieren würden. Ebenso dient es der Abschirmung des hohen positiven Potenzials des Plasmagrenzankers, damit keine Elektronen des Neutralisators nach innen gesaugt werden. Eine detailliertere Beschreibung der Ionenextraktion, auch im Hinblick als begrenzende Größe der Lebensdauer des RIT, wird in Abschnitt 2.5 geliefert.

Der Neutralisator dient der Neutralisation des Ionenstrahls. Aufgrund des permanent austretenden, positiven Ionenstromes würde sich die Raumsonde negativ aufladen. Ist das negative Potenzial groß genug, werden Ionen zurück zum Triebwerk beschleunigt, der Schub versiegt. Der Elektronenstrom muss also im Mittel dem austretenden Ionenstrom entsprechen, um die Aufladungseffekte zu verhindern. Neben seiner eigentlichen Aufgabe der Strahlneutralisation kann der Neutralisator auch dazu genutzt werden, das Plasma zu zünden. Wird das zweite Gitter ebenfalls auf gegenüber der Raumsonde positives Potenzial eingestellt, werden Elektronen von außerhalb in das Ionisationsgefäß gezogen. Die Elektronendichte im Gefäß reicht nun aus, um bereits mit geringen HF-Leistungen die Ionisation des Gases zu bewerkstelligen und das Plasma zu zünden [8]. Als flugtaugliche Neutralisatoren kommen aufgrund ihrer Zuverlässigkeit und Langlebigkeit Plasmabrückenneutralisatoren zum Einsatz, wie bspw. Hohlkathoden-Neutralisatoren. Weiterführende Informationen und mögliche Neutralisatoren finden sich in Ref. [15].

Die AG Raumfahrtelctronik der Technischen Hochschule Mittelhessen besitzt zwei HF-Ionenquellen des Types RIM. Die Bezeichnung steht für Radiofrequenz-Ionenquelle für Materialbearbeitung. RIM sind im Wesentlichen baugleich mit den RIT, unterscheiden sich nur in einer reduzierten Anzahl an Löchern und einem vergrößerten Durchmesser der Extraktionskanäle. Abbildung 2.2 zeigt die beiden



(a) Das RIM-4 im Betrieb (links) und im zerlegten Zustand (rechts).



(b) Das RIM-10 im Betrieb (links) und in ausgebautem Zustand (rechts).

Abbildung 2.2: Die in der Arbeit verwendeten Ionenquellen des Typs RIM: (a) RIM-4 mit 4 cm Extraktionsdurchmesser (b) RIM-10 mit 10 cm Extraktionsdurchmesser

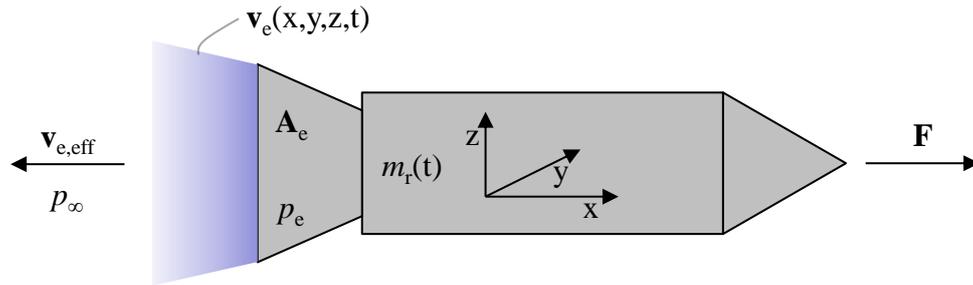


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung einer Rakete und zugehöriger vektorieller Größen.

Triebwerke. Im oberen Bild 2.2a ist das RIM-4 in Betrieb (links) und im auseinandergebauten Zustand (rechts) zu erkennen. Man sieht das Ionisationsgefäß samt den Anschlüssen für das RF-Signal sowie das Aluminiumgehäuse. Auch zu erkennen ist der erwähnte PHV-Anschluss am Gaseinlass in Form eines Rings. In Abb. 2.2b ist das RIM-10 dargestellt. Auch hier zeigt das linke der Bilder den gezündeten Zustand des Triebwerks, bei dem auch das Plasma gut zu erkennen ist. Im unteren rechten Bild ist das RIM-10 in ausgebautem Zustand zu sehen. Die Zahl hinter dem RIM bezeichnet den Durchmesser des extrahierenden Gittersystems in cm. Wie bereits erwähnt, liegen beide Ionenquellen oder Triebwerke in einer angepassten Version vor.

## 2.3 Kenngrößen elektrischer Triebwerke mit Bezug auf das RIT

In der Raumfahrt haben sich hauptsächlich drei Kenndaten zur Charakterisierung von Triebwerken eingebürgert, die für eine Missionsplanung unerlässlich sind: Schub, spezifischer Impuls und unterschiedliche Wirkungsgrade. Diese Größen werden in den folgenden Abschnitten dargestellt und zeigen die entscheidenden Unterschiede zwischen konventionellen und elektrischen Antrieben auf. Sie stellen außerdem einen Bezug zwischen der Leistung des Triebwerkes zur transportierten Masse (z.B. Treibstoff) und der resultierenden Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  her.

### 2.3.1 Schub

Basierend auf dem Impulserhaltungssatz und dem 3. Newton'schen Axiom „actio gleich reactio“ erzeugt ein Raumfahrtantrieb eine der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft, indem Partikel ausgestoßen werden. Diese Kraft spiegelt den sogenannten Schub  $F$  wider. Abbildung 2.3 zeigt schematisch eine Rakete und die für den Schub relevanten vektoriellen Größen.

Die erzeugte Kraft setzt sich zusammen aus der zeitlichen Änderung des Impulses

und einem Druckbeitrag, der durch den Druckgradienten zwischen Triebwerk und Umgebung auf die Austrittsfläche wirkt [1]:

$$\mathbf{F} = \underbrace{-\frac{d\mathbf{I}}{dt}}_{\text{Impulsbeitrag}} \underbrace{-p \cdot \mathbf{A}}_{\text{Druckbeitrag}} = -m_r \frac{d\mathbf{v}_e}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{dm_r}{dt} - (p_e - p_\infty) \cdot \mathbf{A}_e \quad (2.1)$$

Fettgedruckt und aufrecht stehende Zeichen beschreiben die vektoriellen Größen, wie den Schub  $\mathbf{F}$ , den Impuls  $\mathbf{I}$ , die Austrittsfläche  $\mathbf{A}_e$  sowie die Austrittsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_e$ . Die Masse  $m_r$  des Raumflugkörpers sowie der Entladungsdruck  $p_e$  und der Umgebungsdruck des Weltraums  $p_\infty$  sind skalare Größen. Unter der Annahme einer konstanten Austrittsgeschwindigkeit des Treibstoffes mit  $|\mathbf{v}_e| = \text{konst.}$ , einem bei elektrischen Triebwerken typischen niedrigen Entladungsdruck  $p_e$  und einer sehr hohen Austrittsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_e$  kann Gleichung 2.1 folgendermaßen vereinfacht werden [2; 9; 16]:

$$\mathbf{F} \approx -\mathbf{v}_e \frac{dm_r}{dt} = -\dot{m}_r \cdot \mathbf{v}_e \quad (2.2)$$

Für die Bewegungsrichtung der Rakete ist nur der Schub in axialer Richtung (also der x-Richtung) von Interesse. Bei chemischen Triebwerken können sich aufgrund der Düsenform Richtungskomponenten des Treibstoffstrahles in y- und z-Richtung ergeben. Im Regelfall ist die Düse jedoch rotationssymmetrisch aufgebaut, sodass sich diese Komponenten gegenseitig aufheben. Auch beim RIT ist dies durch die Anordnung mehrerer hintereinander liegender Extraktionskanäle und der in Abschnitt 2.5 beschriebenen Ionenoptik gegeben. Im eindimensionalen Fall lässt sich der Schub mithilfe der effektiven Austrittsgeschwindigkeit  $v_{e,\text{eff}}$  auch in skalarer Schreibweise darstellen:

$$F = |\mathbf{F}| = \dot{m}_r \cdot v_{e,\text{eff}} \quad (2.3)$$

Der Triebwerksschub entspricht also dem Produkt aus Treibstoffdurchsatz (zeitlichen Änderung der Raketenmasse  $\dot{m}_r$ ) und der Austrittsgeschwindigkeit  $v_{e,\text{eff}}$  des Treibstoffes. Gleichung (2.3) zeigt, dass eine Erhöhung der Treibstoffgeschwindigkeit bei konstant gehaltenem Schub in einer Reduktion des Massendurchsatzes resultiert. Bei chemischen Raketenantrieben ist die Austrittsgeschwindigkeit aufgrund der im Treibstoff gebundenen Energie und durch die thermische Belastbarkeit der Düse auf etwa 4.000 bis 5.000  $\text{m s}^{-1}$  begrenzt [3; 8]. Durch die entkoppelte Energieversorgung bei elektrischen Triebwerken können bei diesen bis zu zwanzigfach höhere Strahlgeschwindigkeiten erreicht werden [8] als bei konventionellen Raketenantrieben.

Während Gl. (2.3) die allgemeine Form des Schubes beschreibt, tragen beim RIT sowohl die beschleunigten Ionen der Masse  $m_i$  und ihrer mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}_i$  als auch die mit thermischer Geschwindigkeit austretenden Atome ( $m_n$  und  $\bar{v}_n$ )

zum axialen Schub bei [16]. Elektronen können aufgrund ihrer geringen Masse von vornherein vernachlässigt werden. Es ergibt sich folgende Gleichung für den Schub beim RIT:

$$F = \dot{m}_r \cdot v_{e,\text{eff}} = \dot{m}_i \cdot \bar{v}_i + \dot{m}_n \cdot \bar{v}_n \quad (2.4)$$

Bei den hier verwendeten Treibstoffen (Argon und Xenon) gilt im Allgemeinen aufgrund der elektrostatischen Kräfte auf die Ionen, dass  $\bar{v}_i \gg \bar{v}_n$ . Der durch die Neutralteilchen verursachte Schubanteil ist gegenüber dem der Ionen zu vernachlässigen, woraus resultiert:

$$F \approx \dot{m}_i \cdot \bar{v}_i \quad (2.5)$$

Einfach positiv geladene Ionen mit der Elementarladung  $e$ , die durch thermische Diffusion in den Extraktionskanal gelangen und die am Plasmagrenzanker anliegende Spannung  $U_{\text{scr}}$  durchlaufen, erlangen folgende kinetische Energie:

$$E_{i,\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot \bar{v}_i^2 = e \cdot U_{\text{scr}} \quad (2.6)$$

Daraus ergibt sich eine mittlere Ionengeschwindigkeit mit:

$$\bar{v}_i = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_{\text{scr}}}{m_i}} \quad (2.7)$$

Für die Geschwindigkeit der Ionen spielt das negative Potenzial des Beschleunigungsgitters keine Rolle. Zwar werden die Ionen zwischen Plasmagrenzanker und Beschleunigungsgitter durch das Potenzialgefälle beschleunigt, zwischen Beschleunigungsgitter und Bremsgitter aber in gleichem Maße wieder durch die negative Spannung abgebremst, sodass im Mittel nur  $U_{\text{scr}}$  einen Beitrag zur Austrittsgeschwindigkeit leistet. Die Massenflussrate  $\dot{m}_i$  kann mit dem extrahierten Strahlstrom  $I_b$  in Beziehung gesetzt werden:

$$\dot{m}_i = \frac{dm_i}{dt} = \frac{I_b \cdot m_i}{e} \quad (2.8)$$

Das Einsetzen der Gleichungen (2.7) und (2.8) in (2.5) ergibt in erster Näherung die Schubgleichung für ein RIT:

$$F \approx I_b \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_i \cdot U_{\text{scr}}}{e}} \quad (2.9)$$

Die Gleichung gilt unter Vernachlässigung verlustbehafteter Nutzung des Treibstoffs oder der Verluste durch elektrische Leistung und unter Annahme eines parallelen und geschwindigkeitshomogenen Treibstoffstrahls. Die Verlustfaktoren werden in Form

von Triebwerkswirkungsgraden in den folgenden Abschnitten genauer erläutert.

### 2.3.2 Spezifischer Impuls

Im vorherigen Abschnitt wurde der Schub eines Raumfahrtantriebes, bzw. eines Ionenantriebes, beschrieben. Dabei folgte die Herleitung durch die Impulsänderung des Antriebes. Zur Bewertung der Triebwerkseffizienz werden spezifische Größen eingeführt. Der Triebwerksimpuls  $I_r$  wird auf Triebwerksmasse [11] bezogen und liefert den massenspezifischen Impuls:

$$I_m = \frac{I_r}{m_r} = \int \frac{F}{m_r} dt \quad (2.10)$$

Für den Fall eines konstanten Schubs  $F$  und Integration über die gesamte Brenndauer  $T$  (Schubdauer) lässt sich Gl. (2.10) zur effektiven Strahlgeschwindigkeit überführen:

$$I_m = \frac{F}{m_r} \int_0^T dt = \frac{F \cdot T}{m_r} = F \cdot \frac{dt}{dm_r} = \frac{F}{\dot{m}_r} = v_{e,\text{eff}} \quad (2.11)$$

Anhand eines Beispiels lässt sich die Aussage des massenspezifischen Impulses verdeutlichen: Die durch die thermische Energie beschränkte Austrittsgeschwindigkeit beträgt bei chemischen Triebwerken in etwa  $4.000 \text{ m s}^{-1}$ . Das entspricht einem konstanten Schub von  $4.000 \text{ N}$  über  $1 \text{ s}$ . Während dieser Zeit wird ein Treibstoff von  $1 \text{ kg}$  ( $= \dot{m}_r$ ) verbraucht. Elektrische Antriebe im Vergleich haben Austrittsgeschwindigkeiten von über  $40.000 \text{ m s}^{-1}$ . Bei gleichem Schub ist dies gleichbedeutend mit einem um den Faktor 10 reduzierten Treibstoffverbrauch, was eine erhöhte Effizienz gegenüber konventionellen Antrieben impliziert.

Aufgrund unterschiedlicher Einheitensysteme eignet sich der massenspezifische Impuls nicht als internationaler Vergleichsparameter. Daher hat sich der gewichtsspezifische Impuls, oft auch vereinfacht als spezifischer Impuls bezeichnet, durchgesetzt [1–4; 8; 11]. Er bezieht den vom Treibstoff generierten Impuls  $I_t$  auf das Gewicht  $M_t$  der ausgestoßenen Treibstoffmasse. Durch den in der Gewichtseinheit steckenden Bezug zur Erdbeschleunigung  $g_0 \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$  erhält man schließlich die Einheit Sekunde:

$$I_{\text{sp}} = \frac{I_t}{M_t} = \frac{m_t \cdot v_{e,\text{eff}}}{m_t \cdot g_0} = \frac{v_{e,\text{eff}}}{g_0} \quad (2.12)$$

Die Einheit Sekunde ist deshalb sinnvoll, da sie in allen Einheitensystemen gleich definiert und massenunabhängig ist und sich dementsprechend als Vergleichsparameter eignet. Analog zu oben genanntem Beispiel erhält man einen  $I_{\text{sp}}$  von bis zu  $400 \text{ s}$  bei chemischen und von über  $4.000 \text{ s}$  bei elektrischen Antrieben.

Angewandt auf das RIT unter Verwendung von Gl. (2.7) für die Austrittsge-

schwindigkeit  $v_{e,\text{eff}} \approx \bar{v}_i$  ergibt sich der spezifische Impuls zu:

$$I_{\text{sp}} \approx \frac{1}{g_0} \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_{\text{scr}}}{m_i}} \quad (2.13)$$

### 2.3.3 Triebwerkwirkungsgrade

Die bereits beschriebenen Gleichungen für Schub und spezifischen Impuls wurden für ideale Gegebenheiten ermittelt. In einem realen System müssen Treibstoff- und Leistungsverluste sowie Divergenz des Ionenstrahles und mögliche Inhomogenitäten der Plasmaverteilung oder Geschwindigkeitsvektoren der austretenden Teilchen berücksichtigt werden. Da nicht alle Teilchen das Triebwerk in geladenem Zustand verlassen, führt man einen Massenwirkungsgrad  $\eta_m$  ein. Die zugeführte Energie kann nicht vollständig verlustfrei in kinetische Energie umgewandelt werden, daher wird der elektrische Wirkungsgrad  $\eta_e$  eingeführt. Nicht alle austretenden Teilchen verlassen das Triebwerk parallel zur Schubrichtung. Die Aufweitung des Ionenstrahls und nicht zum Schub beitragender Komponenten wird mit dem Divergenzwirkungsgrad  $\eta_{\text{div}}$  beschrieben. Eine mögliche inhomogene Energie- und Geschwindigkeitsverteilung der Ionen wird durch den Homogenitätswirkungsgrad  $\eta_{\text{hom}}$  berücksichtigt.

#### Massenwirkungsgrad

Durch ungünstige geometrische Verhältnisse oder durch Treibstoff, der das Triebwerk ohne nennenswerte Austrittsgeschwindigkeit verlässt, geht ein mehr oder weniger großer Anteil an Treibstoff für die Schuberzeugung verloren. Der Nutzungsgrad des Treibstoffs oder auch Massenwirkungsgrad berechnet sich aus dem Verhältnis der mit  $v_{e,\text{eff}}$  ausgestoßenen Treibstoffmasse  $m_t$  zur Gesamttreibstoffmasse  $m_{t,\text{ges}}$  [11]:

$$\eta_m = \frac{m_t}{m_{t,\text{ges}}} \quad (2.14)$$

Bezogen auf das RIT ergibt sich der mit hoher Geschwindigkeit ausgestoßene Treibstoff durch den Massenfluss der einfach ionisierten Teilchen  $\dot{m}_i$  und der Gesamtfluss  $\dot{m}$  aus der Summe der Massenflüsse von Ionen und Neutralgasatomen. Daraus folgt der Massenwirkungsgrad beim RIT mit:

$$\eta_m = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_i + \dot{m}_n} = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \quad (2.15)$$

Setzt man Gl. (2.8) für den Massenfluss der Ionen ein, erhält man den Massenwirkungsgrad des RIT:

$$\eta_m = \frac{I_b \cdot m_i}{e \cdot \dot{m}} \quad (2.16)$$

Typischerweise arbeiten die verwendeten Massedurchflussregler mit der Einheit sccm, die laut Ref. [2] mit  $1 \text{ sccm} = 7,435.83 \cdot 10^{-4} \cdot M_a \text{ kg s}^{-1}$  umgerechnet werden kann.  $M_a$  bezeichnet dabei die atomare Masse des Treibstoffes, die für Xenon 131,29 und Argon 39,95 beträgt. Durch die messtechnische Bestimmung des Strahlstromes und die durch den MFC geregelte Treibstoffzufuhr kann der Massenwirkungsgrad mit geringem Aufwand berechnet werden.

### Elektrischer Wirkungsgrad (Energiewirkungsgrad)

Der Energiewirkungsgrad  $\eta_E$  beschreibt die Effizienz der Energiewandlung durch Normierung der Strahlleistung  $P_s$  auf die Gesamtleistung  $P_{\text{ges}}$ :

$$\eta_E = \frac{P_s}{P_{\text{ges}}} \quad (2.17)$$

Die Strahlleistung erhält man durch Ableitung der kinetischen Energie  $E_t$  des Treibstoffes relativ zur Rakete [11] mit:

$$P_s = \frac{dE_t}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m}_t \cdot v_{e,\text{eff}}^2 \quad (2.18)$$

Bezieht man Gl. (2.18) nun auf elektrische Antriebe, so ergibt sich die Strahlleistung unter Vernachlässigung des thermischen Energieanteils zu:

$$P_s = \frac{d(E_{i,\text{kin}} + E_{n,\text{kin}})}{dt} \approx \frac{dE_{i,\text{kin}}}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m}_i \cdot \bar{v}_i^2 = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \bar{v}_i \quad (2.19)$$

Setzt man Gl. (2.9) für den Schub und Gl. (2.7) für die Geschwindigkeit der Ionen ein, erhält man die Strahlleistung des RIT aus dem Produkt von Strahlstrom  $I_b$  und Strahlspannung ( $U_{\text{strahl}} \approx U_{\text{scr}}$ ):

$$P_s \approx I_b \cdot U_{\text{scr}} \quad (2.20)$$

Die Gesamtleistung  $P_{\text{ges}}$  beinhaltet neben der Strahlleistung auch die Verlustleistung  $P_v$ . Als Verlustleistung wird diejenige Leistung bezeichnet, die nicht direkt zur Treibstoffbeschleunigung beiträgt. Die Triebwerksverluste bestehen bei Ionenantrieben im Allgemeinen aus Heizverlusten (z.B. Heizen des Treibstoffes), der vom RFG benötigten DC-Leistung im Zwischenkreis  $P_{\text{rfg,dc}}$  und den Beschleunigerverlusten  $P_{\text{ex}}$  am Extraktionsgittersystem. Da bei den verwendeten Edelgasen als Treibstoff keine Heizung notwendig ist, können Heizverluste vernachlässigt werden und es folgt:

$$P_{\text{ges}} = P_s + \underbrace{P_{\text{ex}} + P_{\text{rfg,dc}}}_{P_v} = I_b \cdot U_{\text{scr}} + I_{\text{acc}} \cdot (U_{\text{scr}} + U_{\text{acc}}) + P_{\text{rfg,dc}} \quad (2.21)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.20) und (2.21) in (2.17) erhält man den Energiewirkungsgrad der bei elektrischen Antrieben dem elektrischen Wirkungsgrad entspricht:

$$\eta_E = \eta_e = \frac{I_b \cdot U_{\text{scr}}}{I_b \cdot U_{\text{scr}} + I_{\text{acc}} \cdot (U_{\text{scr}} + U_{\text{acc}}) + P_{\text{rfg,dc}}} \quad (2.22)$$

$I_{\text{acc}}$  und  $U_{\text{acc}}$  beschreiben den Strom und die Spannung am Beschleunigungsgitter. Der zum zweiten Gitter fließende Strom muss ebenfalls am Plasmagrenzanker als Verlust berücksichtigt werden. Wie sich die Ströme und Spannungen an den einzelnen Gittern genau ergeben, wird in Abschnitt 2.5 behandelt.

Um den elektrischen Wirkungsgrad zu erhöhen, muss die zur Erzeugung eines Ions benötigte Energie  $E_{i,v}$ , möglichst klein gehalten werden:

$$E_{i,v} = \frac{e \cdot P_v}{I_b} \quad (2.23)$$

Setzt man diese Energie, die Ionenproduktionskosten, in Gleichung (2.22) ein, erkennt man, dass der Wirkungsgrad mit steigender Spannung  $U_{\text{scr}}$  und folglich mit steigender Austrittsgeschwindigkeit zunimmt, während hohe Ionenproduktionskosten zur Senkung des Wirkungsgrades führen [11; 16]:

$$\eta_e = \frac{e \cdot U_{\text{scr}}}{e \cdot U_{\text{scr}} + E_{i,v}} \quad (2.24)$$

Ein niedriger elektrischer Wirkungsgrad impliziert eine erhöhte Verlustleistung, die in Form von Wärmestrahlung an das Weltall abgegeben werden muss. Da dies nicht nur herausfordernd ist, sondern gleichzeitig auch einen erhöhten Anteil an Raketenmasse in Form von Radiatoren und Kühlsystemen darstellt, ist ein hoher elektrischer Wirkungsgrad anzustreben. Für eine reale Missionsauslegung müssen in Gleichung (2.22) zusätzlich die Wirkungsgrade der einzelnen Geräte (NHV, PHV und RFG) berücksichtigt werden. Untersuchungen zum Wirkungsgrad des RFGs finden sich beispielsweise in Ref. [9].

Eine weitere zu beurteilende Größe ist der Quotient aus Gesamtleistung und Schub nach Einsetzen des elektrischen Wirkungsgrades aus Gl. (2.17) und der Strahlleistung aus Gl. (2.19):

$$\frac{P_{\text{ges}}}{F} = \frac{P_s}{\eta_e \cdot F} = \frac{\bar{v}_i}{2 \cdot \eta_e} = P_{\text{sp}} \quad (2.25)$$

Die spezifische Leistung  $P_{\text{sp}}$  sagt aus, dass der Schub bei gegebener Strahlleistung  $P_s$  mit steigender Austrittsgeschwindigkeit sinkt, weshalb die Schübe der elektrischen Triebwerke im Vergleich zu chemischen so gering sind.

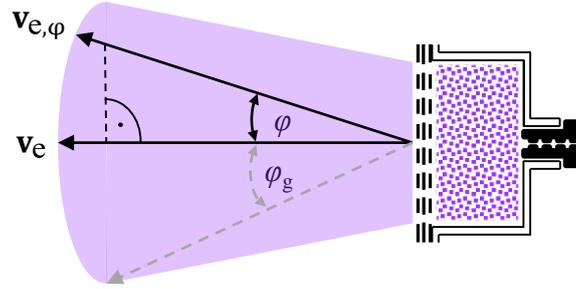


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Ionenstrahls zur Beschreibung des winkelabhängigen Geschwindigkeitsvektors.

### Divergenzwirkungsgrad

Aufgrund ungünstiger ionenoptischer Extraktionsverhältnisse und der elektrostatischen Abstoßung von Teilchen gleicher Ladung weist der Strahl eine Divergenz auf. Wegen des rotationssymmetrischen Aufbaus heben sich zwar die winkelabhängigen Anteile nahezu auf, sodass die Bewegungsrichtung nicht beeinflusst wird. Allerdings tragen nicht alle Ladungsträger voll zum Schub bei. Abb. 2.4 zeigt schematisch die Geschwindigkeitsvektoren in paralleler Richtung  $\mathbf{v}_e$  und mit winkelabhängigem Anteil  $\mathbf{v}_{e,\varphi}$  eines RIT mit divergentem Ionenstrahl. Eine Herleitung des Wirkungsgrads bietet Ref. [11] durch die vektorielle Addition aller Einzelimpulse der Treibstoffteilchen. An dieser Stelle wird die Annahme getroffen, dass der Geschwindigkeitsbetrag der Teilchen konstant ist:

$$|\mathbf{v}_{e,\varphi}| = v_{e,\varphi} = \text{konst.} \quad (2.26)$$

Ebenfalls gilt, dass nur die axiale Komponente zum Schub beiträgt:

$$\frac{\mathbf{v}_{e,\varphi} \circ \mathbf{v}_e}{|\mathbf{v}_e|} = v_{e,\varphi} \cdot \cos \varphi \quad (2.27)$$

Über die Mittelung aller axialer Komponenten und der Annahme einer konstanten Teilchendichte pro Raumwinkeleinheit erhält man den Divergenzwirkungsgrad in Abhängigkeit des Aperturwinkels  $\varphi_g$ , dem Winkel zwischen Symmetrieachse und dem äußersten Beamlet:

$$\eta_{\text{div}} = \frac{v_e}{v_{e,\varphi}} = \frac{1 + \cos \varphi_g}{2} \quad (2.28)$$

Der Winkel  $\varphi_g$  entspricht demnach auch dem maximalen Winkel des Ionenstrahls, bezogen auf die Symmetrieachse unter den zuvor beschriebenen Annahmen. Gleichung (2.28) kann für das RIT übernommen werden.

Allgemein kann der Divergenzwirkungsgrad auch über das Verhältnis der Summe der einzelnen winkelabhängigen Kraftkomponenten  $|F_i| \cdot \cos \varphi_i$  eines jeden Teilchens

$i$  in axialer Richtung zum Gesamtschub  $\sum |F_i|$  definiert werden:

$$\eta_{\text{div}} = \frac{\sum |F_i| \cdot \cos \varphi_i}{\sum |F_i|} = \cos \varphi_{\text{div}} \quad (2.29)$$

$\varphi_{\text{div}}$  beschreibt dann den Winkel, mit dem die extrahierten Ionen das Triebwerk im Mittel verlassen [17].

### Homogenitätswirkungsgrad

Treten Inhomogenitäten des Treibstoffstrahls auf, so wirkt sich dies auch auf die örtlichen Geschwindigkeiten des Ionenstrahls aus und damit auch auf die gemittelten Geschwindigkeiten. Einen Ansatz liefert Referenz [11], der die Inhomogenitäten bei einer uneinheitlich, statistisch verteilten Treibstoffgeschwindigkeit über den Quotienten der mittleren Geschwindigkeit zum Quadrat zum Mittel der Geschwindigkeitsquadrate beschreibt:

$$\eta_{\text{hom}} = \frac{\overline{v_e^2}}{\overline{v_e}^2} \quad (2.30)$$

Bei Ionenantrieben kann eine Inhomogenität der Austrittsgeschwindigkeit durch unterschiedliche Effekte auftreten:

- Im Extraktionskanal durch Umladung entstehende Ionen, die dann nicht mehr auf die volle Endgeschwindigkeit  $\bar{v}_i$  nach Gl. (2.7) beschleunigt werden.
- Inhomogene Dichtefunktion des Plasmas, wodurch eine Defokussierung des Ionenstrahls verursacht werden kann (siehe Abschnitt 2.5).
- Uneinheitliche Massen  $m_i$  oder Ladungen  $Q_i$  der Treibstoffionen führen zu einer veränderten Geschwindigkeit [11]:

$$\frac{\Delta v_i}{v_i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta(Q_i/m_i)}{(Q_i/m_i)} \quad (2.31)$$

### Gesamtwirkungsgrad und Berücksichtigung der Wirkungsgrade bei Schub und spezifischem Impuls

Wie die letzten Abschnitte gezeigt haben, gibt es viele Mechanismen, die zu einer Beeinflussung und Senkung der mittleren Austrittsgeschwindigkeit führen. So müssen die Wirkungsgrade auch in die Berechnung des Schubs  $F$  und des spezifischen Impulses  $I_{\text{sp}}$  einfließen. Aufgrund der mit thermischer Geschwindigkeit austretenden Neutralteilchen, einer inhomogenen Energieverteilung der Ionen und eines divergenten Ionenstrahls kann die effektive Austrittsgeschwindigkeit der positiven Ladungsträger

wie folgt ausgedrückt werden:

$$\bar{v}_{i,\text{eff}} = \eta_m \cdot \eta_{\text{hom}} \cdot \eta_{\text{div}} \cdot \bar{v}_i \quad (2.32)$$

Ausgehend von der allgemeinen Form des Schubs aus Gl. (2.3) wird nun die effektive Strahlgeschwindigkeit aus Gl. (2.32) eingesetzt und der Treibstoffverbrauch  $\dot{m}_r$  durch  $\dot{m}_i/\eta_m$  ersetzt. Es ergibt sich folgende Gleichung für den Schub unter Berücksichtigung der Wirkungsgrade:

$$F = \dot{m}_r \cdot v_{e,\text{eff}} = \eta_{\text{hom}} \cdot \eta_{\text{div}} \cdot I_b \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_i \cdot U_{\text{scr}}}{e}} \quad (2.33)$$

Analog dazu muss auch die Austrittsgeschwindigkeit beim spezifischen Impuls durch Gl. (2.32) ersetzt werden und ergibt sich demnach zu:

$$I_{\text{sp}} = \frac{v_{e,\text{eff}}}{g_0} = \eta_m \cdot \eta_{\text{hom}} \cdot \eta_{\text{div}} \cdot \frac{\bar{v}_i}{g_0} = \eta_m \cdot \eta_{\text{hom}} \cdot \eta_{\text{div}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_{\text{scr}}}{m_i \cdot g_0^2}} \quad (2.34)$$

Der Gesamtwirkungsgrad wird je nach Quelle unterschiedlich definiert. Nach den Referenzen [8; 11] kann er durch das Produkt aller Wirkungsgrade angegeben werden:

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_m \cdot \eta_e \cdot \eta_{\text{div}} \cdot \eta_{\text{hom}} \quad (2.35)$$

In [2; 3] wird der Gesamtwirkungsgrad eines elektrischen Antriebs, stellenweise auch als innerer Wirkungsgrad bezeichnet, durch den Quotienten aus der dem Strahl zugeführten Leistung<sup>1</sup> zur elektrischen Gesamtleistung ausgedrückt. Dieser Ausdruck beschreibt wieviel der zugeführten Leistung in kinetische Energie umgewandelt wird und vermittelt daher einen guten Eindruck der vier Triebwerkwirkungsgrade [11]:

$$\eta_{\text{ges}^*} = \frac{P_{s,\text{ges}}}{P_{\text{ges}}} = \frac{F^2}{2 \cdot \dot{m}_r \cdot P_{\text{ges}}} = \eta_m \cdot \eta_e \cdot \eta_{\text{div}}^2 \cdot \eta_{\text{hom}} \quad (2.36)$$

Da in der Praxis meist monoenergetische Verhältnisse des Ionenstrahls vorliegen [2; 8; 9] und die Divergenzwinkel bei Ionenantrieben bei guten Betriebsparametern unter 25° betragen, können Homogenitäts- und Divergenzwirkungsgrad näherungsweise vernachlässigt werden ( $\eta_{\text{hom}} \approx \eta_{\text{div}} \approx 1$ ). Untersuchungen einer nicht homogenen Plasmadichte liefern Simulationen aus Ref. [18]. Messungen der arbeitspunktabhängigen Divergenzwinkel des verwendeten RIM-4 werden in Ref. [17] beschrieben.

<sup>1</sup>Hier wird die allgemeine Form der Strahlleistung, inkl. atomarem Anteil, beschrieben und daher als  $P_{s,\text{ges}}$  bezeichnet [2].

### 2.3.4 Die Raketengleichung

Eine weitere wichtige Größe zur Berechnung des Antriebsvermögens einer Rakete ist die Raketengleichung, die bereits Ende des 19. Jahrhunderts durch den russischen Gymnasiallehrer Konstantin Ziolkowsky entdeckt wurde [3]. Hergeleitet wird diese, wie auch der Schub, über die Impulserhaltung einer Rakete und anschließender Integration über die Start- und Endgeschwindigkeit. Man erhält die Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  einer Rakete nach Brennschluss mit:

$$v_{\text{start}} - v_{\text{ende}} = \Delta v = v_{e,\text{eff}} \cdot \ln \left( \frac{m_f}{m_f + m_t} \right) \quad (2.37)$$

Dabei beschreibt  $m_f$  die Masse der Rakete nach Ausstoß des Treibstoffs der Masse  $m_t$  mit der Austrittsgeschwindigkeit  $v_{e,\text{eff}}$ . Die exakte Herleitung kann beispielsweise den Referenzen [2; 3; 11] entnommen werden. Drückt man die effektive Austrittsgeschwindigkeit unter Vernachlässigung der Wirkungsgrade durch den spezifischen Impuls nach Gl. (2.12) aus, so ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\Delta v = I_{\text{sp}} \cdot g_0 \cdot \ln \left( \frac{m_f}{m_f + m_t} \right) \quad (2.38)$$

Die Gleichung zeigt, dass bei definiertem Geschwindigkeitszuwachs und gegebener Endmasse die Treibstoffmasse reduziert werden kann, wenn man den spezifischen Impuls respektive die Austrittsgeschwindigkeit des Treibstoffs erhöht. Kann man die Treibstoffmasse verringern, so verringert sich nicht nur das Gesamtgewicht der Rakete sondern auch der benötigte Platzbedarf, was in reduzierten Kosten resultiert. Den Mehrwert einer erhöhten Austrittsgeschwindigkeit kann man zusätzlich durch Auflösen von Gl. (2.12) nach der Treibstoffmasse verdeutlichen:

$$m_t = m_f \cdot \left[ \exp \left( \frac{\Delta v}{v_{e,\text{eff}}} \right) - 1 \right] = m_f \cdot \left[ \exp \left( \frac{\Delta v}{I_{\text{sp}} \cdot g_0} \right) - 1 \right] \quad (2.39)$$

Die Treibstoffmasse steigt exponentiell mit dem Geschwindigkeitszuwachs. Missionen, die ein hohes  $\Delta v$  benötigen, sind oft auf elektrische Antriebe aufgrund des hohen  $I_{\text{sp}}$  angewiesen.

## 2.4 Grundlagen der Plasmaphysik

Um die in dieser Arbeit behandelten Kennlinien, dynamischen Prozesse und die Parameter identifizierter Übertragungsfunktionen interpretieren zu können, wird ein grundlegendes Verständnis der Prozesse im Plasma benötigt, welches in diesem Abschnitt vermittelt wird. Das Plasma stellt die Ladungsträgerquelle dar, deren Ionen anschließend aus dem Triebwerk zur Schuberzeugung extrahiert werden.

Bei einem Plasma handelt es sich im Allgemeinen um eine Ansammlung freier geladener Teilchen, die sich in zufälliger Richtung bewegen und deren Ansammlung im Mittel als elektrisch neutral betrachtet werden kann [19]. In dieser Arbeit werden ausschließlich Plasmen aus rein atomaren Edelgasen Argon und Xenon untersucht. Letzteres wird bei wissenschaftlichen und kommerziellen Weltraummissionen bevorzugt, ersteres bietet eine kostengünstigere Alternative für den Laborbetrieb. Edelgase sind inert und erzeugen keine chemischen Erosionen an Extraktionsgittern und dem Triebwerk benachbarten Baugruppen. Zusätzlich bietet Xenon eine moderate erste Ionisationsenergie und eine hohe Atommasse [2; 16]. Bei den im RIT erzeugten Plasmen spricht man von schwach-ionisierten, nicht-thermischen Niederdruckplasmen, die sich durch folgende Merkmale auszeichnen [9; 16; 19]:

- Das Plasma wird durch die induktiv eingekoppelte Energie elektrisch geheizt.
- Für den Erhalt des Plasmas sind Kollisionen zwischen geladenen Teilchen und den Atomen des neutralen Gases entscheidend. Als dominant können vor allem Stöße zwischen Elektronen und Atomen betrachtet werden.
- Die Oberflächenverluste durch Ladungsträgerrekombinationen an den an das Plasma angrenzenden Wänden sind maßgeblich für die Entladungsverluste verantwortlich.
- Elektronen befinden sich nicht im thermischen Gleichgewicht mit den Ionen, folglich liegt die Elektronentemperatur erheblich über der der Ionen:  $T_e \gg T_i$ .
- Das Plasma ist schwach-ionisiert, nur ein geringer Teil der Partikel ist demnach elektrisch geladen. Typischerweise liegt der Ionisationsgrad bei etwa 0,1 % bis 5 %.
- Neutrale Gasatome, Elektronen und einfach-positiv geladene Ionen sind die dominanten Spezies im Plasma. Ionen mehrfacher Ladung werden in sämtlichen Betrachtungen der Arbeit vernachlässigt.

### 2.4.1 Plasmaphysikalische Größen und Zusammenhänge

Für die Beschreibung des Plasmas wird auf die kinetische Gastheorie zurückgegriffen. Sie ermöglicht eine mikroskopische Betrachtungsweise der Teilchen und wird durch Verteilungsfunktionen gewährleistet. Die Verteilungsfunktionen geben eine statistische Verteilung der Geschwindigkeit  $v$  und des Ortes  $x$  eines Partikels an. Sie liegen oft in Form einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung vor. Wird über die mithilfe der Verteilungsfunktion orts aufgelösten Geschwindigkeiten gemittelt, können makroskopische Größen zur Beschreibung des Plasmas eingeführt werden [16], die für eine elektrische Charakterisierung des Triebwerks ausreichen [9].

Das Innere des Plasmas, der Volumenbereich oder "Bulk", kann als quasi-neutral angenommen werden. Elektronen- und Ionendichte sind nahezu identisch und werden als Volumen-Ladungsträgerdichte mit  $n_0 \approx n_e \approx n_i$  definiert [16]. Das Verhältnis der Ladungsträgerdichte zur Gesamtdichte, die auch die Neutralgasdichte  $n_n$  enthält, wird als Ionisationsgrad beschrieben:

$$\chi = \frac{n_0}{n} = \frac{n_0}{n_0 + n_n} \quad (2.40)$$

Neben dem Ionisationsgrad, der die Teilchendichten einschließt, spielen auch die Temperaturen  $T$  der einzelnen Teilchen für die Beschreibung des Plasmas eine signifikante Rolle. Dabei gilt für die Temperaturverhältnisse zwischen Elektronen  $T_e$  und Ionen  $T_i$ , dass  $T_e \gg T_i$ . In Bezug auf die Neutralpartikel befinden sich die Ionen mit diesen näherungsweise im thermischen Gleichgewicht, gemäß  $T_i \approx T_n$ . Durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung kann der mittleren quadratischen Geschwindigkeit  $\overline{v^2}$  eines Teilchens, bzw. der mittleren kinetischen Energie, eine Temperatur zugewiesen werden [19]:

$$\frac{1}{2}m_e\overline{v_e^2} = \frac{3}{2}k_B T_e \quad (2.41)$$

In diesem Fall beschreibt die Gleichung die mittlere kinetische Energie der Elektronen, mit der Elektronenmasse  $m_e$ , der Elektronentemperatur  $T_e$  in Kelvin und der Boltzmann-Konstanten  $k_B$ . Bezieht man das Produkt aus Boltzmann-Konstante und Temperatur auf die Elementarladung  $e$ , erhält man die in der Teilchen- und Plasmaphysik typische Energie  $T$  mit der Einheit Elektronenvolt (eV):

$$T = \frac{k_B T}{e} \quad (2.42)$$

Bei Niedertemperaturplasmen, wie sie beim RIT typischerweise vorkommen, liegt die mittlere Energie der Elektronen im Bereich von 1 eV bis 10 eV [16]. Die erste Ionisationsenergie der beiden verwendeten Edelgase Xenon und Argon beträgt etwa 12 eV (Xenon) und 16 eV (Argon). Nur ein geringer Teil der Elektronen aus dem äußeren Rand der Energieverteilungsfunktion weist genug Energie auf, um zur Ionisation beizutragen. Für den Ionisationsgrad gilt demnach  $\chi \ll 1$ .

Der Begriff Quasineutralität gilt nur bei makroskopischer Betrachtungsweise im Plasmavolumen. Mikroskopisch betrachtet befinden sich in der Umgebung einer Ladung aufgrund der elektrostatischen Felder weniger Ladungsträger gleicher Polarität als Ladungen gegensätzlicher Polarität; es ergeben sich Abweichungen zur Quasineutralität. Somit schirmen sich die Ladungsträger gegenseitig ab. Die charakteristische Länge, die dieses Phänomen beschreibt und bei welcher das elektrische Potenzial ei-

ner Ladung auf das  $1/e$ -fache abgefallen ist, wird Debye-Länge  $\lambda_{De}$  genannt:

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}} \quad (2.43)$$

Bestimmend für die Erzeugung und den Erhalt des Plasmas sind Kollisionen zwischen den Teilchen. Elektronen wird durch das induzierte elektrische Rotationsfeld Energie zugeführt. Ist die Energie groß genug und kommt es zur Kollision mit einem benachbarten Atom oder Ion, dann führt so ein inelastischer Stoß zur Anregung oder Ionisation. Dass es bei den vorliegenden Plasmen zu Anregungsvorgängen kommt, kann man in Abb. 2.2 anhand des charakteristischen Leuchtens des Plasmas erkennen. Dabei emittieren die angeregten Atome ein Photon, wenn sie in ihren Grundzustand zurückkehren. Bei jedem Stoßprozess, der zur Ionisation führt, wird neben einem positiv geladenen Ion auch ein zusätzliches Elektron erzeugt, welches zur Ionisation und somit zum Erhalt des Plasmas sowie der Ladungserhaltung beitragen kann. Stellt man sich den Stoß als einen Zusammenprall zwischen einem unbeweglichen Ziel und einem Projektil vor, bildet jedes der Ziele eine Fläche, die in Abhängigkeit der Größe eine gewisse Stoßwahrscheinlichkeit mit einem Projektil aufweist. Um diese Fläche zu beschreiben, wird der sogenannte Stoßquerschnitt  $\sigma$  eingeführt [21]. Erweitert man die Vorstellung gemäß Abb. 2.5 durch einen gleichmäßigen Fluss an Projektilen  $\Gamma$  (Elektronen) mit Stoßquerschnitt  $\sigma$ , die durch ein Gebiet  $A$  neutraler Atome (Ziele) mit der Dichte  $n_n$  fliegen, verringert sich der Fluss durch die Fläche nach der Wegstrecke  $x$  aufgrund der stattfindenden Stöße im eindimensionalen Fall zu [16; 21]:

$$\frac{d\Gamma}{\Gamma} = -n_n A dx \frac{\sigma}{A} = -n_n \sigma dx \quad (2.44)$$

Durch Integration erhält man den exponentiell abfallenden Fluss der Partikel:

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad (2.45)$$

Die charakteristische Dämpfungslänge  $\lambda$  der Exponentialfunktion beschreibt die mittlere freien Weglänge zwischen zwei Stößen:

$$\lambda = \frac{1}{n_n \sigma} \quad (2.46)$$

Da das Neutralgas aufgrund der Transparenz des Gittersystems entweichen kann, baut sich im Ionisationsgefäß des Triebwerkes kein hoher Druck auf. Aufgrund der dadurch entstehenden niedrigen Neutralgasdichte erhöht sich die mittlere freie Weglänge. Dies gibt den Elektronen mehr Zeit, um dem elektrischen Feld Energie zu entziehen. Ausgehend von einer mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}_e$  der Elektronen kann

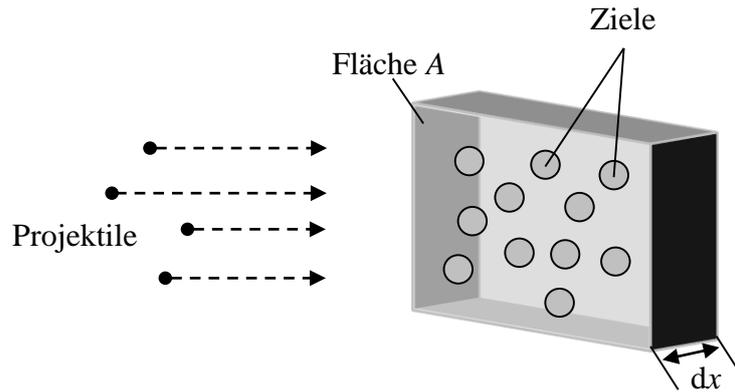


Abbildung 2.5: Schematische Veranschaulichung des Stoßquerschnitts.

man so die Zeit  $\tau$  zwischen zwei Elektron-Atom-Stößen definieren:

$$\tau = \frac{\lambda}{\bar{v}_e} \quad (2.47)$$

Der Kehrwert ergibt die sogenannte Kollisionsfrequenz  $\nu$ :

$$\nu = \frac{1}{\tau} = n_n \sigma \bar{v}_e \quad (2.48)$$

Leider ist diese einfache Betrachtungsweise nicht ausreichend, um die Kollisionen, trotz des schwach ionisierten Plasmas, zu beschreiben. Für eine präzise Berechnung müssen auch die Stoßquerschnitte der anregenden und elastischen Stöße sowie der stochastischen Heizung betrachtet werden, womit ein effektiver Stoßquerschnitt eingeführt wird [21]. Unter elastischen Stößen versteht man im Allgemeinen einen Impulsübertrag und damit einhergehenden Änderung der kinetischen Energie der Stoßpartner, während bei den bereits genannten inelastischen Stößen ein Teil der kinetischen Energie in innere Energie umgewandelt wird. Mit stochastischer Heizung wird ein Energiegewinn der Elektronen im Plasma beschrieben, der nicht mit Stößen zwischen zwei Teilchen zusammenhängt. So kommt es an der Randschicht, die im späteren Verlauf noch erläutert wird, zur Reflexion der Elektronen. Aus der Änderung der Phasenlage des Elektrons bezogen auf das oszillierende Feld ergibt sich nach der Reflexion ein Netto-Energiegewinn, der als stochastisches Heizen definiert wird [22]. Mit einem effektiven Stoßquerschnitt werden auch effektive Werte für die mittlere freie Weglänge  $\lambda_{\text{eff}}$  und die Kollisionsfrequenz  $\nu_{\text{eff}}$  eingeführt.

Neben der Anregung, bzw. Ionisation, spielt auch der Transport von Elektronen eine bestimmende Rolle im Ionisationsprozess. Die Elektronen werden im Wechselfeld in Bewegung versetzt. Die so erzeugte Oszillation der Ladungsträger im oberen kHz- bis einstelligen MHz-Bereich lässt sich als Schwingungsgleichung darstellen [23]. Für die eindimensionale Betrachtung und unter Vernachlässigung der Stöße ergibt sich

die Newton'sche Bewegungsgleichung zu [22]:

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = qE(x) = -\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} x \quad (2.49)$$

Sie beschreibt die Auslenkung einer punktförmigen Ladung um die Strecke  $x$ , die eine zur Masse  $m_e$  proportionale Kraft  $F = m_e \ddot{x}$  bewirkt. Durch die elektrische Ladung wirkt der Auslenkung eine elektrische Kraft gemäß  $F = -eE$  entgegen. Gemäß der Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung ergibt sich für die Plasmafrequenz  $\omega_{pe}$  des oszillierenden Elektrons [9; 16; 23]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x \rightarrow \omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e}} \quad (2.50)$$

Analog dazu lässt sich auch die Ionenplasmafrequenz wie folgt definieren:

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_i}} \quad (2.51)$$

Die Plasmafrequenz ist signifikant wichtig bei der Betrachtung der eingekoppelten Leistung. Liegt die verwendete RF-Frequenz über der Plasmafrequenz des jeweiligen Teilchenkollektivs, kann dieses dem Feld nicht folgen. Im Falle der Elektronen würde die Ionisation stoppen und das Plasma erlöschen. Typischerweise liegt die gewählte Frequenz deshalb zwischen der Plasmafrequenz der Ionen und der der Elektronen gemäß  $\omega_{pi} < \omega_{RF} < \omega_{pe}$ . Sinnbildlich steht die Plasmafrequenz also auch für die Beweglichkeit der Teilchen. Verdeutlicht werden kann dies durch Umformung von Gleichung (2.49) nach der Auslenkung  $x$ :

$$x_{\max} = \frac{eE_{\max}}{m\omega_{RF}^2} \quad (2.52)$$

Leichtere Partikel werden demnach weiter ausgelenkt als Partikel größerer Masse. Daraus folgt, dass Ionen aufgrund ihrer Massenträgheit bei den verwendeten RF-Frequenzen im Vergleich zu den Elektronen als statisch angesehen werden können<sup>1</sup>.

Die Beweglichkeit der einzelnen Teilchen spielt auch im Randbereich des Plasmas und bei der Entstehung der bereits erwähnten Plasmarandschicht eine tragende Rolle. Die Randschicht entsteht aus der Folge eines neuen Gleichgewichtszustands, welches sich nach der Zündung des Plasmas einstellt. Ausgehend davon, dass die Ionen gegenüber dem elektrischen Wechselfeld als statisch anzusehen sind, werden die leichten Elektronen auf die Wand des Ionisationsgefäßes beschleunigt und geben ihre kinetische Energie ab, das Plasma lädt sich gegenüber der Gefäßwand positiv auf. Durch die Aufladung entsteht ein Potenzialgefälle zwischen Plasmainnerem und der

<sup>1</sup>Das Massenverhältnis  $m_i/m_e$  von Ionen zu Elektronen beträgt in etwa  $200 \cdot 10^3$ .

Wand, welches dem Verlust der Elektronen entgegenwirkt. Die Randschicht kompensiert also die unterschiedlichen Beweglichkeiten bzw. Verluste der einzelnen Ladungsträgersorten [22]. Im stationären Zustand stellt sich eine Raumladungszone zwischen Plasmavolumen und Gefäßwand ein, die zu einer Potenzialdifferenz  $\Delta\Phi_w$  führt, dem sogenannten Randschichtpotenzial. Die Quasineutralität hat im Bereich der Randschicht keine Gültigkeit mehr. Typische Randschichtpotenziale beim RIT liegen im Bereich  $\Phi_w = 10 \dots 40$  V. Die Dicke dieser Randschicht ist ebenso wie das Plasmapotenzial von den internen Parametern, wie  $T_e$ ,  $n_e$  und  $\chi$ , abhängig und bewegt sich im Bereich einiger Debye-Längen. Die beim stochastischen Heizen erwähnte Reflexion geschieht dann, wenn die kinetische Energie der Elektronen nicht ausreicht, um das Randschichtpotenzial zu überwinden:

$$\frac{1}{2}m_e v_e^2 < e\Phi_w \quad (2.53)$$

Diese Oberflächenverluste an den Gefäßwänden sind maßgeblich für die Entladungsverluste verantwortlich. Die schnellen Elektronen treffen auf die Wände, geben ihre kinetische Energie ab. Es kommt zur Rekombination von Ionen und Elektronen; die Elektronen sind folglich für die Ionisation und Erhaltung des Plasmas verloren. Bei elastischen und anregenden Stößen verlieren die Elektronen zwar Energie, stehen aber weiterhin zur Verfügung, weshalb die Oberflächenverluste an den Gefäßwänden beim RIT die dominanten Entladungsverluste darstellen.

## 2.4.2 Impedanz und elektrisches Ersatzschaltbild des Plasmas

Zur Beschreibung des Plasmas aus elektrotechnischer Sicht eignet sich eine Betrachtung des Plasmas als Impedanz. Sie wird über ein Transformatormodell, wie es in Referenz [21] wiedergegeben wird, in eine einfache Serienimpedanz aus Widerstand und Spule als Last des RF-Generators überführt. Durch numerische Simulation können die Plasmaparameter, bzw. die eingekoppelte induktive Energie berechnet und die Werte der Serienimpedanz bestimmt werden [16]. Das Transformatormodell sowie verwendete Signale und die folgend beschriebenen elektrischen Komponenten sind in Abb. 2.6 dargestellt.

Für die Einkopplung der Energie wird die Induktionsspule, die um das Ionisationsgefäß gewickelt ist, mit einem elektrischen Wechsellsignal  $\tilde{U}_c$  beaufschlagt. Der somit erzeugte Wechselstrom  $\tilde{I}_c$ , bzw. die Stromdichte  $\tilde{J}_c$  in der Querschnittsfläche  $\mathbf{A}$  des Spulendrahtes, erzeugt ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld  $\tilde{\mathbf{H}}$  im Gefäßinneren gemäß dem Durchflutungsgesetz [24]:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.54)$$

Dabei ist zu beachten, dass Gleichung (2.54) und auch folgende Gleichungen nur für Spulen gültig sind, deren Leiterlänge in etwa um ein zehnfaches kleiner ist als die Wellenlänge des eingespeisten Wechselsignales [9]. Somit kann von einem quasi-stationären Verhalten ausgegangen und der Anteil des Verschiebungsstroms vernachlässigt werden [16]. Allgemein gesagt treten bei kurzen Leiterlängen praktisch keine Wellenphänomene auf. Der eingespeiste Strom kann mittels Integration der Stromdichte über die Spulenfläche bestimmt werden:

$$\tilde{I} = \iint_A \tilde{\mathbf{J}} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.55)$$

Gemäß dem Induktionsgesetz erzeugt eine sich ändernde magnetische Flussdichte  $\tilde{\mathbf{B}}$  ein elektrisches Feld [24]:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad (2.56)$$

Dabei lassen sich magnetische Flussdichte  $\tilde{\mathbf{B}}$  und magnetische Feldstärke  $\tilde{\mathbf{H}}$  in den Gleichungen (2.54) und (2.56) gemäß  $\tilde{\mathbf{B}} = \mu_0 \mu_r \tilde{\mathbf{H}}$  ineinander überführen. Wird mit dem eingekoppelten Feld ein Plasma versorgt, bewegen sich die Elektronen im induzierten elektrischen Feld. Näherungsweise wird davon ausgegangen, dass das magnetische Feld rein axiale, das induzierte elektrische Feld rein azimutale Komponenten enthält. In Abschnitt 2.2 wurde bereits angedeutet, dass diese Annahme nur bedingt gültig ist und daher eine biflare Spulengeometrie als Alternative Verwendung findet. Die im azimutalen elektrischen Feld bewegten Elektronen können nun wieder mittels Newton'scher Bewegungsgleichung beschrieben werden, allerdings wird im Gegensatz zur Herleitung der Plasmafrequenz gemäß Gl. (2.49) ein Dämpfungsterm hinzugefügt. Stöße zwischen Elektronen und Atomen entziehen dem Feld Energie, was sich mit der Dämpfung beschreiben lässt. Demnach ergibt sich die Newton'sche Bewegungsgleichung der Elektronen unter Annahme statischer Ionen nun zu:

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} x - m_e \nu_{\text{eff}} \frac{dx}{dt} \quad (2.57)$$

Durch den Vergleich von Gl. (2.57) mit der Differentialgleichung einer linear gedämpften Schwingung  $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$  ergibt sich für die Abklingkonstante  $\delta = \nu_{\text{eff}}/2$ .

Die Stromdichte im Plasma lässt sich über das differentielle ohmsche Gesetz mit dem elektrischen Feld verknüpfen [9; 25]:

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\text{pl}} = \kappa_{\text{pl}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{pl}} = i\omega_{\text{RF}} \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{pl}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{pl}} \quad (2.58)$$

Die Gleichung beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen Stromdichte und

elektrischem Feld, bzw. die Bewegung von Elektronen in einem Festkörper oder Plasma mithilfe einer komplexen Leitfähigkeit  $\kappa_{\text{pl}}$  und wird Drude-Modell<sup>1</sup> genannt. Die komplexe Leitfähigkeit wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\kappa_{\text{pl}} = i\omega_{\text{RF}}\epsilon_0 \underbrace{\left( 1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{RF}}^2 - i\omega_{\text{RF}}\nu_{\text{eff}}} \right)}_{\epsilon_{\text{r,pl}}} \quad (2.59)$$

Der Term in Klammern beschreibt eine komplexe Plasmapermittivität  $\epsilon_{\text{r,pl}}$ . Bei niedrigen Frequenzen, respektive niedrigen Wellenlängen im Vergleich zur Leitungslänge, kann die Eins, also der vordere Term in der Klammer vernachlässigt werden, da er die Verschiebungsstromkomponente beschreibt [16; 21]. Demnach hängt der elektrische Charakter des Plasmas nun wesentlich vom Verhältnis der Kollisionsfrequenz  $\nu_{\text{eff}}$  zur Anregungsfrequenz  $\omega_{\text{RF}}$  ab [9].

Bezüglich der Dispersion einer elektromagnetischen Welle kann das Plasma wie bei einem Festkörper als Stromleiter oder Dielektrikum beschrieben werden. So kann die Eindringtiefe der Welle bedingt durch die Dichte der Elektronen kleiner als die Gefäßdimension sein [22]. Dabei wirkt der in das Plasma induzierte Elektronenstrom dem anregenden Strom der Spule entgegen, wodurch das eingekoppelte Feld abgeschwächt wird. Folglich begrenzt sich der Elektronenstrom auf den äußeren Bereich des Plasmas und hat Einfluss auf dessen Leitfähigkeit. Bei niedrigen Frequenzen mit  $\omega_{\text{RF}} < \omega_{\text{pe}}$ , wie sie bei RF-Plasmen üblich sind, klingt die elektromagnetische Welle ab. Ausgehend von einem niedrigen Druck mit  $\nu_{\text{eff}} \ll \omega_{\text{RF}}$  kann die kollisionsfreie Skin-Eindringtiefe definiert werden:

$$\delta = \frac{c_0}{\omega_{\text{pe}}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 m_e c_0^2}{n_e e^2}} \quad (2.60)$$

Das Plasma verhält sich in diesem Bereich wie ein Wellenleiter und die Entladung wird lediglich durch stochastische Heizung erhalten [9]. Geht man nun über zu höheren Neutralgasdichten mit  $\nu_{\text{eff}} \gg \omega_{\text{RF}}$ , erhält man eine geringe Leitfähigkeit, wodurch das Plasma näherungsweise als Stromleiter angesehen und mit folgender Skin-Eindringtiefe beschrieben werden kann [21; 22]:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega_{\text{RF}} \text{Re}\{\kappa_{\text{pl}}\}}} = \sqrt{\frac{2m_e \nu_{\text{eff}}}{\mu_0 \omega_{\text{RF}} n_0 e^2}} \quad (2.61)$$

Die genauen Herleitungen der Leitfähigkeit, bzw. Permittivität und der Eindringtiefe des Skin-Effekts können in den Referenzen [16; 19; 21] nachgelesen werden.

Um das Plasma nun als elektrische Impedanz  $Z_{\text{pl}}$  darstellen zu können, wird sich zunächst des Poyntingtheorems bedient, einem Energieerhaltungssatz für elektro-

---

<sup>1</sup>Benannt nach Paul Drude.

magnetische Felder [25]:

$$\iiint_V \mathbf{J} \mathbf{E} dV = - \iiint_V \left( \frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} \right) dV \quad (2.62)$$

Dieses setzt die aufgrund Joulescher Wärme verlorene Leistungsdichte mit der Änderungsrate der elektromagnetischen Energiedichte  $u_{\text{em}} = 1/2 \cdot (\mathbf{E} \mathbf{D} + \mathbf{B} \mathbf{H})$  und der Ergiebigkeit des sogenannten Poyntingvektors ( $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ) in Bezug [16]. Die linke Seite der Gleichung spiegelt also die absorbierte Leistungsdichte des Plasmas wider und kann für die Berechnung der Impedanz verwendet werden. Durch Volumenintegration lässt sich die absorbierte Leistung in komplexer Schreibweise wie folgt definieren:

$$P_{\text{abs}} = \frac{1}{2} \tilde{U} \tilde{I}^* = \frac{1}{2} \iiint_V \text{Re} \left\{ \tilde{\mathbf{J}}_{\text{pl}}^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{\text{pl}} \right\} dV \quad (2.63)$$

Dabei ist die Plasmastromdichte über die Beziehung in Gl. (2.58) gegeben. Mit Gl. (2.55) kann der äquivalente Plasmawiderstand über Plasmastrom  $\tilde{I}_{\text{pl}}$  und absorbierte Leistung bestimmt werden [21]:

$$R_{\text{pl}} = \frac{2P_{\text{abs}}}{|\tilde{I}_{\text{pl}}|^2} \quad (2.64)$$

Bedingt durch die Trägheit der Elektronen ergibt sich eine Phasenverschiebung zwischen eingekoppeltem Signal und Plasmastrom, sodass dieser Effekt durch eine Plasmainduktivität beschrieben werden kann [9]. Diese ergibt sich aus dem Quotienten von Plasmawiderstand und effektiver Kollisionsfrequenz zu:

$$L_{\text{pl}} = \frac{R_{\text{pl}}}{\nu_{\text{eff}}} \quad (2.65)$$

Mit den beiden Parametern  $R_{\text{pl}}$  und  $L_{\text{pl}}$  lässt sich die Impedanz des Plasmas mit  $Z_{\text{pl}} = R_{\text{pl}} + i\omega_{\text{RF}} L_{\text{pl}}$  definieren.

Um auch die Kopplung zwischen Primärkreis, also der eigentlichen Entladungsspule, und dem Plasma zu modellieren, wird auf ein Transformatormodell gemäß Abb. 2.6a zurückgegriffen, wie es auch bereits in den Referenzen [16] und [21] Verwendung fand. Das Transformatormodell eignet sich aufgrund der induktiven Natur des Plasmas als elektrotechnische Beschreibung und kann mithilfe einer einfachen Transformator- und Schaltungstheorie in ein äquivalentes Ersatzschaltbild mit Serienimpedanz aus Widerstand und Induktivität transformiert werden (siehe Abb. 2.6b). So besteht die Primärseite des Transformators, links in Abb. 2.6a, aus den elektrischen Elementen  $R_c$  und  $L_c$  der Entladungsspule. Dort fließt auch der eingekoppelte Wechselstrom  $\tilde{I}_c$ . Die Verkopplung zwischen Primärseite und Sekundärseite, die das Plasma präsentiert, wird über eine Luftspule mit dem Über-

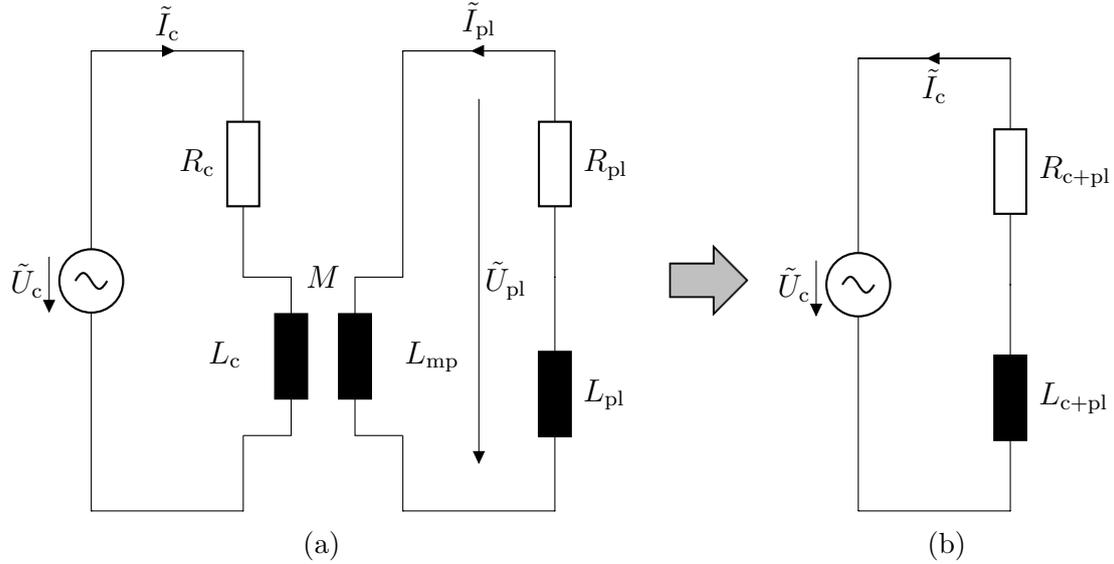


Abbildung 2.6: Transformatormodell zur Beschreibung einer induktiven Entladung (a) und vereinfachtes Ersatzschaltbild mit der in den Primärkreis rücktransformierten Plasmaimpedanz (b).

tragungsfaktor (Gegeninduktivität)  $M$  modelliert. Das Plasma ist durch den plasmaseitigen Volumenstrom  $\tilde{I}_{\text{pl}}$  und die zuvor beschriebenen Elemente  $R_{\text{pl}}$  und  $L_{\text{pl}}$  dargestellt. Ebenfalls im Bild zu sehen, ist die sogenannte Selbstinduktivität  $L_{\text{mp}}$  des Plasmas. Sie beschreibt das Entgegenwirken des eingekoppelten Stroms auf die anregenden Felder und hängt demnach von der Skin-Eindringtiefe ab. Berechnet werden kann sie über die Differenz aus magnetischer Energie ohne Beeinflussung des Plasmas  $U_{\text{m},0}$  und der Energie mit Plasma  $U_{\text{m}}$ :

$$L_{\text{mp}} = \frac{2(U_{\text{m},0} - U_{\text{m}})}{|\tilde{I}_{\text{pl}}|^2} \quad (2.66)$$

Im nächsten Schritt werden nun die Kirchhoff'schen Maschengleichungen am Transformator aufgestellt:

$$\tilde{U}_c = i\omega_{\text{RF}}L_c\tilde{I}_c + R_c\tilde{I}_c + i\omega_{\text{RF}}M\tilde{I}_{\text{pl}} \quad (2.67)$$

$$\tilde{U}_{\text{pl}} = i\omega_{\text{RF}}L_{\text{mp}} + i\omega_{\text{RF}}M\tilde{I}_c = -\tilde{I}_{\text{pl}} \left[ R_{\text{pl}} + iR_{\text{pl}} \left( \frac{\omega_{\text{RF}}}{\nu_{\text{eff}}} \right) \right] \quad (2.68)$$

Löst man in Gl. (2.68) nach  $M$  auf und bildet den Betrag, erhält man die Gegeninduktivität  $|M|$  zu:

$$|M| = \left| \frac{\tilde{I}_{\text{pl}}}{\tilde{I}_c} \left( i \frac{R_{\text{pl}}}{\omega_{\text{RF}}} - \left( L_{\text{mp}} + \frac{R_{\text{pl}}}{\nu_{\text{eff}}} \right) \right) \right| \quad (2.69)$$

Allgemein ist die Gegeninduktivität eine komplexe Größe wie in Ref. [21] erläutert.

Für die Transformation der Sekundärseite auf die Primärseite wird jedoch der Betrag von  $M$  benötigt.

Ziel der Transformation ist die vereinfachte Form des Ersatzschaltbildes nach Abb. 2.6b, deren Maschenumlauf folgende Gleichung ergibt:

$$\tilde{U}_c = (R_{c+pl} + i\omega_{RF}L_{c+pl})\tilde{I}_c = Z_{c+pl}\tilde{I}_c \quad (2.70)$$

Löst man Gl. (2.69) nach  $\tilde{I}_{pl}/\tilde{I}_c$  auf, setzt in Gl. (2.67) ein und mit (2.70) gleich, erhält man die Impedanz  $Z_{c+pl}$ :

$$Z_{c+pl} = Z_c + \frac{\omega_{RF}^2|M^2|}{Z_{pl}} \quad (2.71)$$

Und die in Abb. 2.6b transformierten Komponenten  $R_{c+pl}$  und  $L_{c+pl}$  ergeben sich zu:

$$R_{c+pl} = \text{Re}\{Z_{c+pl}\} = R_c + R_{pl} \frac{|\tilde{I}_{pl}|^2}{\tilde{I}_c^2} \quad (2.72)$$

$$L_{c+pl} = \text{Im}\{Z_{c+pl}\} = L_c - \left( L_{mp} + \frac{R_{pl}}{\nu_{eff}} \right) \frac{|\tilde{I}_{pl}|^2}{\tilde{I}_c^2} \quad (2.73)$$

Somit kann das Plasma als einfaches elektrisches Ersatzschaltbild beschrieben werden. Mithilfe der physikalischen Zusammenhänge lassen sich gewisse Phänomene bezogen auf das statische Verhalten des Plasmas erklären. Auch die Parameter der identifizierten Übertragungsfunktionen lassen sich so interpretieren (s. Kapitel 5).

Abbildung 2.7 zeigt einen simulierten Verlauf der transformierten Komponenten des Serienwiderstands  $R_{c+pl}$  und der Serieninduktivität  $L_{c+pl}$  bei gezündetem Plasma für einen Strahlstrom von  $I_b = 10$  mA und einer Anregungsfrequenz von  $f_{RF} = 2$  MHz. Aufgetragen sind die Werte über den eingespeisten Massenfluss des Triebwerks. Die Simulationsergebnisse sind Teil des in Ref. [26] vorgestellten Modells.

## 2.5 Gridded Ion Engines - Grundlagen der Ionenbeschleunigung

Da das Plasma die Quelle der extrahierten Ionen darstellt, benötigt man das Extraktionssystem, um diese aus dem Triebwerk zu beschleunigen und somit den Schub zu erzeugen. Es besteht aus hintereinanderliegenden parallelen Flächen, den sogenannten Extraktionsgittern. Diese sind mit zentral liegenden Bohrungen versehen, die in hexagonaler Struktur angeordnet sind [2]. Meist weisen die Gitter unterschiedliche Lochdurchmesser auf, was durch die Austrittswinkel der Ionen und deren Fokussierung begründet ist. Aus diesem Grund spricht man von Ionenoptik. Das Gitter-

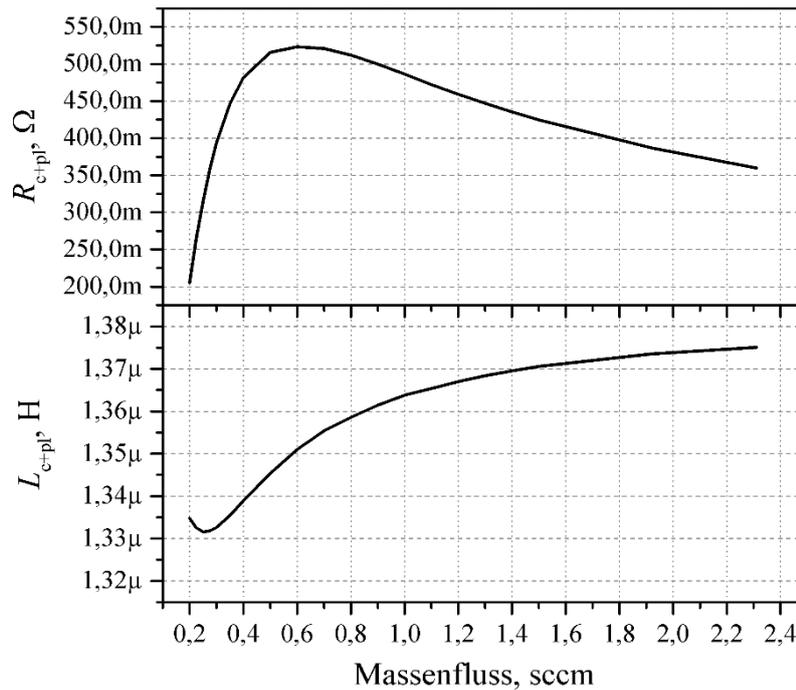


Abbildung 2.7: Ergebnis einer Simulation nach Ref. [26] für den äquivalenten Serienwiderstand und Serieninduktivität mit gezündetem Plasma bei einem Strahlstrom von  $I_b = 10 \text{ mA}$ , einer Anregungsfrequenz von  $f_{RF} = 2 \text{ MHz}$  in Abhängigkeit des eingespeisten Treibstoffes in sccm. Der Serienwiderstand berücksichtigt zusätzlich noch Wirbelstromverluste. Die Serieninduktivität muss aufgrund Simulationsfehler mit einer Toleranz von  $\pm 10\%$  angegeben werden.

system wirkt sich auf die Ionen ähnlich wie ein Linsensystem auf das Licht aus. Das Design der Extraktionsgitter spielt eine große Rolle bei der Auslegung eines Triebwerks, da es Einfluss auf drei wichtige Aspekte der Missionsplanung hat: Performance, Lebensdauer und auch die Größe des Triebwerks. Allgemein kommt es bei der Dimensionierung der Gitterparameter auf folgende Anforderungen an:

- Die hochenergetischen Ionen sollen nicht die Gitter treffen und diese somit vor Erosion schützen (Lebensdauermaximierung).
- Möglichst viele Ionen, die Richtung Gittersystem wandern, sollen extrahiert werden. Treffen sie das Gitter, kommt es zu Verlusten.
- Das Verhältnis von offener zu geschlossener Gitterfläche soll möglichst klein sein, damit sich der Massenwirkungsgrad erhöht.
- Gewünscht ist eine gute Fokussierung des Strahls bei kleinstmöglicher Divergenz.

Für das Erreichen der Anforderungen spielen neben den arbeitspunktabhängigen Plasmamparametern vor allem die geometrischen Verhältnisse der Gitter, wie Dicke,

Abstand oder Lochdurchmesser eine Rolle. Auch das verwendete Material ist entscheidend, da Verformung durch die hohen Betriebstemperaturen, Sputtering sowie strukturelle Festigkeit signifikanten Einfluss auf Performance und Lebensdauer haben. Die geometrischen Größen der Gitter, bzw. deren Bezeichnungen, finden sich im Anhang in Abb. A.1.

Für die Extraktion ist entscheidend, dass Ionen die Extraktionskanäle erreichen. So gelangen sie zunächst durch thermische Diffusion aus dem quasineutralen Plasmaminneren in die Randschicht des Plasmas. Aus den Bohm-Randschicht-Kriterien einer kollisionsfreien Randschicht ergibt sich, dass Ionen dabei eine gewisse Geschwindigkeit aufweisen müssen, die sogenannte Bohm-Geschwindigkeit  $v_B$ :

$$v_B = \sqrt{\frac{eT_e}{m_i}} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \quad (2.74)$$

Die genaue Herleitung der Bohm-Geschwindigkeit kann in Ref. [16] oder in den Referenzen [19; 21] nachgelesen werden. Innerhalb der Randschicht erfahren die Ionen durch das Potenzialgefälle  $\Phi_w$  eine Beschleunigung Richtung Gefäßwände bzw. Extraktionskanäle. Gelangen sie in einen der Extraktionskanäle, werden sie durch die zwischen Abschirm- und Beschleunigungsgitter angelegte Spannung aus dem Triebwerk beschleunigt.

Abbildung 2.8 zeigt schematisch den Aufbau des Extraktionssystems mit einem einzelnen Extraktionskanal. Zu sehen sind auch die angelegten Spannungen und die Gitterströme, die aus der Extraktion und möglicher Defokussierung entstehen.

### 2.5.1 Ergiebigkeit, Raumladungsbegrenzung und Perveanz

Die Zahl der Ionen, die aus dem Triebwerk beschleunigt werden können, hängt zum Einen von der Ergiebigkeit des Plasmas als Ladungsträgerquelle und zum Anderen von der Raumladungsbegrenzung des unipolaren Ionenstrahls im Bereich des Extraktionskanals ab.

Die Ergiebigkeit, entsprechend der Plasmastromdichte im Randbereich, ergibt sich aus der Stromdichte der Ionen, die die Randschicht am Gitter überwinden können. Sie berechnet sich aus der Ladungsträgerdichte  $n_{i,ps}$  im Bereich zwischen Vorschicht<sup>1</sup> und Randschicht sowie der Elementarladung  $e$  und der Geschwindigkeit der Ionen. Die Geschwindigkeit entspricht in diesem Bereich der Bohm-Geschwindigkeit mit  $v_i \approx v_B$ , wodurch sich für die Ergiebigkeit näherungsweise folgende Beziehung ergibt:

$$J_{p,i} \approx e \cdot n_{i,ps} \cdot v_B = e \cdot n_{i,ps} \cdot \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \quad (2.75)$$

<sup>1</sup>Die Existenz einer Vorschicht ergibt sich aus den Randschichtkriterien. In dieser Schicht des Plasmas herrscht immer noch Quasineutralität gemäß  $n_i \approx n_e$ , allerdings sinkt die Ladungsträgerdichte im Vergleich zum Plasmavolumen ( $n_i \neq n_0$ ), wodurch sich ein Potenzialgefälle einstellt, welches als Plasmapotenzial  $\Phi_{pl}$  bezeichnet wird.



gemäß Abb. 2.8, entspricht:

$$U_{\text{ex}} = U_{\text{scr}} + U_{\text{acc}} \quad (2.77)$$

Anmerkend ist zu erwähnen, dass die Ionen nicht nur durch die Gitterspannungen, sondern auch durch Plasmapotenzial  $\Phi_{\text{pl}}$  und Randschichtpotenzial  $\Phi_{\text{w}}$  beschleunigt werden. Da sie klein gegenüber der angelegten Extraktionsspannung sind, können sie in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Für die verwendeten RIT mit der Anzahl  $N_{\text{g}}$  an runden Extraktionsaperturen des Durchmessers<sup>1</sup>  $d_{\text{s}}$  ergibt sich aus der raumladungsbegrenzten Stromdichte der folgende maximale Ionenstrom:

$$I_{\text{b,max}} = \frac{N_{\text{g}}\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_{\text{i}}}} \left(\frac{d_{\text{s}}}{l_{\text{g}}}\right)^2 U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}} \quad (2.78)$$

Aufgrund der Wölbung der Plasmarandschicht im Bereich der Extraktionskanäle, muss der Abstand  $l_{\text{g}}$  der Gitter durch einen effektiven Abstand ersetzt werden, wodurch sich ein modifiziertes Langmuir-Schottky-Child-Gesetz ergibt. Dieses ist in Anhang A.1 beschrieben.

Normiert man den extrahierbaren und raumladungsbegrenzten Strom  $I_{\text{b,max}}$  auf die Extraktionsspannung  $U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}}$ , erhält man die Perveanz  $k$ , die einen Vergleichsparameter zu anderen Triebwerken darstellt. Sie beschreibt die Menge an Strom, die ein Ionenbeschleuniger für eine gegebene angelegte Spannung extrahieren oder fokussieren kann:

$$k = \frac{I_{\text{b,max}}}{U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}}} = \frac{N_{\text{g}}\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_{\text{i}}}} \left(\frac{d_{\text{s}}}{l_{\text{g}}}\right)^2 \quad (2.79)$$

Gleichung (2.79) zeigt, dass sich die Perveanz und somit die extrahierbare Stromdichte durch Anpassung der geometrischen Abmessungen des Abschirmgitters steigern lässt. Jedoch führt jede Änderung der Geometrie meist zu anderweitigen Problemen oder Einschränkungen. Möchte man beispielsweise den Abstand  $l_{\text{g}}$  zwischen den Gittern verringern, muss die Durchschlagsfestigkeit des Gitters berücksichtigt werden, die durch die maximale elektrische Feldstärke gegeben ist und somit die zwischen den Gittern anliegende Spannung einschränkt:

$$E = \frac{U_{\text{ex}}}{l_{\text{g}}} < E_{\text{ueberschlag}} \quad (2.80)$$

Überschläge sind in jedem Fall zu vermeiden, da sie zur Zerstörung der Gitter führen. Mit der Steigerung der Perveanz durch Änderung des Gitterabstands wird also die Extraktionsspannung und entsprechend auch der  $I_{\text{sp}}$  begrenzt. Weiterhin kann der Lochdurchmesser  $d_{\text{s}}$  vergrößert werden, um die Perveanz zu steigern. Dieses Vorge-

<sup>1</sup>Durchmesser der Extraktionslöcher am Abschirmgitter.

hen führt jedoch zu einem verschlechterten Massenwirkungsgrad, da die Transparenz des Gitters für Neutralgas zunimmt. In gleichem Maße beeinflusst auch eine Erhöhung der Löcheranzahl  $N_g$  das System, da auch hier die Transparenz steigt und folglich der Massenwirkungsgrad sinkt. Mit Vergrößerung der Lochanzahl und des Durchmessers steigt also der extrahierbare Strom. Diese Verhältnismäßigkeit wird auch als Ionentransparenz bezeichnet [2] und kann aus dem Quotienten aus Ionenstrom und absolutem Strom auf das Gitter gebildet werden:

$$T_s = \frac{I_{scr}}{I_{scr,ges}} \quad (2.81)$$

Demnach muss zwischen hoher Ionentransparenz und niedriger Neutralgastransparenz (hoher Massenwirkungsgrad) abgewogen werden. Zwar kann der Transparenz der Neutralgaspartikel durch Verkleinern des Lochdurchmessers des Abschirmgitters entgegengewirkt werden, jedoch leidet dann die Fokussierung der Ionen darunter. Unter Berücksichtigung der effektiven Länge gemäß Gl. (A.1) kann die Perveanz auch über die Dicke des Abschirmgitters beeinflusst werden. Hochperveante Systeme weisen meist sehr dünne Abschirmgitter auf. So kann die Dicke des Gitters nicht minimiert und die Anzahl der Löcher nicht maximiert werden, da diese von der mechanischen und auch thermischen Stabilität des Gitters begrenzt werden. Man sieht also, dass die Auslegung des Gitters immer einen Kompromiss zwischen Transparenz und Perveanz auf Basis diverser Einschränkungen darstellt. Detailliertere Analysen und Untersuchungen zur Auslegung der Gitter finden sich in [2] und [8].

### 2.5.2 Ionenoptik, Gittererosion und Strahlstromberechnung

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, spielt das Design des Extraktionssystems eine Rolle bei der Maximierung des extrahierbaren Ionenstroms. Diese Auslegung gilt aber nur dann, wenn das Triebwerk im Optimum dieser Auslegung verwendet wird. Daher spielen nicht nur die geometrischen Abmessungen eine Rolle, sondern auch Plasmamaparameter wie die Elektronentemperatur und die Plasmadichte. Wird das Triebwerk abseits der optimalen Parameter betrieben, kann es zur Interaktion des Strahls mit dem Beschleunigungs- oder Bremsgitter kommen, der Defokussierung. Abbildung 2.9 (oben) zeigt einen typischen Verlauf mit dem Verhältnis von  $I_{acc}$ , dem Strom auf das Beschleunigungsgitter, zum Strahlstrom  $I_b$  aufgetragen über dem Beamlet-Strom. Es zeigt im mittleren Bereich des Verlaufes das Perveanz-Optimum, während man bei kleinen Beamlet-Strömen an den Seiten die Verläufe im Falle einer Defokussierung erkennt. Sie werden oft als Unterfokussierung oder Überfokussierung bezeichnet. Mit steigender Extraktionsspannung verschieben sich die Kennlinien zur rechten Seite hin zu höheren Beamlet-Strömen.

Wird beispielsweise der Beamlet-Strom respektive die Plasmadichte erhöht, verringert sich die Dicke der Randschicht, sie flacht ab und dringt teilweise bis in den

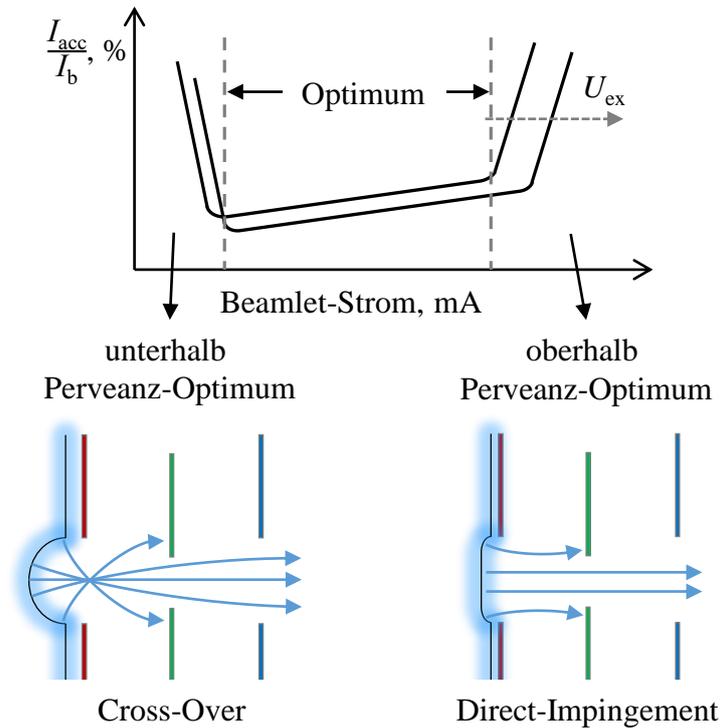


Abbildung 2.9: Verhältnis aus auf das zweite Gitter auftreffendem Strom  $I_{acc}$  zu extrahiertem Strahlstrom  $I_b$ , aufgetragen über dem Beamlet-Strom eines einzelnen Kanales, sowie die Defokussierungseffekte Cross-Over (links unten) und Direct-Impingement (rechts unten).

Extraktionskanal hinein. Man befindet sich oberhalb des Perveanz-Optimums. Der Austrittswinkel der Ionen ist nahezu orthogonal zum Gitter. Da der Durchmesser der Bohrungen im Beschleunigungsgitter vornehmlich kleiner ist als beim Abschirmgitter, trifft ein Anteil der Ionen direkt auf das Beschleunigungsgitter, man spricht von "Direct-Impingement". Zur Veranschaulichung des Direct-Impingement dient Abb. 2.9 unten rechts.

Bei geringen Beamlet-Strömen vergrößert sich die Randschicht und wölbt sich in das Plasma hinein. Das System ist überfokussiert, die Ionen treffen über kreuzende Trajektorien auf das Beschleunigungsgitter, dargestellt in Abb. 2.9 unten links. Aufgrund dieser Trajektorien wird der Effekt "Cross-Over" genannt.

Beide genannten Defokussierungsmechanismen führen zum Auftreffen hochenergetischer Ionen auf das Gitter und somit zur Schädigung desselbigen. Die Defokussierung muss daher vermieden werden. Eine inhomogene Verteilung der Plasmadichte über den Radius des Ionisationsgefäßes kann dazu führen, dass beide Phänomene gleichzeitig auftreten, z.B. dass Ionen im Randbereich überfokussiert und im inneren Bereich unterfokussiert werden. Durch das Auftreffen wird Material abgetragen. Ist dieser Prozess weit fortgeschritten, kann es auch durch Cross-Over zum Auftreffen der Ionen auf das Bremsgitter kommen.

Anhand der Kennlinie ist ebenfalls zu erkennen, dass sich  $I_{acc}$  nicht komplett

vermeiden lässt. Kommt es innerhalb des Extraktionskanales oder außerhalb des Triebwerks zu Umladungseffekten zwischen hochenergetischen Ionen mit den mit thermischer Geschwindigkeit austretenden Neutralgasteilchen, so können letztere ionisiert werden. Die dort entstehenden Ionen, die als "Charge Exchange"-Partikel bezeichnet werden, treffen dann auf das Beschleunigungsgitter oder außerhalb auf das Bremsgitter, falls dieses vorhanden ist. Somit gilt auch für die am Beschleunigungsgitter anliegende Spannung eine Begrenzung, um die Energie der auftreffenden Charge Exchange-Partikel zu begrenzen.

Aufgrund der Quasineutralitätsbedingung des Plasmas müssen die Ionen- und Elektronenströme im zeitlichen Mittel gleich sein. Das führt zu einem dem am Plasmagrenzanker austretenden Ionenstrom äquivalenten Elektronenstrom. Dieser Elektronenstrom kann messtechnisch ermittelt werden. Zum Teil fließen diese Elektronen zum zweiten und dritten Gitter, um mit den dort auftreffenden Ionen zu rekombinieren. Der Strahlstrom, also der aus dem Triebwerk austretende und Schub generierende Ionenstrom, ergibt sich somit aus der Differenz dieser drei Ströme zu:

$$I_b = I_{scr} - I_{acc} - I_{dec} \quad (2.82)$$

Für die Bestimmung des Strahlstroms werden entsprechend Gl. (2.82) die drei Gitterströme messtechnisch ermittelt und der resultierende Strahlstrom berechnet. Die Gitterströme sind auch in Abb. 2.8 kenntlich gemacht. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Pfeile die Stromrichtung der Elektronen darstellen und demnach nicht der technischen Stromrichtung entsprechen.

### 2.5.3 Electron Backstreaming

Die extrahierten Ionen werden mithilfe der Elektronen aus dem Neutralisator neutralisiert. Aufgrund des fehlenden dritten Stoßpartners können die Teilchen nicht miteinander rekombinieren, sie bilden eine nach außen hin quasineutrale Ladungswolke. Da die Elektronen eine deutlich höhere Beweglichkeit als die Ionen aufweisen, muss eine Potenzialbarriere aufgebaut werden [2], damit diese nicht durch das hohe positive Potenzial des Abschirmgitters in das Triebwerk gesaugt werden. Das Zurückströmen der Elektronen wird im englischsprachigen Gebrauch als "Electron Backstreaming" bezeichnet. Auf diese Weise kann der Elektronenstrom bei Zweigittersystemen ohne Potenzialbarriere ein Hundertfaches des eigentlichen Ionenstroms betragen. Dieser Elektronenstrom muss aufgrund der folgenden Effekte vermieden werden:

- Er trägt nicht zum Schub bei.
- Er verursacht Verluste in den Versorgungssystemen des Gitters.

- Die eingesaugten Elektronen heizen das System (bspw. das Ionisationsgefäß) zusätzlich auf.
- Er führt zu Schäden am System.

Die genannte Potenzialbarriere wird zum Einen über die negative Spannung am Abschirmgitter eingebracht, zum Anderen sorgt aber auch das dritte Gitter für eine Abschirmung des Plasmagrenzankers gegenüber dem Raum. Wurde im vorherigen Abschnitt aufgrund der Charge Exchange-Partikel eine obere Grenze für die Spannung  $U_{\text{acc}}$  eingeführt, so muss nun eine untere Grenze eingeführt werden. Diese Grenze, also das minimal benötigte Potenzial  $U_{\text{acc,min}}$ , wird als Electron Backstreaming Limit bezeichnet und ist ebenfalls von den aktuellen Plasmaparametern abhängig. Besonders die Raumladungsdichte der Ionen spielt bei der Grenzwertdefinition der Beschleunigungsspannung eine übergeordnete Rolle, da sie allgemein eine abschirmende Wirkung auf die Gitterpotenziale hat. Diesen Einfluss zeigt Abb. 2.10. Zu sehen ist der charakteristische Potenzialverlauf innerhalb der Gitter, mit dem positiven Potenzial am Plasmagrenzanker und dem negativen Potenzial am Beschleunigungsgitter. Die schwarze Linie zeigt den Verlauf ohne Ionenstrahl, die grau gestrichelte Linie den Potenzialverlauf mit Ionenstrahl. Unter Berücksichtigung des abschirmenden Ionenstrahls kann das Electron Backstreaming Limit mithilfe der Poisson-Gleichung herausgefunden werden. Beispiele hierfür liefern die Referenzen [27] und [2]. Die messtechnische Bestimmung des Electron Backstreamings gestaltet sich dabei deutlich einfacher, da es über die Änderungsrate des Strahlstroms bei Änderung der Extraktionsspannung bestimmt werden kann. Wird beispielsweise die Spannung am zweiten Gitter betragsmäßig gesenkt, sollte sich nach Gl. (2.78) auch der Strahlstrom verringern. Steigt dieser, so kann von Electron Backstreaming ausgegangen werden. Die Methode zum Messen des Electron Backstreaming ist im Teststand integriert und der genaue Ablauf in Abschnitt 4.4.2 erläutert.

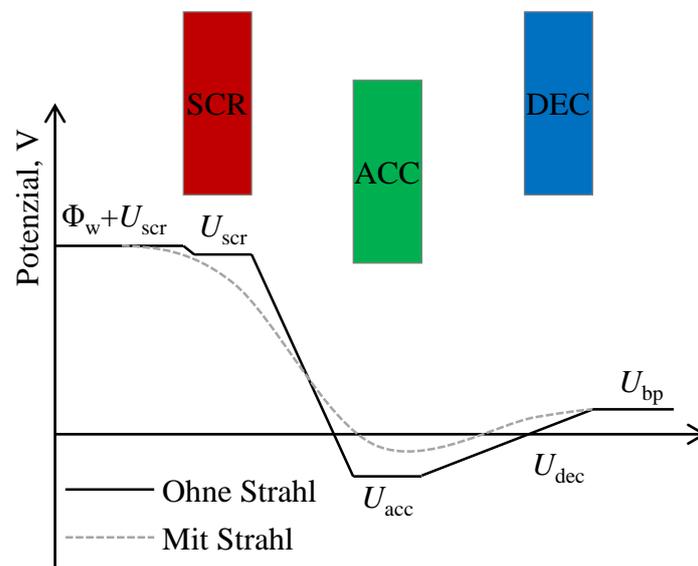


Abbildung 2.10: Prinzipielle Verläufe des Potentials am Gittersystem mit und ohne Ionenstrahl nach Ref. [2].  $\Phi_w$  bezeichnet das Randschichtpotential,  $U_{scr}$ ,  $U_{acc}$  und  $U_{dec}$  die Gitterpotentiale und  $U_{bp}$  das Raumladungspotential des Strahls im freien Raum.

# Kapitel 3

## Grundlagen der Systemidentifikation

*Zum Lösen einer regelungstechnischen Aufgabe wird eine Beschreibung des Systems durch physikalische Gleichungen oder Messungen vorausgesetzt. Als Beschreibung dienen Prozessmodelle, die die Systemdynamik als algebraischen Ausdruck in Form von Übertragungsfunktionen beschreiben. Durch die Modellierung kann eine gezielte Analyse der Regelungsaufgabe ohne teure oder aufwändige Experimente anhand von Simulationen durchgeführt werden. Das Simulationsmodell hat dabei das Ziel, das physikalische System vereinfacht, aber genügend genau abzubilden. Um die Modelle zu erhalten, kann man das System entweder auf theoretischer oder experimenteller Basis analysieren. Die Systemidentifikation spiegelt dabei die experimentelle Systemanalyse wider.*

*In diesem Kapitel werden zunächst die grundlegenden Begrifflichkeiten der Modellierung und Identifikation erläutert. Anschließend werden lineare Prozessmodelle vorgestellt, die zur Beschreibung des Systems verwendet werden. Dabei werden ein zeitdiskretes und ein zeitkontinuierliches Modell vorgestellt und jeweils im Zeit- und Frequenzbereich beschrieben. Im nächsten Schritt wird die Identifikationsmethode erläutert, auf deren Basis die Untersuchungen dieser Arbeit durchgeführt werden; die Methode der kleinsten Quadrate. Der letzte Abschnitt stellt eine Möglichkeit vor, zwischen zeitkontinuierlichem und zeitdiskretem Modell umzurechnen.*

### 3.1 Modellbildung und Identifikation

#### 3.1.1 Modellbildung

Als Basis der Systemidentifikation dient eine modellhafte Vorstellung des eigentlichen physikalischen Systems. Bei der Modellierung muss allgemein zwischen Mo-

dellstruktur und Modellparametern unterschieden werden. Die Struktur stellt das Verhalten und die Komplexität des Modells dar, sie steht für dessen qualitative Beschreibung. Die Parameter dagegen geben das Verhalten des Modells bei gegebener Struktur wieder und dienen der quantitativen Beschreibung. Für die Unterscheidung der Modellbildung eignet sich eine Unterteilung in drei Ansätze, die der Übersicht halber in Abb. 3.1 auch grafisch dargestellt sind:

- **White-Box-Modell:** Das White-Box-Modell spiegelt die theoretische Analyse des Systems wider. Das System wird durch physikalische und geometrische Gleichungen abgebildet. Dazu zählen bspw. Bilanzgleichungen, physikalisch-chemische Zustandsgleichungen oder Entropiebilanzgleichungen [28]. Die theoretische Beschreibung führt meist zu Differentialgleichungen und Modellen mit bekannter Struktur und Parametern, die den wahren physikalischen Parametern entsprechen. Man spricht in diesem Fall auch von parametrischen Modellen. Man erreicht mit dem White-Box-Modell eine sehr hohe Modellgenauigkeit, wenn das Systemverhalten im Vorhinein genauestens untersucht wurde. Jedoch ergibt sich aus der genauen Beschreibung meist ein hoher Zeitaufwand gegenüber experimentellen Analysen.
- **Black-Box-Modell:** Ist das Systemverhalten unbekannt oder möchte man das dynamische Verhalten mit geringem Aufwand bestimmen, verwendet man die experimentelle Analyse oder Identifikation, resultierend in einem Black-Box-Modell. Black-Box-Modelle bilden lediglich das Ein-/Ausgangsverhalten ab, ihre Parameter sind reine Zahlenwerte und stellen keinen Bezug zu den physikalischen Parametern des Systems her. Man spricht in diesem Fall von nichtparametrischen Modellen.
- **Grey-Box-Modell:** Grey-Box-Modelle resultieren aus der Vermischung von White-Box- und Black-Box-Modellen. Beispielsweise wird durch theoretisches Vorwissen eine Systemstruktur vorausgesetzt und deren Parameter durch experimentelle Daten identifiziert. Auch hierbei handelt es sich um ein parametrisches Modell.

Die theoretische Analyse liefert prinzipiell mehr Informationen über ein System als die experimentelle. Die physikalische Beschreibung ist aber selbst bei einfachen Systemen oft aufwändig und die Parameter ungenau, da Vorgänge nicht bekannt oder mathematisch beschreibbar sind [28]. Die experimentelle Analyse dagegen ermöglicht die Beschreibung eines beliebig komplizierten Systems, sofern die Ein- und Ausgangsgrößen messbar sind. Allerdings enthält sie keinerlei Information über die inneren Zustände eines Systems. Die Wahl der Systemanalyse hängt letztendlich vom Vorwissen und dem Verwendungszweck ab. Für diese Arbeit wird aufgrund der Komplexität des Systems und dessen Physik auf die experimentelle Analyse

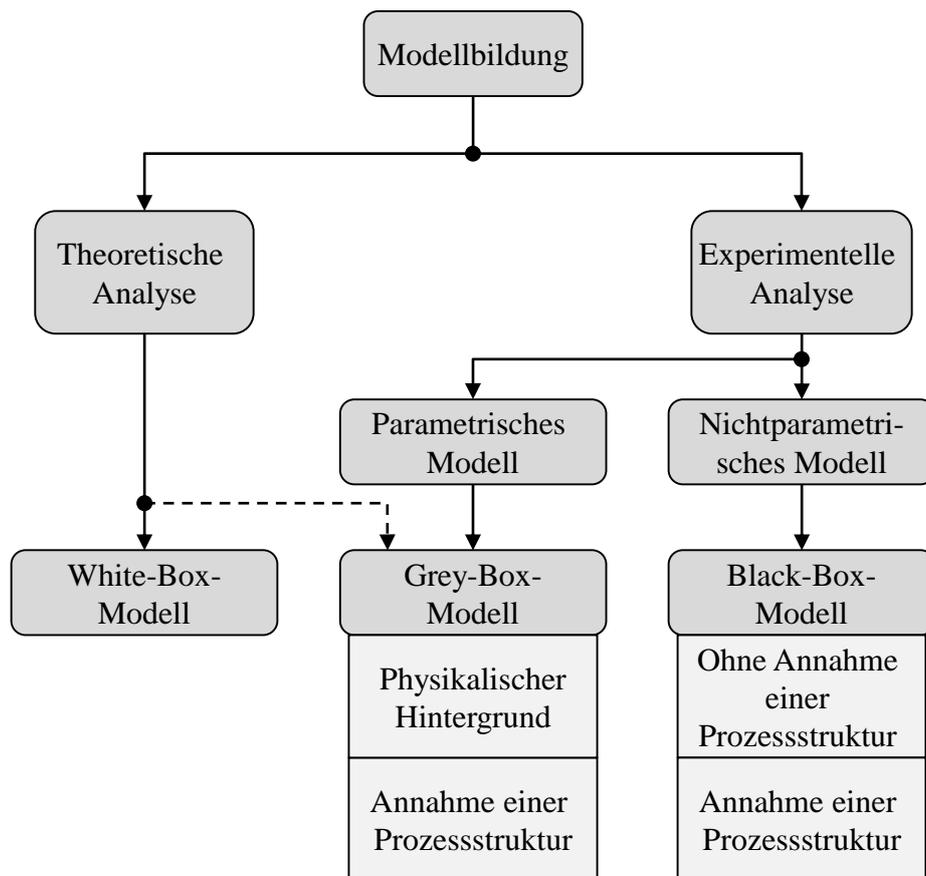


Abbildung 3.1: Übersicht unterschiedlicher Ansätze zur Systemmodellierung.

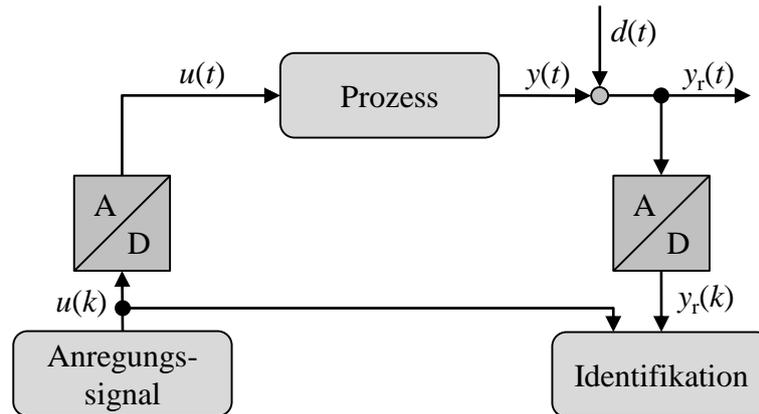


Abbildung 3.2: Struktur zur Identifikation eines dynamischen Prozesses.

zurückgegriffen. So ist das Ziel, erste Erfahrungen bezüglich des dynamischen Systemverhaltens zu gewinnen und einfache Reglerstrukturen testen zu können.

### 3.1.2 Identifikation

Als Identifikation wird die experimentelle Ermittlung des zeitlichen Verhaltens eines Prozesses oder Systems bezeichnet [28]. Man verwendet gemessene Ein- und Ausgangssignale, um das zeitliche Verhalten des Systems innerhalb einer Klasse von mathematischen Modellen zu beschreiben. Ziel der Identifikation ist das Erstellen eines Modells, welches das dynamische und damit das zeitliche Systemverhalten möglichst gut nachbildet. Der Fehler zwischen Modell und dem eigentlichen Prozess oder System soll dabei so klein wie möglich sein. Voraussetzung für eine erfolgreiche Identifikation ist ein eindeutiger Zusammenhang zwischen anregendem Eingangssignal  $u(t)$  und dem Ausgangssignal  $y(t)$  des Prozesses. Die allgemeine Struktur einer Identifikation ist in Abb. 3.2 dargestellt. Da Identifikation und Signalgebung über ein digitales System realisiert werden, dienen Digital-Analog- bzw. Analog-Digital-Wandler zur Umformung der Signale. Wirken auf den Prozessausgang Störungen, kann nur das gestörte Ausgangssignal  $y_r(t)$  messtechnisch ermittelt werden. Dieses ergibt sich aus der Superposition von ungestörtem Ausgangssignal  $y(t)$  und Störsignal  $d(t)$  mit  $y_r(t) = y(t) + d(t)$ . Die Struktur gemäß Abb. 3.2 dient der Bestimmung des Ein-/Ausgangsverhaltens des Systems. Auch auf gemessene innere Größen des Systems kann eine Systemidentifikation angewandt werden, um eine Beschreibung der inneren Struktur zu erhalten.

Analog zur Modellbildung kann auch bei der Identifikation zwischen parametrischen (mit Struktur) und nichtparametrischen Modellen (ohne Struktur) unterschieden werden. Die parametrischen Modelle bestehen aus Gleichungen, die die Parameter explizit enthalten und eine endliche Anzahl an Parametern aufweisen. Beispiele hierfür sind algebraische Ausdrücke wie Differentialgleichungen oder Übertragungs-

funktionen. Bei den nichtparametrischen Modellen stellen Wertetabellen oder Kurven den Bezug zwischen und Ein- und Ausgangsgröße dar. Die Kurven liegen z.B. in Form von Übergangsfunktionen, Übertragungsfunktionen oder Gewichtsfunktionen in tabellarischer oder grafischer Darstellung vor. Interpretiert man bspw. die Funktionswerte einer Gewichtsfunktion als Parameter, benötigt man für die Darstellung des dynamischen Verhaltens unendlich viele dieser Parameter. Daher spricht man bei nichtparametrischen Modellen oft auch von Modellen ohne Struktur und unendlicher Anzahl an Parametern. Je nach Modell können unterschiedliche Identifikationsmethoden definiert werden. Für nichtparametrische Modelle eignen sich die Frequenzgangmessung, Fourieranalyse, Korrelationsanalyse oder Spektralanalyse. Für parametrische Modelle werden Methoden wie Kennwertmittlung, iterative Optimierungsverfahren, neuronale Netze oder Parameterschätzmethoden verwendet. Detaillierte Beschreibungen der einzelnen Methoden finden sich in den Referenzen [28] oder [29]. Für die in dieser Arbeit verwendete Systemidentifikation wird auf eine Parameterschätzmethode zurückgegriffen. Parameterschätzmethoden im Allgemeinen gehen von Differenzgleichungen oder Differentialgleichungen als Modellbeschreibung aus. Mithilfe statistischer mathematischer Ausgleichsverfahren, die auf die vorliegende Problematik angepasst sind, werden Funktionen von Fehlersignalen, die zwischen Prozess und Modell erzeugt werden, minimiert. Ist das Fehlersignal klein, stimmt das Ein-/Ausgangsverhalten von Prozess und Modell überein. Bei den Parameterschätzmethoden kann jedes beliebige Eingangssignal genutzt werden und sie liefern selbst bei ungünstigem Signal-Rausch-Verhältnis genaue Modelle [29]. Die Identifikation kann dabei in zwei Schritte unterteilt werden:

- Auswahl einer geeigneten Struktur
- Parameteroptimierung

Vor der Durchführung der Parameterschätzmethode muss die Struktur des zu identifizierenden Modells festgelegt werden. Sie beschreibt die funktionalen Zusammenhänge und wird durch lineare, zeitinvariante Übertragungssysteme, kurz LTI (engl. Linear Time-Invariant System) dargestellt. Im weiteren Verlauf werden zwei LTIs verwendet: im zeitkontinuierlichen Bereich eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten; im zeitdiskreten eine Differenzgleichung. Die Struktur eines Prozesses ist dann von der Ordnung der jeweiligen Beschreibungsform abhängig oder vice versa. Vorteil der parametrischen Identifikationsmethoden ist, dass die Vorgabe der Struktur durch eine geringere Anzahl an Parametern erfolgt als bei nichtparametrischen Methoden. Sie erfordern demnach einen geringeren Speicher- und Rechenbedarf [30].

Nach der Wahl der Modellstruktur folgt im zweiten Schritt die Parameteroptimierung. Dabei werden die Parameter der gewählten Struktur so lange verändert, bis ein zwischen Prozess und Modell generiertes Fehlersignal  $e(t)$  möglichst klein

wird. Dazu wird ein überbestimmtes Gleichungssystem mithilfe gemessener Ein- und Ausgangssignale erzeugt und anschließend mit auf den Identifikationsprozess optimierten Ausgleichsverfahren gelöst.

Neben Strukturauswahl und Parameteroptimierung spielt auch das für die Identifikation verwendete Eingangssignal des Systems oder Prozesses eine wichtige Rolle. Ein in Ruhe befindliches System lässt keinerlei Information über das dynamische Verhalten zu. Möchte man die relevante Dynamik untersuchen, muss das Eingangssignal entsprechend gewählt und das System genügend angeregt werden. So werden in vorliegender Arbeit beispielsweise Rechteck- oder Sprungfunktionen verwendet.

Eine weitere Begrifflichkeit bei der Identifikation kann eingeführt werden, wenn man den Zeitpunkt der Datenverarbeitung betrachtet: Die Identifikation kann On-line oder Off-line erfolgen. Bei der On-Line-Identifikation ist die Verarbeitung der Daten direkt mit dem Prozess verkoppelt, die Identifikation erfolgt unmittelbar während des Anregungsprozesses. Bei der Off-Line-Identifikation dagegen werden die Daten zunächst gespeichert und erst nach dem Ablauf der Messung verarbeitet [28; 29]. Sie ist die in dieser Arbeit gewählte Methode.

## 3.2 Lineare Modelle dynamischer Systeme

Für die Beschreibung der Systemdynamik existieren einheitliche Ausdrucksformen. Zum einen wird zwischen zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Formen unterschieden, zum anderen kann die Beschreibung im Zeit- oder Frequenzbereich erfolgen. Auf diese Weise finden sich zahlreiche Möglichkeiten, um die Dynamik linearer Systeme zu erläutern. Einige der möglichen Beschreibungsformen sind in Abb. 3.3 aufgeführt. Die farblich markierten Blöcke stellen die in den folgenden Abschnitten beschriebenen Formen dar. Sie behandeln jeweils eine zeitkontinuierliche und eine zeitdiskrete Beschreibungsform im Zeitbereich (Differential- und Differenzgleichung) und die Überführung in den Frequenzbereich (Übertragungsfunktion im Laplace- und  $z$ -Bereich). Die Nutzung des Frequenz- oder Bildbereichs in Form der Übertragungsfunktionen bietet den Vorteil, algebraische Ausdrücke anstelle von Differentialgleichungen zu lösen. Viele Berechnungen, die in der Regelungstechnik Verwendung finden, werden so vereinfacht.

### 3.2.1 DGL und Laplace-Übertragungsfunktion

Eine Möglichkeit zur Beschreibung linearer Systeme im Zeitbereich bieten Differentialgleichungen. Sie beschreiben den dynamischen Zusammenhang zwischen Eingangsgröße  $u(t)$  und Ausgangsgröße  $y(t)$ , gemäß dem mit "Prozess" versehenen Block in Abb. 3.2. Die allgemeine Form einer linearen Differentialgleichung (kurz DGL) lau-

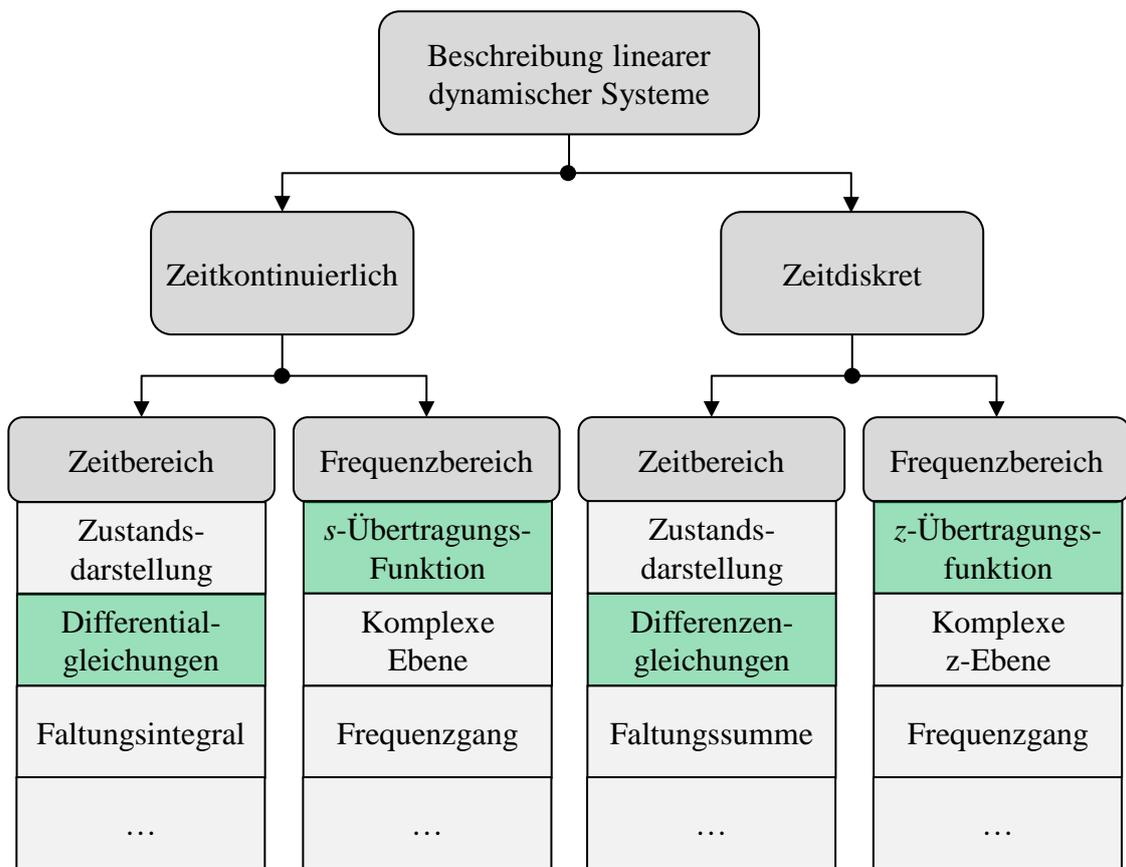


Abbildung 3.3: Modellformen zur Beschreibung linearer dynamischer Systeme.

tet:

$$\begin{aligned} \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dabei sind  $a_i$  und  $b_i$  reellwertige Koeffizienten mit einem auf Eins normiertem  $a_n$ . Sie können den physikalischen Parametern entsprechen oder aus ihnen berechnet werden. Man spricht von einer Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung. Dabei gilt allgemein für die Grade  $n$  und  $m$  der Ableitungen, dass nur Systeme mit  $n \geq m$  technisch realisierbar und nicht sprungfähig sind. Diesen Zusammenhang nennt man auch Kausalität, die Ausgangsgröße hängt nur von dem aktuellen und vergangener Eingangswerte ab. Die Differenz der Grade wird als relativer Grad  $r$  bezeichnet und ergibt für kausale Systeme:

$$r = n - m \geq 0 \quad (3.2)$$

Eine lineare Differentialgleichung, wie sie in Gl. (3.1) dargestellt ist, liefert eine eindeutige Lösung der Ausgangsgröße  $y(t)$  für eine beliebige im Zeitintervall  $t \geq 0$  liegende Eingangsgröße  $u(t)$  [31].

Während die DGL das Übertragungsverhalten im Zeitbereich beschreibt, kann das dynamische Verhalten im Frequenzbereich über die sogenannte Übertragungsfunktion  $G(s)$  dargestellt werden. Sie ist definiert als Quotient der Laplace-Transformierten der Ausgangs- und Eingangsgröße des Systems [31]:

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}} = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (3.3)$$

Wendet man die Laplace-Transformation auf die allgemeine DGL aus Gl. (3.1) an, erhält man unter Verwendung des Überlagerungs- und Differenziationssatzes folgenden Ausdruck:

$$Y(s) \cdot (a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0) = U(s) \cdot (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0) \quad (3.4)$$

Dabei gilt die Voraussetzung, dass sämtliche Anfangsbedingungen gleich null sind und das System im Anfangszustand energiefrei ist [32]. Grundlegende Zusammenhänge und erwähnte Rechenvorschriften sind in Anhang B.1 angegeben. Durch Umformung von Gl.(3.4) erhält man die Übertragungsfunktion gemäß Gl. (3.3) in gebrochen rationaler Form mit konstanten Koeffizienten:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3.5)$$

Die Koeffizienten  $a$  der linken Seite der DGL bilden das Nennerpolynom und die Koeffizienten  $b$  der rechten Seite das Zählerpolynom der Übertragungsfunktion. Analog zur DGL gilt auch bei der Übertragungsfunktion für technisch realisierbare Systeme:  $r = n - m \geq 0$ . Für die Beschreibung des Systems und die Berechnung des Regelkreises wird auf die Übertragungsfunktion zurückgegriffen. Sie wird auch Übertragungsfunktion im s-Bereich oder Laplace-Übertragungsfunktion genannt.

Für die Systemidentifikation wird die zeitdiskrete Form der DGL herangezogen, die im nächsten Abschnitt behandelte Differenzgleichung.

### 3.2.2 Differenzgleichung und z-Übertragungsfunktion

Durch die immer weiter fortschreitende Technologie im Bereich der Mikroprozessortechnik und der höheren Flexibilität digitaler Systeme werden fast ausschließlich Digitalrechner zur Regelung zeitkontinuierlicher Prozesse eingesetzt. Digitale Systeme unterscheiden sich von zeitkontinuierlichen Systemen in der Darstellung des Signals und der zeitlichen Abarbeitung. Messgrößen werden mithilfe von Analog-Digital-Wandlern dem Rechner zugeführt und im Gegenzug die Stellgrößen mit Digital-Analog-Wandlern vom Rechner zur Verfügung gestellt. Durch sogenannte Abtast-Halte-Glieder wird das zeit- und wertkontinuierliche Signal in ein zeit- und wertdiskretes Signal umgewandelt. Es resultiert ein zeitkontinuierlicher Verlauf, der sich zu äquidistanten Zeitabständen ändert und zwischen den Zeitpunkten im Wert konstant ist. Das Ergebnis ist eine Stufenfunktion deren Stufenbreite durch die Abtastzeit  $T_s$  vorgegeben wird. Durch die Quantisierung des analogen Werts erhält man zusätzlich eine Wertediskretisierung, die über die maximale Bitbreite der verwendeten Wandler begrenzt ist. Sie liegt typischerweise im Bereich zwischen 12 Bit und 16 Bit und kann in vielen Fällen vernachlässigt werden. Die aufgezeichneten Werte der Ein- und Ausgangssignale in diskreter Form bilden Sequenzen. Für das Eingangssignal ergibt sich die Prozesseingangssequenz  $\{u(k)\}$  und die Prozessausgangssequenz  $\{y(k)\}$  für das Ausgangssignal. Dabei stellt  $k$  die auf die Abtastzeit normierte Zeitvariable gemäß  $u(k) = u(k \cdot T_s)$  und  $y(k) = y(k \cdot T_s)$  dar. Ein zeitdiskretes Modell kann auch als stroboskopisches Modell betrachtet werden, da der Zusammenhang von Ein- und Ausgang jeweils nur zu den diskreten Abtastzeitpunkten wiedergegeben wird [30].

Das Abtastsystem bildet den Verlauf der Ein- und Ausgangssignale des zeitkontinuierlichen Systems ab, welches durch eine Differentialgleichung wie in Gl. (3.1) beschrieben werden kann. Gehen bei der DGL die  $n$  Ableitungen der Ausgangsgröße  $y(t)$  und  $m$  Ableitungen der Eingangsgröße  $u(t)$  mit ein, bietet die zeitdiskrete Darstellung keine Möglichkeit der Differentiation. Daher werden Ableitungen durch Differenzenquotienten ersetzt. Als Beispiel folgt die Annäherung der ersten Ableitung

des Ausgangssignales durch einen Differenzquotienten [33]:

$$\Delta y(t) = \frac{y(t + T_s) - y(t)}{T_s} \quad (3.6)$$

Aufeinanderfolgende abgetastete Werte  $y(t)$ ,  $y(t + T_s)$ ,  $y(t + 2T_s)$ , usw. von Ein- und Ausgangsgröße gehen in die Systembeschreibung ein. Abtastsysteme können also durch Differenzgleichungen beschrieben werden [30]:

$$\begin{aligned} \alpha_0 y(k) + \alpha_1 y(k - 1) + \dots + \alpha_n y(k - n) \\ = \beta_0 u(k) + \beta_1 u(k - 1) + \dots + \beta_m u(k - m) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Im Gegensatz zur DGL aus Gl. (3.1) werden die Koeffizienten der linken Seite als  $\alpha$  und die der rechten Seite als  $\beta$  bezeichnet, da sie andere Zahlenwerte aufweisen. Der relative Grad lässt sich durch die Verschiebungen  $n$  und  $m$  der Ein- und Ausgangsgrößen, gleich dem kontinuierlichen System, mit  $r = n - m$  berechnen. Um die Differenzgleichung zu lösen, müssen  $n$  vergangene Ausgangswerte und  $m + 1$  Eingangswerte bekannt sein. Setzt man  $\alpha_0$  gleich Eins und formt nach dem aktuellen Wert der Ausgangsgröße  $y(k)$  um, erhält man folgende Form der Differenzgleichung:

$$\begin{aligned} y(k) = -\alpha_1 y(k - 1) - \dots - \alpha_n y(k - n) \\ + \beta_0 u(k) + \beta_1 u(k - 1) + \dots + \beta_m u(k - m) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^m \beta_i u(k - i) - \sum_{i=1}^n \alpha_i y(k - i) \quad (3.9)$$

Das aktuelle Signal  $y(k)$  berechnet sich rekursiv aus vergangenen Ein- und Ausgangsgrößen und wird deshalb auch rekursive Differenzgleichung genannt. Schreibt man Gl. (3.8) übersichtlich, ergibt sich folgende Vektorform:

$$y(k) = \psi^T(k) \cdot \Theta \quad (3.10)$$

Dabei beschreibt  $\psi^T(k)$  den Datenvektor mit

$$\psi^T(k) = \left[ -y(k - 1) \quad \dots \quad -y(k - n) \quad | \quad u(k) \quad \dots \quad u(k - m) \right] \quad (3.11)$$

und  $\Theta$  den Parametervektor gemäß

$$\Theta^T = \left[ \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n \quad | \quad \beta_0 \quad \dots \quad \beta_m \right]. \quad (3.12)$$

In Analogie zu den Differentialgleichungen, können auch Differenzgleichungen in den Frequenzbereich überführt werden. Statt der Laplace-Transformierten  $\mathcal{L}$  wird nun die  $\mathcal{Z}$ -Transformierte verwendet. Während bei zeitkontinuierlichen Systemen die

Übertragungsfunktion das Ein- zu Ausgangsverhalten im Frequenz- oder Bildbereich abbildet, ist dies bei diskreten Systemen durch die  $z$ -Übertragungsfunktion gegeben. Sie bildet sich aus dem Quotienten der  $\mathcal{Z}$ -Transformierten des Ausgangs und des Eingangs zu:

$$G(z) = \frac{\mathcal{Z}\{y(kT_s)\}}{\mathcal{Z}\{u(kT_s)\}} = \frac{Y(z)}{U(z)} \quad (3.13)$$

Der Parameter  $z$  wird auch als Ein-Schritt-Schiebeoperator bezeichnet und ist in Anhang B.2 oder in den Referenzen [32; 33] beschrieben. Die Anwendung des Verschiebungssatzes (s. Anhang Gl. (B.21)) auf Gl. (3.7) resultiert in der  $\mathcal{Z}$ -transformierten Differenzgleichung mit  $\alpha_0 = 1$ :

$$Y(z) \cdot (1 + \alpha_1 z^{-1} + \dots + \alpha_n z^{-n}) = U(z) \cdot (\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \dots + \beta_m z^{-m}) \quad (3.14)$$

Und durch Umformung ergibt sich die zeitdiskrete Übertragungsfunktion im komplexen  $z$ -Bereich zu:

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \dots + \beta_m z^{-m}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \dots + \alpha_n z^{-n}} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (3.15)$$

Die Bestimmung der Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  des Zählers und Nenners in Gl. (3.15) erfolgt aus den Messdaten mithilfe der Identifikationsmethode des folgenden Abschnitts.

### 3.3 Methode der kleinsten Quadrate für dynamische Prozesse

Betrachtet wird ein Prozess gemäß Abb. 3.4, dessen Ein-/Ausgangsverhalten durch die in Gl. (3.15) erläuterte lineare  $z$ -Übertragungsfunktion beschrieben werden soll. Ziel der Identifikation ist die Bestimmung der unbekannt Prozessparameter  $\alpha_1$  bis  $\alpha_n$  und  $\beta_0$  bis  $\beta_m$ . Dazu werden die Ein- und Ausgangsgrößen  $u$  und  $y$  des Systems benötigt, die auf diskreten Messdaten basieren. Das gemessene Ausgangssignal  $y_r(k)$  ergibt sich aus der Überlagerung von eigentlichem Prozesssignal  $y(k)$  und Störsignal  $d(k)$ :

$$y_r(k) = y(k) + d(k) \quad (3.16)$$

Da nur das gestörte Prozessausgangssignal  $y_r$  gemessen werden kann, ergeben sich aus der Identifikation fehlerhafte Parameter, die Modellparameter  $\hat{\alpha}$  und  $\hat{\beta}$  der Polynome  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$ . Durch die Wahl eines geeigneten Ausgleichsverfahrens wird innerhalb der Identifikation versucht, den Fehler  $e$  zwischen Prozess und Modell zu minimieren.

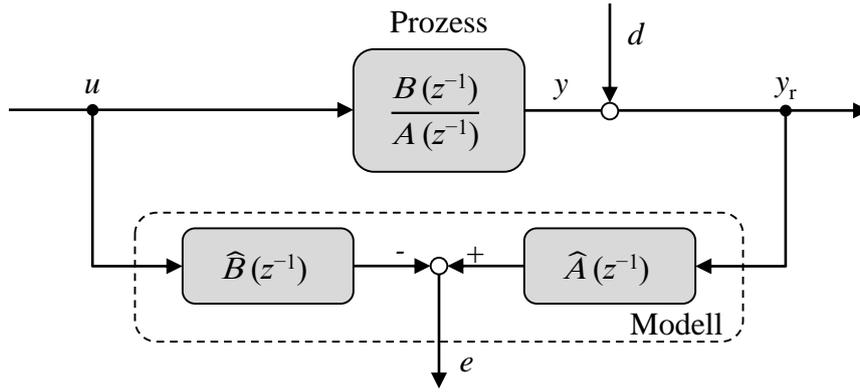


Abbildung 3.4: Blockdiagramm zur Parameterbestimmung gemäß der Methode der kleinsten Quadrate.

Dazu eignet sich die Gleichungsfehleranordnung aus Abb. 3.4. Vor der Identifikation müssen zunächst Annahmen getroffen werden, die sich wie folgt ergeben [29]:

- Zur Bestimmung der Parameter muss der Prozess aus der Ruhelage angeregt werden. Er muss sich also für  $k < 0$  im stationären Zustand befinden.
- Die Ordnung des Systems und folglich die Ordnungen  $n$  und  $m$  von Zähler- und Nennerpolynom der  $z$ -Übertragungsfunktion sind bekannt.
- Die Identifikation fordert als Grundlage den energiefreien Zustand der Ein- und Ausgangsgrößen. Die im folgenden verwendeten Größen werden deshalb als Differenz zwischen Signal und Gleichanteil im stationären Zustand ( $U_{00}$ ,  $Y_{r,00}$ ) definiert:

$$\begin{aligned} u(k) &= U(k) - U_{00} \\ y_r(k) &= Y_r(k) - Y_{r,00} \end{aligned}$$

- Ein-/Ausgangsgrößen und zugehörige Gleichanteile müssen bekannt sein.
- Der Gleichanteil  $Y_{00}$  muss  $U_{00}$  zugehörig sein.
- Das Störsignal  $z(k)$  muss stationär sein und den Erwartungswert  $E\{z(k)\} = 0$  erfüllen.

Bildet man die Differenzgleichung gemäß der Gleichungsfehleranordnung aus Abb. 3.4, erhält man eine Beschreibung des Fehlers  $e(k)$  zwischen Modell und Prozess:

$$\begin{aligned} y_r(k) + \hat{\alpha}_1 y_r(k-1) + \dots + \hat{\alpha}_n y_r(k-n) \\ - \hat{\beta}_0 u(k) - \hat{\beta}_{k-1} u(k-1) - \dots - \hat{\beta}_m u(k-m) = e(k) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Gleichung (3.17) lässt sich auch in Vektorschreibweise formulieren:

$$e(k) = y_r(k) - \underbrace{\psi^T(k) \cdot \hat{\Theta}}_{\hat{y}_r(k|k+1)} \quad (3.18)$$

Der rechte Anteil  $\hat{y}_r(k|k+1)$  der Gleichung wird als Prädiktion für  $y(k)$  verstanden. Er beschreibt den auf Basis zurückliegender Werte mithilfe der Modellparameter  $\hat{\alpha}_i$  und  $\hat{\beta}_i$  zum Abtastzeitpunkt  $k$  geschätzten Ausgangswert  $\hat{y}(k)$ .  $e(k)$  wird nun als Gleichungsfehler der Prädiktion um einen Zeitschritt bezeichnet [34]. Datenvektor  $\psi^T(k)$  sowie Parametervektor  $\hat{\Theta}$  ergeben sich zu:

$$\psi^T(k) = \left[ -y_r(k-1) \quad \dots \quad -y_r(k-n) \quad | \quad u(k) \quad \dots \quad u(k-m) \right] \quad (3.19)$$

$$\hat{\Theta}^T = \left[ \hat{\alpha}_1 \quad \dots \quad \hat{\alpha}_n \quad | \quad \hat{\beta}_0 \quad \dots \quad \hat{\beta}_m \right] \quad (3.20)$$

Für die Bestimmung der Parameter werden  $m+n+1$  Gleichungen der obigen Form benötigt, um ein überbestimmtes Gleichungssystem zu erhalten:

$$\begin{aligned} e(k) &= y_r(k) - \psi^T(k) \cdot \hat{\Theta} \\ &\vdots \\ e(k+m+n) &= y_r(k+m+n) - \psi^T(k+m+n) \cdot \hat{\Theta} \end{aligned}$$

Da die Datenvektoren auch zeitlich zurückliegende Werte enthalten ( $k-n$  und  $k-m$ ) und die Messdaten nur für  $t \geq 0$  bzw.  $k \geq 0$  bekannt sind, müssen die Gleichungen um  $N_0 = \max(m, n) + 1$  verschoben werden und mindestens  $N = N_0 + m + n$  Werte aufgenommen werden. Erhöht man die Anzahl an aufgenommenen Werten gemäß  $N \gg N_0 + m + n$ , sinkt der Einfluss der Störung auf die Parameterbestimmung. Mit den genannten Forderungen an die Anzahl der Gleichungen und Datenpunkte für ein überbestimmtes Gleichungssystem bekannter Daten erhält man nun den Fehlervektor  $\mathbf{e}$

$$\mathbf{e}^T = \left[ e(N_0) \quad \dots \quad e(N) \right], \quad (3.21)$$

den Ausgangsvektor  $\mathbf{y}_r$

$$\mathbf{y}_r^T = \left[ y_r(N_0) \quad \dots \quad y_r(N) \right], \quad (3.22)$$

die Datenmatrix  $\Psi$

$$\Psi = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} -y_r(N_0-1) & \dots & -y_r(N_0-n) & u(N_0) & \dots & u(N_0-m) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y_r(N-1) & \dots & -y_r(N-n) & u(N) & \dots & u(N-m) \end{array} \right] \quad (3.23)$$

und den Parametervektor  $\hat{\Theta}$

$$\hat{\Theta}^T = \left[ \hat{\alpha}_1 \quad \dots \quad \hat{\alpha}_n \quad | \quad \hat{\beta}_0 \quad \dots \quad \hat{\beta}_m \right]. \quad (3.24)$$

Sie führen zur erweiterten Gleichungsfehleranordnung mit:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_r - \Psi \cdot \hat{\Theta} \quad (3.25)$$

Der Fehler  $\mathbf{e}$  beschreibt die Abweichung zwischen gemessenen Ausgangswerten  $y_r$  und den prädizierten Ausgangswerten  $\hat{y}_r(k|k+1)$  des Modells. Ziel der Parameteridentifikation ist es, eine möglichst exakte Übereinstimmung zwischen den Modellparametern  $\hat{\alpha}_i$ ,  $\hat{\beta}_i$  und den realen Prozessparametern  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  zu erreichen. Diese Forderung führt zur Kostenfunktion  $V$  in Form der quadratischen euklidischen Normalform als Maß für die Größe der Abweichung [30]:

$$V = \|\mathbf{e}\|_2^2 = \sum_{k=N_0}^N e^2(k) = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = \left( \mathbf{y}_r - \Psi \cdot \hat{\Theta} \right)^T \cdot \left( \mathbf{y}_r - \Psi \cdot \hat{\Theta} \right) \quad (3.26)$$

Die quadratische euklidische Normalform stellt die Summe der Quadrate der Vektorkomponenten dar. Aus ihr ist der Name der Identifikationsmethode abgeleitet. Sie wird als "Methode der kleinsten Quadrate" (MKQ) bezeichnet. Die Summe der Fehlerquadrate eignet sich aus folgenden Gründen für die Minimierung der Kostenfunktion [30]:

1. Sie besitzt als einziges Extremum ein eindeutiges globales Minimum.
2. Es wird keine Fallunterscheidung bezüglich der Vorzeichen des Fehlersignals benötigt.
3. Große Abweichungen zwischen gemessenem und geschätztem Ausgangssignal gehen mit größerer Gewichtung in die Berechnung ein als kleine Abweichungen.

Gemäß der ersten Forderung erhält man das Minimum der Kostenfunktion durch Differentiation und anschließendem Nullsetzen [28–30]:

$$\left. \frac{dV}{d\Theta} \right|_{\Theta=\hat{\Theta}} = -2\Psi^T \cdot \left( \mathbf{y}_r - \Psi \cdot \hat{\Theta} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.27)$$

Durch Umformung erhält man den gesuchten Parametervektor  $\hat{\Theta}$  mit:

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{y}_r \quad (3.28)$$

In Gl. (3.28) steckt die Forderung der Invertierbarkeit der Kovarianzmatrix  $\Psi^T \Psi$ . Es folgt, dass der Prozess genügend angeregt werden muss, um den vollen Rang der Kovarianzmatrix zu gewährleisten [30].

Die MKQ ist nur eines von vielen über die Jahre entwickelten Ausgleichsverfahren. Zum Beispiel existiert noch die Methode der Hilfsvariablen oder die Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate. Sie bauen jedoch auf der Basis der MKQ auf, wurden dahingehend optimiert oder angepasst, mit dem Ziel, das Konvergenzverhalten zu verbessern und den Einfluss des Störsignals zu verringern. Das Messrauschen führt ansonsten zu systematischen, biasbehafteten Fehlern. So werden oft mathematische Verfahren angewandt, die in einer Filterung der Ein- oder Ausgangssignale resultieren. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass eine Filterung der Signale auch Einfluss auf die Charakteristik der Anregung und der Dynamik hat.

In der vorliegenden Arbeit wird die "System Identification Toolbox" aus Matlab/Simulink für die Systemidentifikation verwendet. Sie bietet Standardlösungen für lineare Identifikationsprobleme und auch die Möglichkeit der Vor- und Nachbereitung der Signale. Auf diese Weise werden digitale Filtertechniken verwendet, um bekannte Störsignale zu eliminieren, ohne Einfluss auf die Dynamik und Anregung zu nehmen.

### 3.4 Tustin-Methode (bilineare Approximation)

Sind die Parameter identifiziert und liegt die Übertragungsfunktion im  $s$ - oder  $z$ -Bereich vor, kann zwischen beiden Übertragungsfunktionen umgerechnet werden. Ausgangslage für die Herleitung der Umrechnungsmethode ist eine Integration im zeitkontinuierlichen Bereich und deren Darstellung im zeitdiskreten Bereich. So ist die Funktion  $y(t)$  definiert als:

$$y(t) = \int u(t)dt \quad (3.29)$$

Aus dem Integrationssatz, zu finden in Anhang B.1, ergibt sich die Integration im Frequenzbereich zu:

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t x(\tau)d\tau \right\} = \frac{1}{s} \cdot \mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{s} \cdot X(s) \quad (3.30)$$

Die Anwendung auf Gl. (3.29) resultiert in der folgenden Übertragungsfunktion, die der Integration im Bildbereich entspricht:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s} \quad (3.31)$$

Da Differenziation und Integration nicht auf diskrete Werte anwendbar sind, müssen diese durch Addition und Subtraktion angenähert werden. Eine mögliche Näherung für die Integration im zeitdiskreten Bereich erhält man durch den Integralalgorithmus

mus mit Trapeznäherung in rekursiver Form [32; 35]:

$$y(k) = y(k-1) + \frac{T_s}{2} [u(k) + u(k-1)] \quad (3.32)$$

Wendet man die  $\mathcal{Z}$ -Transformation auf Gl. (3.32) an, erhält man:

$$\mathcal{Z}\{y(k)\} = Y(z) = Y(z)z^{-1} + \frac{T_s}{2} [U(z) + U(z)z^{-1}] \quad (3.33)$$

Durch Umformung ergibt sich das diskrete Pendant zur Laplace-Übertragungsfunktion der Integration:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{T_s}{2} \cdot \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \quad (3.34)$$

Vergleicht man die Übertragungsfunktion aus Gl. (3.31) und der  $z$ -Übertragungsfunktion aus Gl. (3.34), erhält man die Substitution von  $s$  und  $z$  mithilfe der Trapeznäherung [32; 35]:

$$\begin{aligned} s &\rightarrow \frac{2}{T_s} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \\ z &\rightarrow \frac{1-\frac{sT_s}{2}}{1+\frac{sT_s}{2}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Gl. (3.35) ermöglicht ein beliebiges Umrechnen zwischen Übertragungsfunktionen im  $s$ - und  $z$ -Bereich. Die Approximation auf Basis der Trapeznäherung wird Tustin-Methode oder bilineare Approximation genannt. Die gleiche Lösung erzielt man auch über die Definition der komplexen Variable  $z = e^{sT_s}$ . Löst man nach  $s$  auf, erhält man eine Beziehung zum natürlichen Logarithmus von  $z$ , der in eine Reihe entwickelt werden kann. Für kleine Abtastzeiten nähert sich  $e^{sT_s}$  und damit auch  $z$  dem Wert Eins an und die Reihe kann nach dem ersten Glied abgebrochen werden [32]:

$$s = \frac{1}{T_s} \cdot \ln(z) = \frac{2}{T_s} \left[ \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + \frac{(1-z^{-1})^3}{3 \cdot (1+z^{-1})^3} + \dots \right] \approx \frac{2}{T_s} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (3.36)$$

# Kapitel 4

## Teststand

*Ein Großteil der Arbeit bestand im Aufbau eines Teststands für den Betrieb der RIM. Neben der eigentlichen Funktionalität galt die Forderung der automatisierten Messwertaufnahme. Dazu wird ein Echtzeit-Messsystem als Schnittstelle zwischen der virtuellen Umgebung von Matlab/Simulink und den Hardwarekomponenten genutzt.*

*Zunächst wird der generelle Aufbau des Teststands erläutert. Anschließend erfolgt die Beschreibung wichtiger, eigens entwickelter Komponenten im Detail. Dazu gehören ein Filter zur Entstörung des Strommesssignals, welches von RF-Störungen des RFGs überlagert ist, und die eigentliche Messelektronik zur Erfassung der Gitterströme und des resultierenden Strahlstroms. Der letzte Abschnitt behandelt die Simulations- und Testumgebung mit der Erläuterung der Messabläufe zur Bestimmung der Systemdynamik und des Electron Backstreamings.*

### 4.1 Aufbau des Teststands

Im Rahmen der Arbeit wurde eine Testumgebung für die genannten RIM-Triebwerke mit 4 cm und 10 cm Extraktionsdurchmesser aufgebaut. Abbildung 4.1 zeigt den kompletten Aufbau des Teststands als Blockschaltbild. Neben den in Kap. 2 behandelten Komponenten, die für den Betrieb des RIM unerlässlich sind, werden folgende weitere zur Ansteuerung und Messung der Systemparameter oder Versorgung der Geräte verwendet:

- Netzteil(e) für die **Versorgung des RFG-Zwischenkreises** mit der DC-Leistung  $P_{\text{rfg,dc}}$ .
- Diverse **Relais'** zur Umpolung der Beschleunigungsspannung  $U_{\text{acc}}$ , zum Überbrücken der Strommessschaltung und zum Einschalten der Neutralisatorspannung. Die Umpolung von  $U_{\text{acc}}$  wird zum "Einsaugen" von Elektronen des Neutralisators verwendet, um für die Zündung eine erhöhte Elektronendichte zu

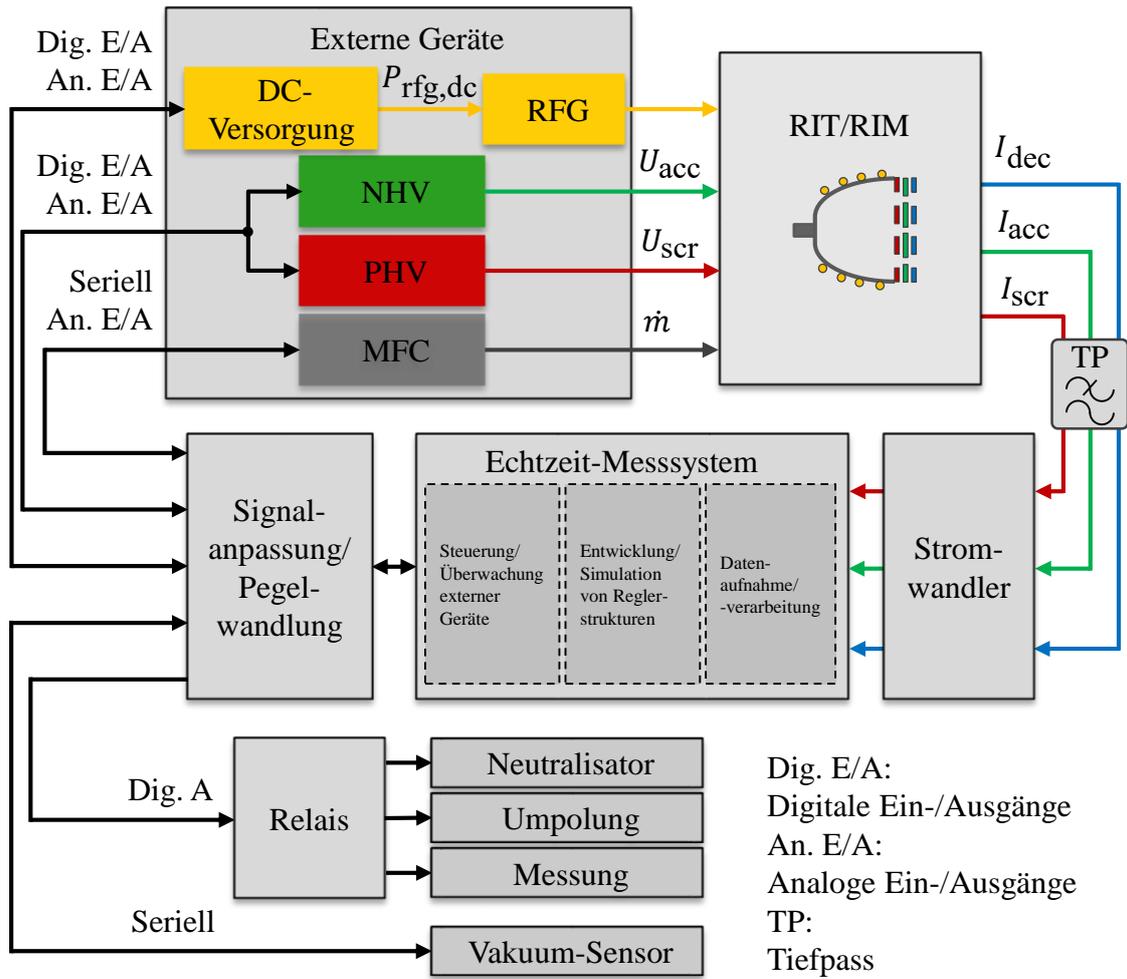


Abbildung 4.1: Blockschaftbild des gesamten Laboraufbaus.

erzeugen. Die Überbrückung der Messschaltung dient dem Schutz vor hohen Spannungs- und Stromspitzen im Zündmoment.

- Das **Echtzeit-Messsystem** bildet den Kern des Teststands. Es wird dazu verwendet, alle messbaren und steuerbaren Größen an einer Stelle des Systems zusammenzuführen. Dazu enthält das Messsystem analoge und digitale Ein-/Ausgänge sowie eine serielle Schnittstelle. Als Softwarebasis dienen Matlab und Simulink [36; 37], mit deren Hilfe eine grafische Benutzeroberfläche (graphical user interface, GUI) integriert ist. Über Matlab-Befehle oder Befehlsfolgen in Form sogenannter Skripte können die Signale manipuliert, gespeichert und ausgewertet werden. Die Messskripte enthalten feste Programmabläufe für die automatisierte Aufnahme der benötigten Kennlinien wie dem Electron Backstreaming oder der Untersuchung der Systemdynamik. Die Simulationsumgebung von Simulink bietet auch die Möglichkeit, Regelalgorithmen, digitale Filter oder ähnliche Bausteine in die Testumgebung einzubauen.
- Die zu messenden Gitterströme werden in ein für das Echtzeit-Messsystem verwertbares Spannungssignal gewandelt. Das in Abb. 4.1 als **Stromwandler** bezeichnete Konzept basiert auf einer galvanisch getrennten Messmethode.
- Durch die Nutzung von RF-Signalen im MHz-Bereich bei hohen Leistungen kommt es zur Einkopplung von Störsignalen in den Messzweig. Aufgrund dessen müssen die Signale gefiltert werden. Dies geschieht mit einem **Tiefpassfilter (TP)** im Hochspannungszweig.
- Durch die Nutzung verschiedener Geräte kommen teils unterschiedliche digitale und analoge Pegel zum Einsatz. Da die Signale des Echtzeit-Messsystems vorgegeben sind, wird eine **Signalanpassung** bzw. **Pegelwandlung** benötigt. So bietet das gekaufte, analoge Ausgangsmodul z.B. nur die Möglichkeit, differenzielle Signale auszugeben. Diese müssen auf Signale mit Massebezug, sogenannte Single-Ended-Signale (SE-Signal), angepasst werden.

In den folgenden Abschnitten werden der Filter im Hochspannungszweig (4.2) und die Strommessschaltung (4.3) detaillierter beschrieben. Abschnitt 4.4 behandelt die Simulations- und Testumgebung und gibt einen Einblick in die verwendeten Messskripte zur Bestimmung des Electron Backstreamings und der Systemdynamik.

## 4.2 Hochspannungsfester RF-Filter

Aufgrund des vom RFG erzeugten hochfrequenten Spulenstroms kommt es innerhalb des RIT zu leitungsgebundenen Störungen. Da diese Störungen auch an die

Gitter koppeln, sind die Gitterströme von einem Störstrom überlagert. In Ref. [20] wurde die Thematik der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) bereits untersucht. Als Resultat der Untersuchung zeigten sich Störströme mit Amplituden im Bereich von einigen hundert  $\mu\text{A}$  bis zu über 60 mA in Abhängigkeit der verwendeten Betriebsparameter. In Bezug auf die Störeinkopplung des RF-Signals auf die Gitter eines RIM-4 können gemäß Ref. [20] folgende allgemeingültige Aussagen getroffen werden:

- Der Störstrom im PHV-Zweig weist die höchsten Amplituden auf, gefolgt von NHV- und GND-Zweig.
- Alle Frequenzanteile des RF-Stroms sind auch als Störungen in den Gitterströmen vorhanden.
- Störampplituden  $> 100 \mu\text{A}$  treten im Bereich unterhalb 200 MHz auf.
- Bestimmte Frequenzen oder Frequenzbereiche dominieren das Frequenzspektrum der Störströme.
- Im Vergleich zum ungezündeten Fall wird die Störeinkopplung mit Plasma im Frequenzbereich  $< 100 \text{ MHz}$  stärker und im Frequenzbereich  $> 100 \text{ MHz}$  schwächer.

Die verwendete Strommessmethode ist auf Strahlströme bis etwa 30 mA ausgelegt. Je nach Betriebsparameter liegen die Störampplituden in der gleichen Größenordnung wie das zu messende Nutzsignal oder teilweise darüber. Dies resultiert in einem sehr kleinen Signal-zu-Rauschverhältnis. Die Störung muss beseitigt oder genug gedämpft werden, um das gemessene Signal verwertbar zu machen. Da der Nutzstrom nur einen Gleichanteil aufweist und die Störung im Bereich von MHz liegt, eignet sich ein Tiefpassfilter zur Störungsbeseitigung. Sämtliche Berechnungsgrundlagen zum Filter sind in Anhang C.1 angegeben. Folgende Bedingungen ergeben sich für den Filter:

- Die Anbringung des Filters erfolgt zwischen Abschirmgitter/Beschleunigungsgitter und der zugehörigen Hochspannungsquelle gemäß Abb. 4.2. Dadurch ist gewährleistet, dass nicht nur die Strommessung, sondern auch die HV-Quelle von Störungen befreit ist.
- Da sich der Filter zwischen dem Gittersystem und den Hochspannungsversorgungen befindet, liegen Potenziale von einigen Kilovolt an den Filterelementen an. Kommt es zu einem Überschlag zwischen den Gittern, fließt ein hoher Impulsstrom durch die Bauteile. Daraus folgt, dass die Filterelemente hochspannungsfest und tolerant gegenüber Impulsströmen sein müssen.

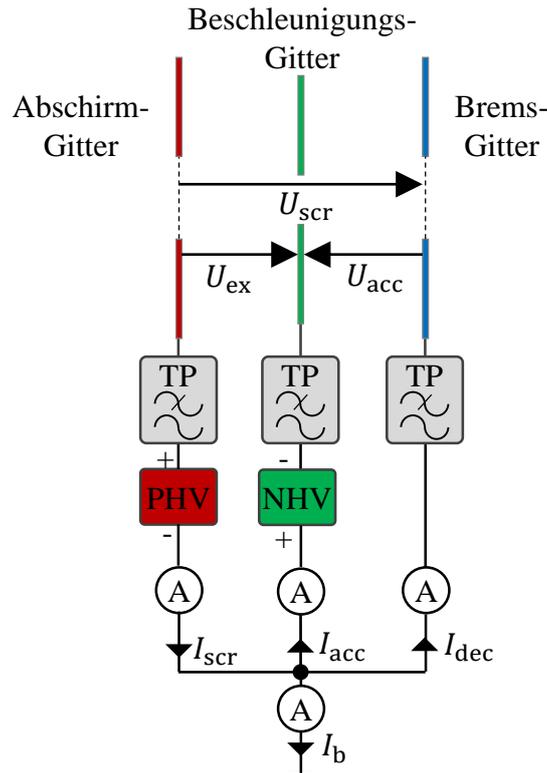


Abbildung 4.2: Blockschaltbild des Extraktionssystems mit Filter, Hochspannungsteilen und Strommessungen.

- Für die Festlegung der Grenzfrequenz müssen zwei Dinge beachtet werden: Zum Einen darf sie nicht zu niedrig gewählt werden, da sonst eine Verfälschung der gemessenen Systemdynamik droht und die Systemanalyse und Reglerauslegung nicht mehr möglich sind. Zum Anderen sollen die Störungen ausreichend gedämpft werden, um aufgrund der Abtastung keine Aliasing-Effekte zu erhalten. Diese treten auf, wenn das Nyquist-Kriterium mit  $f_{abtast} > 2 \cdot f_{signal}$  verletzt wird. Bei verwendeter Abtastfrequenz von 5 kHz muss die Grenzfrequenz also unterhalb von 2,5 kHz angesetzt werden.

Die Anforderungen an den Filter sind ein flacher Amplitudengang im Durchlassbereich und eine hohe Dämpfung im Bereich der genutzten RF-Frequenzen von 500 kHz bis 3,5 MHz. Nach Ref. [38] werden diese Kriterien von einem Butterworth-Tiefpass erfüllt, der im Bereich der Grenzfrequenz jedoch eine niedrige Anfangssteigung der Dämpfung enthält. Aufgrund der benötigten Spannungsfestigkeit von 2 kV ergibt sich eine Beschränkung der Bauteilwerte. Daher wird die Grenzfrequenz zunächst auf 100 kHz festgelegt, um die RF-Störungen zu blocken. Durch Anpassung der Strommessschaltung, erläutert in Abschn. 4.3, kann das Nyquist-Kriterium eingehalten werden. Ein Butterworth-Tiefpass zweiter Ordnung mit der gewählten Grenzfrequenz von 100 kHz hat eine ausreichende Dämpfung von 30 dB bis 62 dB im Bereich der RF-Frequenzen. Dargestellt ist der simulierte Butterworth-TP in Abb. 4.3a. Aus-

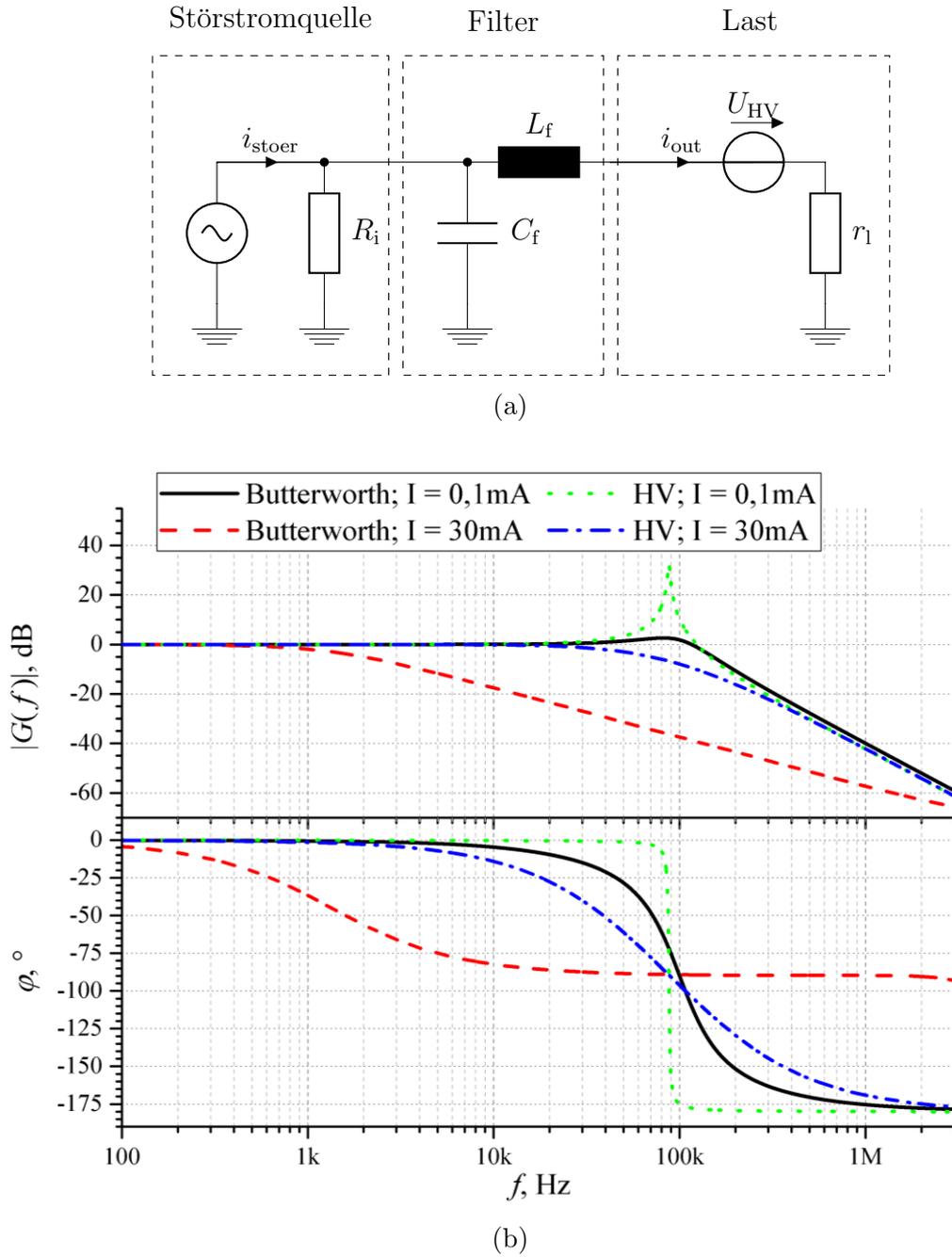


Abbildung 4.3: Aufbau des einfachen Tiefpassfilters (a) und zugehörige Frequenzgänge (b): Variante Butterworth mit  $C_f = 450 \text{ nF}$  und  $L_f = 5,63 \text{ } \mu\text{H}$ ; Variante HV mit  $C_f = 15 \text{ nF}$  und  $L_f = 220 \text{ } \mu\text{H}$

gehend von der Anordnung in Abb. 4.2 befindet sich der Filter zwischen Gitter und Hochspannungsnetzteil. Zwischen Netzteil und Bezugspotenzial liegt die Strommessung. Wie aus Ref. [20] hervorgeht, werden die Störungen im Bereich der Extraktionsgitter eingekoppelt, die deshalb im Simulationsmodell als ideale Wechselstromquelle dargestellt werden. Der eigentliche Filter besteht aus einer LC-Kombination, während die Last des Filters durch das Hochspannungsnetzteil und die Strommessung gebildet wird. Letztere, basierend auf einer Messmethode mit Fotodiode, kann als differentieller Lastwiderstand  $r_1$  dargestellt werden. Dieser ist wiederum vom eigentlichen Gleichanteil des Messstroms abhängig und wird in den folgenden Untersuchungen für zwei Gleichstromwerte betrachtet: 0,1 mA entsprechend eines differentiellen Widerstands von  $r_1 \approx 260 \Omega$  und 30 mA mit einem Wert von  $r_1 \approx 5 \Omega$ . Für den Filterentwurf wurde zunächst eine Auslegung nach Ref. [38] unter idealisierten Bedingungen durchgeführt. Für eine Grenzfrequenz von 100 kHz bei  $r_1 \approx 5 \Omega$  ergibt sich Induktivitätswert von  $L_f = 5,63 \mu\text{H}$ . Die zugehörigen Frequenzgänge sind in Abb. 4.3b mit der Bezeichnung "Butterworth" (schwarz-durchgezogene und rot-gestrichelte Linie) dargestellt und zeigen das Frequenzverhalten von Aus- zu Eingang:

$$G(f) = \frac{i_{\text{out}}}{i_{\text{stoer}}}$$

Die Verläufe zeigen, dass die Anforderungen erfüllt werden. Aufgrund der benötigten Spannungsfestigkeit von 2 kV war eine Realisierung des Filters in dieser Form nicht möglich, daher wurde eine Kapazität von 15 nF gewählt. Für die Filterinduktivität ergab sich ein Wert von  $L_f = 220 \mu\text{H}$ . Daraus resultieren die Grenzfrequenzen von 136 kHz bei  $r_1 = 5 \Omega$  und 51 kHz bei  $r_1 = 260 \Omega$  und zugehörige Frequenzgänge mit der Bezeichnung "HV" (grün-gepunktete und blaue Punkt-Strich-Linie) in Abb. 4.3b. Deutlich zu erkennen ist der Verlauf für  $I = 0,1 \text{ mA}$  mit einer Resonanzhöhung der Amplitude im Bereich von 90 kHz, der nicht den Forderungen eines flachen Amplitudengangs im Durchlassbereich entspricht. Den Grund liefert der differentielle Widerstand im Bereich niedriger Gleichströme, der zu einer geringen Dämpfung führt. Um die Forderungen zu erfüllen, wird eine Anpassung gemäß Abb. 4.4a vorgenommen. In Serie zur Filterinduktivität  $L_f$  wird eine weitere Parallelschaltung von  $L_d$  und  $R_d$  eingefügt. Entspricht der Induktivitätswert von  $L_d$  einem Vielfachen von  $L_f$  mit  $L_d \geq 10 \cdot L_f$ , erhält man ein Dämpfungsglied, welches nur bei höheren Frequenzen wirksam ist: Bei niedrigen Frequenzen schließt die Dämpfungsinduktivität  $L_d$  den Widerstand  $R_d$  kurz, während  $R_d$  bei hohen Frequenzen durch die Parallelschaltung dominiert und somit die Resonanz dämpft. Die Berechnung des Lastwiderstands  $R_1^*$ , der Summe aus differentiellem Lastwiderstand  $r_1$  und Dämpfungswiderstand  $R_d$ , ergibt sich aus der Forderung des flachen

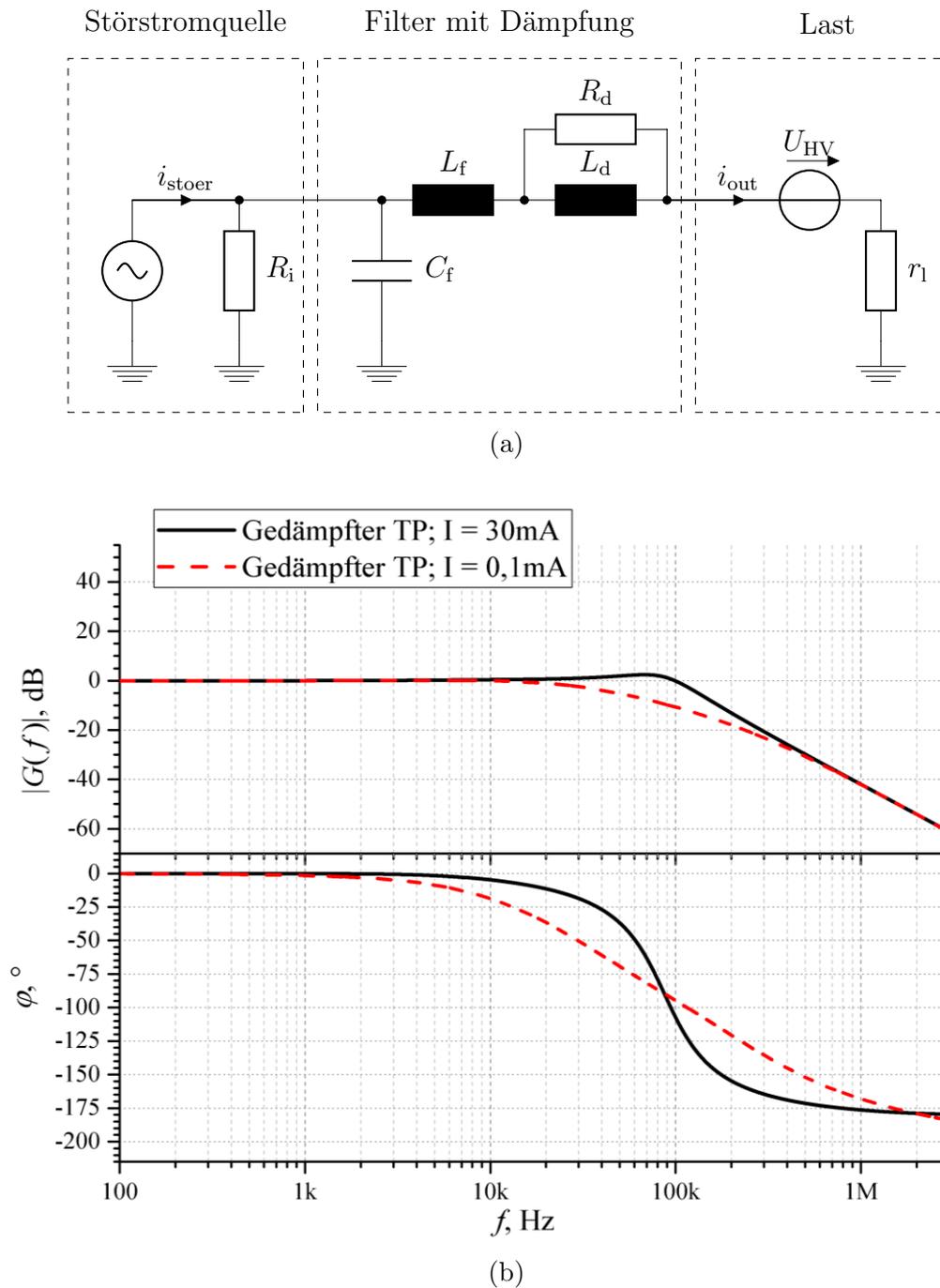


Abbildung 4.4: Aufbau (a) und Frequenzgang (b) des Tiefpassfilters mit Resonanzdämpfung.

Amplitudengang mit einer Güte von  $Q \leq 1$ :

$$R_1^* = r_1 + R_d = \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \approx \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} = 121 \Omega \quad (4.1)$$

Vergleicht man den Frequenzgang der angepassten Schaltung (Abb. 4.4 mit  $R_d = 100 \Omega$  und  $L_d = 3.300 \mu\text{H}$ ) mit dem Frequenzgang des einfachen LC-Tiefpassfilters aus Abb. 4.3, lässt sich die Dämpfung im Bereich der Resonanzfrequenz erkennen, die die gegebenen Anforderungen an den Filter erfüllen.

### 4.3 Strommessung

Gemäß Abb. 4.2 sind vier Strommessschaltungen in der Testumgebung realisiert. Somit kann der Strahlstrom  $I_b$  entweder direkt bestimmt oder über die Messung der drei Gitterströme mit  $I_b = I_{\text{scr}} - I_{\text{acc}} - I_{\text{dec}}$  berechnet werden. Aufgrund der Verwendung einer diodenbasierten Messmethode wird nur eine Stromrichtung zugelassen. Deshalb erfolgt die Messung für jeden Gitterstrom bipolar mit antiparallelen LEDs der Optokoppler (OK), dargestellt in Abb. 4.5a. Die Widerstände  $R_s$  und die Dioden  $D_s$  dienen als Schutzschaltung bei hohen Impulsspannungen und -strömen, beschrieben in Anhang C.2. Die beiden abgebildeten LEDs mit den Bezeichnungen  $\text{CM}_{\text{pos}}$  und  $\text{CM}_{\text{neg}}$  entsprechen jeweils der gesamten Strommessschaltung aus Abb. 4.5b, die der Übersicht halber nur einfach dargestellt ist. Für die Analyse der Schaltung wird auf eine ideale Konstantstromquelle zur Speisung des Eingangsstroms  $I_{\text{mess}}$  zurückgegriffen.

Die grundlegende Idee der Messmethode stammt aus Ref. [39]. Sie stellt eine galvanische Trennung zwischen Messkreis und Auswertelektronik auf Basis optoelektronischer Kopplung dar. Der Vorteil darin liegt in einer hohen Spannungsfestigkeit von einigen Kilovolt. Somit ist die Auswertelektronik vor Überspannung geschützt. Nachteile sind Nichtlinearität, die durch eine Korrekturfunktion in Simulink, sowie Instabilität, die durch geeignete Beschaltung im Rückkopplungszweig des Operationsverstärkers (OP) unterbunden werden können. Die Schaltung arbeitet auf dem Prinzip der Kompensation, sodass der Ausgangsstrom  $I'_{\text{mess}}$  des OPs dem Eingangsstrom  $I_{\text{mess}}$  entspricht. Über den Widerstand  $R_{\text{out}}$  wird der Strom in eine vom Echtzeit-Messsystem messbare Spannung  $U_{\text{out}}$  gewandelt. Zusammenfassend gelten folgende Spezifikationen und Problemstellungen:

1. Angelehnt am RIM-4 werden Extraktionsströme von 5, 10 und 15 mA für die Charakterisierung gewählt, bei einem maximalen Strom bis 30 mA. Damit ist gewährleistet, dass auch dynamische Prozesse, die über 15 mA gehen, noch erfasst werden können.
2. Der Widerstand  $R_v$  im inneren Kreis der Schaltung dient der Anpassung der

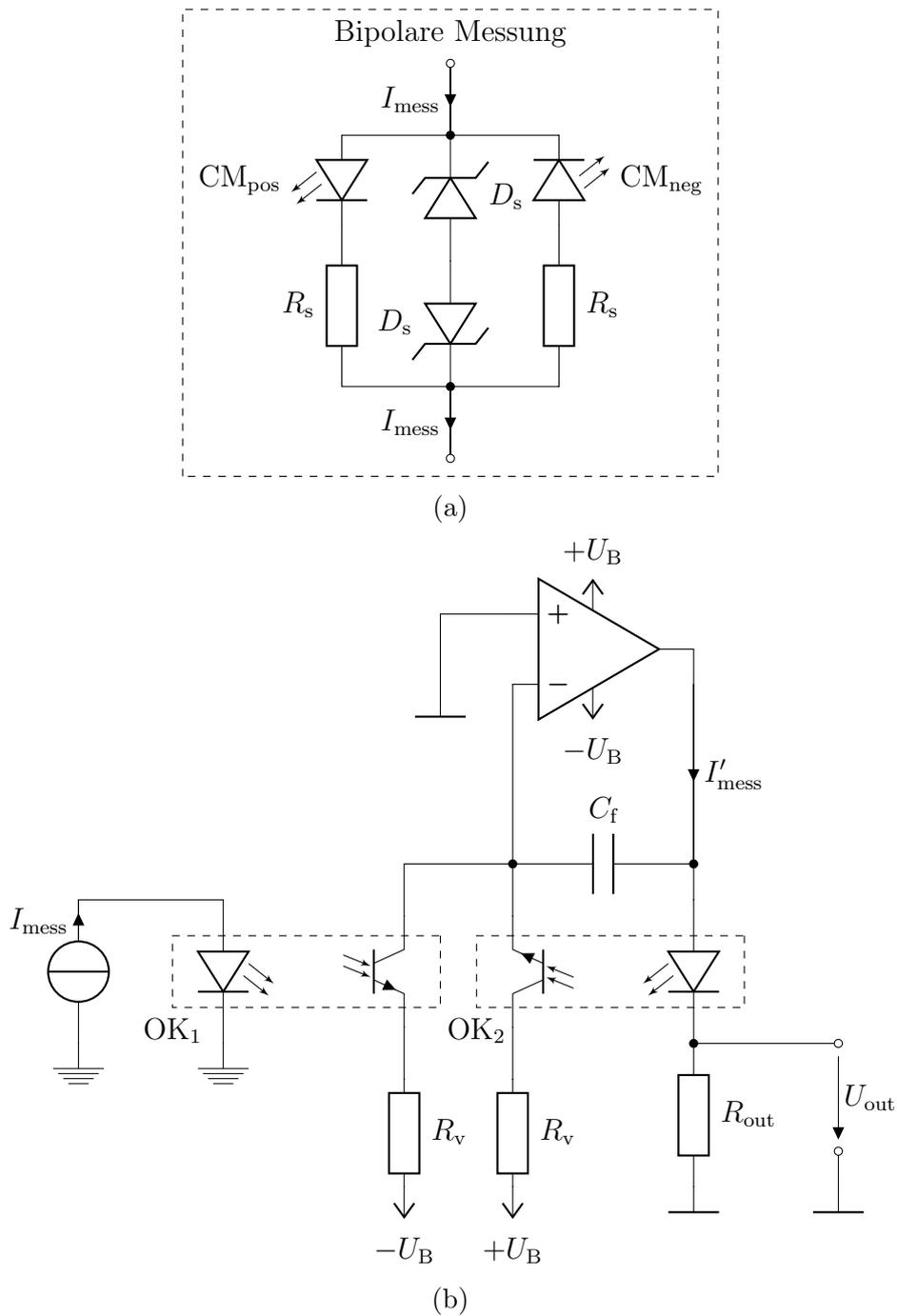


Abbildung 4.5: Prinzipschaltbild der galvanisch getrennten Strommessmethode zur Bestimmung der Gitterströme. Die Messung wird für jeden Gitterstrom doppelt mit antiparallelen LEDs der Optokoppler aufgebaut (a), während jede LED (CM) der Beschaltung nach (b) entspricht.

Verlustleistung der Fototransistoren. Die Berechnung ist in Anhang C.2 angegeben.

3. Die Schaltung muss robust gegenüber impulsartigen hohen Spannungen und Strömen sein. Eine geeignete Schutzschaltung ist in Abb. 4.5a zu erkennen und wird in Anhang C.2 genauer erläutert.
4. Durch die Charakteristik der Eingangsdiode des Optokopplers wird nur eine Stromrichtung zugelassen. Kommt es zu Störeinkopplungen mit Amplituden größer als dem eigentlichen Nutzsignal, führt dies zu einem fehlerhaften Mittelwert, da ein Teil der Störampplitude abgeschnitten wird. Durch die bipolare Messung lässt sich dieser Fehler herausrechnen, beschrieben in Anhang C.2.
5. Das Übertragungsverhalten der Strommessschaltung muss bekannt sein und eventuelle Nichtlinearitäten müssen untersucht werden. Durch Regression kann eine Korrektur der Ein-/Ausgangs-Kennlinie in Simulink erfolgen. Ein Beispiel für die Berechnung der Korrekturfunktion gibt der Abschnitt in Anhang C.2.
6. Da das Echtzeit-Messsystem mit einer Abtastfrequenz von 5 kHz arbeitet, müssen Frequenzen  $> 2,5$  kHz (Nyquist) unterdrückt werden.
7. Die Schaltung soll stabil sein, also keine Eigenschwingungen verursachen.

Während eine ausführliche Behandlung der Punkte 2. bis 5. im Anhang zu finden ist, wird die Stabilitätsuntersuchung (7.) der Schaltung und die Bedeutung der Kapazität  $C_f$  im Rückführungsweig des OPs im Folgenden detaillierter beschrieben. So dient  $C_f$  auch durch die filternde Charakteristik der Einhaltung des Nyquist-Kriteriums. Für die Stabilitätsanalyse kann der eingangsseitige Optokoppler  $OK_1$  in Abb. 4.5b vereinfacht durch eine Stromquelle ersetzt werden: Fließt ein Strom  $I_{\text{mess}}$  durch die LED von  $OK_1$ , dann wird der Fototransistor angesteuert, und es folgt ein Strom im inneren Kreis der Schaltung, gespeist aus der Quelle  $-U_B$ . Die vereinfachte Schaltung mit dem durch Aussteuerung von  $OK_1$  verursachten Strom  $I_0$  ist in Abb. 4.6a links dargestellt. Für die Untersuchung der Stabilität eignet sich die Betrachtung des Systems im Frequenzbereich. Dazu wird dem Strom  $I_0$  ein Wechselanteil  $i_{AC}$  überlagert und der Frequenzgang, zunächst ohne Kapazität  $C_f$ , betrachtet. Es resultieren die Verläufe in Abb. 4.6b mit der Bezeichnung "ungefiltert" für unterschiedliche Eingangsströme  $I_0$ . Sie stellen den Amplituden- und Phasengang des Ausgangsstroms  $I_{\text{out}}$  als Verhältnis zum Eingangsstrom  $I_{\text{in}} = I_0 + i_{AC}$  dar:

$$G(f) = \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{in}}} = \frac{I_{\text{out}}}{I_0 + i_{AC}}$$

Man erkennt, dass die Verstärkung  $|G(f)|$  wie auch die Phase  $\varphi$  zu höheren Frequenzen hin zunächst steigen. Zwischen 600 kHz und 1 MHz erreicht das System

den kritischen Phasenwinkel von  $180^\circ$  bei einer Verstärkung von  $|G(f)| > 0$  dB und ist instabil. Bei Betrachtung der einzelnen Komponenten erkennt man, dass der Optokoppler die Charakteristik eines Tiefpasses aufweist. Hochfrequente Signale werden gedämpft und der OP muss der Dämpfung des OK mit hoher Verstärkung entgegenwirken. Im Bereich dieser Frequenzen hat der Verstärker eine Phasenverschiebung von  $>90^\circ$ . In Verbindung mit dem Optokoppler kommt es so zu den hohen Verstärkungen und der Phasenverschiebung von über  $>180^\circ$ . Die Frequenzgänge der Einzelkomponenten sind ergänzend in Anhang C.2 angefügt.

Um Stabilität zu gewährleisten, muss entweder die Phase oder die Verstärkung der Schaltung korrigiert/verringert werden. Dazu muss der Rückkoppelzweig des OPs genauer betrachtet werden: Die Kompensation des eingangsseitigen Stroms  $I_{\text{in}}$  erfolgt durch die Erhöhung der Ausgangsspannung des OPs. Dies führt wiederum zu einem Strom durch den Fototransistor von  $OK_2$ , der den Eingangsstrom  $I_{\text{in}}$  kompensiert. Stellt man die beiden Größen Ausgangsspannung und gekoppelter Strom in ein Verhältnis zueinander, kann man dieses durch einen differentiellen Widerstand  $r_{\text{diff}}$  im Rückkopplungszweig darstellen. Dessen simulierter Verlauf ist in Abb. 4.7 dargestellt. Man erkennt eine Abhängigkeit des Stromübertragungsfaktors (Current Transfer Ratio, CTR) im aktuellen Arbeitspunkt ( $I_{\text{mess}}$ ). Durch Einfügen der Kapazität  $C_f$  parallel zu  $r_{\text{diff}}$  erhält man einen aktiven Tiefpass, dargestellt durch das Ersatzschaltbild (ESB) in Abb. 4.6a rechts. Bei korrekter Auslegung lassen sich die hochfrequenten Anteile unterdrücken und der Phasengang korrigieren. Die Grenzfrequenz des dargestellten Tiefpasses ergibt sich mit folgender Gleichung:

$$f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{diff}} \cdot C_f} \rightarrow C_f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{diff}} \cdot f_g} \quad (4.2)$$

Zum Einhalten des Nyquist-Kriteriums muss die Grenzfrequenz mit  $f_g < 2,5$  kHz gewählt werden. Dazu wird ein Kapazitätswert von  $C_f = 157$  nF benötigt. Die Frequenzgänge "gefiltert" in Abb. 4.6b zeigen die Verläufe mit eingefügter Kapazität. Die Stabilität des Systems ist gewährleistet und Signale im MHz-Bereich werden zusätzlich zum Filter um weitere 5 bis 35 dB gedämpft.

Für die Simulation der gesamten Strommessschaltung nach Abb. 4.5b ergeben sich die Frequenzgänge in Abb. 4.8 gemäß:

$$G(f) = \frac{I'_{\text{mess}}}{I_{\text{mess}}}$$

Der Verlauf entspricht den gestellten Anforderungen.

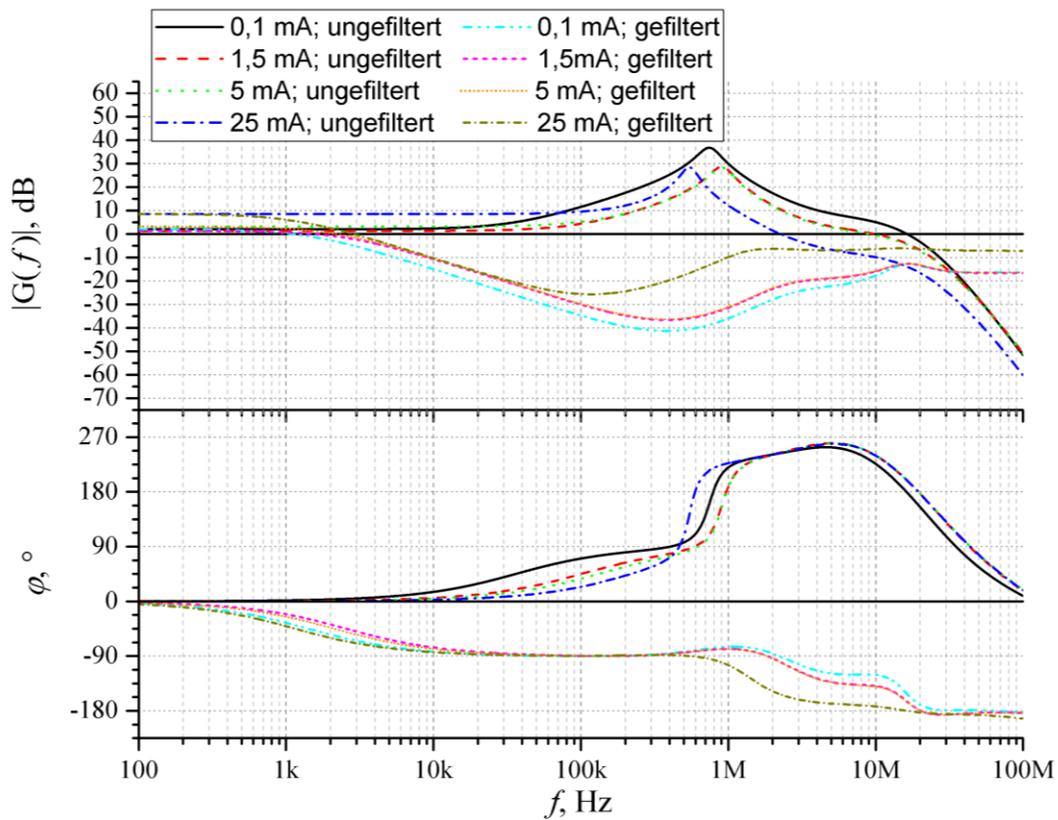
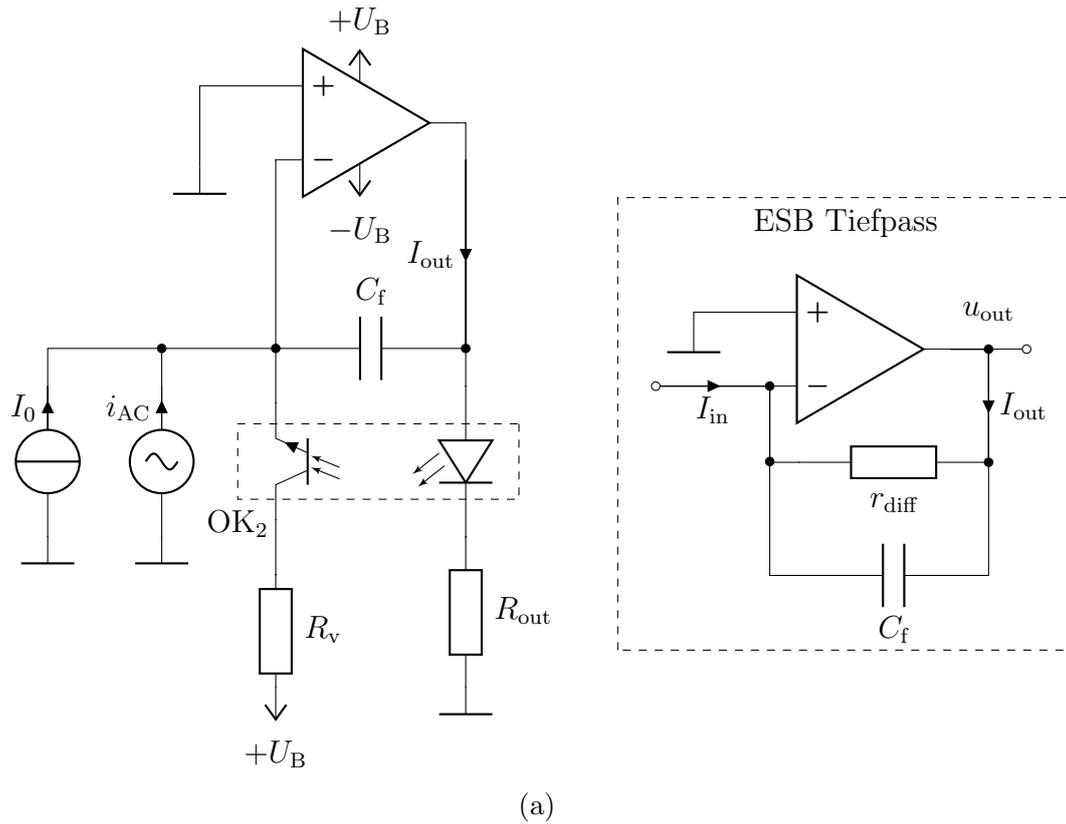


Abbildung 4.6: (a) Blockschaltbild des Simulationsmodells zur Stabilitätsuntersuchung der Messschaltung. (b) Zugehörige Frequenzgänge mit und ohne Filterkapazität  $C_f$  für jeweils vier Arbeitspunkte.

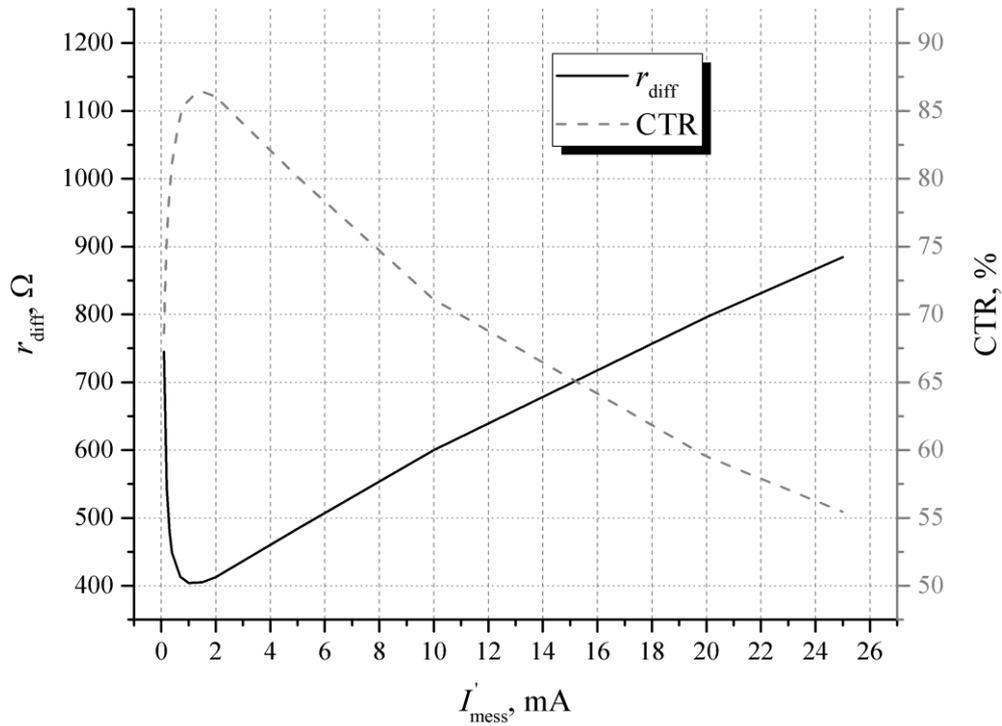


Abbildung 4.7: Differenzieller Widerstand  $r_{\text{diff}}$  des Optokopplers im Rückkoppelzweig des OPs und Stromübertragungsfaktor in Abhängigkeit von  $I'_{\text{mess}}$ .

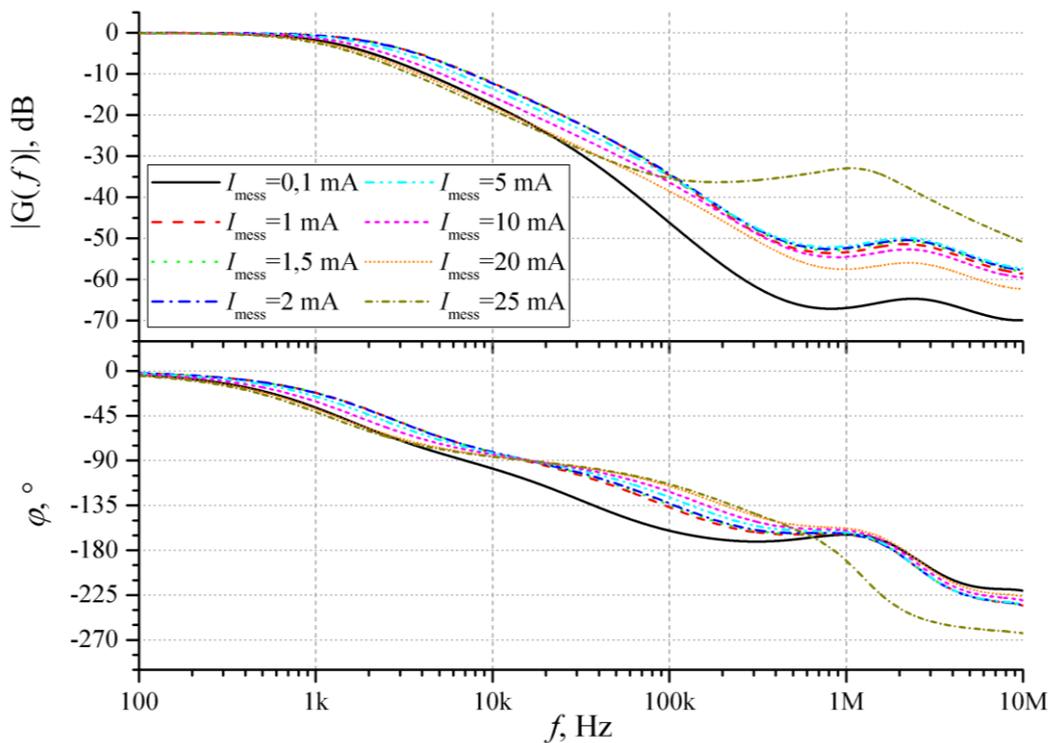


Abbildung 4.8: Frequenzgänge der Strommessschaltung als Gesamtsystem, aufgetragen für unterschiedliche Strahlströme.

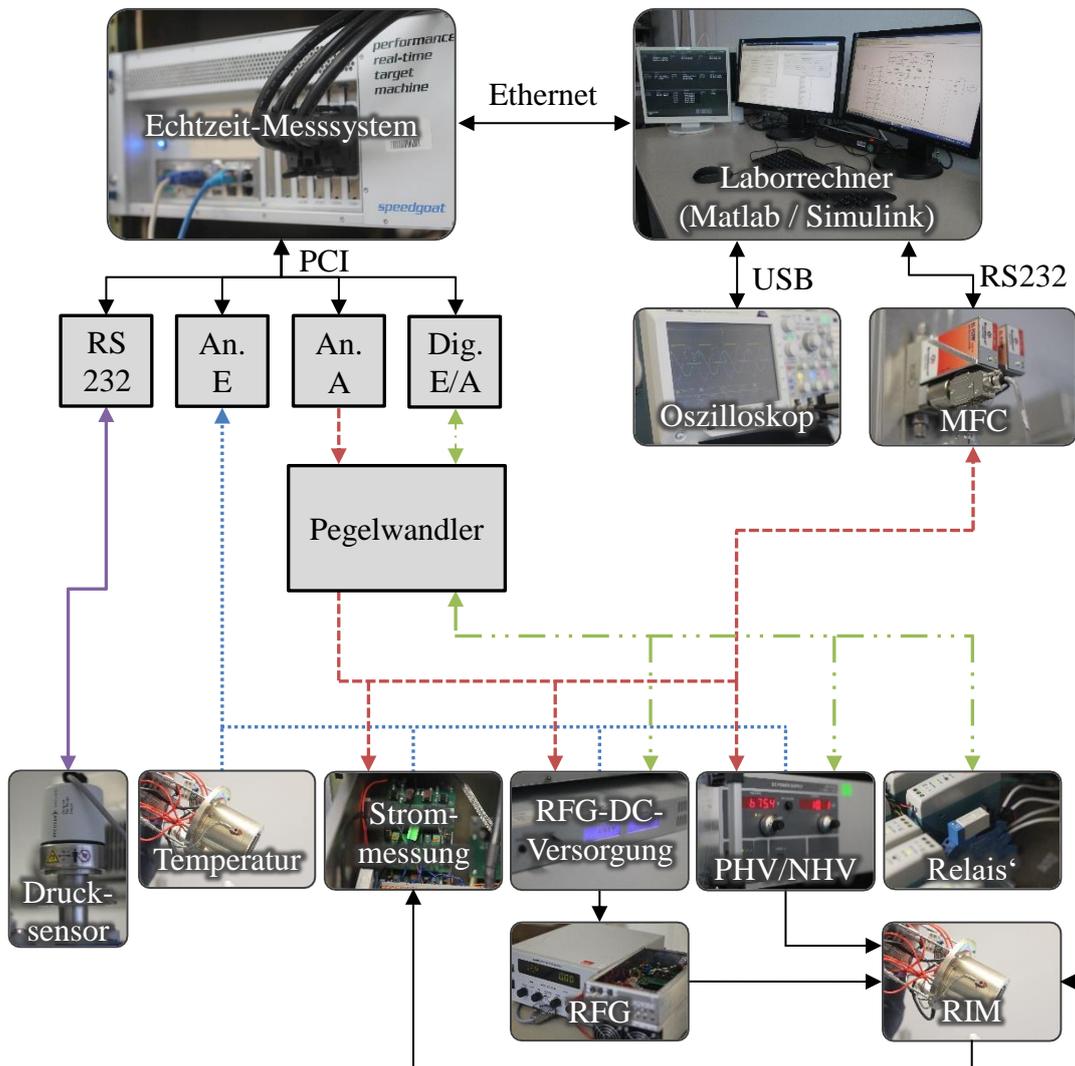


Abbildung 4.9: Prinzipschaltbild der Testumgebung.

## 4.4 Simulations- und Testumgebung

### 4.4.1 Überblick

Das Echtzeit-Messsystem bildet den Kern des Teststands und dient als Schnittstelle zwischen der Hardware und der virtuellen Umgebung des Laborrechners. Abbildung 4.9 zeigt die Verzweigung der Peripherie über das Echtzeit-Messsystem mit dem Laborrechner. Für die Ansteuerung enthält das Echtzeit-Messsystem eine RS232-Schnittstelle sowie digitale und analoge Ein-/Ausgänge. Da nicht alle Geräte gleiche Signalpegel verwenden, wurde eine Platine mit Pegelwandlern im System integriert. Durch eine Ethernet-Schnittstelle ist das Echtzeit-Messsystem mit dem Laborrechner verbunden. Dieser agiert über die Software Matlab als Benutzeroberfläche. Für die Konfiguration der Schnittstellen sowie zur Modellierung von virtueller

Hardware wie beispielsweise Regelungsalgorithmen, Verstärker, etc. wird Simulink verwendet. Die dort genutzten Signale und modellierten Systeme werden mithilfe von vorprogrammierten Matlab-Skriptdateien gespeichert, manipuliert und in Echtzeit überwacht. Eine an das System angepasste GUI ermöglicht die Steuerung der Prozessparameter und das Aufrufen automatisierter Messabläufe durch den Nutzer. Über die Schnittstellen des Rechners können Messwerte über USB aus dem Oszilloskop ausgelesen und das Ventil des MFCs mithilfe der seriellen RS232-Schnittstelle geöffnet und geschlossen werden. Die folgende Aufzählung zeigt zusammenfassend die verschiedenen Geräte und ihre Einbindung in die Testumgebung:

1. Für die **DC-Versorgung des RFG-Zwischenkreises** stehen zwei Netzteile unterschiedlicher Leistungsklassen zur Verfügung: Ein Hochleistungsnetzteil bis 2,4 kW und eines bis 160 W. Über die analoge Schnittstelle können die Sollwerte vorgegeben und die aktuellen Ausgangswerte ausgelesen werden. Die digitalen Signale geben Aufschluss über den Status der Geräte (Übertemperatur, Überspannung, etc.) und ermöglichen dem Nutzer das Ein- und Ausschalten des Ausgangs.
2. Die Steuerung des **MFC** erfolgt über die RS232-Schnittstelle des PCs. Es werden drei unterschiedliche Befehle gesendet: Ventil offen, Ventil geschlossen oder Vorgabe über die analoge Schnittstelle. Bei analoger Vorgabe wird der Sollwert durch die analoge Ausgangskarte des Echtzeit-Messsystems vorgegeben. Auch die aktuellen Ausgabewerte stehen als analoges Signal zur Verfügung.
3. Die **Hochspannungsnetzteile PHV und NHV** werden über die analoge Schnittstelle gesteuert und ausgelesen. Die digitalen Ein-/Ausgänge dienen wie bei der RFG-DC-Versorgung als Statussignale oder zum Ein-/Ausschalten der Netzteile.
4. Die **Relais** zur Umpolung der negativen Hochspannung, zum Überbrücken der Strommessung im Moment der Zündung und zum Einschalten der Neutralisatorspannung werden über digitale Ausgangssignale angesteuert.
5. Der **Vakuumsensor** zum Messen des Rezipientendrucks wird über die serielle RS232-Schnittstelle des Echtzeit-Messsystems ausgelesen. Die Werte werden alle 100 ms übermittelt.
6. Die Widerstandswerte der PT100-**Temperaturfühler** werden über kommerzielle Messumformer in zugehörige Temperaturwerte gewandelt und das analoge Signal ausgelesen.
7. Die **Strommessung** liefert einen dem gemessenen Gitterstrom entsprechenden analogen Spannungswert, der mit dem Messsystem ausgewertet wird.

8. Mit dem **Oszilloskop** werden Spulenspannung und Spulenstrom ermittelt. Für die Messung werden ein Differenzastkopf und ein Stromsensor verwendet. Über USB werden die gemessenen Werte ausgelesen und in Matlab abgespeichert.

#### 4.4.2 Matlab-Skripte zur automatisierten Messwertaufnahme

Im Zuge einer Abschlussarbeit [40] wurde eine grafische Oberfläche entwickelt, die dem Nutzer vorgefertigte Messabläufe zur Verfügung stellt und eine einfache Steuerung der Peripherie ermöglicht. Sie wurde mit der sogenannten GUIDE-Toolbox (GUI development environment) von Matlab erstellt. Als Basis dient ein Simulink-Modell, welches die Signale der verwendeten Schnittstellen des Echtzeit-Messsystems über sogenannte Blöcke zur Verfügung stellt und innerhalb der Simulink-Umgebung verwertet. So können bspw. durch eingefügte digitale Regler der Strahlstrom oder auch die DC-Leistung der RFG-DC-Versorgung geregelt und die Parameter des Reglers im laufenden Prozess angepasst werden. Die folgende Liste zeigt eine kurze Beschreibung der einzelnen Funktionen (1.-4.) und Messungen (5.-6.), wie sie in der Testumgebung implementiert sind:

1. **Triebwerk zünden:** Über diese Funktion kann das Triebwerk automatisiert gezündet werden - dabei wird die Extraktionsspannung umgepolt, um Elektronen in das Triebwerksinnere zu ziehen. Mit einem hohen Massenfluss des Treibstoffs und eingeschalteter RF-Leistung kann das Plasma erzeugt und erhalten werden.
2. **Triebwerk herunterfahren:** Die Ausschalt-Funktion wird für das Beenden eines Messprozesses verwendet. Es schaltet die Peripherie aus und gibt die Verbindungen des Laborrechners (RS232 und USB) frei. Zusätzlich werden die Strommessungen über ein Relais aus dem System genommen. Die Funktion wird nach verschiedenen Messabläufen oder direkt über die Benutzeroberfläche aufgerufen.
3. **Extraktion:** Ist eine Zündung erfolgt und soll ein konstanter Strahlstrom erzeugt werden, kann diese Funktion aufgerufen werden. Über die GUI kann der Nutzer Strahlstrom, Massenfluss und Extraktionsspannungen vorgeben, während der Strahlstrom über den in Simulink modellierten Regler konstant gehalten wird.
4. **Manuelle Steuerung:** Diese Funktion öffnet eine GUI, die dem Nutzer die manuelle Steuerung der HV-Netzteile, des MFCs und des DC-Netzteils zur Versorgung des RFG-Zwischenkreises ermöglicht. Auch die drei Relais' für Neutralisatorversorgung, NHV-Umpolung und Überbrückung der Strommessung

können angesteuert werden. Das Signal der Zwischenkreisspannung kann mit Leistungs-, Strahlstromregelung oder manueller Steuerung bereitgestellt werden.

5. Performance Mapping: Diese GUI ermöglicht die Aufnahme von Performance Mappings und lässt den Nutzer Werte für Strahlstrom, Massenfluss und Extraktionsspannungen vorgeben. Die Performance Mappings stellen den Bezug zwischen eingespeistem Massenfluss und benötigter DC-Leistung im Zwischenkreis des RFGs bei konstantem Strahlstrom her.
6. Elektronen-Rückströmung: Dieses Messskript ist für die Bestimmung rückströmender Elektronen und der daraus resultierenden minimalen Spannung am Beschleunigungsgitter ( $U_{acc,min}$ ) zuständig.
7. Minimalleistung: Der Programmablauf senkt die DC-Leistung im jeweiligen Arbeitspunkt, bis das Plasma erlischt. Er dient der Bestimmung von Standby-Zuständen. Nach jedem Erlöschen wird das Plasma erneut gezündet, ein neuer Arbeitspunkt eingestellt und die Messung wiederholt.
8. Offline-Datensatz aufnehmen - Statik: Als Offline-Datensatz wird ein Kennlinienfeld des Triebwerks bezeichnet. Die Daten werden im laufenden Betrieb aufgenommen und anschließend offline verwendet. Der Begriff Statik bezieht sich darauf, dass sich das System in stabilen, statischen Arbeitspunkten befindet.
9. Offline-Datensatz aufnehmen - Dynamik: Dieser Messablauf ist Grundlage der Systemidentifikation. Das System wird mit einer Rechteckfunktion symmetrisch zum eingestellten Arbeitspunkt angeregt und nimmt die für die Identifikation benötigten Daten auf.
10. Offline-Datensatz auswerten - Statik/Dynamik: GUI für die Veranschaulichung und Auswertung der mit 8. und 9. aufgenommenen Datensätze.

Für die vorliegende Arbeit wurden vor allem die Messungen "Performance Mapping" und "Electron Backstreaming" hinsichtlich der statischen Charakteristik des Triebwerks verwendet. Für die Untersuchung des dynamischen Systemverhaltens dient das Skript "Offline-Datensatz aufnehmen - Dynamik". Die Programmabläufe werden im Folgenden vereinfacht beschrieben, zugehörige Flussdiagramme finden sich in Anhang C.3.

### **Programmablauf zur Aufnahme von Performance Mappings**

Performance Mappings, wie in Abb. 4.10 dargestellt, verknüpfen die eingespeiste DC-Leistung  $P_{rfg,dc}$  des RF-Generators mit der benötigten Treibstoffzufuhr  $\dot{m}$ . Nach

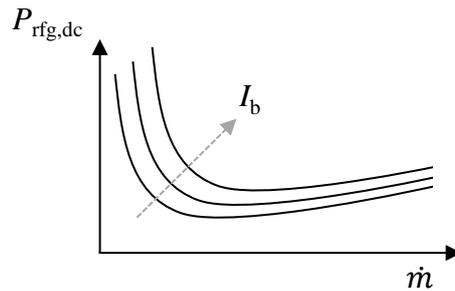


Abbildung 4.10: Vereinfachte Darstellung eines Performance Mappings.

der Änderung des Massenflusses wird der Strahlstrom  $I_b$  über die DC-Spannung des RFGs auf den Sollwert  $I_{b,soll}$  geregelt. Die Regelung erfolgt digital über die Implementierung in Simulink. So erhält man jeweils die einem konstanten Strahlstrom zugehörige Kennlinie. Das aufgebaute Skript ermöglicht zusätzlich die Untersuchung unterschiedlicher Extraktionsspannungen, die ebenfalls Einfluss auf den Strahlstrom und die eingespeiste DC-Leistung haben.

### Programmablauf zur Aufnahme von Offline-Datensätzen der Systemdynamik

Für die Bestimmung der Übertragungsfunktionen des Triebwerks, die das dynamische Ein- zu Ausgangsverhalten des Systems beschreiben, wird das Triebwerk durch rechteckförmige Signale symmetrisch um den Arbeitspunkt angeregt und die entstehenden Daten des Ein- zu Ausgangsverhaltens erfasst. Anschließend werden die Daten durch Systemidentifikation in Übertragungsfunktionen gewandelt. Zunächst werden unterschiedliche Punkte eines Performance Mappings eingestellt. Abbildung 4.11 zeigt im oberen Bereich die verschiedenen Arbeitspunkte. In jedem dieser Punkte werden sechs unterschiedliche Messungen durchgeführt. Diese Messungen sind im Folgenden durch M1 bis M6 beschrieben und im unteren Diagramm verdeutlicht.

Ist der Arbeitspunkt angefahren, wird die aktuelle DC-Spannung des RFGs abgespeichert, die Strahlstromregelung deaktiviert und die Spannung manuell eingestellt. Die statischen Betriebsparameter des eingestellten Arbeitspunkts werden erfasst (Messung M1). Im nächsten Schritt wird die DC-Spannung um  $\Delta U/2$  verringert. Es folgt Messung M2, die eine Änderung der Spannung um  $\pm\Delta U$  erzeugt und einer rechteckförmigen symmetrischen Änderung um den Wert des eingestellten Arbeitspunkts  $U_0$  entspricht. Danach wird der Massenfluss um  $\Delta MF/2$  verringert und Messung M3 eingeleitet, die wieder der Spannungsänderung um  $\pm\Delta U$  entspricht. Daraufhin wird die Spannung auf  $U_0$  zurückgesetzt. Es folgt die positive Flanke der Massenflussänderung mit  $+\Delta MF$  als Messung M4. Messung M5 beinhaltet erneut die Änderung der Spannung um  $\pm\Delta U$ . Abschließend wird Messung M6 mit der negativen Flanke der Massenflussänderung  $-\Delta MF$  durchgeführt. Während jeder

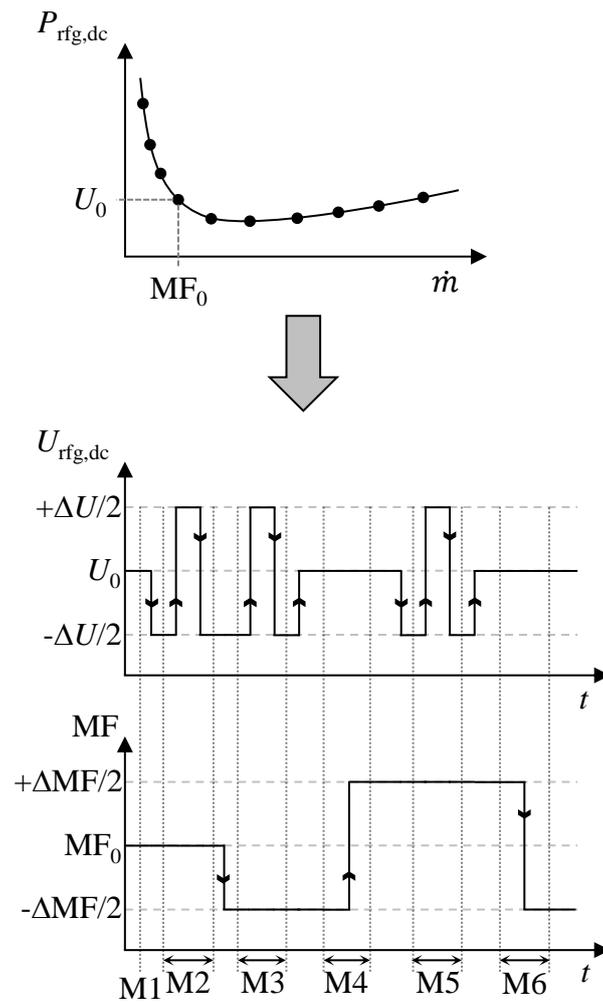


Abbildung 4.11: Vereinfachte Darstellung der Aufnahme eines Offline-Datensatzes für die Untersuchung der Systemdynamik.

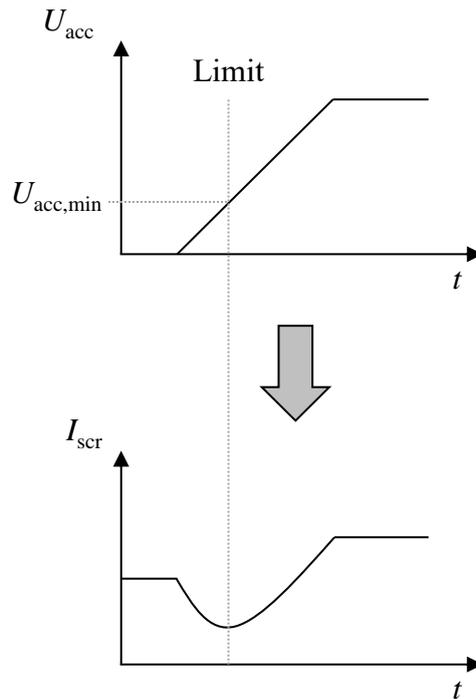


Abbildung 4.12: Diagramm zur Darstellung der Messung des Electron Backstreamings.

Messung werden die Gitterströme und somit der Strahlstrom mit aufgenommen.

Die Messungen M3 und M5 sind optional auswählbar und dienen der Untersuchung der Übertragungsfunktion bei kleinen Abweichungen vom Arbeitspunkt.

### Programmablauf zur Aufnahme des Electron Backstreamings

Abbildung 4.12 zeigt beispielhaft den Verlauf des Abschirmgitterstroms  $I_{scr}$  in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung  $U_{acc}$  am mittleren Extraktionsgitter für den Fall eines Electron Backstreamings.

Zur Messung des Limits wird die Beschleunigungsspannung  $U_{acc}$  in Form einer Rampenfunktion bei konstanter Spannung  $U_{scr}$  am Plasmagrenzanker erhöht und der Strom  $I_{scr}$  auf das plasmaseitige Gitter aufgezeichnet. Es folgt die Wiederholung der Messung für die nächste Abschirmspannung  $U_{scr}$ . Der Verlauf des Gitterstroms zeigt ein Minimum, welches dem Punkt der minimal benötigten Beschleunigungsspannung  $U_{acc,min}$  zur Meidung rückströmender Elektronen entspricht.



# Kapitel 5

## Experimentelle Systemanalyse eines RIM/RIT

*Das Kapitel behandelt zunächst statische Untersuchungen des Systems. Das Electron Backstreaming wird thematisiert, um Fehler innerhalb der Messung interpretieren oder ausschließen zu können. Die Performance Mappings bilden die Grundlage der dynamischen Untersuchungen und werden daher auch hinsichtlich ihrer Charakteristik erläutert und der Bezug zu plasmaphysikalischen Zusammenhängen hergestellt. Im darauffolgenden Abschnitt werden das verwendete Simulationsmodell und zugehörige Übertragungsfunktionen erläutert, deren Parameter durch die Identifikation bestimmt werden. Zur Verbesserung der Ergebnisse der Systemidentifikation müssen die Rohdaten der Messungen bearbeitet werden. Dazu werden die gemessenen Signale digital gefiltert und von Gleichanteilen befreit. Im letzten Abschnitt erfolgt die Ergebnispräsentation der Identifikation. Die Parameter werden für die unterschiedlichen Strahlströme, Frequenzen, Spulen und Triebwerke in Abhängigkeit des eingelassenen Massenflusses dargestellt.*

### 5.1 Stationäre Arbeitspunkte

Der Strahlstrom ist die Ausgangs- bzw. Regelgröße des Systems. Zur Manipulation des Strahlstroms dienen im Wesentlichen drei Eingangsgrößen: Die Extraktionsspannung  $U_{\text{ex}}$ , die sich aus den beiden Gitterspannungen mit  $U_{\text{ex}} = U_{\text{scr}} + U_{\text{acc}}$  ergibt, der geregelte Treibstoffmassenfluss  $\dot{m}$  und die DC-Leistung  $P_{\text{rfg,dc}}$  des RFGs, die durch dessen Versorgungsspannung mit  $P_{\text{rfg,dc}} = U_{\text{rfg,dc}} \cdot I_{\text{rfg,dc}}$  verändert wird. Abbildung 5.1 veranschaulicht die betrachteten Ein- und Ausgangsgrößen der Triebwerke. Für die Untersuchungen der Systemdynamik und eine resultierende Identifikation der Übertragungsfunktionen werden lediglich Massenfluss  $\dot{m}$  und die Zwischenkreisspannung  $U_{\text{rfg,dc}}$  verwendet. Die Gitterspannungen stellen konstante Größen dar und müssen im Vorhinein festgelegt werden. Daher gilt es bei der Wahl der

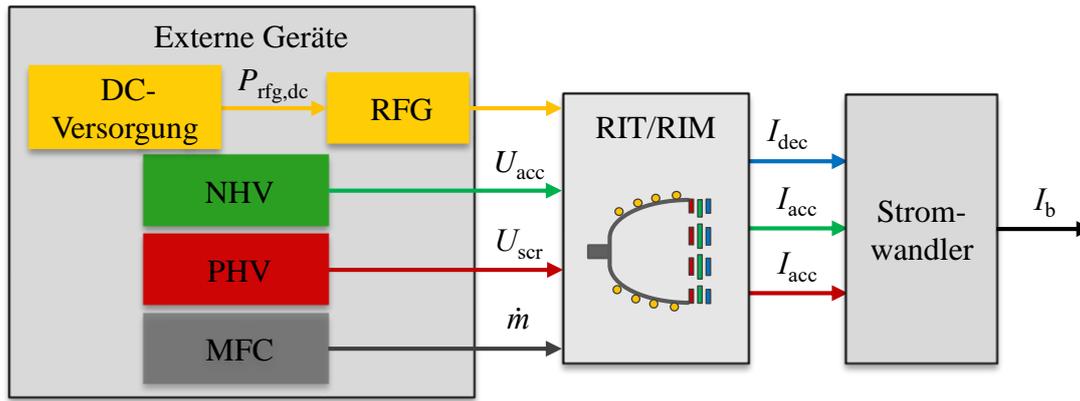


Abbildung 5.1: Vereinfachtes Blockschaltbild zur Beschreibung der Ein- und Ausgangsgrößen eines RIM.

Spannungen auf Ionenoptik, Überschlagsfestigkeit und Electron Backstreaming zu achten. Ausgehend von den untersuchten Strahlströmen (5, 10 und 15 mA) und den verwendeten Massenflüssen (0,2 bis 1,4 sccm) haben Simulationen in Ref. [26] gezeigt, dass sich das RIM-4 mit den gewählten Gitterspannungen von  $U_{\text{scr}} = 900 \text{ V}$  und  $U_{\text{acc}} = 50 \text{ V}$  im Perveanz-Optimum befindet. Beim RIM-10 wird die gleiche Abschirmspannung bei veränderter Beschleunigungsspannung von  $U_{\text{acc}} = 150 \text{ V}$  verwendet. Die Spannungsfestigkeit gemäß Gl. (2.80), die auch die Extraktionsspannung einschränkt, hängt von vielen Faktoren ab. Dazu gehören bspw. der Druck im Inneren des Rezipienten, das verwendete Gas oder der Abstand der Gitter. Thematisiert wird die Hochspannungsfestigkeit bspw. in Ref. [41, S. 154 - 207]. Sie kann mit dem Paschen-Gesetz, bzw. der Paschen-Kurve beschrieben werden. Bei den vorliegenden Druckbereichen im Rezipienten des Teststands, die je nach Massenfluss in etwa zwischen  $10^{-6} \text{ mbar}$  und  $10^{-4} \text{ mbar}$  variieren, kann davon ausgegangen werden, dass hohe Spannungen benötigt werden, um einen Überschlag zwischen den Gittern zu erzeugen. Bis dato konnten keine Überschläge bei den verwendeten Systemgrößen festgestellt werden. Da noch unklar ist, wie sich der Ionenstrahl auf die Überschlagsfestigkeit auswirkt, bedarf die Thematik weiterer Untersuchungen. Einen wichtigen Aspekt stellt die Wahl der Beschleunigungsspannung dar, da sie für das Abblocken der Neutralisator-Elektronen zuständig ist. Können diese zum Plasmagrenzanker gelangen, verfälscht sich der gemessene Gitterstrom - d.h. er entspricht nicht mehr nur dem Ionenstrom, sondern einer Bilanz von Ionen- und Elektronenstrom - und damit der ermittelte Strahlstrom. Die Analyse erfolgt in Abschnitt 5.1.2.

Die Grundlage der dynamischen Untersuchungen bilden die Performance Mappings. Die Parameter der Übertragungsfunktionen des RIM werden in Abhängigkeit des Massenflusses passend zum Performance Mapping bei konstanten Strahlströmen dargestellt. Aus den daraus gewonnenen Informationen können Grenzwerte der Reglerparameter in Abhängigkeit des Arbeitspunkts gewonnen werden. Der typische Verlauf der Performance Mappings kann mit plasmaszpezifischen Größen erläutert

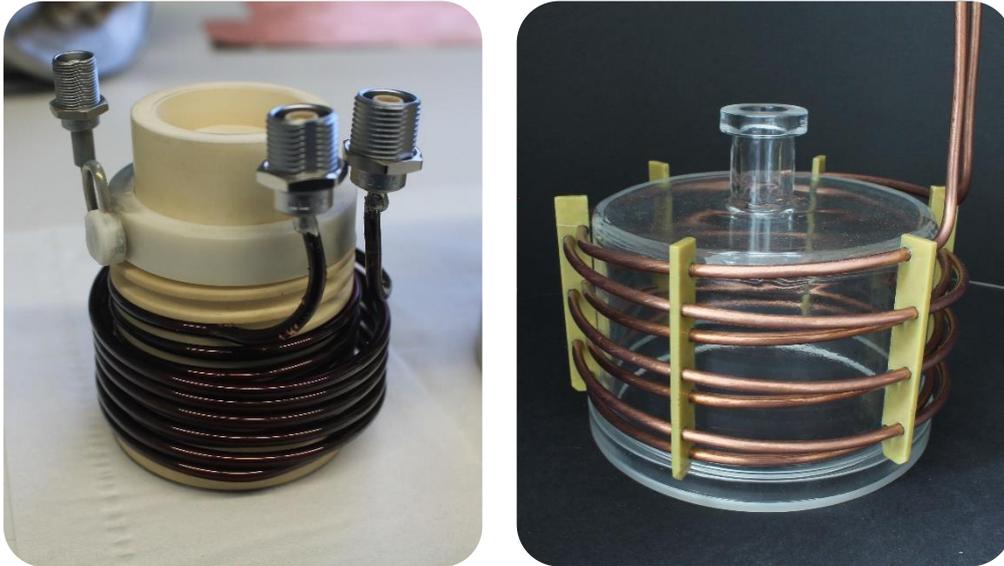


Abbildung 5.2: Die gegenläufig bifilar gewickelten Spulen des RIM-4 (links) und des RIM-10 (rechts).

und der Bezug zu den identifizierten Übertragungsgliedern hergestellt werden. Daher wird die statische Charakteristik in Abschnitt 5.1.3 beschrieben.

Um die Methodik der Systemidentifikation und Reglerauslegung eines RIM/RIT zu verifizieren, werden mehrere "Systeme" untersucht. Neben zwei Triebwerkstypen unterschiedlicher Extraktionsdurchmesser (4 cm und 10 cm) wird zusätzlich die RF-Frequenz variiert (1,5 MHz und 2 MHz) sowie verschiedene Spulengeometrien untersucht. Neben der herkömmlichen, einfach gewickelten Spule (Single-Spule) wird eine Bifilarspule genutzt, deren Erklärung in Abschnitt 5.1.1 folgt. Die Messungen werden bei allen "Systemen" für drei Strahlströme von 5, 10 und 15 mA durchgeführt.

### 5.1.1 Gegenläufig bifilar gewickelte Spulengeometrie

Als alternative Spulengeometrie wird eine gegenläufig bifilar gewickelte Spule verwendet. Ausgehend von einer rechtsläufigen einfachen Induktionsspule wird am Ende des Ionisationsgefäßes der Wicklungsradius vergrößert und der Draht gegenläufig mit gleicher Steigung wieder nach oben geführt. Abbildung 5.2 zeigt die beiden bifilaren Spulen für das RIM-4 und RIM-10. Ziel dieser Geometrie ist die Kompensation eines axialen Anteils des induzierten elektrischen Feldes. Der Anteil entsteht durch die Steigung der Spule und führt dazu, dass Elektronen zusätzlich zur erwünschten azimuthalen Komponente auch eine axiale Auslenkung erfahren. Ist die axiale Feldkomponente groß genug, können die Elektronen das Randschichtpotenzial des Plasmas überwinden und gelangen auf die Wand des Ionisationsgefäßes. Treffen sie dort auf, können sie für die Heizung des Plasmas nicht mehr verwendet werden und erzeugen unerwünschte Verluste. Durch die Beseitigung dieser axialen Komponente sollen die



Abbildung 5.3: Darstellung der Neutralisatoren des RIM-4 (links) mit einer Glühwendel und des RIM-10 mit zwei Glühwendeln (rechts).

Verluste reduziert und die im Betriebspunkt benötigte Leistung gesenkt werden [16].

### 5.1.2 Electron Backstreaming-Limit

Zur Neutralisation des Ionenstrahls eignen sich für den Einsatz im Labor handelsübliche Glühwendeln, wie sie im Auto zum Einsatz kommen. Diese werden mit einer Spannung von 12V betrieben. Ist die Temperatur der Glühwendel hoch genug, treten Elektronen durch thermische Anregung aus dem Metall aus. Eine Abschätzung der emittierten Elektronen einer Glühwendel liefert die Untersuchung in Anhang D.1. Wie in Abb. 5.3 dargestellt, werden für das kleinere RIM-4 eine einzelne, beim RIM-10 zwei Glühwendeln als Elektronenquellen verwendet. Da Elektronen eine deutlich höhere Beweglichkeit besitzen als Ionen, muss am Gitter eine Potenzialbarriere aufgebaut werden, um die Elektronen vor dem hohen positiven Potenzial  $U_{scr}$  des plasmaseitigen Gitters abzuschirmen. Andernfalls werden die Elektronen in das Triebwerksinnere hineingezogen und verursachen Verluste oder Schäden. Ein weiteres Problem ergibt sich aus dem gemessenen Gitterstrom des Plasmagrenzankers. Der am Gitter ermittelte Strom  $I_{scr}$  ist ein Elektronenstrom, der dem austretenden Ionenstrom  $I_{ionen}$  entspricht. Treffen nun zusätzlich Elektronen des Neutralisators auf das Gitter, wird der gemessene Strom und damit auch der ermittelte Strahlstrom verfälscht, da sich beide Ströme gemäß  $I_{scr} \approx I_{ionen} + I_{backstreaming}$  addieren. Mithilfe der gegenüber Systemmasse negativen Beschleunigungsspannung  $U_{acc}$  kann der Elektronenstrom des Neutralisators geblockt werden. Um  $U_{acc,min}$  zu bestimmen, wird das in Abschnitt 4.4.2 behandelte Skript verwendet. Zur Verdeutlichung der Potenziale und Spannungen sei auf Abb. 4.2 verwiesen. Die Spannung am Plasmagrenzanker und die DC-Leistung des RFGs werden konstant gehalten, während die Beschleunigungsspannung kontinuierlich erhöht wird. Damit steigt auch die Extraktionsspannung  $U_{ex}$ . Erhöht man diese Potenzialdifferenz zwischen dem plasmaseitigen und mittleren Gitter, greifen die Feldlinien weiter in das Plasma hinein, vergrößern den Radius des Plasmameniskus und der extrahierte Ionenstrom steigt. Bei idealem Betrieb ohne Electron Backstreaming erhöht sich nun auch der äquivalente Elektronenstrom auf das plasmaseitige Gitter. Was im Falle des Electron

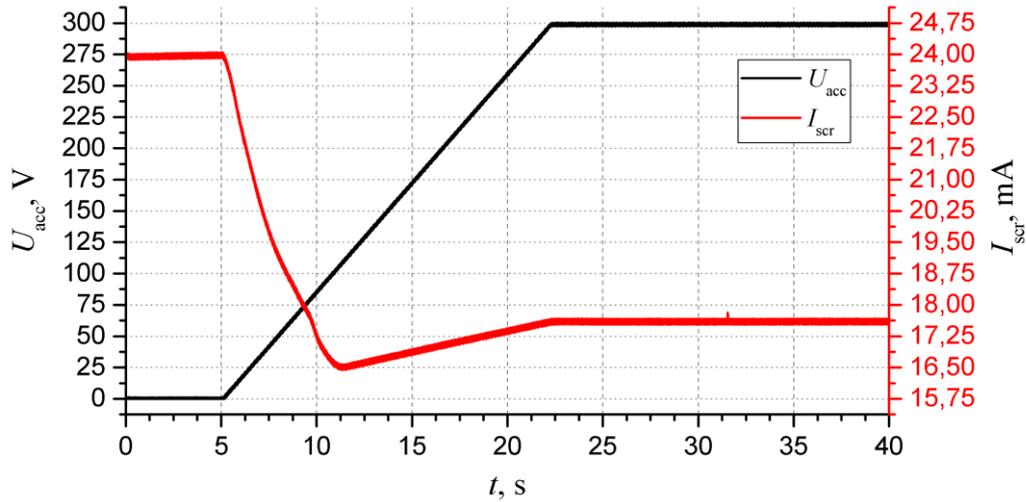


Abbildung 5.4: Beispiel für die Messung des Electron Backstreamings am RIM-10 mit  $U_{scr} = 800$  V,  $\dot{m} = 14$  sccm und  $U_{rfg,dc} = 19,7$  V.

Backstreamings passiert, zeigt die Beispielmessung am RIM-10 mit  $U_{scr} = 800$  V,  $\dot{m} = 14$  sccm und  $U_{rfg,dc} = 19,7$  V in Abb. 5.4. Die schwarze Linie entspricht der Beschleunigungsspannung  $U_{acc}$ , die rote Linie dem am Plasmagrenzanker gemessenen Gitterstrom  $I_{scr}$ . Der Verlauf zeigt, dass  $I_{scr}$  mit steigender Beschleunigungsspannung zunächst sinkt, ein Minimum erreicht und anschließend steigt. Anhand der Kurve ist das Backstreaming im Bereich kleiner Beschleunigungsspannungen und dessen Einfluss gut zu erkennen. Durch die Erhöhung der Potenzialbarriere  $U_{acc}$  nimmt der gemessene Elektronenstrom des Neutralisators  $I_{backstreaming}$  stärker ab als der extrahierte Ionenstrom  $I_{ionen}$  ansteigt; man erhält eine negative Steigung. Ist  $U_{acc}$  mit  $U_{acc} > U_{acc,min}$  groß genug, werden sämtliche von außerhalb des Triebwerks angezogene Elektronen abgeschirmt und der gemessene Strom steigt wieder an. Der gemessene Strom entspricht nun wieder dem extrahierten Ionenstrom. Daher wird das Backstreaming-Limit  $U_{acc,min}$  als Minimum dieser Kurve definiert. Geht man bei vorliegendem Beispiel von einem Norm-Gitterstrom von 16 mA und dem maximal fehlerhaften Strom von 24 mA bei  $U_{acc} = 0$  aus, liegt der Fehler bei über 41 %.

Im Folgenden werden die ermittelten Limits der beiden RIM für eine Abschirmspannung von  $U_{scr} = 900$  V vorgestellt. Die RFG-DC-Spannung wurde so gewählt, dass die Strahlströme bei der in den Messungen verwendeten Extraktionsspannungen  $U_{ex,RIM4} = 950$  V und  $U_{ex,RIM10} = 1.050$  V den Werten 5, 10 und 15 mA entsprechen.

Um den Einfluss von  $U_{scr}$  auf die Limitierung der Beschleunigungsspannung  $U_{acc}$  zu untersuchen, wurden die Messungen für unterschiedliche Abschirmspannungen von  $U_{scr} = 800$  V und 1.000 V durchgeführt. Sie sind ergänzend in Anhang D.2 dargestellt.

## RIM-4

Abbildung 5.5 zeigt die Backstreaming-Limits des RIM-4 für die bifilare Spulengeometrie "Bifilar" und die herkömmliche einfache Spulenwicklung "Single" bei  $f_{rf} = 1,5\text{ MHz}$  und  $2\text{ MHz}$  sowie für die den Strahlströmen angepassten konstanten DC-Spannungen des RFG-Zwischenkreises. Die Messwerte zeigen, dass das Electron Backstreaming zu höheren Massenflüssen hin zunimmt und die benötigte Spannung zum Abblocken steigt. Bei der bifilaren Spulengeometrie zeigen sich niedrigere Limits als bei der Single-Spule. Der Vergleich der RF-Frequenzen liefert auch für  $f_{rf} = 1,5\text{ MHz}$  niedrigere Minimalspannungen  $U_{acc,min}$ . Bei den Strahlströmen dagegen erlangt man die niedrigsten Werte bei  $5\text{ mA}$ , die maximal benötigten Beschleunigungsspannungen bei  $10\text{ mA}$ . Bei niedrigen Massenflüssen konnte teilweise kein Backstreaming nachgewiesen werden, während die Limits bei hohen Massenflüssen bis zu  $U_{acc,min} = 60\text{ V}$  betragen.

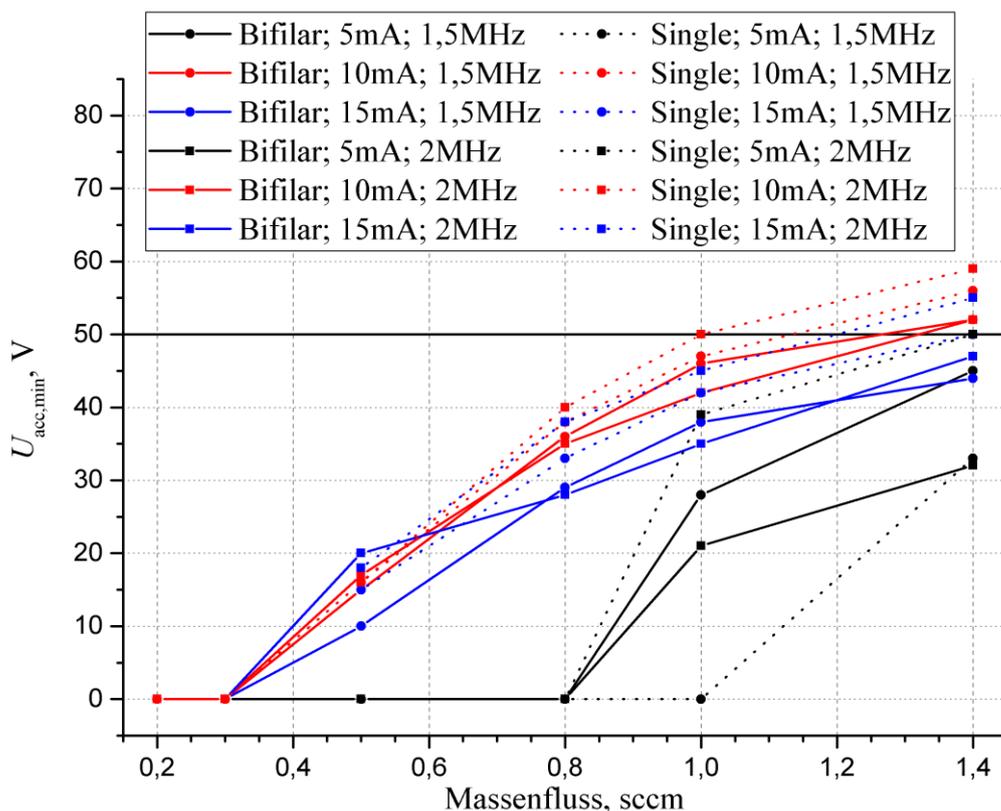


Abbildung 5.5: Electron Backstreaming-Limits des RIM-4 bei  $U_{scr} = 900\text{ V}$ .

Die schwarze horizontale Linie kennzeichnet die in den Messungen verwendete Beschleunigungsspannung von  $U_{acc} = 50\text{ V}$ . Es zeigt sich, dass die eingestellte Spannung bei höheren Massenflüssen nicht ausreicht, um das Electron Backstreaming vollkommen zu vermeiden. Demnach müssen die Messergebnisse, vor allem die der Performance Mappings, dahingehend interpretiert werden: Treffen Elektronen des Neutralisators auf das Gitter, erhöht sich der gemessene Strom  $I_{scr}$  und damit der

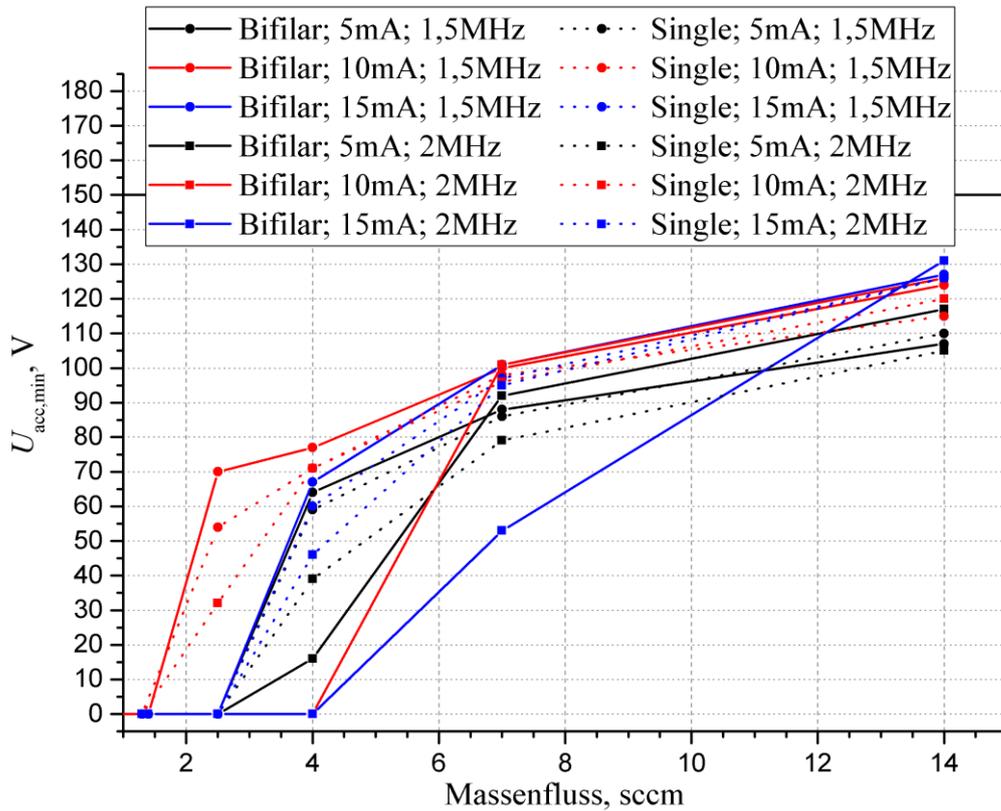


Abbildung 5.6: Electron Backstreaming-Limits des RIM-10 bei  $U_{scr} = 900$  V.

daraus berechnete Strahlstrom. Die Regelung wirkt dem entgegen und senkt die DC-Leistung  $P_{rfg,dc}$ . Innerhalb der Performance Mappings führt ein erhöhtes Electron Backstreaming demnach zu einer niedrigeren DC-Leistung und insgesamt zu einer verringerten Steigung der Kurvenverläufe bei Massenflüssen  $\dot{m} > 1,0$  sccm. Aufgrund der nahe am maximalen Limit verwendeten Beschleunigungsspannung von 50 V beträgt der Fehler beim RIM-4 schätzungsweise 1 bis 2 %.

## RIM-10

Aufgrund der beim RIM-10 vorliegenden größeren Dimensionen des Extraktionssystems und der Verwendung zweier Glühwendeln erhält man höhere Elektronendichten und demnach auch größere Elektronenströme vom Neutralisator hin zum Abschirmgitter. Abbildung 5.6 zeigt, dass beim RIM-10 größere Beschleunigungsspannungen als beim RIM-4 benötigt werden. Entsprechend den Verläufen beim RIM-4 steigt die benötigte Spannung bei höheren Massenflüssen, der maximale Wert liegt bei 14 sccm und entspricht  $U_{acc,min} \approx 130$  V. Anders als beim kleineren Triebwerk erhält man die maximalen Limits bei der bifilaren Spulengeometrie und einer RF-Frequenz von 2 MHz.  $U_{acc,min}$  steigt allgemein mit dem extrahierten Ionenstrom an.

Die Messungen in dieser Arbeit wurden bei  $U_{acc} = 150$  V durchgeführt und können deshalb als frei von Fehlern durch rückströmende Elektronen betrachtet werden.

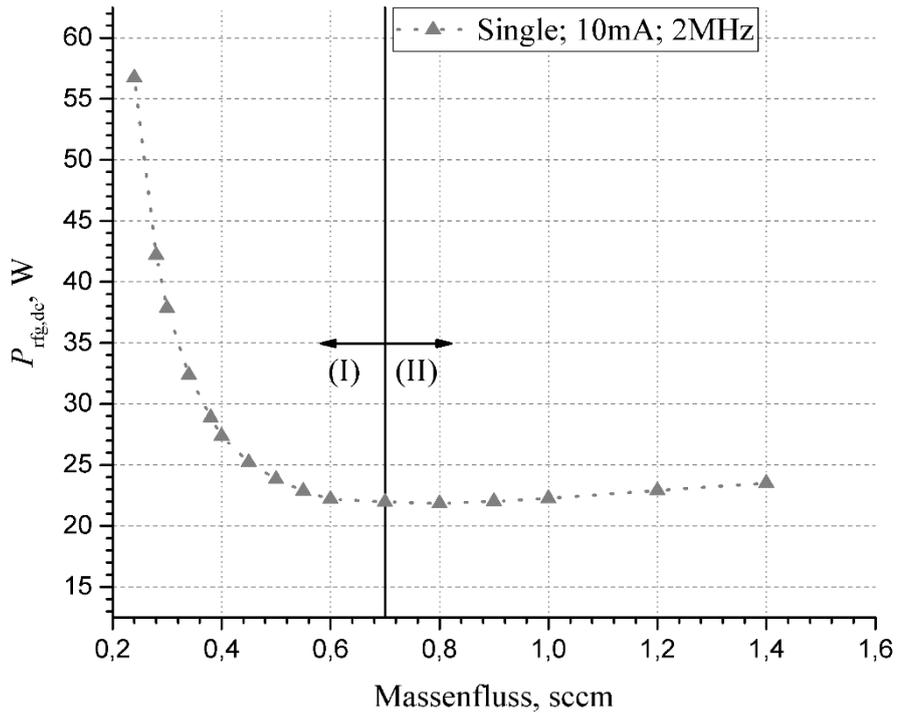


Abbildung 5.7: Beispiel eines RIM-4 Performance Mappings zur Erläuterung des allgemeinen Kurvenverlaufs (konventionelle Spulengeometrie,  $I_b = 10 \text{ mA}$ ,  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ ).

### 5.1.3 Performance Mappings

Performance Mappings werden typischerweise für die Charakterisierung der RIT verwendet. Sie stellen den Bezug zwischen benötigter DC-Leistung  $P_{\text{rfg,dc}}$  und zugeführtem Treibstoff  $\dot{m}$  bei konstantem Strahlstrom  $I_b$  her. Abbildung 5.7 zeigt den typischen Verlauf eines Performance Mappings am Beispiel eines RIM-4 bei einem Strahlstrom von  $I_b = 10 \text{ mA}$  und einer RF-Frequenz von  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ . In sämtlichen Kennlinien zeichnet sich die gleiche Charakteristik von niedrigem (links) zu hohem Massenfluss (rechts) ab: Zunächst fällt die benötigte Leistung sehr stark, erreicht ein Minimum und steigt anschließend nahezu konstant an. Die Kennlinie lässt sich in die Bereiche links (I) und rechts (II) des Minimums unterteilen. Verallgemeinert kann ein minimal möglicher Massenfluss definiert werden, der sich bei einem Massenwirkungsgrad  $\eta_m$  von 100 % befindet. Im dargestellten Beispiel ergibt sich durch Einsetzen von  $I_b = 10 \text{ mA}$  und  $\eta_m = 1$  in Gl. (2.16) als Grenzwert des Massenflusses:  $\dot{m} \approx 0,138 \text{ sccm}$ . Für die Erklärung des Kurvenverlaufs in der jeweiligen Zone werden die Simulationsergebnisse aus Ref. [42] herangezogen und im Folgenden erläutert<sup>1</sup>.

In Kap. 2.4 wurde bereits auf die Bedeutung der Elektronentemperatur  $T_e$  hingewiesen. Ihr Einfluss auf die Entladungsverluste und die Verluste in den externen

<sup>1</sup>Der Journal-Beitrag ist noch nicht eingereicht, aber bereits in Planung. - Stand 26.08.2018

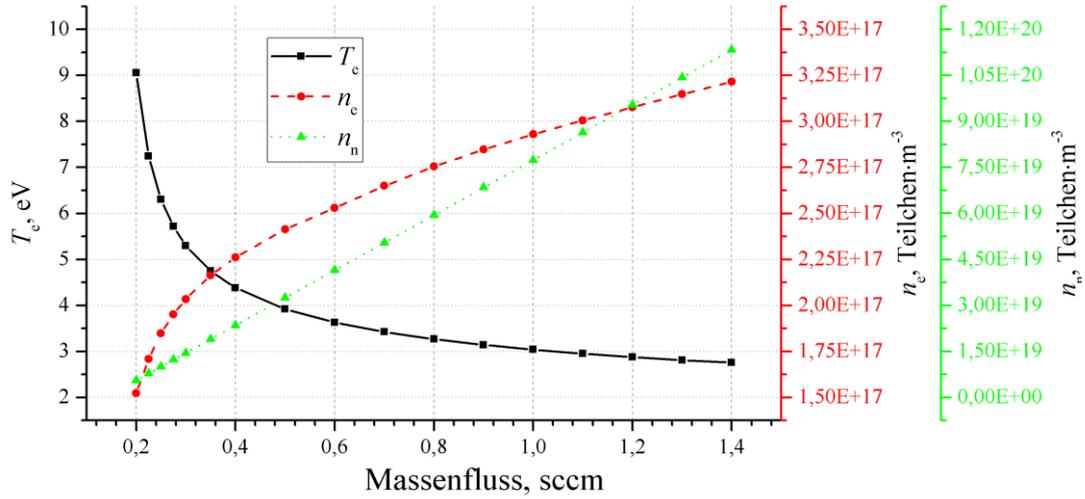
Komponenten wie RFG, Versorgungsleitung, etc. wird durch die in Abb. 5.8 dargestellten Simulationsergebnisse beschrieben. Abb. 5.8a zeigt die mit steigendem Massenfluss sinkende Elektronentemperatur (schwarze Linie) sowie die linear ansteigende Neutralgasdichte  $n_n$  (grün gepunktete Linie). Ausgehend von einem konstanten Strahlstrom von 10 mA und dem resultierenden Ionenfluss  $\dot{m}_i = \text{konst.}$  ergibt sich die lineare Beziehung zwischen Neutralgasdichte (oder Massenfluss neutraler Teilchen  $\dot{m}_n$ ) und dem zugeführten Massenfluss  $\dot{m}$  aus der Massenerhaltung mit

$$\dot{m} = \dot{m}_i + \dot{m}_n . \quad (5.1)$$

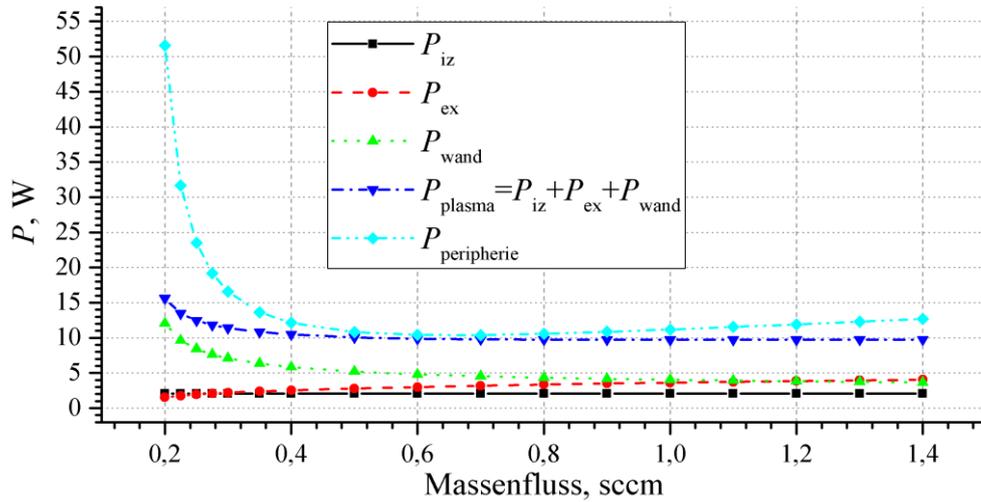
Aus der Beziehung von Strahlstrom, Ionendichte und Elektronentemperatur gemäß  $I_b \sim n_i \cdot \sqrt{T_e}$  folgt bei konstantem Strahlstrom, dass die Elektronendichte  $n_e$ , die im Plasmavolumen der Ionendichte  $n_i$  entspricht, proportional zum Wurzelfaktor der Elektronentemperatur ansteigen muss [42]. Dargestellt ist die Elektronendichte durch die rot gestrichelte Linie in Abb. 5.8a.

Abbildung 5.8b zeigt die einzelnen Verluste innerhalb ( $P_{\text{plasma}}$ ) und außerhalb ( $P_{\text{peripherie}}$ ) des Plasmas. Die im Plasma umgesetzte Leistung ergibt sich hauptsächlich aus drei Prozessen: Der für Ionisation verbrauchten Leistung  $P_{\text{iz}}$ , der an Anregungsprozesse verlorenen Leistung  $P_{\text{ex}}$  und der Wandverluste  $P_{\text{wand}}$  im Ionisationsgefäß. Da in jedem Punkt des Performance Mappings die gleiche Anzahl an Ionen erzeugt wird, kann die für Ionisation benötigte Leistung näherungsweise als konstant angesehen werden [42]:  $P_{\text{iz}} \approx \text{konstant}$ . Die Anregungsprozesse steigen mit dem Massenfluss an. Erklären kann man dies über die sogenannten Ratenkoeffizienten, die die Zahl an Reaktionen pro Zeiteinheit und Dichte beschreiben. Sie hängen vom Stoßquerschnitt  $\sigma$  und der Energieverteilungsdichte ab. Die Thematik wird an dieser Stelle nicht weiter vertieft, jedoch kann allgemein formuliert werden, dass die Ratenkoeffizienten mit sinkender Elektronentemperatur abfallen. Durch  $P_{\text{ex}} \sim n_e \cdot n_n$  kann der Anstieg hin zu hohen Massenflüssen erläutert werden. Die grün gepunktete Linie in Abb. 5.8b stellt den Verlauf der Wandverluste mit  $P_{\text{wand}} \sim T_e$  dar. Aufgrund der im Bereich niedriger Massenflüsse stark ansteigenden Elektronentemperatur dominieren auch die Wandverluste in diesem Bereich. Summiert man die Leistungen auf, ergibt sich die gesamte umgesetzte Leistung im Plasma  $P_{\text{plasma}}$ , gekennzeichnet durch die dunkelblaue Linie (Strich-Punkt-Format). Der Verlauf zeigt eine leichte Steigung im Bereich niedriger Massenflüsse und einen nahezu konstanten Wert ab etwa 0,5 sccm. Vergleicht man die Absolutwerte der benötigten DC-Leistung bei niedrigen Massenflüssen in Abb. 5.7 mit den Werten der im Plasma umgesetzten Leistungen, so erkennt man, dass letztere deutlich darunter liegen. Dies zeigt sich auch beim Vergleich von  $P_{\text{plasma}}$  und der in den externen Komponenten erzeugten Verlustleistung  $P_{\text{peripherie}}$ , die bei niedrigen Massenflüssen dominiert und  $> 60\%$  der Verluste ausmacht.

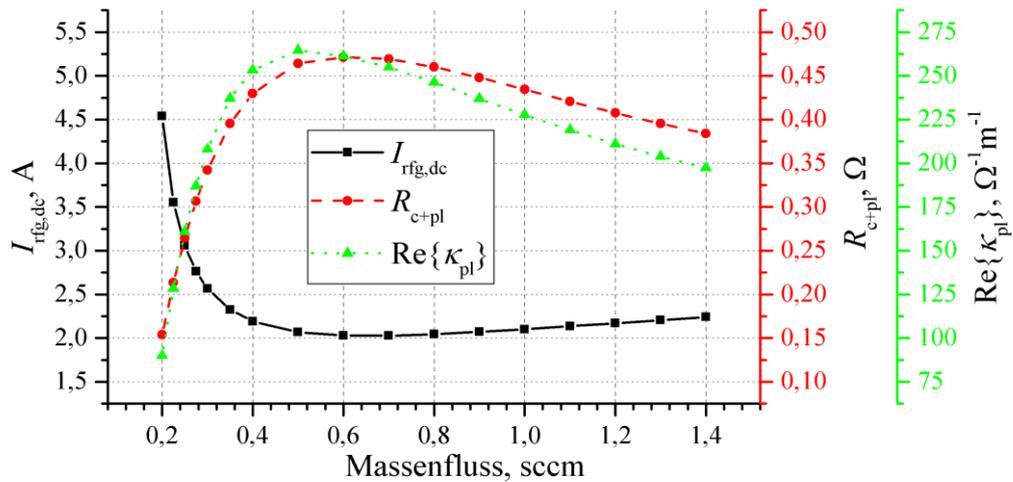
Die externen Verluste  $P_{\text{peripherie}}$  ergeben sich aus den einzelnen Verlusten am



(a) Elektronentemperatur  $T_e$ , Neutralgasdichte  $n_n$  und Elektronendichte  $n_e$  im Plasmavolumen.



(b) Verlustleistung der Peripherie  $P_{\text{peripherie}}$  sowie in das Plasma eingekoppelte Leistung  $P_{\text{plasma}}$ , bestehend aus der Leistung zur Ionisation  $P_{\text{iz}}$ , den Verlusten durch Anregungsprozesse  $P_{\text{ex}}$  und den Wandverlusten  $P_{\text{wand}}$ .



(c) Realteil der Plasmaleitfähigkeit  $\kappa_{\text{pl}}$ , Serienwiderstand der Last des RF-Generators  $R_{\text{c+pl}}$  und eingespeister DC-Strom  $I_{\text{rf,dc}}$ .

Abbildung 5.8: Simulierte Triebwerks- und Plasmaparameter eines RIM-4 bei  $I_b = 10 \text{ mA}$  und  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ .

Innenwiderstand des RFGs, der Zuleitung des RF-Signals sowie der Resonanzkapazität und ohmschen Leitungsverlusten der Spule. Zur Erläuterung des Kurvenverlaufs eignet sich die Betrachtung des arbeitspunktabhängigen Widerstands aus Abschnitt 2.4.2 (Abb. 2.7), der sich wiederum aus der Leitfähigkeit des Plasmas ergibt. Der reelle Anteil der Leitfähigkeit  $\text{Re}\{\kappa_{\text{pl}}\}$  und der Widerstand  $R_{\text{c+pl}}$  sind in Abb. 5.8c dargestellt. Man erkennt deutlich den Zusammenhang beider Größen. Die Abhängigkeit der Plasmaleitfähigkeit von den Plasmaparametern ist in Gl. (2.59) ersichtlich. Ausschlaggebend für die Verluste der externen Komponenten ist der lastabhängige Strom im Resonanzkreis, der in Abb. 5.8c durch die schwarze Linie dargestellt ist. Aufgrund des im Bereich niedriger Massenflüsse stark sinkenden Widerstands  $R_{\text{c+pl}}$  steigt der eingespeiste DC-Strom entsprechend an und verursacht eine quadratisch mit dem Strom ansteigende Verlustleistung gemäß  $P_{\text{peripherie}} = I_{\text{rf,dc}}^2 \cdot R_{\text{peripherie}}$ . Die Verlustleistung erreicht ihr Minimum bei maximalem  $R_{\text{c+pl}}$ . Der Serienwiderstand des Transformatormodells entspricht in diesem Punkt in etwa dem Gesamtwiderstand der Peripherie mit  $R_{\text{c+pl}} \approx R_{\text{peripherie}}$ . Daraus resultiert ein Verhältnis der Leistung im Plasma zur Gesamtleistung und damit ein Wirkungsgrad von 50 %.

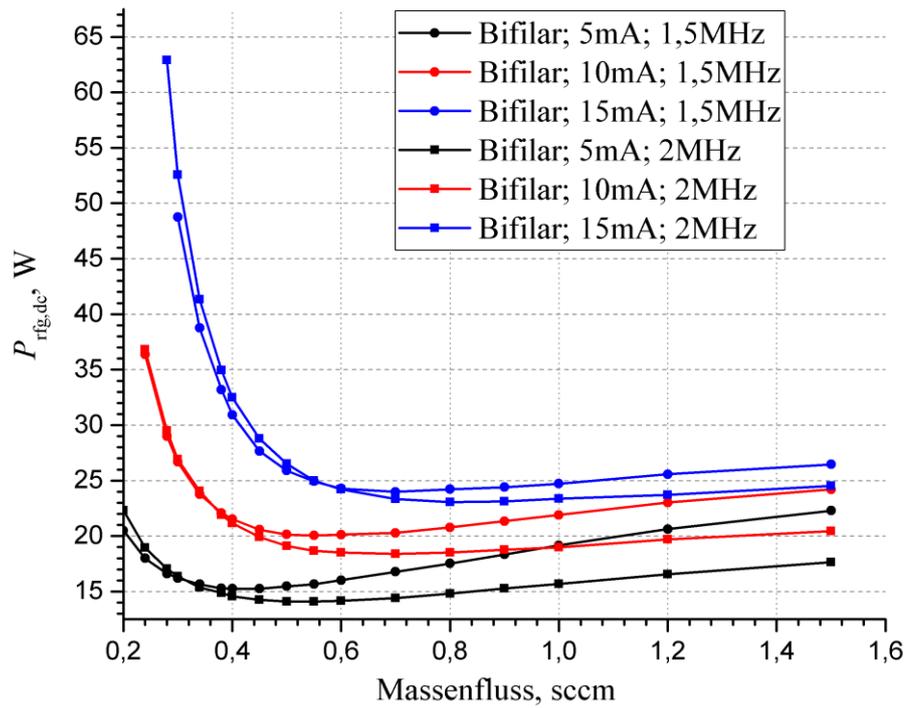
Zusammenfassend kann die linke Seite des Performance Mappings (I) durch die steigenden Wandverluste im Ionisationsgefäß und die dominierenden Verluste der Peripherie beschrieben werden. Rechts vom Minimum des Mappings in (II) steigen die Anregungsverluste an und bestimmen zusammen mit den Wandverlusten die in das Plasma eingespeiste Leistung, die als nahezu konstant betrachtet werden kann. Durch einen sinkenden äquivalenten Serienwiderstand  $R_{\text{c+pl}}$  im Lastkreis des RFGs steigen die peripheren Verluste zu hohen Massenflüssen hin an und führen somit zum leichten Anstieg der insgesamt benötigten DC-Leistung  $P_{\text{rf,dc}}$ .

Die folgenden Abschnitte zeigen die Performance Mappings der beiden Triebwerke.

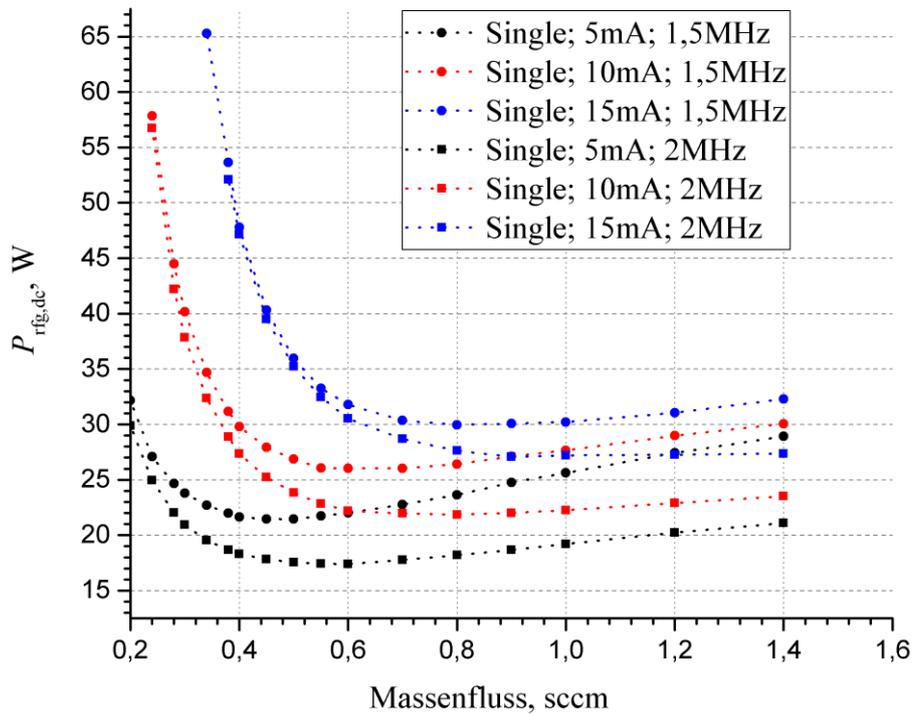
#### RIM-4

Abbildung 5.9 stellt die gemessenen Performance Mappings des kleineren RIM mit 4 cm Extraktionsdurchmesser und unterschiedlichen Spulengeometrien für drei Strahlströme  $I_b$  (5, 10 und 15 mA) sowie zwei RF-Frequenzen  $f_{\text{rf}}$  (1,5 und 2 MHz) dar. Die beschriebene Charakteristik in Abhängigkeit der Plasmaparameter lässt sich in allen Performance Mappings erkennen.

Vergleicht man die Kurven der unterschiedlichen Strahlströme bei konstanter Frequenz, ergibt sich eine Verschiebung der Mappings nach rechts auf der x-Achse zu höheren Massenflüssen und nach oben auf der y-Achse hin zu höheren Leistungen durch Erhöhung des Strahlstroms. Mit steigendem Strahlstrom erhöht sich ebenfalls die Elektronentemperatur im Bereich niedriger Massenflüsse. Die Neutralgasdichte erfährt eine Verschiebung auf der x-Achse hin zu hohen Massenflüssen, da  $\dot{m}_i$  linear mit dem eingestellten Strahlstrom steigt und eine sinkende Neutralgasdichte nach



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie (Single)

Abbildung 5.9: Gemessene Performance Mappings des RIM-4 für drei Strahlströme  $I_b$  (5, 10 und 15 mA) sowie zwei RF-Frequenzen  $f_{\text{rf}}$  (1,5 und 2 MHz) mit bifilarer (a) und konventioneller (b) Spulengeometrie.

Gl. (5.1) bei konstantem  $\dot{m}$  impliziert. Dies führt dazu, dass bei hohen Massenflüssen die Änderung der Eingangsleistung weniger Einfluss hat als bei niedrigeren Massenflüssen, was sich auch in den identifizierten Parametern der Übertragungsfunktionen widerspiegelt.

Um die Arbeitsfrequenz des RFGs zu verändern, der das Prinzip eines Schwingkreiswechselrichters nutzt, wird die Resonanzkapazität angepasst. Eine Änderung der Frequenz wirkt sich nach Gl. (2.59) maßgeblich auf die Leitfähigkeit des Plasmas und damit auch auf  $R_{c+pl}$  aus. Als Resultat erhält man bei den gewählten Frequenzen eine Art Linksdrehung der Kurve. Senkt man die Frequenz von  $f_{rf} = 2$  MHz auf 1,5 MHz ab, wird bei hohen Massenflüssen mehr Leistung benötigt, als bei niedrigen Massenflüssen und höherer Frequenz. Deutlich sichtbar ist die beschriebene "Drehung" in Abb. 5.9a für  $I_b = 5$  mA.

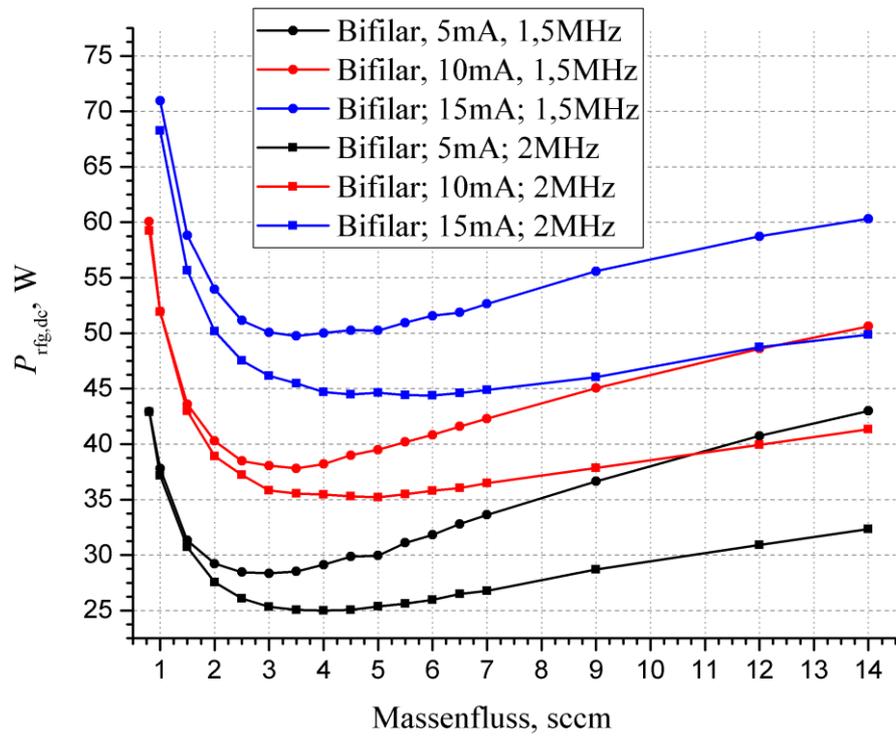
Der Vergleich der beiden Spulengeometrien entsprechend der Abbildungen 5.9a und 5.9b zeigt die genannte Verringerung der benötigten Leistung im Falle der Bifilarspule, die in Abschnitt 5.1.1 thematisiert wurde. Ihr Nutzen zeigt sich im Bereich niedriger Massenflüsse. Die verwendete bifilare Spule des RIM-4 enthält die doppelte Wicklungszahl der einfachen Spule. Folglich erhöht sich die Feldstärke im Inneren des Ionisationsgefäßes. Nach aktuellem Stand ist nicht geklärt, ob die Leistungsoptimierung durch die Kompensation der axialen magnetischen Feldkomponente erreicht wird oder durch den Einfluss der allgemein erhöhten Feldstärke und den Einfluss auf  $R_{c+pl}$ , der mit größerem Widerstandswert zu einer Minderung der peripheren Verlustleistung führt.

## RIM-10

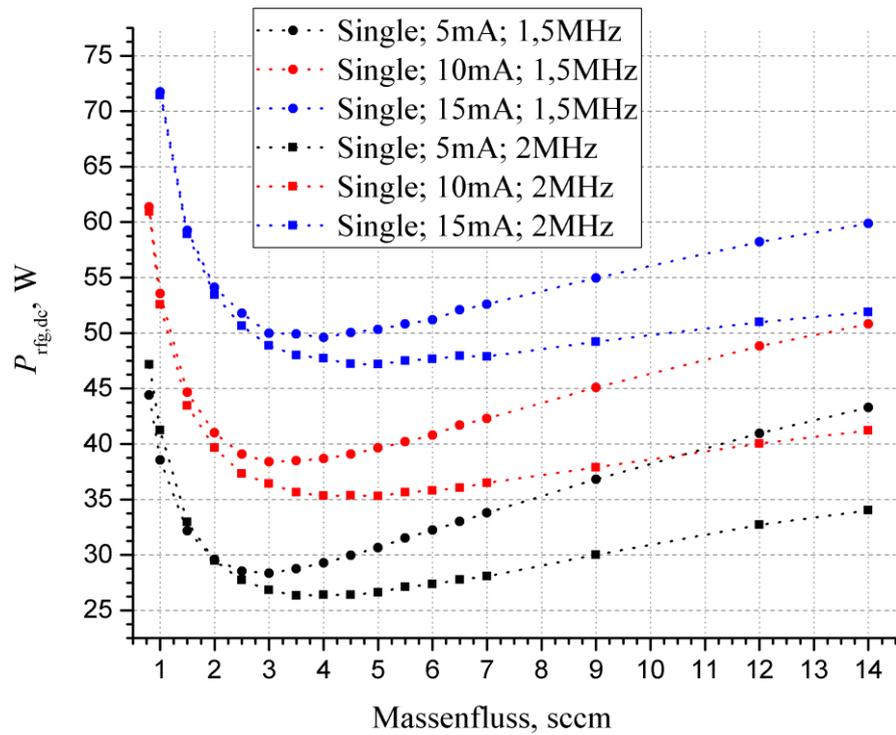
Die gemessenen Performance Mappings des RIM-10 mit 10 cm Extraktionsdurchmesser sind in Abb. 5.10 dargestellt. Die allgemeinen Kurvenverläufe können analog zum RIM-4 beschrieben werden. Gleichmaßen werden für die Erhöhung der Strahlströme mehr Leistung und höhere Massenflüsse benötigt. Die Frequenz bewirkt eine Drehung der Kurve bei gleichem Strahlstrom.

Die bifilare Spule wurde im Gegensatz zum RIM-4 mit gleicher Windungszahl, dafür aber mit unterschiedlicher Steigung aufgebaut. Auch hier zeigt sich eine Verringerung der benötigten Leistung mit der bifilaren Geometrie, die im Vergleich jedoch deutlich geringer ist als beim kleineren RIM.

Ein direkter Vergleich beider Triebwerke fällt schwer, da die gewählten Parameter auf das RIM-4 optimiert sind und beim RIM-10 typischerweise höhere Extraktionsströme erzeugt werden. Die hier gewählten Betriebsparameter entsprechen somit nicht dem Optimum. Jedoch zeigen beide Triebwerke ähnliche Charakteristika bezüglich der Verläufe des Performance Mappings. Allgemein lässt sich feststellen, dass beim RIM-10 höhere Leistungen und Massenflüsse benötigt werden, um die gleichen (niedrigen) Strahlströme zu erzeugen.



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie (Single)

Abbildung 5.10: Gemessene Performance Mappings des RIM-10 für drei Strahlströme  $I_b$  (5, 10 und 15 mA) sowie zwei RF-Frequenzen  $f_{\text{rf}}$  (1,5 und 2 MHz) mit bifilarer (a) und konventioneller (b) Spulengeometrie.

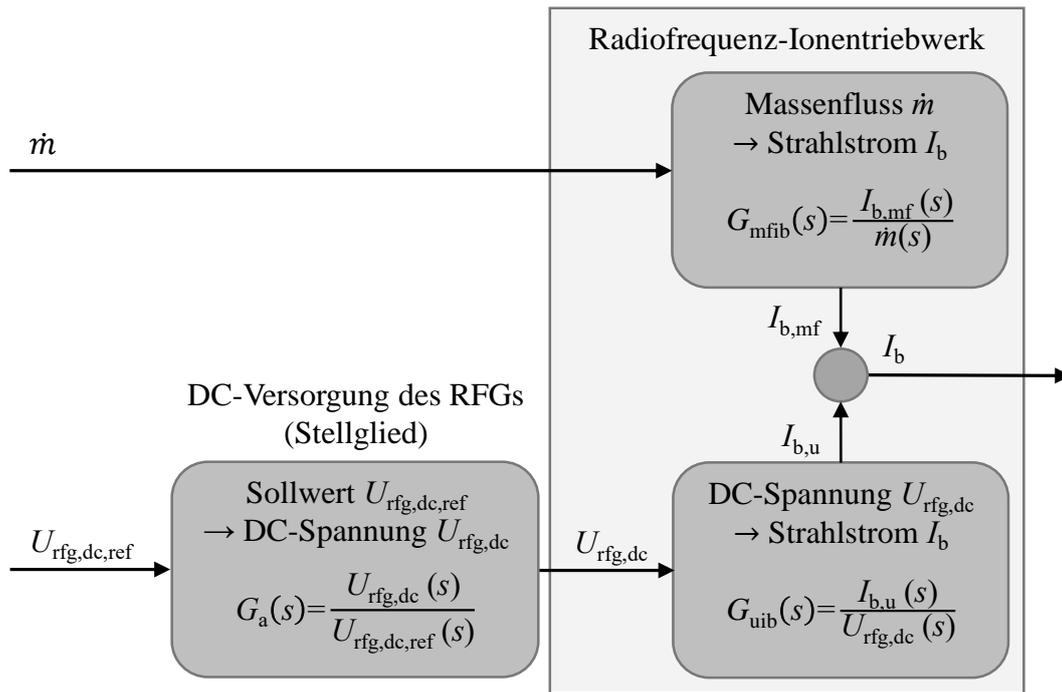


Abbildung 5.11: Simulationsmodell eines RIM zur Beschreibung des Ein- zu Ausgangsverhaltenes für die Eingangsgrößen Massenfluss  $\dot{m}$  und DC-Spannung  $U_{\text{rfg,dc}}$  des RFGs.

## 5.2 Modellbetrachtung des RIM/RIT

Für die Identifikation und Bestimmung der Parameter des Systems muss zunächst ein geeignetes Modell zur Beschreibung des RIT/RIM definiert werden. Das Modell wiederum besteht aus verschiedenen LTIs, die in diesem Fall Laplace-Übertragungsfunktionen entsprechen. Während in früheren Untersuchungen ein komplexeres Modell mit der Beschreibung innerer Systemgrößen betrachtet wurde (s. Ref. [43]), findet in dieser Arbeit das in Abb. 5.11 dargestellte vereinfachte Modell Verwendung, da es für die Strahlstromregelung ausreicht und die Berechnungen entsprechend einfacher ausfallen. Für die Beschreibung des Triebwerks kommen dabei lediglich zwei Übertragungsfunktionen zum Einsatz, die je den dynamischen Einfluss einer Eingangsgröße ( $\dot{m}$  oder  $U_{\text{rfg,dc}}$ ) auf den Strahlstrom  $I_b$  als Ausgangsgröße abbilden. Während für die Identifikation der ausgelesene Spannungswert der RFG-DC-Versorgung als Eingangsgröße verwendet wird, erfolgt die Anregung des Prozesses durch eine Sprungfunktion in Simulink. Für die korrekte Abbildung des dynamischen Systemverhaltens wird daher eine dritte Übertragungsfunktion zur Beschreibung des Ein- zu Ausgangsverhaltens der RFG-DC-Versorgung benötigt, die auch als Stellglied der Strahlstromregelung dient. Um die Struktur und demnach die Ordnung der Übertragungsglieder zu bestimmen, wurden testweise Identifikationen durchgeführt und in einem iterativen Prozess die Ordnung des Nenner- und Zählerpolynoms

der Übertragungsfunktionen erhöht. Gewählt wurden schließlich die Übertragungsfunktionen mit bestmöglicher Übereinstimmung zwischen gemessenem Signal und dem Modellsignal, entsprechend eines minimalen Fehlers gemäß Abb. 3.4. Zusätzlich gilt es, das physikalische System vereinfacht, aber genügend genau abzubilden und die Rechenzeit der Parameteroptimierung so gering wie möglich zu halten. Letzteres erreicht man durch die Verwendung der minimalen Anzahl an Parameter. Im Folgenden werden die drei in Abb. 5.11 dargestellten Übertragungsfunktionen näher erläutert.

Die Übertragungsfunktion  $G_a(s)$  spiegelt das Ein- zu Ausgangsverhalten der DC-Versorgung des RFGs wider. Als Eingangsgröße der Identifikation dient das in Simulink erzeugte Anregungs- bzw. Referenzsignal  $U_{\text{rfg,dc,ref}}$ , während der analoge IST-Wert des Netzteils das Ausgangssignal des Übertragungsglieds darstellt. Die Identifikation ergab gute Übereinstimmung des Ein-/Ausgangsverhaltens durch ein Proportional-Element mit Verzögerung erster Ordnung (PT<sub>1</sub>-Glied). Der Grad des Zählerpolynoms ist kleiner als der des Nennerpolynoms mit  $n = 1 > m$ . Die Übertragungsfunktion enthält eine Polstelle und ist durch folgende Gleichung definiert:

$$G_a(s) = \frac{U_{\text{rfg,dc,ref}}(s)}{U_{\text{rfg,dc}}(s)} = K_{\text{p,a}} \cdot \frac{1}{1 + T_{\text{dn,a}} \cdot s} \quad (5.2)$$

Abb. 5.12a zeigt die zugehörige Sprungantwort  $h(t)$  zur Verdeutlichung der Bedeutung des Verstärkungsfaktors  $K_p$  und der Zeitkonstante  $T_{\text{dn}}$ .

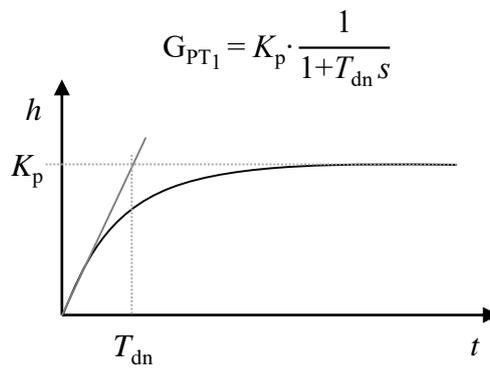
Für den Massenfluss  $\dot{m}$  als Eingangsgröße des RIT, dessen zeitliche Änderung Einfluss auf den Strahlstrom  $I_b$  hat, eignet sich ebenfalls ein PT<sub>1</sub>-Glied zur Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens mit

$$G_{\text{mfib}}(s) = \frac{I_{\text{b,mf}}(s)}{\dot{m}(s)} = K_{\text{p,mfib}} \cdot \frac{1}{1 + T_{\text{mfib}} \cdot s} \quad (5.3)$$

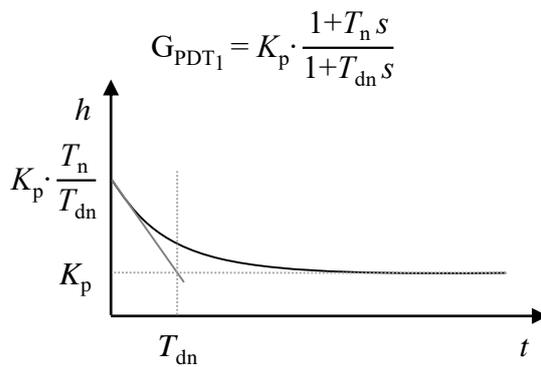
Das Ein- zu Ausgangsverhalten der DC-Spannung  $U_{\text{rfg,dc}}$  des RF-Generators zum Strahlstrom  $I_b$  wird durch ein Proportional-Differenzial-Element mit Verzögerung erster Ordnung realisiert. Das sogenannte PPT<sub>1</sub>- bzw. PDT<sub>1</sub>-Glied enthält eine Pol- und eine Nullstelle. Damit entspricht der Grad des Nennerpolynoms dem Grad des Zählerpolynoms mit  $m = n = 1$ . Im Vergleich zu  $G_a(s)$  und  $G_{\text{mfib}}(s)$  enthält sie damit zusätzlich eine Zeitkonstante im Zähler der Übertragungsfunktion, bezeichnet als Vorhaltzeitkonstante  $T_{\text{n,uib}}$ :

$$G_{\text{uib}}(s) = \frac{I_{\text{b,u}}(s)}{U_{\text{rfg,dc}}(s)} = K_{\text{p,uib}} \cdot \frac{1 + T_{\text{n,uib}} \cdot s}{1 + T_{\text{dn,uib}} \cdot s} \quad (5.4)$$

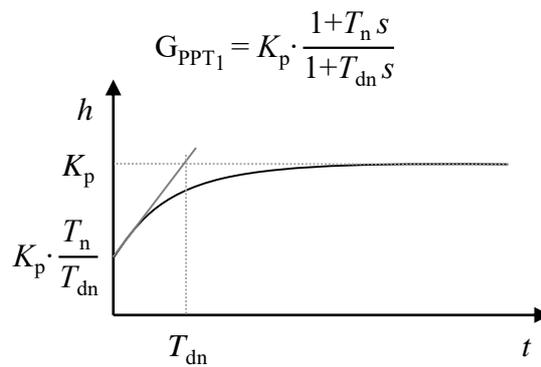
In Abhängigkeit der beiden Zeitkonstanten resultieren unterschiedliche Übertragungsglieder. Für  $T_{\text{n,uib}} = 0$  ergibt sich ein PT<sub>1</sub>-Glied, für  $T_{\text{n,uib}} = T_{\text{dn,uib}}$  ein



(a)  $PT_1$ -Glied



(b)  $PDT_1$ -Glied:  $T_n > T_{dn}$



(c)  $PPT_1$ -Glied:  $T_n < T_{dn}$

Abbildung 5.12: Sprungantworten der für das Simulationsmodell verwendeten Übertragungsfunktionen  $PT_1$  (a),  $PDT_1$  (b) und  $PPT_1$  (c).

Proportional-Element. Für die Beschreibung des RIT sind jedoch diejenigen Übertragungselemente interessant, die entstehen, wenn die Zeitkonstanten unterschiedliche Werte aufweisen und ungleich Null sind:

$$\frac{T_{n,uib}}{T_{dn,uib}} < 1 \rightarrow \text{PPT}_1 \quad (5.5)$$

$$\frac{T_{n,uib}}{T_{dn,uib}} > 1 \rightarrow \text{PDT}_1 \quad (5.6)$$

Ist die Vorhaltzeitkonstante  $T_{n,uib}$  größer als die Verzögerungszeitkonstante  $T_{dn,uib}$ , erhält man ein  $\text{PDT}_1$ -Glied mit überschwingender Charakteristik, dargestellt in der Sprungantwortfunktion in Abb. 5.12b. Ist  $T_{n,uib}$  kleiner als  $T_{dn,uib}$ , so entspricht die Sprungantwort Abb. 5.12c, einem proportionalen Verhalten mit Verzögerung erster Ordnung.

Die einzelnen Ausgangssignale der beiden Übertragungsblöcke  $G_{mfib}$  und  $G_{uib}$  werden über einen Summationsblock zusammengefügt und bilden den modellierten Strahlstrom mit  $I_b = I_{b,mf} + I_{b,u}$ .

Die Übertragungsfunktionen beschreiben das dynamische Ein- zu Ausgangsverhalten des Systems im gewählten Arbeitspunkt und fordern, ähnlich der Identifikation, den energiefreien stationären Anfangszustand des Systems. Möchte man Simulation und Messung miteinander vergleichen, müssen den gemessenen Eingangsgrößen  $\dot{m}_{meas}$  und  $U_{rfg,dc,meas}$  die Gleichanteile entzogen werden:

$$\dot{m} = \dot{m}_{meas} - \dot{m}_{meas,00} \quad (5.7)$$

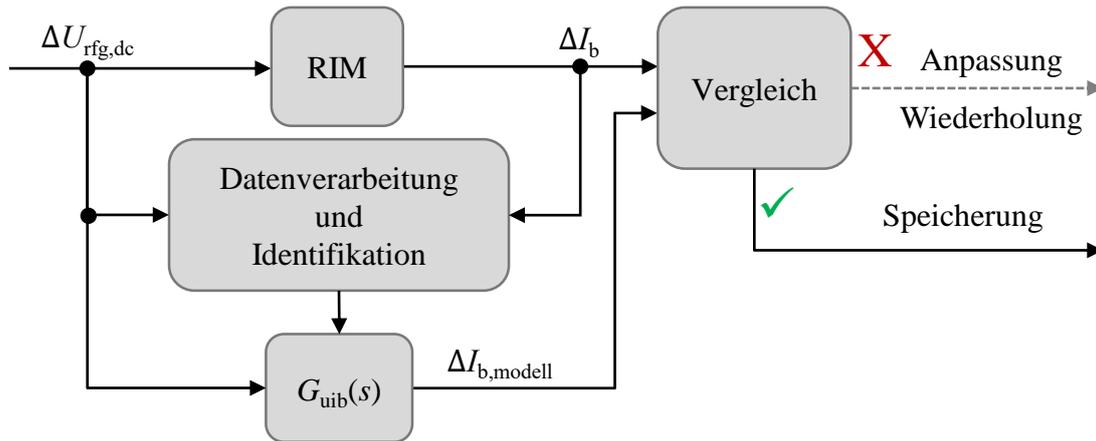
$$U_{rfg,dc} = U_{rfg,dc,meas} - U_{rfg,dc,meas,00} \quad (5.8)$$

Dem simulierten Wert des Strahlstroms wird der mittels Messung ermittelte Gleichanteil anschließend wieder hinzuaddiert.

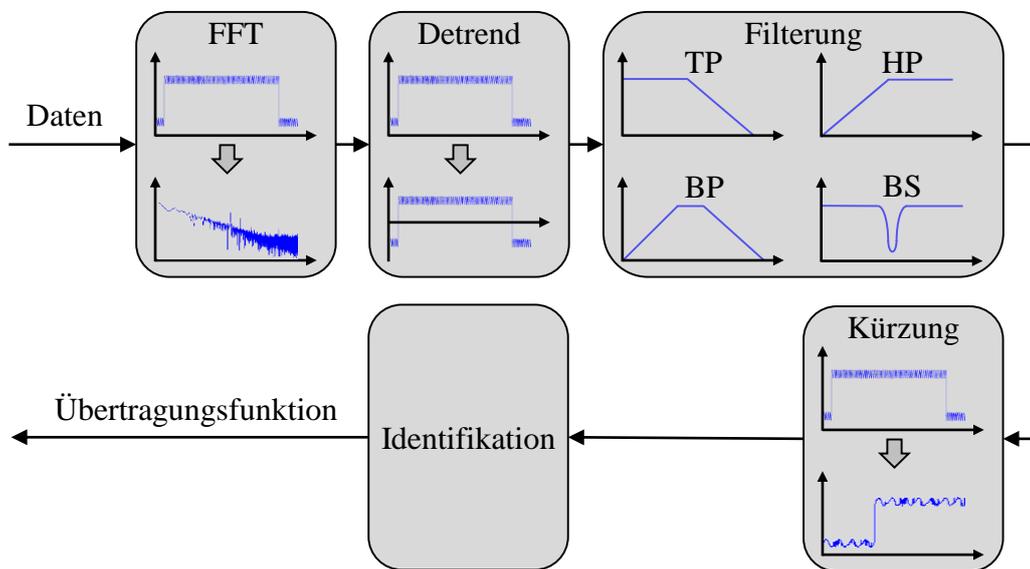
Für beide Triebwerkstypen wird die gleiche Modellvorstellung genutzt. Im Vergleich zum RIM-4 ergeben sich beim RIM-10 teils bessere Ergebnisse der Übertragungsfunktion  $G_{uib}$  durch Verwendung eines  $\text{PT}_1$ -Glieds, da das differenzielle Verhalten ( $T_{n,uib} < T_{dn,uib}$ ) in den verwendeten Arbeitspunkten nicht oder noch nicht auftritt. Zur Vergleichbarkeit der Parameter wurde jedoch auch beim RIM-10 das Proportional-Differenzial-Element mit Verzögerung erster Ordnung verwendet.

## 5.3 Aufbereitung der Daten und Systemidentifikation

Ist das Modell zur Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens definiert, können die Messungen gemäß Abschnitt 4.4.2 durchgeführt werden. Die so ermittelten Daten werden anschließend verarbeitet, die Parameter der Übertragungsfunktionen



(a) Ablaufplan Systemidentifikation



(b) Datenverarbeitung

Abbildung 5.13: Ablaufplan der Systemidentifikation (a) und Darstellung der Datenverarbeitung im Detail (b).

identifiziert und die Ausgangssignale von Modell und RIM miteinander verglichen. Den zugehörigen Ablaufplan für die Übertragungsfunktion  $G_{\text{uib}}(s)$  stellt Abb. 5.13a dar; er kann analog für  $G_{\text{mfib}}(s)$  übernommen werden. Die Verarbeitung der Daten, in Abb. 5.13b skizziert, dient der Verbesserung des Identifikationsprozesses und wird manuell durchgeführt. Dabei werden die folgend aufgezählten Schritte durch Funktionen innerhalb der Matlab-Umgebung realisiert:

- Die gemessenen Ein- und Ausgangsdaten werden zunächst vom Zeitbereich in den Frequenzbereich überführt. Dies geschieht mit der Bildung einer Fast-Fourier-Transformation (kurz **FFT**). Anhand des Spektrums können potenzielle Störfrequenzen identifiziert und gezielt digital herausgefiltert werden.
- Die **Detrend**-Funktion von Matlab ermöglicht neben der Entfernung von

Trends der Kennlinien auch das Beseitigen von Gleichanteilen, welches eine Voraussetzung für die Systemidentifikation bildet.

- Enthalten die gemessenen Signale Störanteile mit definierten Frequenzen wie bspw. der RF-Frequenz, können diese per digitaler **Filterung** eliminiert werden. Durch die von Matlab bereitgestellten Funktionen werden Butterworth-Filter erzeugt, die entweder als Tiefpass (TP), Hochpass (HP), Bandpass (BP) oder Bandsperre (BS) agieren und je nach Anwendungsfall/Spektrum ausgewählt werden. Aufgrund unterschiedlicher Störeffekte, wie z.B. Aliasing-Effekte durch Unterabtastung, verändert sich das Spektrum in Abhängigkeit des Arbeitspunktes. Somit werden die Filterung und entsprechend Grenz- oder Eckfrequenzen für jeden Arbeitspunkt individuell gewählt.
- Im letzten Schritt der Verarbeitung findet eine **Kürzung** oder Verringerung der Anzahl an Datenpunkten statt, sodass teilweise nur die positive oder negative Signalfanke zur Identifikation genutzt wird. Dies führt zur Beschleunigung des Identifikationsalgorithmus und ermöglicht zusätzlich, Datenpunkte fehlerhafter Signalverläufe zu verwerfen. Als fehlerhafter Signalverlauf zählen bspw. Signalsprünge oder -einbrüche, deren Ursache in der Frequenzregelung des RFGs oder in kleinen Überschlügen im Bereich der Extraktionsgitter vermutet wird.
- Für die eigentliche **Identifikation** wird auf die "System Identification Toolbox" von Matlab zurückgegriffen. Sie beinhaltet vorprogrammierte Funktionen, die unterschiedliche Algorithmen zur Parameteroptimierung enthalten. Für die Initialwerte der Parameter findet bspw. die Methode der Hilfsvariablen Verwendung, während die rekursive Parameteroptimierung durch Algorithmen von Gauss-Newton oder Levenberg-Marquardt realisiert ist. Beide Methoden basieren auf der MKQ aus Abschnitt 3.3 mit dem Ziel, das Konvergenzverhalten zu verbessern und den Einfluss von Störsignalen zu verringern. Tiefergehende Informationen finden sich in Ref. [29] oder in der Dokumentation von Matlab.

Zur Beurteilung des identifizierten Parametersatzes wird das gemessene Eingangssignal in die Übertragungsfunktion gespeist und das entstehende Ausgangssignal des Modells mit den realen Werten verglichen. Dazu werden zwei Methoden angewendet: Die in Gl. (5.9) dargestellte normierte empirische Standardabweichung (engl. Normalized Root Mean Square Error)

$$\text{fit} = 100 \cdot \left( 1 - \frac{\sqrt{\frac{\sum_{k=0}^N (\hat{y}(k) - y_r(k))^2}{N}}{\sqrt{\frac{\sum_{k=0}^N (y_r(k) - \bar{y}_r)^2}{N}}}} \right) = 100 \cdot \left( 1 - \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^N (\hat{y}(k) - y_r(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=0}^N (y_r(k) - \bar{y}_r)^2}} \right) \quad (5.9)$$

mit der Modellausgangsgröße  $\hat{y}$ , der gemessenen Ausgangsgröße  $y_r$ , der Anzahl an Datenpunkten  $N$ , der Laufvariablen  $k$  der einzelnen Abtastzeitpunkte sowie dem Mittelwert  $\bar{y}_r$ :

$$\bar{y}_r = \frac{\sum_{k=0}^N y_r(k)}{N} \quad (5.10)$$

Als zweite Methode dient der visuelle Vergleich beider Signale. So werden diese grafisch dargestellt und die Verläufe, mit besonderer Beachtung der Signalfanken, miteinander verglichen. Ist das Ergebnis der Systemidentifikation zufriedenstellend, wird die Übertragungsfunktion gespeichert. Sind dagegen gravierende Unterschiede zu erkennen, muss der Prozess mit veränderten Filterparametern oder anderen Datenpunkten (Kürzung) wiederholt werden.

Prinzipiell kann der Ablauf jeder Identifikation durch die oben angeführten Schritte erläutert werden, jedoch ergeben sich Unterschiede hinsichtlich der Wahl des Filters (TP, HP oder BS) oder der Datenpunkte. Aufgrund der im RIM-4 verwendeten Keramikmembran als Gaswiderstand im Ionisationsgefäß ergeben sich große Zeitkonstanten, weshalb die Daten mit einem Tiefpass behandelt werden können. Bei steilflankigeren Signalen, wie sie beim RIM-10 vorkommen, wird der Filter individuell bei jeder Identifikation angepasst und Frequenzanteile mithilfe einer Bandsperre gezielt entfernt. Dabei gilt es allgemein zu beachten, dass eine Filterung auch eine Veränderung der Flankensteilheit und damit eine verfälschte Systemdynamik zur Folge haben kann.

## 5.4 Ergebnisse der Systemidentifikation

Die Ergebnisse der Systemidentifikation in Form der Parameter der Übertragungsfunktionen werden in den folgenden Abschnitten diskutiert und erläutert. Sie sind dargestellt in den Abbildungen 5.14, 5.15, 5.16 und 5.17.

Den dynamischen Zusammenhang zwischen der DC-Spannung des RF-Generators und dem Strahlstrom stellt  $G_{\text{uib}}(s)$  dar. Sie entspricht einem Proportional-Differenzial-Glied mit Verzögerung erster Ordnung und enthält demnach drei Parameter: Verstärkung  $K_{p,\text{uib}}$ , Vorhaltzeit  $T_{n,\text{uib}}$  und Verzögerungszeit  $T_{\text{dn},\text{uib}}$ . Die Zeitkonstanten, insbesondere die des RIM-4, können in grober Näherung als konstant angenommen werden. Zwar schwanken die Messergebnisse, doch liegen die Zeitkonstanten immer im Bereich einiger Millisekunden. Entscheidend für das Systemverhalten ist das Verhältnis von Vorhaltzeit zu Verzögerungszeit entsprechend den Gleichungen (5.5) und (5.6). Daher wird lediglich das Verhältnis dargestellt, beim RIM-4 in logarithmischer Skalierung, beim RIM-10 linear. Die Parameter, inklusive der beiden Zeitkonstanten im Zähler und Nenner, können in Anhang D.3 eingesehen werden. Die Einheit der Verstärkung ist durch das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangs-

größe mit  $\text{mA V}^{-1}$  gegeben.

Die Übertragungsfunktion  $G_{\text{mffb}}(s)$  beschreibt das dynamische Ein- zu Ausgangsverhalten des Systems bei Änderung des Massenflusses und ist durch ein Proportional-Glied mit Verzögerung erster Ordnung definiert. Auch hier kann die Verzögerungszeitkonstante  $T_{\text{mffb}}$  näherungsweise als konstant angesehen werden und liegt beim RIM-4 im Bereich einiger Sekunden, während sie beim RIM-10 einige hundert Millisekunden beträgt. Die Verstärkung  $K_{\text{p,mffb}}$  ist in diesem Fall die interessanteste Größe, da sie im Bereich des Performance Mapping-Minimums das Vorzeichen wechselt. Die Einheit von  $K_{\text{p,mffb}}$  ist  $\text{mA} \cdot \text{sccm}^{-1}$ .

Das Übertragungsverhalten des Netzteils zur Versorgung des RFG-Zwischenkreises entsprechend der Übertragungsfunktion  $G_a$  wurde in mehreren Arbeitspunkten untersucht und als Übertragungsglied mit konstanten Parametern  $K_{\text{p,a}}$  und  $T_{\text{dn,a}}$  identifiziert:

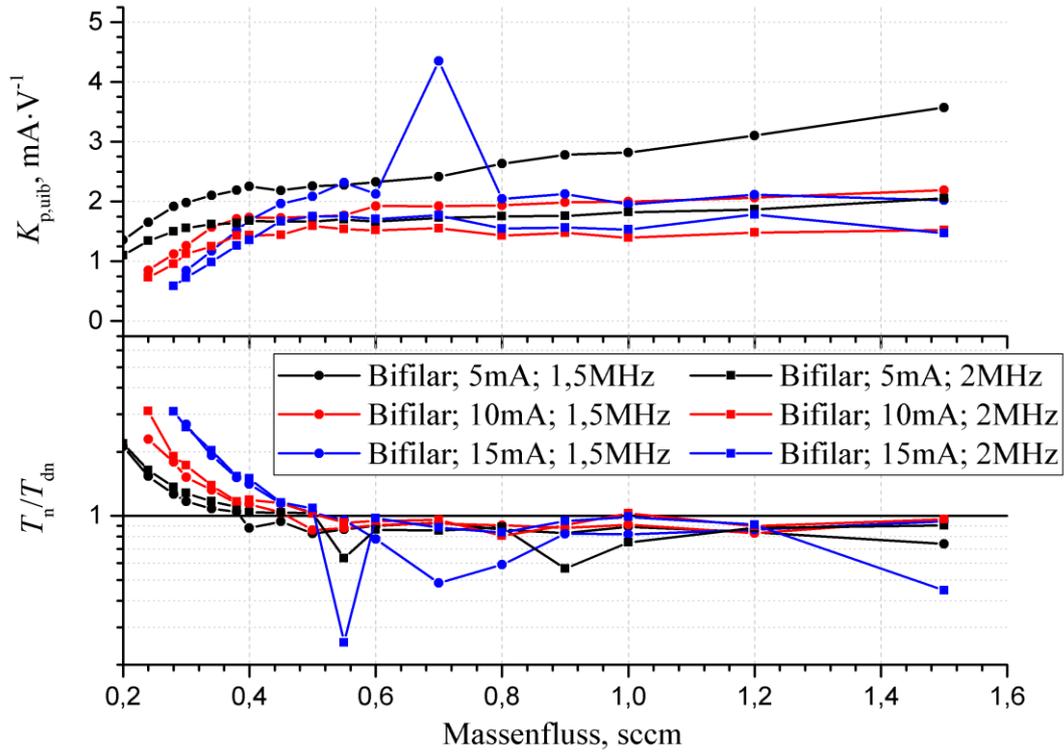
$$G_a(s) = K_{\text{p,a}} \cdot \frac{1}{1 + T_{\text{dn,a}} \cdot s} = 0,99923 \cdot \frac{1}{1 + 770 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot s} \quad (5.11)$$

#### 5.4.1 Parameter des RIM-4

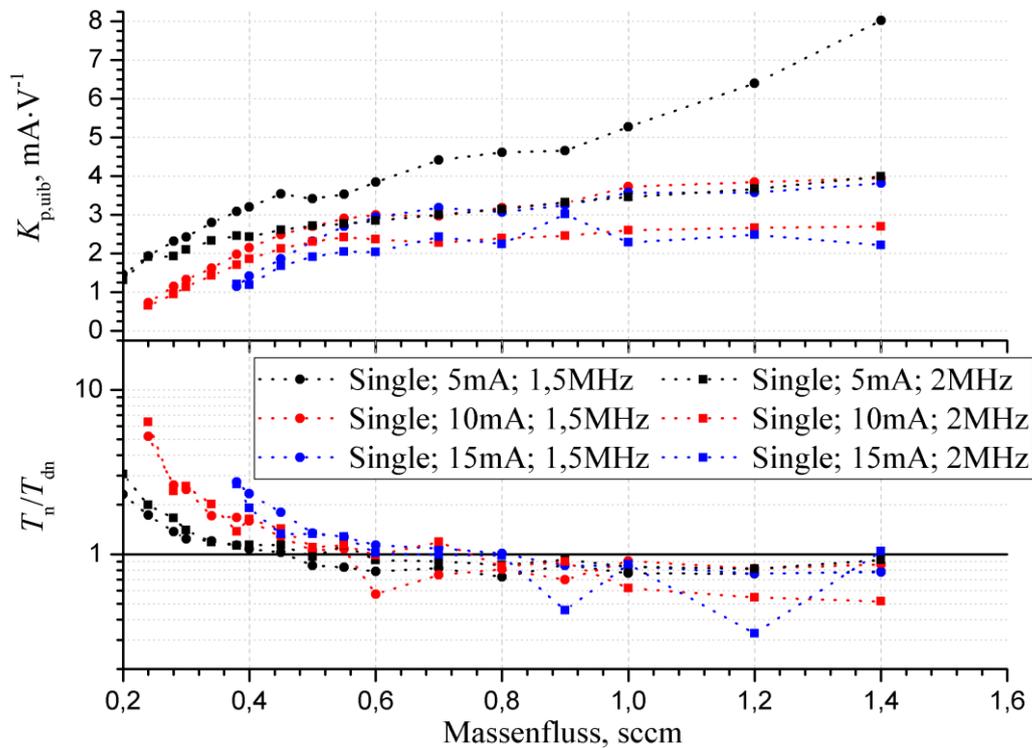
Die folgenden Diagramme zeigen die identifizierten Parameter des RIM-4 bei unterschiedlichen Arbeitspunkten (Massenflüssen) analog zum Performance Mapping.

##### Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{uib}} (\Delta U_{\text{rfg,dc}} \rightarrow \Delta I_b)$

Abbildung 5.14 stellt die identifizierten Parameter von  $G_{\text{uib}}(s)$  des RIM-4 mit Bifilar-spule (5.14a) und konventioneller Spulengeometrie (5.14b) dar. Betrachtet man den Verstärkungsfaktor  $K_{\text{p,uib}}$  im Allgemeinen, erkennt man den flachen Verlauf im Bereich hoher Massenflüsse, während die Verstärkung zu niedrigen Massenflüssen hin abnimmt. Die Analyse der Mappings auf Basis der Simulationen in Abschn. 5.1.3 ergab, dass die peripheren Verluste sowie die Wandverluste bei niedrigen Massenflüssen die dominanten Größen bilden. Eine Erhöhung der Spannung  $U_{\text{rfg,dc}}$  oder der Leistung  $P_{\text{rfg,dc}}$  bei niedrigen Massenflüssen bewirkt hauptsächlich eine Erhöhung der Verluste und hat nur geringen Einfluss auf die Ionisation. Demnach ist bei niedrigen Massenflüssen eine stärkere Spannungsänderung erforderlich, um den Strahlstrom zu beeinflussen als bei hohen Massenflüssen, was einer geringeren Verstärkung entspricht. Auffällig ist der bei hohen Massenflüssen steigende Verstärkungsfaktor für  $I_b = 5 \text{ mA}$  und einer Frequenz von  $f_{\text{rf}} = 1,5 \text{ MHz}$ . Ausgehend von den Analysen entspricht der Verlauf nicht den Erwartungen: Durch die Betrachtung der Performance Mappings stellt man fest, dass auch im Bereich hoher Massenflüsse die benötigte Leistung steigt, um einen konstanten Strahlstrom beizubehalten. Die Simulationen zeigen das gleiche Ergebnis und auch hier dominieren die Verluste innerhalb des RFGs sowie die Anregungsverluste  $P_{\text{ex}}$  im Plasma. Aus den Ergebnissen der Plas-



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung 5.14: Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}(s)$  des RIM-4 mit der Darstellung beider Zeitkonstanten im Verhältnis zueinander mit logarithmischer Skalierung.

masimulation erwartet man eine nahezu konstante, bzw. leicht sinkende Verstärkung zu hohen Massenflüssen hin, was dem Verlauf bei  $I_b = 5 \text{ mA}$  und einer Frequenz von 2 MHz entspricht.

Das Verhältnis der Vorhaltzeit  $T_{\text{dn,uib}}$  zur Verzögerungszeitkonstanten  $T_{\text{n,uib}}$  ist zur Verdeutlichung des Verlaufs in logarithmischer Skalierung dargestellt. Bei hohen Massenflüssen überwiegt die Verzögerungszeit und man erhält PPT<sub>1</sub>-Verhalten gemäß Gl. (5.5). Dieser Bereich entspricht der Zone (II) rechts vom Minimum im Performance Mapping. Unterschreitet man das Minimum und senkt den Massenfluss, verändert sich das Verhältnis der Zeitkonstanten und geht über zu dem differentiellen Übertragungsverhalten eines PDT<sub>1</sub>-Glieds, entsprechend Gl. (5.6). Mit sinkendem Massenfluss steigt der Einfluss der Vorhaltzeit und damit der differentielle Anteil der Übertragungsfunktion. Die Sprungantwortfunktion des PDT<sub>1</sub>-Glieds in Abb. 5.12b zeigt, dass die Ausgangsgröße mit einer Amplitude von

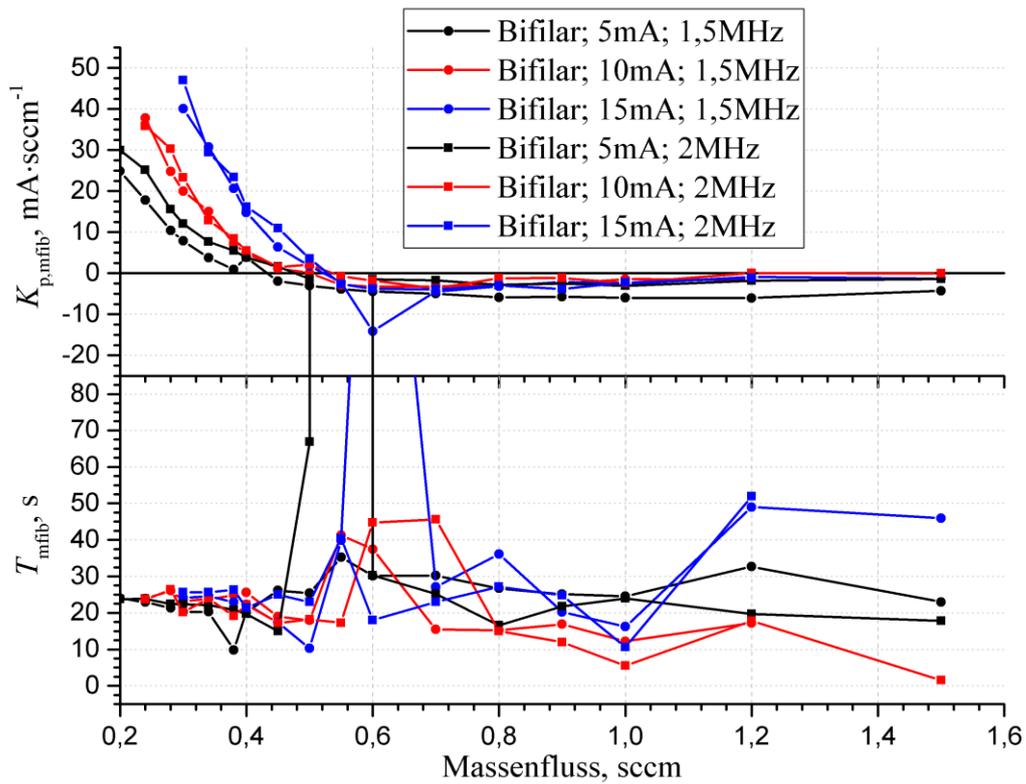
$$K_{\text{p,uib}} \cdot \frac{T_{\text{n,uib}}}{T_{\text{dn,uib}}} > K_{\text{p,uib}} \quad (5.12)$$

überschwingt und sich der Effekt mit sinkendem Massenfluss verstärkt. Ob differentielles oder rein proportionales Verhalten vorliegt, spielt bei der Auslegung der Strahlstromregelung eine Rolle, da die Amplitude des Überschwingens im Bereich kleiner Strahlströme zum Löschen des Plasmas führen kann.

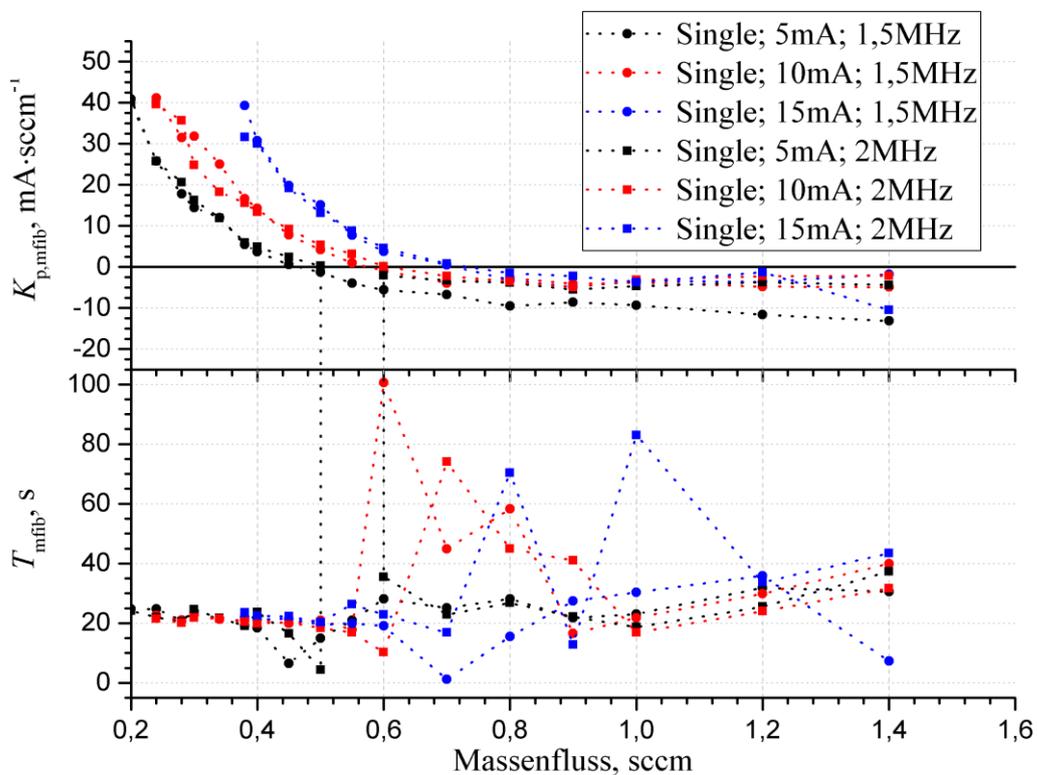
Innerhalb der Parameter sind wenige Ausreißer zu erkennen. Diese entstehen aufgrund fehlerhafter Datensätze, inkorrekt digitaler Filterung oder Störungen im Signal was wiederum zu Unsicherheiten in der Identifikation führt. Die führt zu abweichenden Werten wie bspw. im Verlauf "Bifilar; 15mA; 1,5MHz". Die Werte werden trotzdem an dieser Stelle und den folgenden Untersuchungen mit aufgeführt, um die ermittelten Werte und Kurven nicht zu verfälschen.

### Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{mffb}} (\Delta \dot{m} \rightarrow \Delta I_b)$

Verstärkungsfaktor  $K_{\text{p,mffb}}$  und Verzögerungszeit  $T_{\text{mffb}}$  der Übertragungsfunktion  $G_{\text{mffb}}(s)$  sind in Abb. 5.15 dargestellt.  $G_{\text{mffb}}(s)$  stellt die Reaktion des Strahlstroms auf eine Änderung von  $\dot{m}$  dar. Die Abhängigkeit des Verstärkungsfaktors  $K_{\text{p,mffb}}$  vom Arbeitspunkt kann mithilfe der Steigung des Performance Mappings beschrieben werden. Eine geringe Steigung impliziert eine geringe Verstärkung, eine starke Steigung eine hohe Verstärkung. Das Vorzeichen der Verstärkung ist invers zur Steigung. Im Bereich niedriger Massenflüsse (I), bei der die Funktion im Mapping streng monoton fallend ist, hat die Verstärkung ein positives Vorzeichen, im rechten Bereich (II) der steigenden Leistung hin zu hohen Massenflüssen dagegen ein negatives Vorzeichen. Der Übergang befindet sich im Minimum des Mappings, verdeutlicht durch die horizontale schwarze Linie im Nulldurchgang in den oberen Diagrammen der Abbildungen 5.15a und 5.15b. Bei niedrigen  $\dot{m}$  bewirkt eine Erhöhung des Mas-



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung 5.15: Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{\text{mfib}}(s)$  des RIM-4.

senflusses eine Erhöhung der Neutralgasdichte, eine Senkung der Elektronentemperatur und eine Erhöhung der Leitfähigkeit sowie des äquivalenten Serienwiderstands  $R_{c,pl}$ , die Wand- und peripheren Verluste sinken. Da nur die Änderung des Massenflusses betrachtet und  $U_{rfg,dc}$  konstant gehalten wird, erhöht sich der Strahlstrom. Je größer die Minderung der Verluste, desto größer die Steigerung des Strahlstroms und entsprechend größer ist der Verstärkungsfaktor. Im Gegensatz dazu bewirkt eine Erhöhung des Massenflusses im rechten Bereich eine Erhöhung der entstehenden Verluste und demnach eine Senkung des Strahlstroms was eine negative Verstärkung impliziert. Betrachtet man den Massenfluss als Störgröße des Systems und möchte diese bspw. durch eine Störgrößenaufschaltung kompensieren, dann muss die Vorzeichenumkehr berücksichtigt werden, da sie sonst in einer Verstärkung der Störgröße resultiert. Jedoch wird der Betrieb eines RIT im Bereich hoher Massenflüsse selten angestrebt.

Die identifizierte Zeitkonstante des Übertragungsglieds variiert sehr stark, jedoch zeigen Simulationen gute Übereinstimmungen von Messwerten und simulierten Ausgangswerten bei gemittelter Zeit von  $T_{mfb} = 20...30$  s. Die Trägheit des Systems im Bereich einiger Sekunden kommt durch die eingebaute Keramikmembran zustande, die einen Gaswiderstand bildet und einen abrupten Anstieg des Massenflusses im Ionisationsgefäß verhindert.

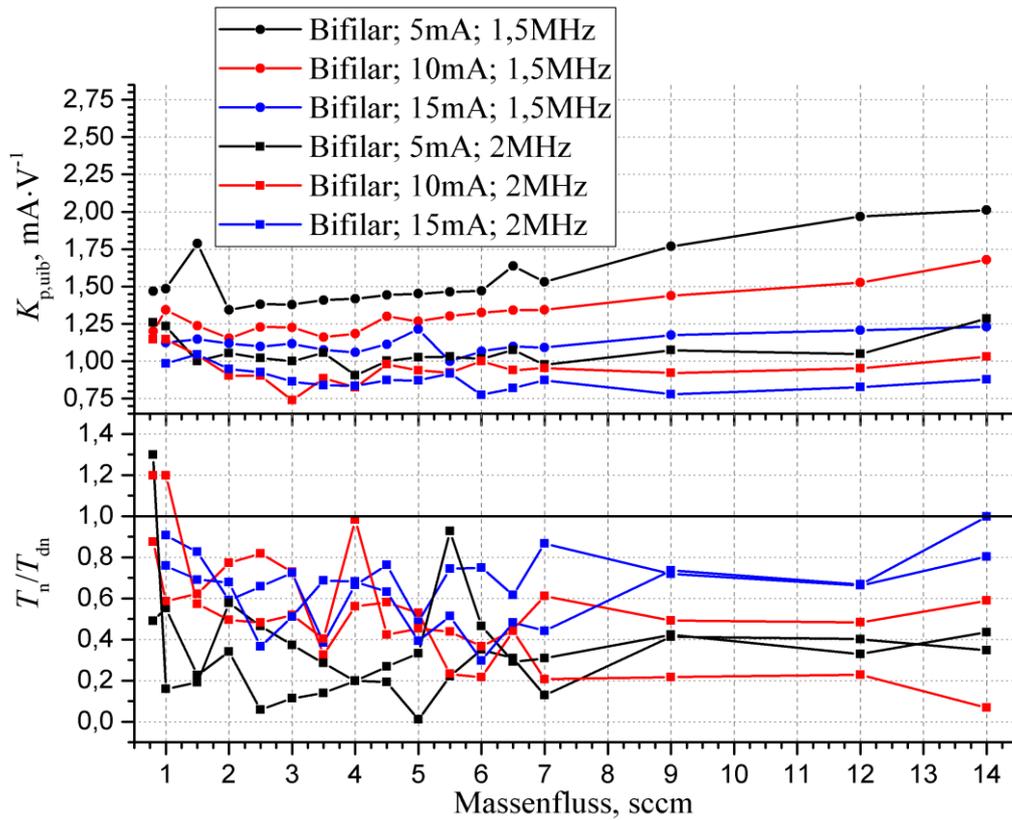
Im Übergangsbereich von hohen (I) zu niedrigen Massenflüssen (II) sind teils sprungartige Parameteränderungen zu erkennen. Liegt der ausgewählte Arbeitspunkt exakt im Übergangsbereich, so verursacht eine Änderung des Massenflusses eine Erhöhung sowie eine anschließende Senkung des Strahlstroms.  $I_b$  bleibt im Mittel konstant. Die entsprechende Verstärkung ist gleich Null und die Zeitkonstante strebt gegen Unendlich.

## 5.4.2 Parameter des RIM-10

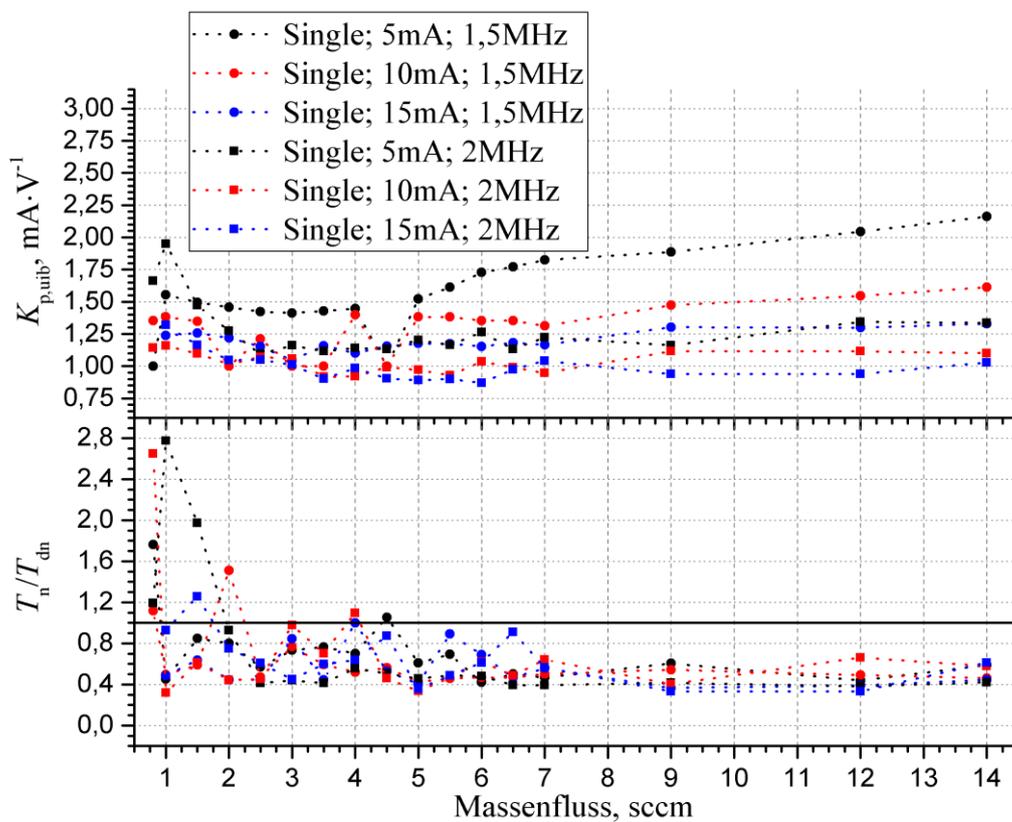
Die Ergebnisse der Systemidentifikation des RIM-10 sind in den Abbildungen 5.16 und 5.17 abgebildet.

### Parameter der Übertragungsfunktion $G_{uib} (\Delta U_{rfg,dc} \rightarrow \Delta I_b)$

Die in Abb. 5.16 dargestellten Diagramme zeigen die Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}(s)$  des RIM-10. Die Verläufe des Verstärkungsfaktors  $K_{p,uib}$  in Abb. 5.16a weisen bei der bifilar gewickelten Spule ähnliche Charakteristika auf wie bei der konventionellen Spulengeometrie in Abb. 5.16b. Bei  $f_{rf} = 1,5$  MHz sinkt die Verstärkung zunächst von hohen Massenflüssen heruntergehend zu niedrigeren Massenflüssen, während sie anschließend wieder leicht ansteigt. Erhöht man die Frequenz auf 2 MHz, ist die Steigung der fallenden Verstärkung bei hohen Massenflüssen deutlich geringer als bei niedrigerer Frequenz. Dieser Trend spiegelt sich auch in zu-



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung 5.16: Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}(s)$  des RIM-10 mit der Darstellung beider Zeitkonstanten im Verhältnis zueinander.

gehörigen Performance Mappings in Abb. 5.10 wider und entspricht den beim RIM-4 erstellten Analysen. Bei sehr hohen oder sehr niedrigen Massenflüssen steigen die nicht zur Ionisation beitragenden Verluste und die Leistung muss in diesen Bereichen stärker erhöht werden, um gleiche Änderungen des Strahlstroms zu erzeugen.

Die Bestimmung der Zeitkonstanten  $T_{\text{dn,uib}}$  und  $T_{\text{n,uib}}$  erwies sich beim RIM-10 als deutlich schwieriger als beim kleineren Triebwerk. Die identifizierte Vorhaltzeitkonstante  $T_{\text{n,uib}}$  liegt im Bereich einiger hundert Mikrosekunden und daher sehr nahe an der verwendeten Abtastzeit von 200  $\mu\text{s}$ . Die Verzögerungszeit  $T_{\text{n,uib}}$  dagegen wurde mit 250  $\mu\text{s}$  bis 1,5 ms bestimmt. Die detaillierten Parameterwerte sind in Anhang D.3 abgebildet. Das Verhältnis beider Zeitkonstanten verläuft ähnlich der Übertragungsfunktion des RIM-4, nahezu konstant bei hohen Massenflüssen, und steigt über den Grenzwert von Eins bei niedrigen  $\dot{m}$ . Die Betrachtung des Signalverlaufs ließ jedoch keine direkten Überschwinger erkennen, weshalb das identifizierte differenzielle Verhalten bei niedrigen Massenflüssen nicht genau bestätigt werden kann. Die einzelnen Zeitkonstanten zeigen hier starke Abweichungen zu den bei hohen Massenflüssen ermittelten Werten. In Verbindung mit den identifizierten Werten, die sehr nahe an der Abtastzeit liegen, ist eine fehlerhafte Identifikation nicht auszuschließen.

Im Vergleich zum RIM-4 liegen die Verstärkungen und das Verhältnis der Zeitkonstanten unterhalb der beim kleineren Triebwerk ermittelten Werte. Dazu eignet sich die Betrachtung der Minima der Performance Mappings. Für  $I_b = 15 \text{ mA}$ , bifilare Spulengeometrie und einer RF-Frequenz von 1,5 MHz ergibt sich beim RIM-4 eine minimale Leistung von etwa 25 W und beim RIM-10 von 50 W. Entsprechend beträgt die Verstärkung in diesem Punkt beim RIM-4 ca.  $2 \text{ mA V}^{-1}$  und beim RIM-10  $1,08 \text{ mA V}^{-1}$ . Entsprechende Ergebnisse erhält man auch beim direkten Vergleich unterschiedlicher Strahlströme: In Arbeitspunkten mit höherem Strahlstrom und höherer Leistung ist der Verstärkungsfaktor kleiner als in Punkten niedrigerer Leistung und bei niedrigerem Strahlstrom.

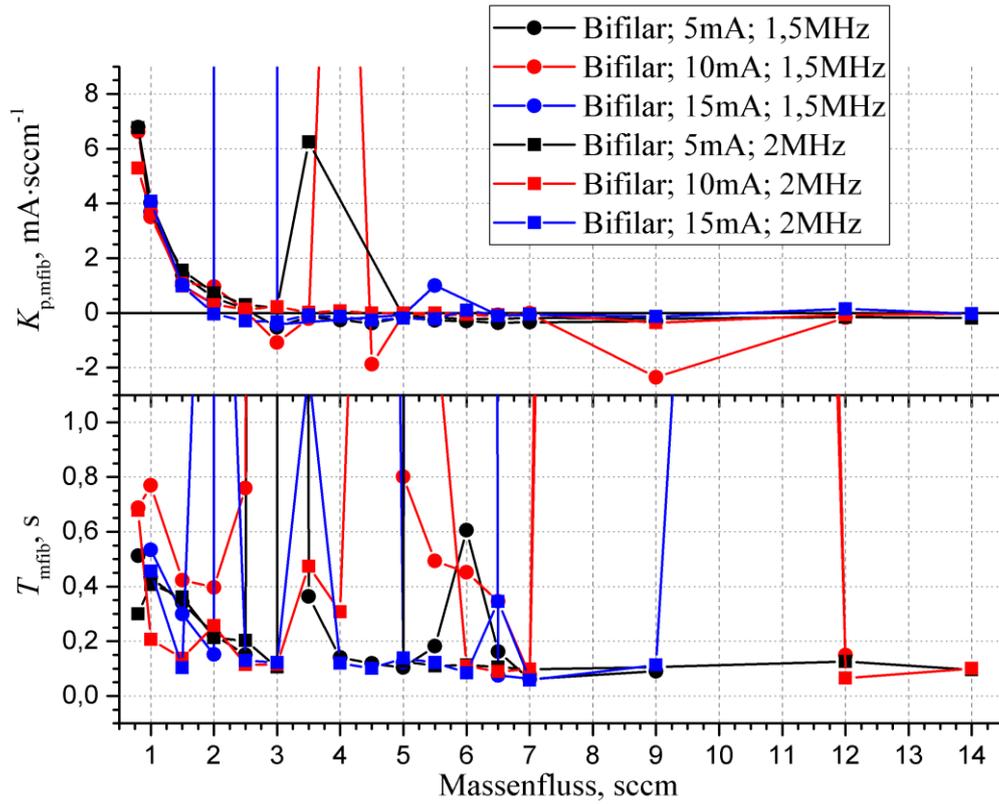
### Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{mfib}} (\Delta\dot{m} \rightarrow \Delta I_b)$

Auch der Verstärkungsfaktor  $K_{\text{p,mfib}}$  und die Verzögerungszeitkonstante  $T_{\text{mfib}}$  gleichen dem allgemeinen Verlauf derer des RIM-4. Die Verstärkung hat ihr Maximum bei niedrigstem Massenfluss, sinkt mit Erhöhung von  $\dot{m}$ , wechselt das Vorzeichen im Minimum des Performance Mappings und hält einen nahezu konstanten Wert im Bereich höherer Flüsse. Die Verstärkungen liegen wie bei  $K_{\text{p,uib}}$  unter den Werten des RIM-4.

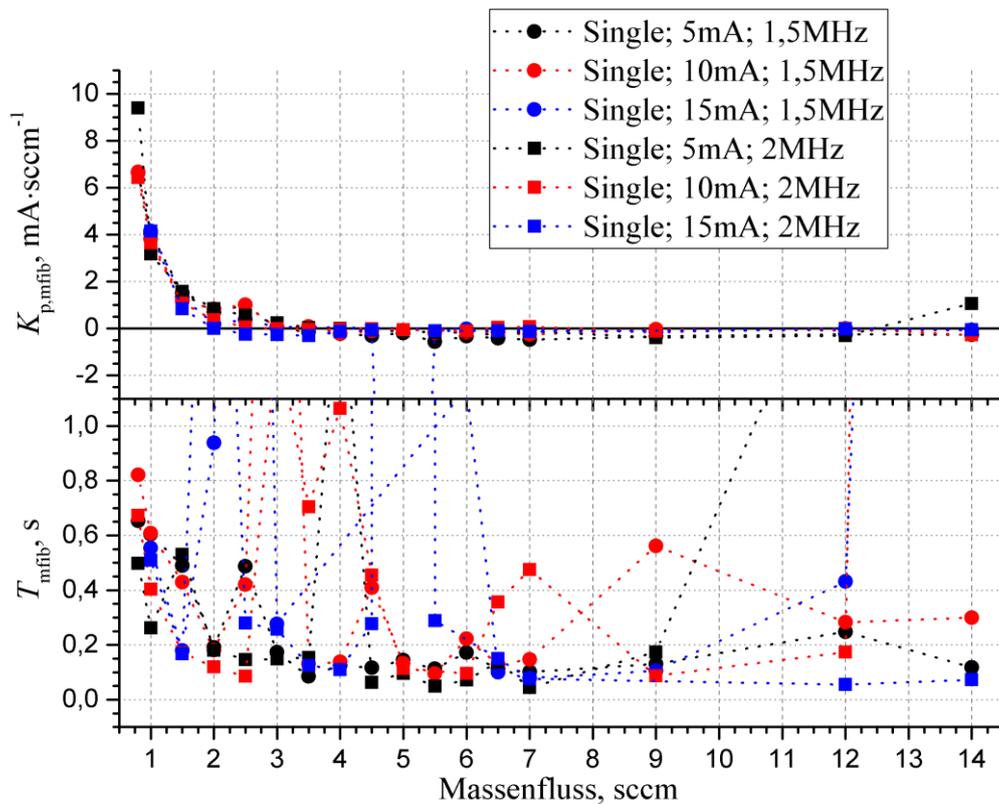
Im Gegensatz zum RIM-4 hat das RIM-10 keinen Gaswiderstand eingebaut, das System reagiert deutlich schneller auf Änderungen des Massenflusses. Die Zeitkonstante beträgt beim RIM-10 nur noch einige hundert Millisekunden. Interessanterweise folgt die Verzögerungszeit durch den direkten Einfluss der Massenflussände-

rung nun auch dem Verlauf des Verstärkungsfaktors und steigt bei hohen Massenflüssen an. Dieser Zusammenhang konnte beim RIM-4 nicht festgestellt werden.

Auch beim RIM-10 resultieren aus dem Vorzeichenwechsel der Verstärkung Probleme bei der Identifikation der Zeitkonstanten im Arbeitspunkt des Performance Mapping-Minimums. Die Sprünge innerhalb der identifizierten Parameter resultieren daher zum Teil aus unendlich hohen Zeitkonstanten. Des Weiteren sind Fehler im Bereich hoher Massenflüsse entstanden, da die Verstärkung  $K_{p,mfb}$  sehr klein ist und die Anregung zu gering ausfiel. Daher konnten nur kleine Signaländerungen für die Identifikation verwendet werden.



(a) Bifilare Spulengeometrie



(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung 5.17: Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{mfb}$  des RIM-10.

# Kapitel 6

## Strahlstromregelung

*Im sechsten Kapitel dieser Arbeit wird die Regelung des austretenden Ionenstrahls thematisiert. Dafür wird zunächst die Regelungsaufgabe im Allgemeinen definiert. Anschließend folgt die Beschreibung des Regelkreises mit den einzelnen Übertragungsgliedern und die Berechnung des offenen und geschlossenen Regelkreises. Daraus kann das stationäre Verhalten bestimmt und ein geeigneter Regler ausgewählt werden. Im Gegensatz zur herkömmlichen Reglerauslegung erfolgt die Untersuchung der Stabilität nach der Wahl der Reglerstruktur, da mit der Stabilität gleichzeitig Grenzwerte der Reglerparameter definiert werden. Aus der Stabilitätsuntersuchung aller Arbeitspunkte kann die Robustheit des Regelkreises formuliert werden. Im letzten Abschnitt des Kapitels folgen die Simulations- und Messergebnisse der Strahlstromregelung sowie deren Diskussion.*

### 6.1 Lösen einer Regelungsaufgabe

Ziel einer Regelung ist die Beeinflussung eines sich zeitlich verändernden Prozesses. Dieser Prozess wird durch das RIT dargestellt, dessen zu regelnde Ausgangsgröße der Strahlstrom ist. Die Steuerung des Prozesses erfolgt durch eine Eingangs- oder äußere Größe mit der Aufgabe, den Strahlstrom konstant zu halten. Dazu muss ein geeignetes Reglergesetz aufgestellt werden. Der dahin führende Lösungsweg kann nach Ref. [31] in folgende Schritte unterteilt werden:

1. Güteforderungen: Für die Strahlstromregelung können keine direkten Dynamikforderungen definiert werden. Da Ionenantriebe meist mit konstantem Schub über große Zeitdauern betrieben werden, spielt Geschwindigkeit bei dieser Art des Betriebs kaum eine Rolle. Sollten unterschiedliche Strahlströme Verwendung finden, muss der Übergang zwischen den Arbeitspunkten berücksichtigt werden. Bei einer "schnellen" Regelung kann es zum Überschwingen der Stell- und Regelgröße kommen. Dies sollte bei niedrigen und sehr hohen Strahlströmen beachtet werden, da es zum Löschen des Plasmas oder zu hohen

Leistungsspitzen führen kann. Von höherer Priorität sind daher die allgemeinen Forderungen nach Sollwertfolge, stationärer Genauigkeit, Stabilität und Robustheit.

2. Auswahl der Regelgröße: Als Regelgröße fungiert der Strahlstrom, der aus den drei Gitterströmen berechnet wird. Im Bereich hoher Massenflüsse kommt es zu erhöhten Charge-Exchange-Strömen am zweiten und dritten Gitter. Dies führt zu einer Verfälschung des Messwerts und eine Regelung des Abschirmgitterstroms  $I_{\text{scr}}$  wäre an dieser Stelle sinnvoller. Da in Bereichen hoher Massenflüsse auch höhere Leistungen benötigt werden, finden sie in der Raumfahrt keine Anwendung. Für die Untersuchungen wird daher allein der Strahlstrom als Regelgröße verwendet.
3. Auswahl der Stellgröße: Als Stellgröße eignen sich die Systemgrößen, die einen ausreichend großen und wenig verzögerten Einfluss auf die Regelgröße haben [31]. Bei den vorliegenden RIT stehen vier mögliche Stellgrößen zur Verfügung: Die eingekoppelte DC-Leistung  $P_{\text{rfg,dc}}$ , die Treibstoffzufuhr  $\dot{m}$  und die beiden Gitterspannungen  $U_{\text{scr}}$  und  $U_{\text{acc}}$ . Die Gitterspannungen werden aufgrund der Perveanz und des Electron Backstreaming meist fest definiert und sind nicht geeignet, das System dynamisch zu steuern. Auch die Treibstoffzufuhr ist eine festgelegte Größe und wäre beim RIM-4 mit der Keramikmembran das Übertragungsglied mit der größten Zeitkonstanten. Daher wird auf die DC-Leistung, bzw. auf die Zwischenkreisspannung  $U_{\text{rfg,dc}}$  des RFGs als konventionelle Stellgröße zurückgegriffen.
4. Modellierung der Regelstrecke: Für die Auslegung eines Reglers ist ein mathematisches Modell sinnvoll. Nur so lassen sich wichtige Eigenschaften wie Pole und Nullstellen des Systems ermitteln. Diese Bedingung ist durch die in Kapitel 5 identifizierten Übertragungsfunktionen für die untersuchten Arbeitspunkte gegeben. Sie bilden die Grundlage des Reglerentwurfs.
5. Reglerentwurf: Die Auslegung des Reglers erfolgt unter Beachtung der geforderten Güteforderungen. Dabei ist zum Einen die Reglertopologie zu wählen und zum Anderen die Parametrisierung des Reglers vorzunehmen.
6. Analyse des geschlossenen Regelkreises: Vor der Realisierung des Reglers werden Simulationen durchgeführt, um Reglereinstellungen, Messrauschen, Modellunsicherheiten, etc. zu untersuchen und die Einhaltung der Güteforderungen zu überprüfen.
7. Realisierung des Reglers: Die Realisierung des Reglers erfolgt auf dem Echtzeitmesssystem, wodurch eine schnelle Umsetzung sowie eine Änderung der Regelparameter im Betrieb ermöglicht werden.

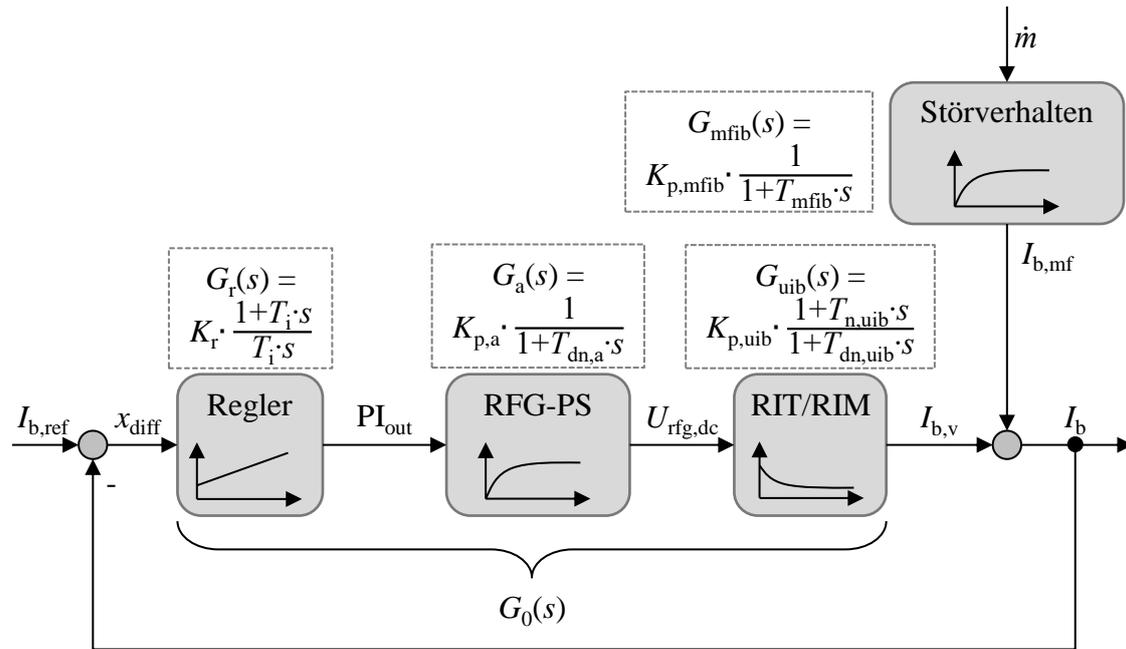


Abbildung 6.1: Blockschaltbild des Regelkreises.

8. Verifikation: Auf die Realisierung des Reglers folgt die Verifikation. Dazu werden Arbeitspunkte bei niedrigen und hohen Massenflüssen sowie im Minimum des Performance Mappings angefahren, eine Sollwertänderung durchgeführt und die gemessenen Daten mit simulierten Werten verglichen. Der Vergleich dieser Daten ermöglicht zudem eine Bewertung der identifizierten Übertragungsfunktionen.

Die Forderungen an den Regelkreis sind Sollwertfolge mit stationärer Genauigkeit, Stabilität sowie Robustheit. Die Stellgröße zur Steuerung des Strahlstroms ist die Zwischenkreisspannung des RFGs. Mithilfe der Systemidentifikation wurde ein Modell des Triebwerks erzeugt. Somit folgen als weitere Schritte der Reglerentwurf, die Analyse sowie die Realisierung und Verifikation. Dazu wird zunächst der Aufbau des Regelkreises beschrieben.

## 6.2 Beschreibung des Regelkreises - Stationäres Verhalten

Unter Berücksichtigung der genannten Stell- und Regelgröße sowie des identifizierten Streckenmodells kann der Regelkreis gemäß Abb. 6.1 dargestellt werden. Das Übertragungsglied  $G_{\text{mfib}}(s)$  des Massenflusses wird als Störgröße angesehen, während  $G_{\text{uib}}(s)$  die eigentliche Strecke im Regelkreis bildet. Der Block mit der Bezeichnung RFG-PS (RFG-Power Supply) bildet das Stellglied ab. Als Regler ist ein Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) mit folgender Übertragungsfunktion imple-

mentiert:

$$G_r(s) = K_r \cdot \frac{1 + T_i \cdot s}{T_i \cdot s} \quad (6.1)$$

Dabei bildet  $K_r$  den proportionalen Anteil des Reglers und  $T_i$  die Nachstellzeit. Die Übertragungsfunktion  $G_{I_{b,\text{ref}}}(s)$  des geschlossenen Regelkreises ergibt sich wie folgt:

$$G_{I_{b,\text{ref}}}(s) = \frac{I_b(s)}{I_{b,\text{ref}}(s)} = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \quad (6.2)$$

$G_0(s)$  steht für das Übertragungsverhalten der offenen Kette und ergibt sich aus der Multiplikation von  $G_r(s)$ ,  $G_a(s)$  und  $G_{\text{uib}}(s)$  mit der Kreisverstärkung  $K_0 = K_r \cdot K_{p,a} \cdot K_{p,\text{uib}}$  zu:

$$G_0(s) = \frac{K_0}{T_i \cdot s} \cdot \frac{(1 + T_i \cdot s) \cdot (1 + T_{\text{dn},a} \cdot s)}{(1 + T_{\text{dn},a} \cdot s) \cdot (1 + T_{\text{dn},\text{uib}} \cdot s)} \quad (6.3)$$

Die Güteforderung der Sollwertfolge impliziert, dass der Regelkreis für  $t \rightarrow \infty$  keine bleibende Regelabweichung aufweist. Mit dem Grenzwertsatz aus Gl. (B.15) folgt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (I_{b,\text{ref}}(t) - I_b(t)) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G_0(s)} = 0 \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} G_0(s) = \infty \quad (6.4)$$

Die Bedingung von Gl. (6.4) ist dann erfüllt, wenn die offene Kette integrales Verhalten aufweist und die Laplace-Variable  $s$  im Nenner von  $G_0(s)$  ausgeklammert werden kann. Daraus folgt, dass der PI-Regler für das identifizierte Systemverhalten benötigt wird.

Die genannten Betrachtungen sind jedoch nur gültig, sofern die Stabilitätsbedingung des geschlossenen Regelkreises erfüllt ist.

## 6.3 Stabilitätskriterium und Robustheit

Wird das System von außen durch eine Eingangsgröße angeregt, so bedeutet Stabilität, dass das System dann eine betragsbeschränkte Ausgangsgröße besitzt [31]. Im zeitlichen Bereich betrachtet stellt eine Instabilität des Regelkreises ein Aufschwingen der Regel- und Stellgröße dar, was das Regelungssystem praktisch unbrauchbar machen würde.

Für die Stabilitätsuntersuchung wird das System zunächst im Laplace-Bereich betrachtet. Da die Regelung aber letztendlich digital umgesetzt wird, muss die Stabilitätsuntersuchung im zweiten Schritt auch für das zeitdiskrete Streckenverhalten vorgenommen werden.

### 6.3.1 Hurwitz-Kriterium - Laplace-Bereich

Ein System ist genau dann stabil, wenn sämtliche Pole  $s_i$  der Übertragungsfunktion  $G(s)$  einen negativen Realteil haben [31; 32]:

$$\operatorname{Re}\{s_i\} < 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n') \quad (6.5)$$

Um die Pole des geschlossenen Regelkreises bestimmen zu können, wird das charakteristische Polynom gleich Null gesetzt und dessen Nullstellen bestimmt:

$$1 + G_0(s) = 0 \quad (6.6)$$

Bei Polynomen höherer Ordnung sind die Nullstellen nicht ohne weiteres analytisch zu bestimmen. Daher kommen verschiedene numerische oder graphische Verfahren für die Stabilitätsanalyse zum Einsatz. Zu den graphischen Verfahren zählen beispielsweise die Untersuchung des Bode-Diagramms oder der Ortskurve, deren beider Kernstück der Phasenverlauf von komplexwertigen Übertragungsfunktionen ist. Zu den numerischen Verfahren zählen bspw. das Routh- oder das Hurwitz-Kriterium, welches im Folgenden Verwendung findet.

Numerische Stabilitätskriterien, so auch das Hurwitz-Kriterium, gehen von der charakteristischen Gleichung der Form

$$a_0 + a_1 \cdot s + \dots + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + a_n \cdot s^n = 0 \quad (6.7)$$

aus. Dieses Polynom heißt Hurwitz-Polynom, wenn alle Nullstellen negativen Realteil besitzen und das System stabil ist. Dabei verwendet das Hurwitz-Kriterium die  $(n, n)$ -Matrix  $\mathbf{H}$  mit den Koeffizienten  $a_i$  des charakteristischen Polynoms:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Entsprechend der Systemordnung werden nur  $n$  Zeilen und Spalten verwendet sowie die Koeffizienten mit Index  $> n$  durch Nullen ersetzt. Für die Analyse benötigt man die Hauptabschnittsdeterminanten der Matrix  $\mathbf{H}$  mit:

$$D_1 = a_1 \quad (6.9)$$

$$D_2 = \det \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$D_3 = \det \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\vdots \quad (6.12)$$

$$D_n = \det \mathbf{H} \quad (6.13)$$

Damit ein System stabil ist, muss das charakteristische Polynom folgende Bedingungen erfüllen:

- Alle Koeffizienten  $a_i$  müssen von Null verschieden und positiv sein.
- Die Hurwitz-Determinanten  $D_1, \dots, D_{n-1}$  sind positiv.

Mit  $D_n = a_n \cdot D_{n-1}$  ist die Bedingung der  $n$ -ten Determinante durch die Vorzeichenbedingung bereits erfüllt und es reicht die Berechnung der Determinanten bis  $D_{n-1}$ .

Das vorliegende System mit der Regelstrecke aus Abb. 6.1 hat nun folgendes charakteristische Polynom:

$$\begin{aligned} 1 + G_0(s) = 0 = K_0 + (K_0 \cdot T_i + T_i + K_0 \cdot T_{n,\text{uib}}) \cdot s \\ + (T_{\text{dn},a} + T_{\text{dn},\text{uib}} + K_0 \cdot T_{n,\text{uib}}) \cdot T_i \cdot s^2 \\ + T_i \cdot T_{\text{dn},a} \cdot T_{\text{dn},\text{uib}} \cdot s^3 \end{aligned} \quad (6.14)$$

Für die Koeffizienten gilt, dass diese von Null verschieden sein und positive Vorzeichen besitzen müssen. Daraus folgt für die Reglerparameter  $K_r$  und  $T_i$ :

$$a_0 = K_0 > 0 \quad (6.15)$$

$$\rightarrow K_r > 0$$

$$a_1 = K_0 \cdot T_i + T_i + K_0 \cdot T_{n,\text{uib}} > 0 \quad (6.16)$$

$$\rightarrow K_r > \frac{1}{K_{p,a} \cdot K_{p,\text{uib}}} \frac{-T_i}{T_i + T_{n,\text{uib}}} ; T_i > \frac{-K_0 \cdot T_{n,\text{uib}}}{1 + K_0}$$

$$a_2 = (T_{\text{dn},a} + T_{\text{dn},\text{uib}} + K_0 \cdot T_{n,\text{uib}}) \cdot T_i > 0 \quad (6.17)$$

$$\rightarrow K_r > \frac{1}{K_{p,a} \cdot K_{p,\text{uib}}} \frac{-(T_{\text{dn},a} + T_{\text{dn},\text{uib}})}{T_{n,\text{uib}}} ; T_i > 0$$

$$a_3 = T_i \cdot T_{\text{dn},a} \cdot T_{\text{dn},\text{uib}} > 0 \quad (6.18)$$

$$\rightarrow T_i > 0$$

Aus den Vorzeichenforderungen der Koeffizienten  $a_0$  und  $a_3$  geht hervor, dass  $K_r$  und  $T_i$  lediglich größer als Null sein müssen, um die erste Bedingung von Hurwitz zu erfüllen. Da alle Zeitkonstanten des Systems positiv sind, treffen damit automatisch auch die Bedingungen von  $a_1 > 0$  und  $a_2 > 0$  zu. Weiterhin müssen die

Hauptabschnittsdeterminanten  $D_1$  und  $D_2$  berechnet werden:

$$D_1 = a_1 = K_0 > 0 \quad (6.19)$$

$$D_2 = \det \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{bmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0 \quad (6.20)$$

Aus Übersichtsgründen wird die detaillierte Darstellung von  $D_2$  an dieser Stelle ausgelassen. Berechnungen zeigen, dass mit den Vorzeichenforderungen  $K_r > 0$  und  $T_i > 0$  auch gleichzeitig die zweite Bedingung von Hurwitz mit  $D_1 > 0$  und  $D_2 > 0$  erfüllt ist.

Ausgehend von den Ergebnissen des Hurwitz-Kriteriums kann eine Instabilität des geschlossenen Regelkreises nur erzeugt werden, wenn die Parameter des Reglers mit Null oder negativen Werten gewählt werden. Aufgrund von Stellgrößenbeschränkungen und Überschwängern sind große Verstärkungen und kleine Integrationszeitkonstanten jedoch nicht praktikabel. Sie führen zwar nicht zu Instabilitäten, können aber je nach Arbeitspunkt das Plasma zum Erlöschen bringen.

Die folgende Untersuchung zeigt, dass sich bei der Verwendung eines zeitdiskreten Reglers Einschränkungen bei der Wahl der Reglerparameter ergeben.

### 6.3.2 Abbauverfahren - $z$ -Bereich

Analog zu Laplace-Übertragungsfunktionen kann die Stabilität mit den Nullstellen der charakteristischen Gleichung verknüpft werden. Somit ist ein Abtastsystem genau dann stabil, wenn der Betrag aller Pole der  $z$ -Übertragungsfunktion  $G(z)$  kleiner als Eins ist, bzw. alle Pole im Inneren des Einheitskreises liegen:

$$|z_i| < 1 \quad (6.21)$$

Genau wie im Laplace-Bereich kann auch im  $z$ -Bereich eine numerische Lösung zur Nullstellenberechnung des Nennerpolynoms verwendet werden. Nach Referenz [44] eignet sich dazu das sogenannte Abbauverfahren mit folgendem Satz: Ein Polynom  $n$ -ten Grades

$$P_n(z) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot z + \dots + \alpha_{n-1} \cdot z^{n-1} + \alpha_n \cdot z^n \quad (6.22)$$

ist genau dann ein Polynom, dessen Nullstellen im Inneren des Einheitskreises liegen, wenn

$$\left| \frac{\alpha_0}{\alpha_n} \right| < 1 \quad (6.23)$$

gilt und die Nullstellen des abgebauten Polynoms  $P_{n-1}(z)$  vom Grade  $n - 1$

$$P_{n-1}(z) = \frac{1}{z} \left\{ P_n(z) - \frac{\alpha_0}{\alpha_n} z^n P_n \left( \frac{1}{z} \right) \right\} \quad (6.24)$$

ebenfalls im Inneren des Einheitskreises liegen. Der Satz wird so lange rekursiv angewandt, bis das abgebaute Polynom vom Grad Eins ist. Für  $n = 3$  ergibt sich demnach:

$$P_3(z) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot z + \alpha_2 \cdot z^2 + \alpha_3 \cdot z^3 \quad (6.25)$$

$$\left| \frac{\alpha_0}{\alpha_3} \right| < 1 \quad (6.26)$$

$$P_2(z) = \frac{1}{z} \left\{ P_3(z) - \frac{\alpha_0}{\alpha_3} z^3 P_3 \left( \frac{1}{z} \right) \right\} = \alpha_0^* + \alpha_1^* \cdot z + \alpha_2^* \cdot z^2 \quad (6.27)$$

$$\left| \frac{\alpha_0^*}{\alpha_2^*} \right| < 1 \quad (6.28)$$

$$P_1(z) = \frac{1}{z} \left\{ P_2(z) - \frac{\alpha_0^*}{\alpha_2^*} z^2 P_2 \left( \frac{1}{z} \right) \right\} = \alpha_0^{**} + \alpha_1^{**} \cdot z \quad (6.29)$$

$$\left| \frac{\alpha_0^{**}}{\alpha_1^{**}} \right| < 1 \quad (6.30)$$

Um das Abbauverfahren anzuwenden, werden die identifizierten Übertragungsfunktionen zunächst vom zeitkontinuierlichen in den zeitdiskreten Bereich transformiert. Dies geschieht entweder mithilfe von Korrespondenztabelle, wie sie bspw. in den Referenzen [33] und [32] angegeben sind, oder durch die in Abschnitt 3.4 erläuterte Tustin-Methode. Simulationsergebnisse haben gezeigt, dass die berechneten kritischen Werte der Reglerparameter die größte Übereinstimmung mit den simulierten Werten zeigen, wenn man für das Stellglied  $G_a$  ein Halteglied nullter Ordnung (Zero-Ordner-Hold, ZOH-Glied) verwendet. Für die Strecke wird die entsprechende  $z$ -Übertragungsfunktion  $G_{uib}(z)$  mit der Tustin-Methode berechnet. Für den Regler  $G_r$  wird ein zeitdiskretes Modell in paralleler Form und Trapeznäherung mit dem Proportionalanteil P und der Integrierverstärkung I verwendet<sup>1</sup>. Folgende Auflistung zeigt die verwendeten Laplace- und  $z$ -Übertragungsfunktionen:

$$\begin{aligned} G_a(s) &= K_{p,a} \cdot \frac{1}{1 + T_{dn,a} \cdot s} \\ \rightarrow G_a(z) &= K_{p,a} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T_{dn,a}}{T_s}}}{z - e^{-\frac{T_{dn,a}}{T_s}}} = \frac{0,2288}{z - 0,7712} \\ G_{uib}(s) &= K_{p,uib} \cdot \frac{1 + T_{n,uib} \cdot s}{1 + T_{dn,uib} \cdot s} \end{aligned} \quad (6.31)$$

<sup>1</sup>Transformation der zeitdiskreten Übertragungsfunktion  $G_r(z)$  in den Laplace-Bereich und Koeffizientenvergleich liefert:  $K_r = P$  und  $T_i = \frac{P}{I}$ .

$$\rightarrow G_{\text{uib}}(z) = K_{\text{p,uib}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2T_{\text{n,uib}}}{T_s}\right) \cdot z + \left(1 - \frac{2T_{\text{n,uib}}}{T_s}\right)}{\left(1 + \frac{2T_{\text{dn,uib}}}{T_s}\right) \cdot z + \left(1 - \frac{2T_{\text{dn,uib}}}{T_s}\right)} \quad (6.32)$$

$$G_{\text{r}}(s) = K_{\text{r}} \cdot \frac{1 + T_{\text{i}} \cdot s}{T_{\text{i}} \cdot s}$$

$$\rightarrow G_{\text{r}}(z) = \text{P} + \text{I} \cdot \frac{T_s}{2} \cdot \frac{z + 1}{z - 1} = \frac{\left(\text{I} \cdot \frac{T_s}{2} + \text{P}\right) \cdot z + \left(\text{I} \cdot \frac{T_s}{2} - \text{P}\right)}{z - 1} \quad (6.33)$$

Der geschlossene Regelkreis berechnet sich analog zum zeitkontinuierlichen Pendant zu:

$$G_{I_{\text{b,ref}}}(z) = \frac{G_0(z)}{1 + G_0(z)} \quad (6.34)$$

Für die Stabilitätsüberprüfung wird das charakteristische Polynom gleich Null gesetzt:

$$0 = 1 + G_0(z) = 1 + G_{\text{a}}(z) \cdot G_{\text{uib}}(z) \cdot G_{\text{r}}(z) \quad (6.35)$$

$$= \underbrace{p_2 p_4 + p_3 p_6 p_8}_{\alpha_0} + \underbrace{(p_3 p_5 p_8 + p_3 p_6 p_7 + p_1 p_4 + p_2 - p_2 p_4)}_{\alpha_1} z$$

$$+ \underbrace{(p_3 p_5 p_7 + p_2 - p_1 p_4 - p_1)}_{\alpha_2} z^2 + \underbrace{p_1}_{\alpha_3} z^3 \quad (6.36)$$

Die Koeffizienten mit den Bezeichnungen  $p_1 \dots p_8$  beschreiben die Koeffizienten der einzelnen Übertragungsglieder mit:

$$p_1 = 1 + \frac{2T_{\text{dn,uib}}}{T_s} \quad p_2 = 1 - \frac{2T_{\text{dn,uib}}}{T_s} \quad p_3 = 0,2288 \quad p_4 = 0,7712$$

$$p_5 = K_{\text{p,uib}} \left(1 + \frac{2T_{\text{n,uib}}}{T_s}\right) \quad p_6 = K_{\text{p,uib}} \left(1 - \frac{2T_{\text{n,uib}}}{T_s}\right) \quad p_7 = \text{I} \frac{T_s}{2} + \text{P} \quad p_8 = \text{I} \frac{T_s}{2} - \text{P}$$

Auf die umgeformte charakteristische Gleichung (6.36) kann nun das Abbaufahren mit den Gleichungen (6.25) bis (6.30) angewandt werden. Setzt man die Gleichungen (6.26), (6.28) und (6.30) mit Eins gleich und löst nach dem jeweiligen Reglerparameter auf, erhält man die Grenzwerte  $P_{\text{krit}}$  bzw.  $I_{\text{krit}}$ . Auf Gl. (6.26) mit

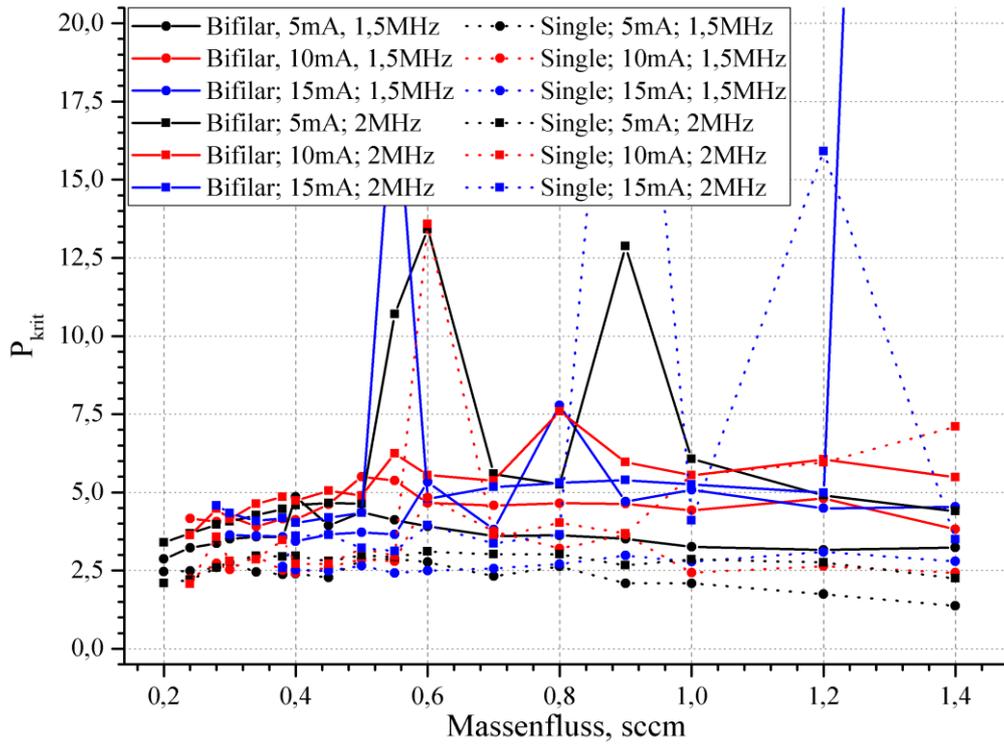
$$\left| \frac{\alpha_0}{\alpha_3} \right| = \left| \frac{p_2 p_4 + p_3 p_6 p_8}{p_1} \right| = 1$$

angewandt, erhält man die in den Abbildungen 6.2 und 6.3 dargestellten Grenzwerte. Die somit berechneten kritischen Werte müssen anschließend mit den abgebauten Polynomen  $P_{n-1} \dots P_1$  gemäß der Gleichungen (6.27) bis (6.30) überprüft werden.

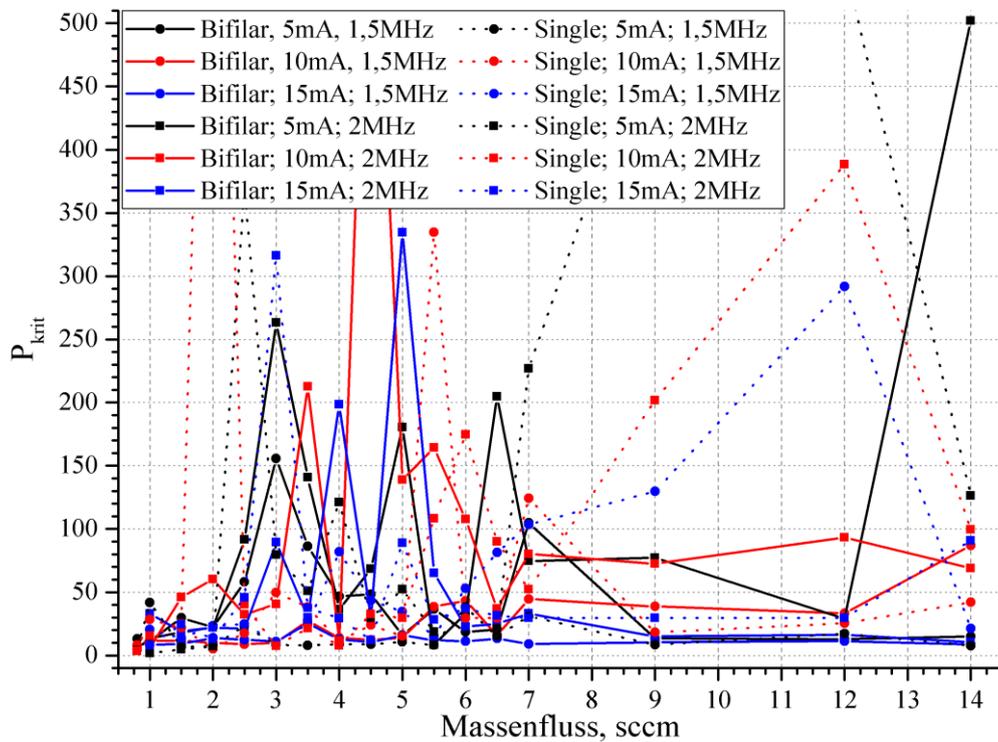
Abbildung 6.2 zeigt die Grenzwerte  $P_{\text{krit}}$  bei konstantem I-Anteil für sämtliche Konstellationen des RIM-4 (Abb. 6.2a) und des RIM-10 (Abb. 6.2b). Abbildung 6.3 zeigt im Gegenzug die Grenzwerte  $I_{\text{krit}}$  des integralen Anteils bei konstantem P-

Anteil für das RIM-4 (Abb. 6.3a) und das RIM-10 (Abb. 6.3b).

Entsprechend der in Abschnitt 5.4 dargestellten Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}(s)$  schwanken auch die berechneten Grenzwerte der Reglerparameter. Beim RIM-4 sind klare Trends zu erkennen; so können die Grenzwerte der Verstärkung auf einen Bereich von etwa eins bis sieben eingegrenzt werden. Beim RIM-10 resultiert die Berechnung in Werten mit  $P_{krit} > 600$ . Betrachtet man den Mittelwert, liegt dieser bei etwa 66,5. Für  $I_{krit}$  kann beim RIM-4 ein Bereich zwischen 6.700 und 20.000 definiert werden, beim RIM-10 liegt der Wert im Mittel bei etwa 542.000. Allgemein gilt, dass die Parameter des Reglers mit  $P < P_{krit}$  und  $I < I_{krit}$  an den genutzten Arbeitspunkt angepasst werden müssen.

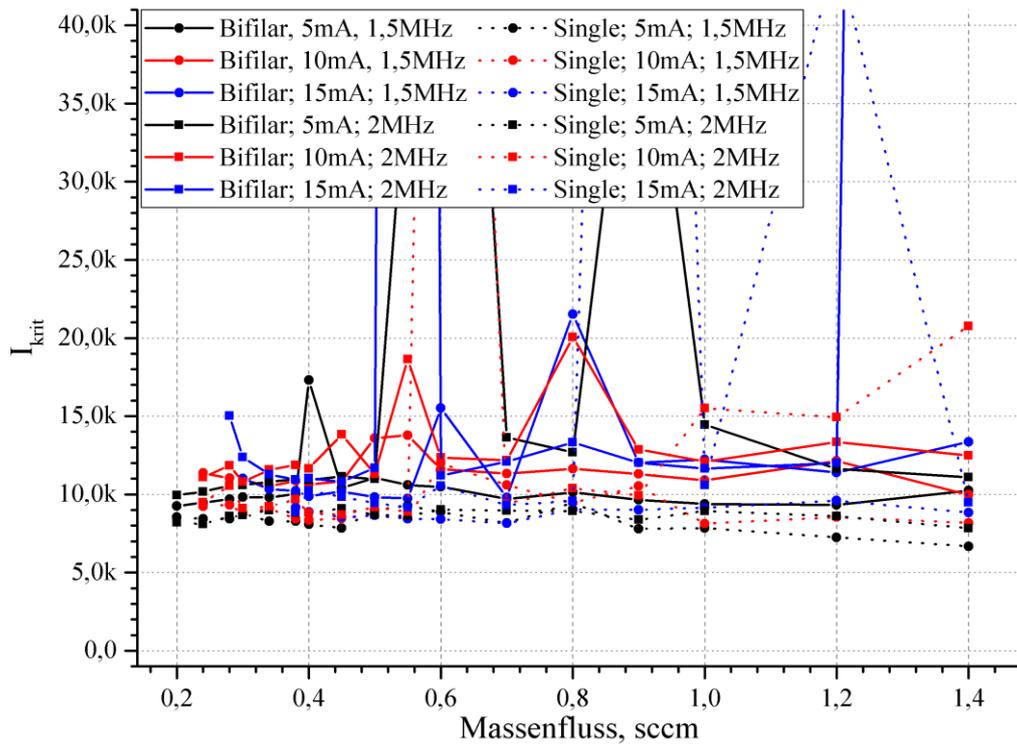


(a) RIM-4

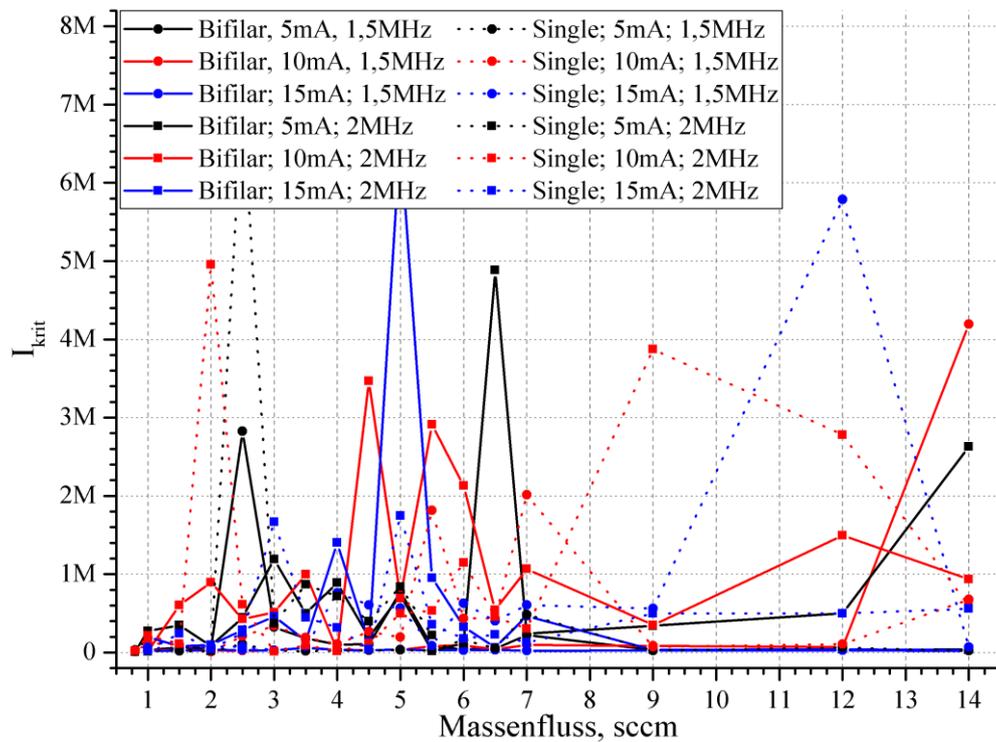


(b) RIM-10

Abbildung 6.2: Numerisch berechnete Grenzwerte der Reglerverstärkung  $P_{krit}$  bei konstantem I-Anteil von 1.299.



(a) RIM-4



(b) RIM-10

Abbildung 6.3: Numerisch berechnete Grenzwerte des Regler-I-Anteils  $I_{krit}$  bei konstantem P-Anteil von 0,5.

### 6.3.3 Robustheit

Erfüllt ein Regler mit konstanter Struktur und konstanten Parametern die Forderungen der Stabilität, der Sollwertfolge, der Störkompensation sowie der Dynamik trotz Modellunsicherheiten der Regelstrecke, dann spricht man von einer robusten Regelung. Aus den Untersuchungen der letzten Abschnitte geht hervor, dass die Parameter des Streckenmodells, bzw. der Übertragungsfunktion  $G_{\text{uib}}(s)$  nicht nur vom Arbeitspunkt abhängen, sondern auch Unsicherheiten durch die Identifikation enthalten. Für eine robuste Regelung sollte demnach eine Reglerverstärkung sowie ein Integralanteil gewählt werden, die unter den berechneten minimalen Grenzwerten liegen. Somit ergibt sich für die Wahl der Reglerparameter:

$$P_{\text{RIM-4}} < P_{\text{krit,RIM-4,min}} = 1,37 \quad (6.37)$$

$$P_{\text{RIM-10}} < P_{\text{krit,RIM-10,min}} = 1,89 \quad (6.38)$$

$$I_{\text{RIM-4}} < I_{\text{krit,RIM-4,min}} = 6.678,68 \quad (6.39)$$

$$I_{\text{RIM-10}} < I_{\text{krit,RIM-10,min}} = 10.405,16 \quad (6.40)$$

Nutzt man die Grenzwerte des RIM-4, gilt automatisch auch die Funktionalität des Reglers in den untersuchten Arbeitspunkten des RIM-10. Damit der Regler im Laboraufbau für beide Triebwerke verwendet werden kann und weitere Unsicherheiten ausgeschlossen werden können, werden die Parameter in Gl. (6.33) entsprechend unterhalb der Grenzwerte gewählt:

$$P = 0,5 \quad (6.41)$$

$$I = 1.299 \quad (6.42)$$

## 6.4 Simulations- und Messergebnisse

Zur Untersuchung der Sollwertfolge sowie der Stabilität wird das Sprungverhalten des geschlossenen Regelkreises zunächst mit dem identifizierten Streckenmodell simuliert. Dazu wird dem Regler ein Sollwertsprung von  $\Delta I_{\text{b,ref}} = 1 \text{ mA}$  mit einer symmetrischen Aussteuerung von  $\pm 0,5 \text{ mA}$  um den jeweils gewählten Arbeitspunkt (5, 10 und 15 mA) vorgegeben. Die Sprungantworten des geschlossenen Regelkreises sowie des Reglerausgangs  $PI_{\text{Out}}$  werden aufgezeichnet. Für jeden Arbeitspunkt werden drei Signalverläufe für drei Werte des Regler-Integralanteils mit  $I = 1.299$ , 100 und 3.000 untersucht. Bei einem Strahlstrom von 5 mA wird ein Integralanteil von 800 anstatt 3.000 genutzt, da die hohe Integrierverstärkung sonst zum Erlöschen des Plasmas führt. Die Verstärkung des Reglers ist konstant mit  $P = 0,5$ . Um das simulierte Regelverhalten zu verifizieren, wird der Regler über Simulink und das Echtzeit-Messsystem in die Testumgebung eingebunden und die simulierten Unter-

suchungen am realen System wiederholt. Die simulierten und gemessenen Signalverläufe werden anschließend miteinander verglichen. So kann nicht nur der Regler verifiziert, sondern zusätzlich eine Information über die Güte der identifizierten Übertragungsfunktionen gewonnen werden.

Für die Verifikation werden jeweils drei Arbeitspunkte betrachtet, die den linken (niedriger Massenfluss) sowie rechten Bereich (hoher Massenfluss) und das Minimum eines Performance Mappings widerspiegeln. Zudem wird auch zwischen den Triebwerken variiert, unterschiedliche Frequenzen sowie Strahlströme genutzt und die bifilare oder konventionelle Spulengeometrie verwendet. So wird gezeigt, dass die Methodik allgemein im Bereich der untersuchten Arbeitspunkte für alle Variationen des RIM/RIT nutzbar ist.

Die gleichfarbigen Kurven gehören jeweils zusammen, während das simulierte Regelstreckenverhalten durch die gepunktete und die gemessenen Signale durch die durchgehende Linie dargestellt sind.

### 6.4.1 RIM-4

Anhand der in Abb. 6.4 dargestellten Kurven des RIM-4 soll die Qualität des Signalverlaufs und damit die Qualität der identifizierten Parameter untersucht werden. Die Diagramme zeigen die Sprungantworten des Reglers sowie des Strahlstroms am RIM-4 mit konventioneller Spulengeometrie, einem Strahlstrom von  $I_b = 10 \text{ mA}$  und den RF-Frequenzen von 1,5 MHz (links) und 2 MHz (rechts).

Besonders geeignet zum Vergleich der Verläufe ist die entstehende Schwingung bei hoher Integrationsverstärkung  $I$ , da hier Unterschiede in der Amplitude und der Phase zwischen gemessenem und simuliertem Signal festzustellen sind. Zur Verdeutlichung und Beschreibung ist eine Vergrößerung in Abb. 6.5 dargestellt. So können die Unterschiede im Signal mit Betrachtung der Sprungantworten des PPT<sub>1</sub>- oder PDT<sub>1</sub>-Glieds aus Abb. 5.12 erläutert werden. Die Amplitude des Überschwingens ergibt sich demnach aus der Verstärkung und dem Verhältnis der beiden Zeitkonstanten mit

$$K_{p,\text{uib}} \cdot \frac{T_{n,\text{uib}}}{T_{dn,\text{uib}}}. \quad (6.43)$$

Die Phasenverschiebung zwischen den gemessenen und den simulierten Werten entsteht durch eine fehlerhaft identifizierte Verzögerungszeit  $T_{dn,\text{uib}}$  im Nenner der Übertragungsfunktion  $G_{\text{uib}}$ , da sie die Flankensteilheit der Sprungantwort vorgibt. Besonders gute Übereinstimmung kann in Abb. 6.4b festgestellt werden. In diesem Arbeitspunkt liegen die identifizierten Zeitkonstanten im Bereich von einigen hundert Mikrosekunden und demnach in der Größenordnung der Zeitkonstanten des RIM-10. Anhand der Signalverläufe können Rückschlüsse auf die identifizierten Parameter getroffen und Korrekturen vorgenommen werden. Die Verläufe zei-

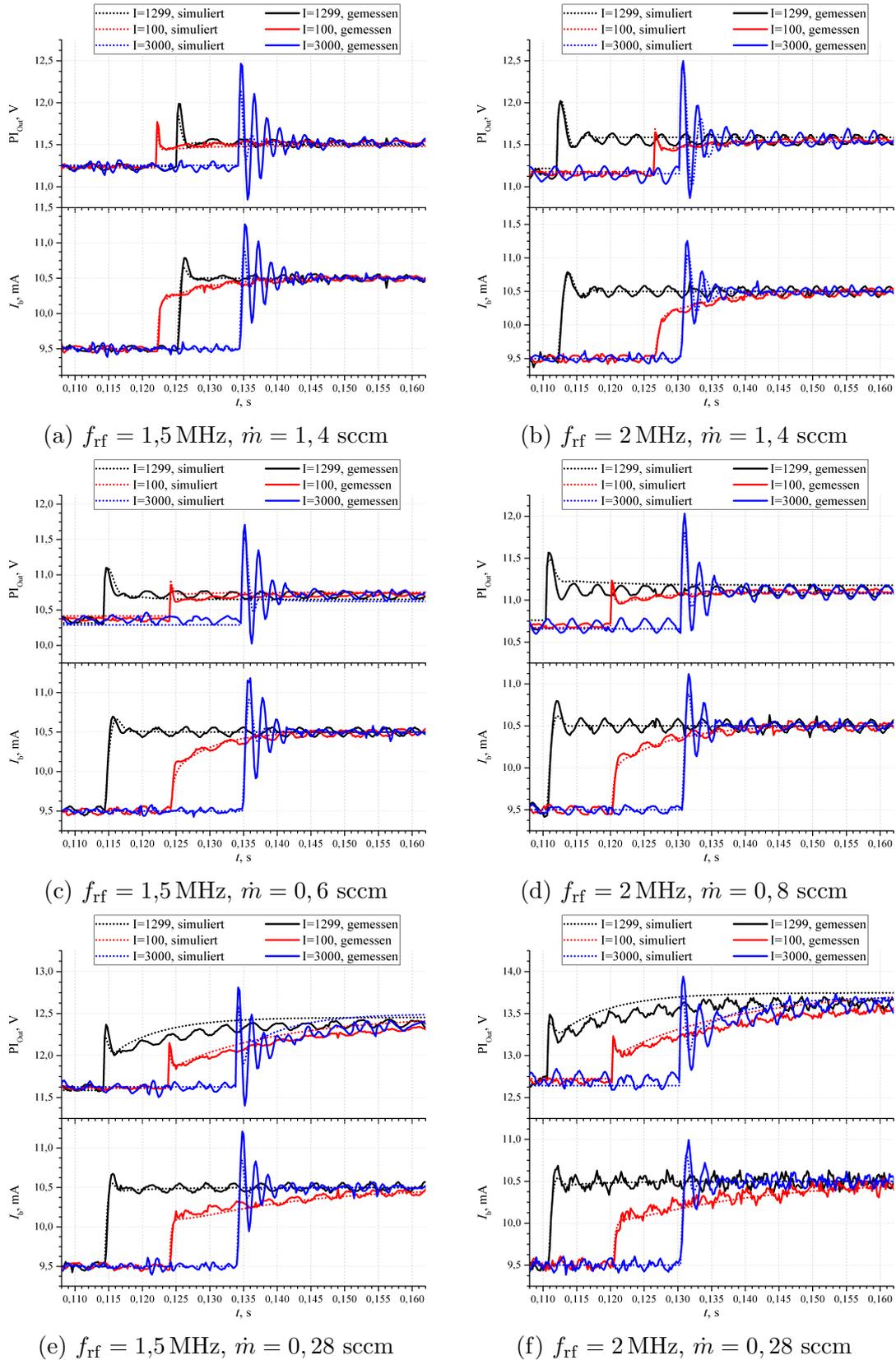


Abbildung 6.4: Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-4 mit  $I_b = 10 \text{ mA}$ , konventioneller Spulengeometrie und mit jeweils drei unterschiedlichen I-Anteilen des Reglers. Linke Seite:  $f_{\text{rf}} = 1,5 \text{ MHz}$ ; rechte Seite:  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ .

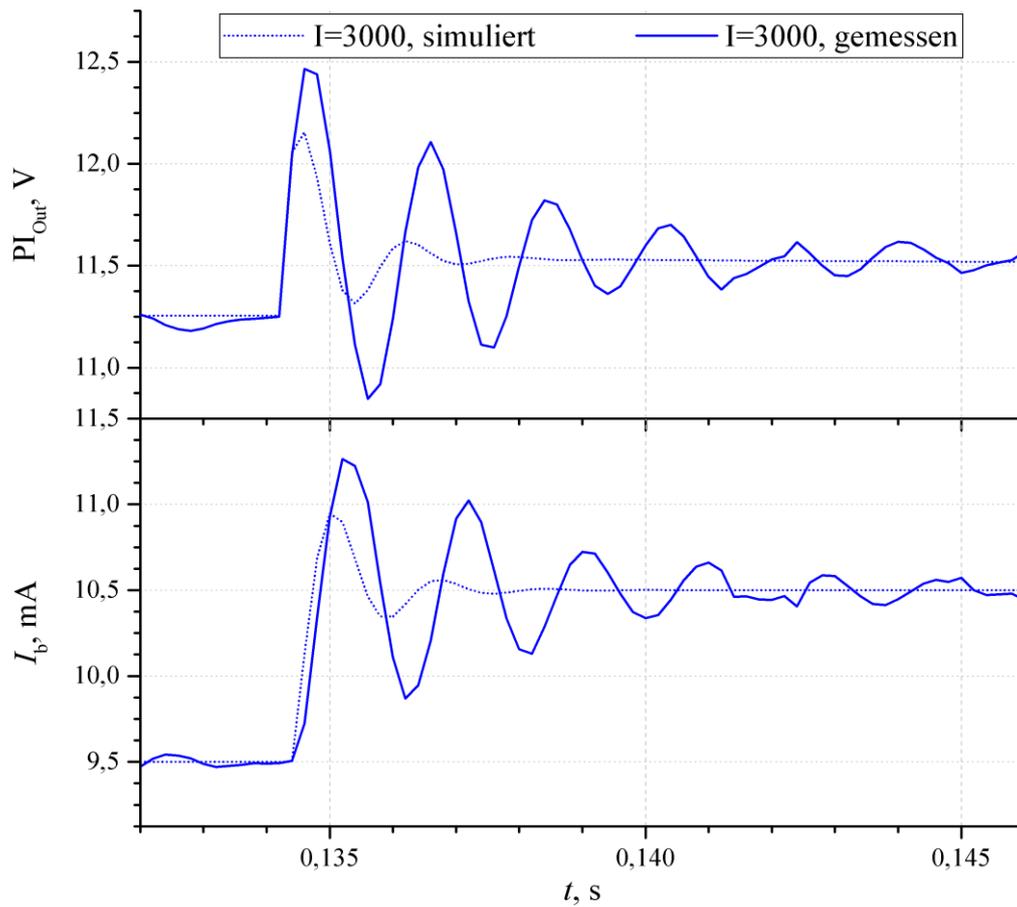


Abbildung 6.5: Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-4 mit  $I_b = 10 \text{ mA}$ , konventioneller Spulengeometrie, einem Massenfluss von  $\dot{m} = 1,4 \text{ sccm}$ , einer RF-Frequenz von  $f_{\text{rf}} = 1,5 \text{ MHz}$  und einer Integrierverstärkung von 3.000 zur Verdeutlichung des Amplitudenfehlers und der Phasenverschiebung zwischen gemessenen und simulierten Signalen.

gen jedoch, dass das allgemeine Verhalten des geschlossenen Regelkreises mit dem Streckenmodell gut nachgebildet werden kann. Im Vergleich zum RIM-10 wurde beim RIM-4 verstärkt das  $\text{PDT}_1$ -Verhalten identifiziert, welches sich in den Abbildungen 6.4e und 6.4f entsprechend bei niedrigen Massenflüssen abzeichnet und besonders deutlich am Ausgang des Reglers zu erkennen ist. Die gemessenen und simulierten Verläufe zeigen, dass die Beschreibung des Systems als Proportional-Differential-Glied mit Verzögerung erster Ordnung zutreffend ist. Daraus lässt sich außerdem schließen, dass der Übergang von  $\text{PPT}_1$ - zu  $\text{PDT}_1$ -Verhalten wie erwartet im Minimum des Performance Mappings liegt.

### 6.4.2 RIM-10

Die Ergebnisse der Messungen und Simulationen am RIM-10 lassen ähnliche Vermutungen zu: die Vorhaltzeitkonstante muss im Bereich einiger hundert Mikrosekunden und die Verzögerungszeit bei wenigen Millisekunden liegen. Abbildung 6.6 zeigt die Verläufe des RIM-10 mit bifilarer Spule bei  $I_b = 15 \text{ mA}$  für die zwei RF-Frequenzen 1,5 MHz (links) und 2 MHz (rechts). Die Werte des Reglerausgangs  $\text{PI}_{\text{Out}}$  enthalten teilweise Offsetfehler, da die Gleichanteile des simulierten Signals nachträglich aufaddiert werden. Die Abbildungen 6.6a, 6.6d, 6.6e sowie 6.6f zeigen gute Übereinstimmungen<sup>1</sup>, während der Signalverlauf in Abb. 6.6c Abweichungen im Systemverhalten von etwa 8 % enthält. Die Betrachtung der Parameter zeigt, dass das Verhältnis der Zeitkonstanten zu klein ist und die Amplitude der Schwingungen zu gering ausfällt.

Um zu zeigen, dass auch die unterschiedlichen Spulengeometrien simuliert werden können, ist der direkte Vergleich in Abb. 6.7 dargestellt. Die linken Diagramme bilden das Systemverhalten am RIM-10 bei  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$  und 15 mA Strahlstrom für die bifilare Spulengeometrie ab, während die rechten Diagramme das Verhalten mit konventioneller Spulengeometrie zeigen. In sämtlichen Verläufen sind gute Übereinstimmungen zu erkennen.

Der Vollständigkeit halber ist in Abb. 6.8 der direkte Vergleich des Regelstreckenverhaltens für zwei unterschiedliche Strahlströme (linke Seite 5 mA und rechte Seite 15 mA) des RIM-10 mit einfacher Spulengeometrie sowie einer RF-Frequenz von 2 MHz dargestellt. Lediglich in den beiden unteren Verläufen sind leichte Abweichungen bezüglich der Systemdynamik zu erkennen. Auch hier ist das Verhältnis der Zeitkonstanten die Ursache, welches sich in einer leicht gedämpften Schwingungsamplitude des simulierten Signals widerspiegelt.

<sup>1</sup>Abweichungen liegen im Bereich  $< 5 \%$ , berechnet mit Gl. (5.9).

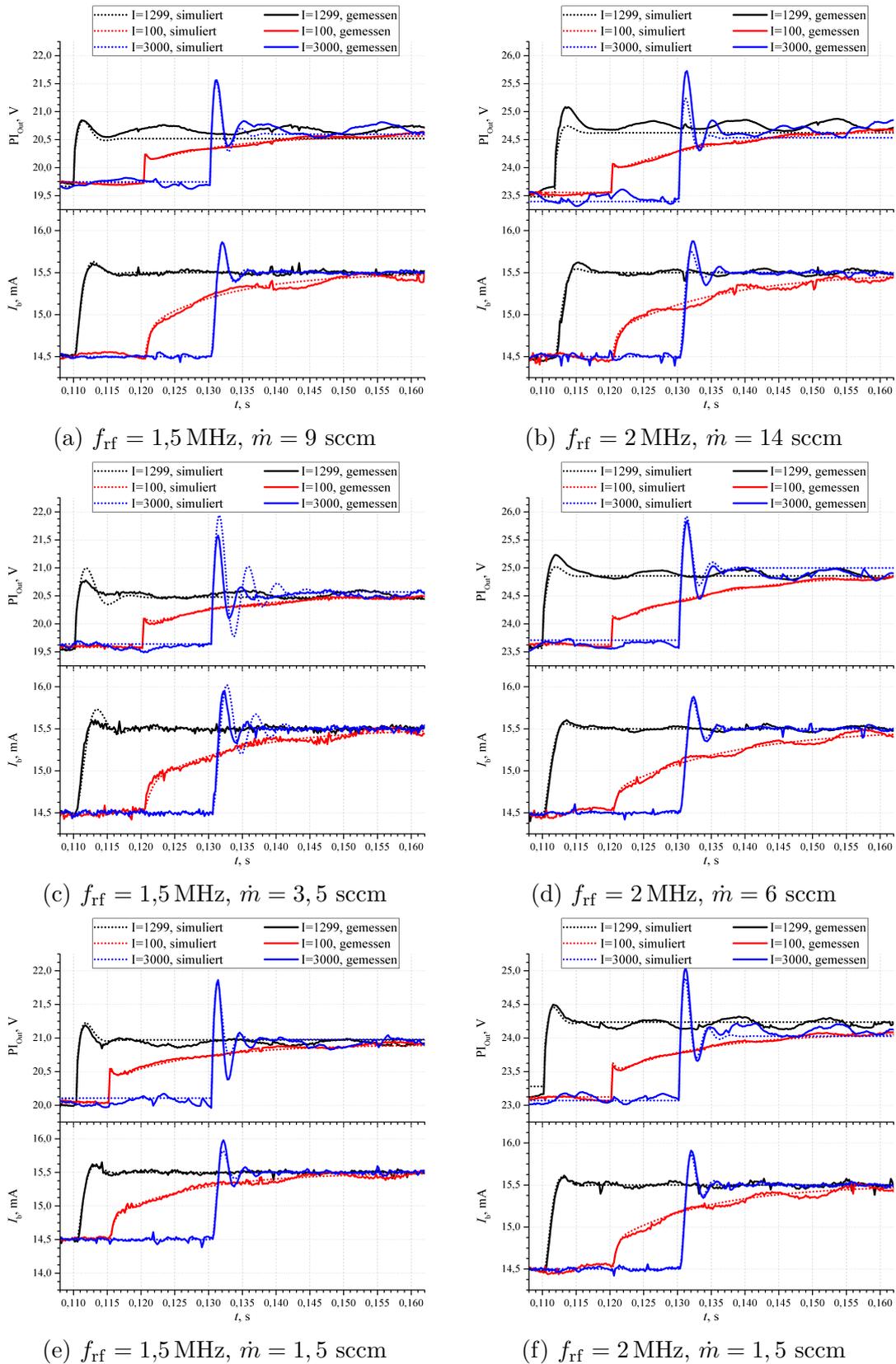


Abbildung 6.6: Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-10 mit  $I_b = 15 \text{ mA}$ , bifilarer Spulengeometrie und jeweils drei unterschiedlichen I-Anteilen des Reglers. Linke Seite:  $f_{\text{rf}} = 1,5 \text{ MHz}$ ; rechte Seite:  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ .

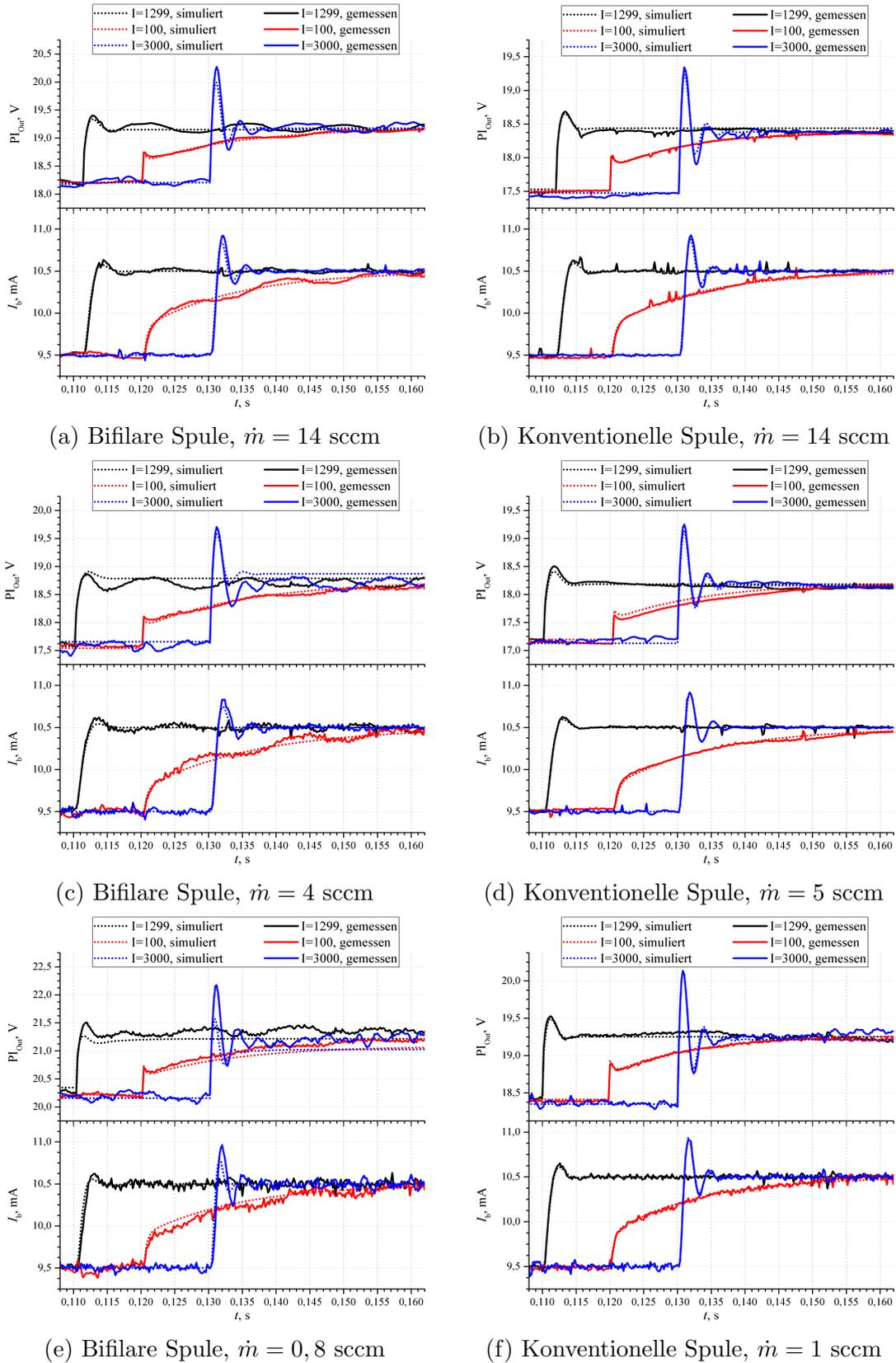


Abbildung 6.7: Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-10 mit  $I_b = 10$  mA,  $f_{rf} = 2$  MHz und jeweils drei unterschiedlichen I-Anteilen des Reglers. Linke Seite: Bifilare Spulengeometrie; rechte Seite: Konventionelle Spulengeometrie.

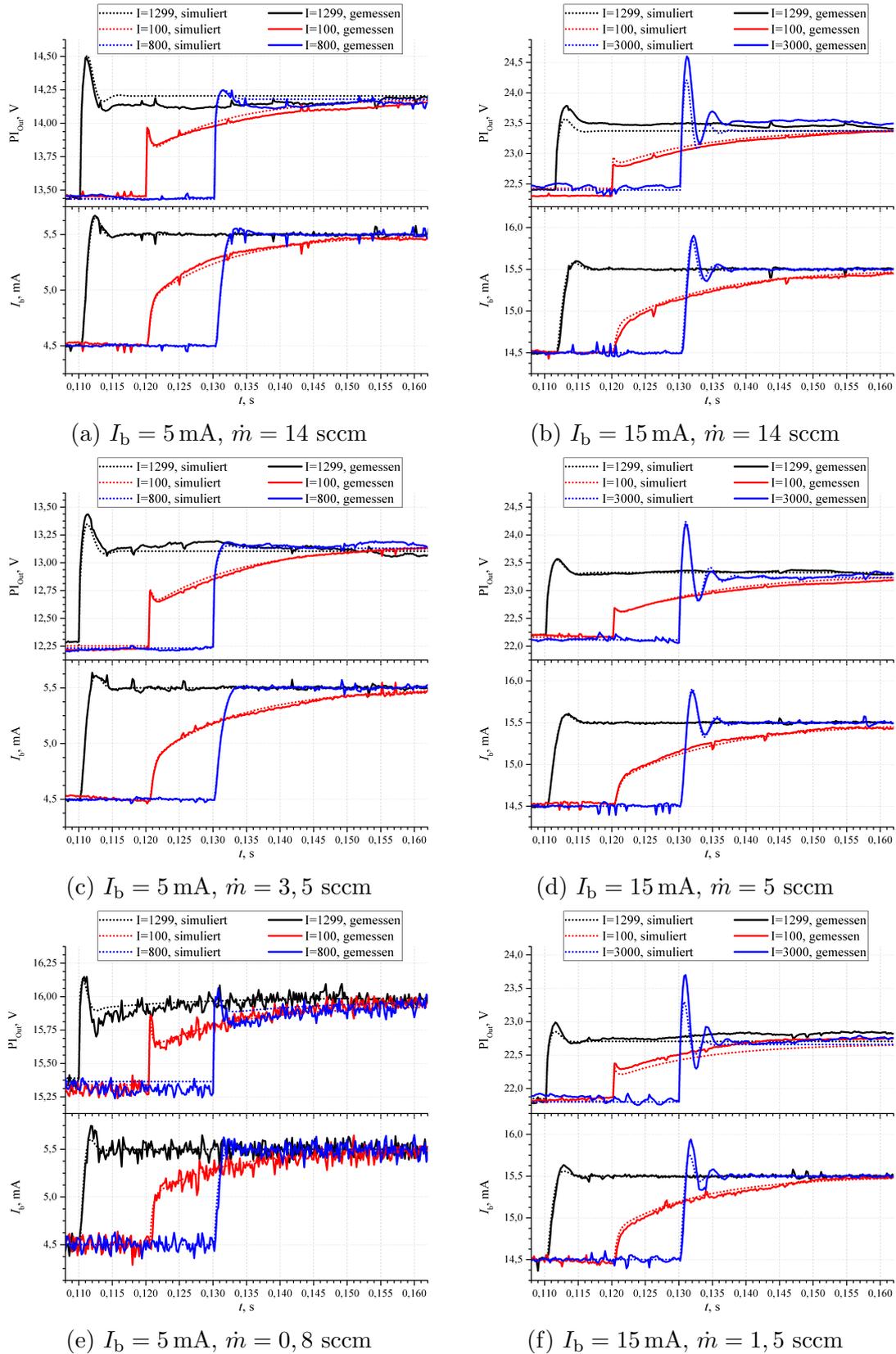


Abbildung 6.8: Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-10 mit  $f_{\text{rf}} = 2 \text{ MHz}$ , konventioneller Spulengeometrie und jeweils drei unterschiedlichen I-Anteilen des Reglers. Linke Seite:  $I_b = 5 \text{ mA}$ ; rechte Seite:  $I_b = 15 \text{ mA}$ .

## 6.5 Störgrößenbetrachtung

Die Störgröße in Form des Massenflusses und deren Einfluss auf den Strahlstrom mit dem Übertragungsglied  $G_{\text{mfb}}(s)$  wurde in den Betrachtungen bisher außen vor gelassen. Da die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

$$G_d(s) = \frac{G_{\text{mfb}}(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{K_{\text{p,mfb}}}{(1 + G_0(s)) \cdot (1 + T_{\text{mfb}} \cdot s)}$$

das gleiche charakteristische Polynom inklusive eines zusätzlichen Poles hat, können die Ergebnisse der Sollwertfolge und Stabilität auf die Störübertragungsfunktion übertragen werden. Sie hat keinen Einfluss auf den integralen Anteil des geschlossenen Regelkreises und die Polstelle erfüllt die Stabilitätsbedingung:

$$\operatorname{Re} \left\{ -\frac{1}{T_{\text{mfb}}} \right\} < 0$$

Beim RIM-4 liegt  $T_{\text{mfb}}$  zudem um Faktor  $> 100$  über den Zeitkonstanten der restlichen Komponenten. Sie ist somit die Systemgröße mit der größten Trägheit und daher als unproblematisch in Bezug auf die Dynamik anzusehen. Die Simulationen haben ebenfalls gezeigt, dass eine Änderung der Störgröße keinen oder kaum Einfluss auf das Regelverhalten hat, daher werden an dieser Stelle keine Signalverläufe dargestellt.

Auch beim RIM-10 liegt die Zeitkonstante  $T_{\text{mfb}}$  im Bereich von hundert Millisekunden, während die Verzögerungszeit der Strecke um den Faktor zehn und mehr kleiner ist. An dieser Stelle wäre es vorstellbar, eine Störgrößenaufschaltung in die Regelstrecke einzubauen. Dabei ist jedoch das Vorzeichenwechsel des Übertragungsglieds zu beachten, welches aus einer Kompensation im Wechsel von Bereich (I) zu Bereich (II) und umgekehrt zu einer Störgrößenverstärkung führen würde.

Des Weiteren wurde der MFC und sein dynamisches Systemverhalten bisher nicht berücksichtigt. Ähnlich des Stellglieds sollte die Übertragungsfunktion des MFCs identifiziert und für zukünftige Untersuchungen in das Streckenmodell integriert werden.



# Kapitel 7

## Fazit und Ausblick

Als Abschluss der Arbeit werden die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst und ein Ausblick auf mögliche weitere Forschungsaktivitäten und Verbesserungen gegeben.

Für den Betrieb und die Aufnahme der Daten wurde eine Testumgebung geschaffen, die es ermöglicht, alle peripheren Geräte des Triebwerks, wie den RFG, den MFC, die Netzteile zur Versorgung des RFG-Zwischenkreises und den Neutralisator sowie die Hochspannungsnetzteile, zu steuern und deren Daten auszulesen. Zudem können die für die Regelung relevanten Systemgrößen erfasst und ausgewertet werden. Vorkonstruierte Programmabläufe in Form von Matlab-Skriptdateien können genutzt werden, um die benötigten Messungen automatisiert durchzuführen. Die kommerziell erworbene Elektronik wurde um eine eigens entwickelte Strommessschaltung und einen hochspannungsfesten HF-Filter ergänzt. Dabei wurden die Anforderungen auf das kleinere Triebwerk mit 4 cm Extraktionsdurchmesser ausgelegt. So ermöglicht der Teststand zunächst nur die Messung von Strahlströmen bis etwa 30 mA. Eine veränderte Messschaltung ist bereits entwickelt worden und wird zeitnah in das System integriert, wodurch die Messung von Strömen bis 150 mA ermöglicht wird.

Für die Analyse des Systems wurde dieses zunächst hinsichtlich seiner stationären Arbeitspunkte und möglicher Messverfälschungen untersucht. Dazu wurden Messungen durchgeführt, um die benötigte Potenzialbarriere  $U_{\text{acc,min}}$  am zweiten Gitter zur Vermeidung von Electron Backstreaming zu verifizieren. Bei Verwendung einer einzelnen Glühwendel am RIM-4 ergaben sich Mindestspannungen von  $U_{\text{acc,min}} \approx 60 \text{ V}$  für einen Massenfluss bis  $\dot{m} = 1,4 \text{ sccm}$ . Durch die Nutzung einer niedrigeren Spannung von 50 V muss bei Massenflüssen  $> 1 \text{ sccm}$  mit einem verfälschten Strahlstrom gerechnet werden, der eine zu gering ermittelte Leistung im Performance Mapping zur Folge hat. Da die Messungen des Electron Backstreamings anfangs nur im Bereich niedriger Massenflüsse durchgeführt und erst nach den Dynamikmessungen ergänzt wurden, muss der Fehler in den Performance Mappings berücksichtigt werden; er liegt bei schätzungsweise ein bis zwei Prozent. Für zukünftig durchgeführte Analysen empfiehlt sich demnach eine Beschleunigungsspannung von  $U_{\text{acc}} > 70 \text{ V}$ ,

sollten weiterhin hohe Massenflüsse eingesetzt werden. Im Unterschied dazu lagen die minimal benötigten Spannungen beim RIM-10 bei etwa 130 V, während in den Messungen eine Beschleunigungsspannung von 150 V genutzt wurde. Als Schlussfolgerung kann beim RIM-10 eine Verfälschung der Strommesswerte durch Electron Backstreaming ausgeschlossen werden. Für eine weitere stationäre Betrachtung des Systems wurden die sogenannten Performance Mappings verwendet, die typischerweise zur Charakterisierung der RITs genutzt werden. Sie bilden die Grundlage der Dynamikuntersuchungen. In Verbindung mit den Simulationen aus Ref. [42] konnten typische Verhaltensmuster des Triebwerks aus den Performance Mappings extrahiert und für die Beschreibung der Parameter der Übertragungsfunktionen verwendet werden.

Als Simulations- und Beschreibungsmodell des RIT wurde ein im Gegensatz zu vorangegangenen Analysen (Ref. [43]) simpleres Modell mit lediglich zwei Übertragungsgliedern zur Beschreibung der Strecke und einem zur Beschreibung des Stellglieds verwendet. Die Ergebnisse zeigten letztendlich, dass das verwendete Modell für die Auslegung der Regelung ausreicht und zudem analytische Berechnungen, wie bspw. die der Stabilitätsfrage, vereinfacht. Für die Bestimmung der Parameter der einzelnen Übertragungsfunktionen wurde auf Matlab-interne Funktionen zur Systemidentifikation zurückgegriffen. Hier konnten wichtige Erkenntnisse in der Aufbereitung der Daten gewonnen werden. Durch Filterung und Reduzierung der Datenpunkte können die Ergebnisse der Identifikation zum Teil verbessert werden. Während Verstärkung und Verzögerungszeit des Stellglieds als konstant angenommen wurden, konnten die Parameter der Strecke in Abhängigkeit des Massenflusses identifiziert werden. Die Identifikation wurde für beide Triebwerksgrößen (4 und 10 cm Extraktionsdurchmesser) und jeweils zwei RF-Frequenzen (1,5 MHz und 2 MHz), drei Strahlströme (5 mA, 10 mA und 15 mA) sowie zwei Spulengeometrien (Bifilarspule und konventionelle Geometrie) wiederholt. Hierbei konnten Unterschiede innerhalb der Parameter festgestellt werden, die sich beim RIM-4 klarer herauskristallisieren als beim RIM-10. Beim RIM-4 wurde zudem ein  $PDT_1$ -Verhalten für  $G_{uib}(s)$  im Bereich kleiner Massenflüsse festgestellt, welches im Minimum der jeweilig betrachteten Kurve zu hohen Massenflüssen in ein  $PPT_1$ -Verhalten übergeht. Die Identifikation der Parameter ergab beim RIM-10 ebenfalls  $PDT_1$ -Übertragungsverhalten, was visuell nicht bestätigt werden konnte. Die Untersuchungen sollten daher beim RIM-10 für höhere Extraktionsströme wiederholt werden, um typische Betriebsparameter zu erhalten. Der Übergang des Minimums spielt auch beim Massenfluss und dessen Einfluss auf den Strahlstrom eine Rolle, da genau in diesem Bereich das Vorzeichen der Verstärkung von  $G_{mfb}(s)$  wechselt, was bei Verwendung einer Störgrößenaufschaltung beachtet werden muss. Es ist jedoch anzumerken, dass die identifizierten Parameter ihre Gültigkeit verlieren, wenn man Komponenten, wie bspw. die Versorgung des Zwischenkreises oder den Masse-

---

durchflussregler, ändert. In diesem Fall müssen die Untersuchungen ggfs. wiederholt werden.

Die Umsetzung der Strahlstromregelung erfolgte mit einem einfachen PI-Regler und erfüllt sowohl die Bedingung der Sollwertfolge mit stationärer Genauigkeit als auch die Forderung nach Stabilität. Aufgrund der stark schwankenden Werte der Verzögerungs- und Vorhaltzeitkonstanten von  $G_{uib}(s)$  ergeben sich stark variierende Grenzwerte zur Bestimmung der kritischen Reglerverstärkung oder Integrierverstärkung. Nutzt man als Anhaltspunkt die bestimmten Minimalwerte aller Triebwerke, Frequenzen, etc., kann nicht nur von Stabilität ausgegangen werden, sondern erfüllt gleichzeitig die Forderung nach Robustheit. Zumindest kann dies für die untersuchten Messbereiche garantiert werden.

Die Verifikation der Strahlstromregelung durch Vergleich gemessener und simulierter Signalverläufe hat gezeigt, dass mit dem genutzten Streckenmodell und passender Beschreibung gute Übereinstimmungen erzielt wurden. Die Betrachtung der Schwingungsamplitude bei hohen Integrierverstärkungen ergab Abweichungen in Amplitude und Phase. Aus diesen Abweichungen konnte ein Fehler der identifizierten Zeitkonstanten der Übertragungsfunktion  $G_{uib}(s)$  abgeleitet werden. Während die zeitlichen Verläufe beim RIM-10 übereinstimmen, liegen die realen Werte der Vorhaltzeit  $T_{n,uib}$  und Verzögerungszeit  $T_{dn,uib}$  beim RIM-4 unter den bestimmten. Ähnlich dem RIM-10 liegen die tatsächlichen Werte sehr wahrscheinlich im Bereich einiger hundert Mikrosekunden für  $T_{n,uib}$  und weniger Millisekunden für  $T_{dn,uib}$ . Die identifizierten Zeitkonstanten liegen demnach im Bereich der Abtastzeit von 200  $\mu$ s, was Schwierigkeiten in der Identifizierbarkeit darstellt. Der Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Signalverläufen zeigt jedoch, dass das prinzipielle Systemverhalten abgebildet werden kann und die Abweichungen vernachlässigbar sind. Zur Verbesserung der Ergebnisse muss eine höhere Abtastrate erzielt oder der Bezug mit den physikalischen Größen hergestellt werden. Vermutungen legen nahe, dass die Änderungen der Plasmaimpedanz im Bereich einiger RF-Zyklen, also weniger Mikrosekunden, stattfindet [9]. Da jedoch nicht die RF-Leistung direkt, sondern nur die DC-Eingangsspannung des RFGs betrachtet wird, entsteht eine gewisse Trägheit oder Zeitverzögerung, bedingt durch den Eingangsfiler des Generators. An dieser Stelle wären weitere Untersuchungen mit höheren Abtastraten und ggfs. schnell schaltenden Netzteilen der Versorgungsspannung interessant, ebenso wie die Betrachtung der in das Triebwerk eingespeisten RF-Leistung. Dies erweist sich jedoch aufgrund der hohen Frequenz und dem niedrigen ohmschen Anteil der gezündeten Last als schwierig.

Sämtliche Untersuchungen wurden bei konstanten Gitterspannungen durchgeführt. Auch hier können weitere Messungen folgen, die bspw. zur Beschreibung des dynamischen Ein- zu Ausgangsverhaltens bei Änderung der Extraktionsspannung führen. Ebenfalls die Gitterspannungen betreffend muss die Regelung für den Betrieb

mit niedrigen Spannungen angepasst werden, da sich das Triebwerk hier in einem Bereich hoher Perveanz befindet und der Strahl unterfokussiert ist. Eine Erhöhung der DC-Eingangsleistung  $P_{\text{rfg,dc}}$  führt hier zu einer Reduzierung des Strahlstroms, da der Anteil an Direct-Impingement-Ionen auf das zweite Gitter ( $I_{\text{acc}}$ ) stärker zunimmt, als der dem Plasma entzogenen Ionenstrom  $I_{\text{scr}}$ . Die Regelung wird in diesem Fall instabil, da sie dem sinkenden Strahlstrom nicht mehr mit einer Erhöhung der Leistung entgegenwirken kann. Aus genannten Gründen stellt die Untersuchung der Spannungen also einen weiteren interessanten Aspekt dar.

Weiterhin kann der Ansatz einer kaskadierten Regelung, eines Mehrgrößenreglers oder einer adaptiven Regelung verfolgt werden. Komplexere Systeme können dann benötigt werden, wenn eine gewisse Dynamik des geschlossenen Regelkreises gefordert wird und die Parameter des Reglers in Echtzeit an das aktuelle Streckenverhalten angepasst werden müssen.

# Literaturverzeichnis

- [1] LEY, W. ; WITTMANN, K. ; HALLMANN, W.: *Handbuch der Raumfahrttechnik*. 4. Auflage. Hanser, 2011. – ISBN 978-3-446-42406-7
- [2] GOEBEL, D. M. ; KATZ, I.: *Fundamentals of Electric Propulsion*. John Wiley & Sons, Inc., 2008. – ISBN 978-0-470-42927-3
- [3] MESSERSCHMID, E. ; FASOULAS, S.: *Raumfahrtsysteme: Eine Einführung mit Übungen und Lösungen*. 5. Auflage. Springer, 2017. – ISBN 978-3-662-49637-4
- [4] TURNER, J. L.: *Rocket and spacecraft propulsion: principles, practice and new developments*. 3. Auflage. Springer, 2009. – ISBN 978-3-540-69202-7
- [5] GODDARD, R. H.: *The Papers of Robert H. Goddard: Including the Reports to the Smithsonian Institution and the Daniel and Florence Guggenheim Foundation*. McGraw-Hill, 1970
- [6] STUHLINGER, E.: *Ion propulsion for space flight*. McGraw-Hill, 1964
- [7] BREWER, G. R.: *Ion Propulsion Technology and Applications*. Gordon and Breach, 1970
- [8] LEITER, H. J.: *Entwicklung und physikalische Untersuchung eines Hochfrequenz-Ionentriebwerks unter besonderer Berücksichtigung des Extraktionsgittersystems und der Ionisatorform*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2000
- [9] SIMON, J.: *Entwicklung und Aufbau eines Radiofrequenzgenerators zur Versorgung und elektrischen Charakterisierung induktiv-gekoppelter Plasmen in Radiofrequenz-Ionentriebwerken*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2016
- [10] LÖB, Horst W.: Ein elektrostatisches Raketentriebwerk mit Hochfrequenzionenquelle. In: *Astronautica Acta VIII* 1 (1962), S. 49
- [11] LÖB, H. ; FREISINGER, J.: *Ionenraketen*. Vieweg+Teubner Verlag, 1967. – ISBN 978-3-663-06352-0
- [12] SIMON, J. ; PROBST, U.: Theory and Development of a Radio-Frequency Generator for RF Ion Thrusters, 5th Russian-German Conference on Electric Propulsions and Their Application, 2014

- [13] SIMON, J. ; PROBST, U. ; KLAR, P. J.: Development of a Radio-Frequency Generator for RF Ion Thrusters, Proceedings of the 34th International Electric Propulsion Conference, 2015
- [14] SIMON, J. ; PROBST, U.: High-Performance Digital-controlled Radio-Frequency Generator for RF Ion Thrusters, 6th Russian-German Conference on Electric Propulsions and Their Application, 2016
- [15] WEIS, St.: *Entwicklung und physikalische Charakterisierung einer kompakten Elektronenquelle mit kapazitiver Radiofrequenz-Entladung zur Strahlneutralisation von Ionenantrieben*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2006
- [16] VOLKMAR, C.: *Selbstkonsistente numerische 1D/3D Hybridmodellierung von Radiofrequenz-Ionentriebwerken*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2015
- [17] KÖHLER, P.: *Design und Inbetriebnahme eines Strahlprofil-Detektors und azimutale Strahlanalyse an Triebwerken des  $\mu$ N RIT-Typs*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Diplomarbeit, 2010
- [18] HENRICH, R.: *Development of a Plasma Simulation Tool for Radio Frequency Ion Thrusters*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2013
- [19] LIEBERMAN, M. A. ; LICHTENBERG, A. J.: *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. 2. Auflage. Wiley-Interscience, 2005. – ISBN 978-0-471-72001-0
- [20] BARUTH, T.: *Untersuchungen zur elektromagnetischen Verträglichkeit von Radiofrequenz-Ionentriebwerken am Beispiel eines RIT4*, Justus-Liebig-Universität Giessen, Diss., 2017
- [21] CHABERT, P. ; BRAITHWAITE, N.: *Physics of Radio-Frequency Plasmas*. Cambridge University Press, 2011. – ISBN 978-0-521-76300-4
- [22] KEUDELL, Prof. A.: *Einführung in die Plasmaphysik II: Niedertemperaturplasmen*. Vorlesungsskript der Ruhr-Universität Bochum WS 2010/11. <http://www.ep2.ruhr-uni-bochum.de/files/skripte/skriptpp2.pdf>. – Abgerufen am 15.05.2018.
- [23] SCHIPPERS, S.: *Plasmaphysik und Ionenquellen*. Vorlesungsskript der Justus-Liebig-Universität Gießen SS 2012,
- [24] FLEISCH, D.: *A Student's Guide to Maxwell's Equations*. 8. Auflage. Cambridge University Press, 2010. – ISBN 978-0-521-70147-1
- [25] JACKSON, John D.: *Classical Electrodynamics*. 2. Auflage. John Wiley & Sons, Inc., 1975. – ISBN 0-471-43132-X

- [26] REEH, A. ; PROBST, U. ; KLAR, P. J.: 3D Ion Extraction Code incorporated self-consistently into a numerical Model of a Radio-Frequency Ion Thruster, Proceedings of the 35th International Electric Propulsion Conference, 2017
- [27] WILLIAMS, J. D. ; GOEBEL, D. M. ; WILBUR, P. J.: Analytical Model of Electron Backstreaming for Ion Thrusters. (2003)
- [28] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme 1 - Grundlegende Methoden*. 2. Auflage. Springer-Verlag, 1992. – ISBN 3-540-54924-2
- [29] ISERMANN, R. ; MUENCHHOF, M.: *Identification of Dynamic Systems*. Springer, 2011. – ISBN 978-3-540-78878-2
- [30] RAU, M.: *Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle*, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme - Technische Universität München, Diss., 2003
- [31] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 8. Auflage. Springer, 2010. – ISBN 978-3-642-13807-2
- [32] LUTZ, H. ; WENDT, W.: *Taschenbuch der Regelungstechnik*. 8. Auflage. Harri Deutsch, 2010. – ISBN 978-3-8171-1859-5
- [33] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2 - Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 6. Auflage. Springer, 2010. – ISBN 978-3-642-10197-7
- [34] AMENT, Ch.: *Skript zur Vorlesung Systemidentifikation bzw. Prozessanalyse 2*. Technische Universität Ilmenau, SS 2014,
- [35] FRANKLIN, G. F. ; POWELL, J. D. ; NAEINI, A. E.: *Feedback Control of Dynamic Systems*. (2002). ISBN 0-13-032393-4
- [36] MATLAB/SIMULINK: *Version R2014a*. Natick, Massachusetts : The Mathworks Inc., 2014. – <http://www.mathworks.com/>
- [37] MATLAB/SIMULINK: *Version R2016a*. Natick, Massachusetts : The Mathworks Inc., 2016. – <http://www.mathworks.com/>
- [38] BOWICK, C.: *RF circuit design*. 2. Auflage. Elsevier Inc., 2008. – ISBN 978-0-7506-8518-4
- [39] TIETZE, U. ; SCHENK, Ch.: *Halbleiter-Schaltungstechnik*. 13. Auflage. Springer, 2010. – ISBN 978-3-642-01621-9

- [40] DÖRFLER, M.: *Entwicklung einer Matlab-Umgebung zur automatisierten Messwertaufnahme an einem Radiofrequenz-Ionentriebwerk*, Technische Hochschule Mittelhessen, Bachelorthesis, 2016
- [41] KÜCHLER, UA.: *Hochspannungstechnik - Grundlagen - Technologie - Anwendungen*. 3. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. – ISBN 978-3-540-78413-5
- [42] REEH, A. ; PROBST, U. ; KLAR, P. J.: Global model of a radio-frequency ion thruster with holistic consideration of the electron density profile. In: *European Physical Journal* (2018/19). – Manuscript in preparation.
- [43] WOLF, N. ; PROBST, U. ; KLAR, P. J.: System Identification of a Radio-Frequency Ion Thruster, Proceedings of the 34th International Electric Propulsion Conference, 2015
- [44] GAUSCH, F. ; HOFER, A. ; SCHLACHER, K.: *Digitale Regelkreise*. Vorlesungsskript der Technischen Universität Graz. [https://www.tugraz.at/fileadmin/user\\_upload/Institute/IRT/Buecher\\_Software/DigiReg.pdf](https://www.tugraz.at/fileadmin/user_upload/Institute/IRT/Buecher_Software/DigiReg.pdf). – Abgerufen am 06.08.2018.
- [45] GOEBBELS, S. ; RITTER, S.: *Mathematik verstehen und anwenden - von den Grundlagen bis zu Fourier-Reihen und Laplace-Transformation*. 2. Auflage. Springer, 2013. – ISBN 978-3-8274-3007-6
- [46] PROBST, U.: *Leistungselektronik für Bachelors - Grundlagen und praktische Anwendungen*. 2. Auflage. Carl Hanser Verlag München, 2011. – ISBN 978-3-446-42734-1
- [47] STÖCKER, H. (Hrsg.): *Taschenbuch der Physik : Formeln, Tabellen, Übersichten*. Nachdr. der 5., korrigierte Aufl. Frankfurt am Main, 2005. – ISBN 3-8171-1720-5
- [48] SHABALIN, I.: *Ultra-High Temperature Materials*. 2014. – ISBN 978-94-007-7586-2
- [49] BAUSCH, H. ; STEFFEN, H.: *Elektrotechnik - Grundlagen*. 5. Auflage. B. G. Teubner, 2004. – ISBN 978-3-519-46820-2
- [50] PREGLA, R.: *Grundlagen der Elektrotechnik*. 9. Auflage. VDE Verlag GmbH, 2016. – ISBN 978-3-8007-4205-9

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Prinzipieller Aufbau eines Radiofrequenz-Ionentriebwerkes . . . . .	8
2.2	Fotos der beiden Ionenequellen RIM-4 und RIM-10 . . . . .	11
2.3	Schematische Darstellung einer Rakete inkl. Vektorgrößen . . . . .	12
2.4	Schematische Darstellung der Divergenz . . . . .	19
2.5	Veranschaulichung des Stoßquerschnitts . . . . .	26
2.6	Transformatormodell zur Beschreibung einer induktiven Entladung .	32
2.7	Beispiel einer simulierten Plasmainpedanz in Abh. des Massenflusses	34
2.8	Schematische Darstellung des Extraktionssystem . . . . .	36
2.9	Perveanz-Kennlinie mit Direct-Impingement und Cross-Over . . . . .	39
2.10	Prinzipielle Verläufe des Potentials am Gittersystem . . . . .	42
3.1	Übersicht der Systemmodellierung . . . . .	45
3.2	Identifikation dynamischer Prozesse . . . . .	46
3.3	Beschreibungsformen linearer dynamischer Systeme . . . . .	49
3.4	Blockdiagramm zur Parameterbestimmung . . . . .	54
4.1	Blockschaltbild des gesamten Laboraufbaus . . . . .	60
4.2	Blockschaltbild des Messzweigs . . . . .	63
4.3	Aufbau und Frequenzgang des einfachen Tiefpassfilters . . . . .	64
4.4	Aufbau und Frequenzgang des Tiefpassfilters mit Resonanzdämpfung	66
4.5	Prinzipschaltbild der galvanisch getrennten Strommessmethode . . . .	68
4.6	Stabilitätsuntersuchung Strommessung mit Frequenzgang . . . . .	71
4.7	Stromübertragungsfaktor und diff. Widerstand des OK . . . . .	72
4.8	Frequenzgänge der Strommessschaltung bei untersch. Strahlströmen .	72
4.9	Prinzipschaltbild der Testumgebung . . . . .	73
4.10	Vereinfachte Darstellung eines Performance Mappings . . . . .	77
4.11	Vereinfachte Darstellung der Dynamikmessung . . . . .	78
4.12	Diagramm zur Darstellung der Messung des Electron Backstreaming .	79
5.1	Blockschaltbild zur Beschreibung der Ein-/Ausgangsgrößen eines RIM	82
5.2	Bifilare Spulengeometrien am RIM-4 und RIM-10 . . . . .	83
5.3	Glühwendeln des RIM-4 und RIM-10 . . . . .	84
5.4	Beispiel für die Messung des Electron Backstreamings . . . . .	85
5.5	Electron Backstreaming-Limits RIM-4 bei $U_{scr} = 900$ V . . . . .	86

5.6	Electron Backstreaming-Limits RIM-10 bei $U_{\text{scr}} = 900 \text{ V}$ . . . . .	87
5.7	Allgemeiner Verlauf eines Performance Mappings . . . . .	88
5.8	Simulierte Triebwerks- und Plasmaparameter eines RIM-4 . . . . .	90
5.9	Performance Mappings des RIM-4 . . . . .	92
5.10	Performance Mappings des RIM-10 . . . . .	94
5.11	Simulationsmodell eines RIM . . . . .	95
5.12	Sprungantworten der Modell-Übertragungsfunktionen . . . . .	97
5.13	Ablaufplan der Identifikation und Datenverarbeitung . . . . .	99
5.14	Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{uib}}(s)$ des RIM-4 . . . . .	103
5.15	Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{mffb}}(s)$ des RIM-4 . . . . .	105
5.16	Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{uib}}(s)$ des RIM-10 . . . . .	107
5.17	Parameter der Übertragungsfunktion $G_{\text{mffb}}$ des RIM-10 . . . . .	110
6.1	Regelkreis . . . . .	113
6.2	Numerisch berechnete Grenzwerte der Reglerverstärkung . . . . .	121
6.3	Numerisch berechnete Grenzwerte des Regler-I-Anteils . . . . .	122
6.4	Sprungantwort der Strahlstromregelung am RIM-4 . . . . .	125
6.5	Beispiel Phasenverschiebung und Amplitudenfehler . . . . .	126
6.6	Sprungantwort RIM-10 mit Variation der Frequenz . . . . .	128
6.7	Sprungantwort RIM-10 mit Variation der Spulengeometrien . . . . .	129
6.8	Sprungantwort RIM-10 mit Variation der Strahlströme . . . . .	130
A.1	Bezeichnungen der geometrischen Gitterabmessungen . . . . .	IV
B.1	Darstellung einer Abtastfolge mit Dirac-Impulsen . . . . .	VIII
C.1	Schaltskizze des einfachen LC-Tiefpasses . . . . .	XI
C.2	Schaltskizze des gedämpften LC-Tiefpasses . . . . .	XV
C.3	Schaltskizze Strommessung mit zug. Schutzbeschaltung . . . . .	XVII
C.4	Simulationsmodell und Frequenzgang des Optokopplers . . . . .	XIX
C.5	Simulationsmodell und Frequenzgang des Operationsverstärkers . . . . .	XX
C.6	Simulation der Strommessung mit sinusförmigem Strom . . . . .	XXI
C.7	Regression der Strommesskennlinie . . . . .	XXIV
C.8	Programmablaufplan der Aufnahme von Performance Mappings . . . . .	XXV
C.9	Programmablaufplan für dynamischen Offline-Datensatz . . . . .	XXVI
C.10	Programmablaufplan zur Aufnahmes rückströmender Elektronen . . . . .	XXVII
D.1	Temperatur des Wolframdrahts in Abhängigkeit der Spannung . . . . .	XXX
D.2	Emittierter Elektronenstrom in Abhängigkeit der Spannung . . . . .	XXXI
D.3	Electron Backstreaming-Limits RIM-4 bei $U_{\text{scr}} = 800 \text{ V}$ . . . . .	XXXII
D.4	Electron Backstreaming-Limits RIM-4 bei $U_{\text{scr}} = 1.000 \text{ V}$ . . . . .	XXXIII
D.5	Electron Backstreaming-Limits RIM-10 bei $U_{\text{scr}} = 800 \text{ V}$ . . . . .	XXXIV

---

D.6	Electron Backstreaming-Limits RIM-10 bei $U_{\text{scr}} = 1.000 \text{ V}$	. . .	XXXV
D.7	Parameter $G_{\text{uib}}$ des RIM-4 mit Bifilarspule	. . . . .	XXXVI
D.8	Parameter $G_{\text{uib}}$ des RIM-4 mit Konventioneller Spule	. . . . .	XXXVII
D.9	Parameter $G_{\text{uib}}$ des RIM-10 mit Bifilarspule	. . . . .	XXXVIII
D.10	Parameter $G_{\text{uib}}$ des RIM-10 mit Konventioneller Spule	. . . . .	XXXIX



# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, Niklas Wolf, dass ich alle im Rahmen dieser Arbeit notwendigen Tätigkeiten selbst geplant und durchgeführt habe. Fremde Inhalte, wortwörtliche oder sinngemäße, wurden stets als solche zitiert und offenkundig dargestellt. Grundlegende und im technischen Sektor als allgemein bekannt zu wertende Definitionen sind von dieser Regulierung ausgeschlossen.

Gießen, 28. August 2018

Niklas Wolf



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all den Menschen danken, die in den letzten Jahren ihren Beitrag geleistet und mir damit auch zum Abschluss dieser Arbeit verholfen haben.

An erster Stelle gilt mein Dank meinem Doktorvater Prof. Dr. Peter J. Klar. Seine lockere und offene Art hatte stets eine beruhigende Wirkung, wenn Vorträge, Konferenzen oder andere Termine auf der Agenda standen oder die Probleme der Arbeit überhandnahmen.

Auch meinem Zweitgutachter und direktem Betreuer Prof. Dr. Uwe Probst gebührt ein besonderer Dank. Er hat mich stets durch zielführende Diskussionen und Hilfestellungen begleitet und unterstützt. Durch sein Engagement und sein fachliches Wissen hat er sehr viel für die Arbeitsgruppe und auch für meine persönliche Arbeit geleistet, und dies stets mit einer freundlichen und fürsorglichen Art. Er vermittelte kontinuierlich das Gefühl, dass auf jedes Tief wieder ein Hoch folgt.

Zusätzlich möchte ich den weiteren betreuenden Professoren aus der Arbeitsgruppe danken: Prof. Dr. Rainer Thüringer, Prof. Dr. Ubbo Ricklefs und Prof. Dr. Jochen Frey. Sie konnten mit ihrem Feedback und ihrer Erfahrung zu Verbesserungen oder einem Umdenken der Herangehensweise dazu beitragen, eigene Ansichten zu bestärken oder auch zu hinterfragen. Dabei sei noch einmal ein besonderer Dank an Herr Prof. Dr. Frey gerichtet, mit dessen Expertise das Stabilitätsproblem der Strommessung gelöst werden konnte.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen ehemaligen Arbeitskollegen Jens Simon, Chris Volkmar und Timo Baruth sowie bei meinen aktuellen Kollegen Andreas Reeh, Christian Rößler und Jan Erik Junker. Sie ermöglichten ein entspanntes und freundschaftliches Arbeitsklima, in dem nicht nur über die Arbeit sondern auch über die allgemeinen Dinge des Lebens gesprochen werden konnte. Dabei sei Andreas Reeh hervorgehoben, der mit der Beantwortung plasmaphysikalischer Fragen und der Bereitstellung seiner Simulationsergebnisse einen großen Beitrag zur Fertigstellung meiner Arbeit geleistet hat.

Für ihre Unterstützung danke ich den Kollegen der Justus-Liebig-Universität, die bei Problemen mit dem Triebwerk immer zur Verfügung standen und Antworten parat hatten. Zu nennen sind hier insbesondere Waldemar Gärtner, Peter Köhler, Kristof Holste sowie Patrick Dietz.

Ein weiterer Dank gilt Marc Dörfler, der im Rahmen seiner Bachelorarbeit einen Großteil der Teststandautomatisierung übernahm.

---

Darüber hinaus danke ich meiner Partnerin Katrin Pekar, die mit ihrer liebevollen Art und ihrer schier unendlichen Geduld dafür gesorgt hat, dass ich auch die letzten Phasen der Ausarbeitung überstehen konnte. Sie stand mir stets zur Seite und hat mich wieder aufgebaut, wenn mir die Verzweiflung ins Gesicht geschrieben stand.

Der letzte Dank gilt meinen Eltern, die mich auf allen Lebenswegen und in allen Situationen bestärkt, unterstützt und mir geholfen haben, und das obwohl es nicht immer einfach war. Ohne sie hätte ich den gewählten Weg nie einschlagen und bewältigen können.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des LOEWE-Schwerpunkts RITSAT durchgeführt, welcher vom Hessischen Ministerium für Wissenschaft und Kunst (HMWK) gefördert wurde.

Des Weiteren wurde die Arbeit durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) im Rahmen des Projekts "Charakterisierung von Ionentriebwerken am Beispiel eines modifizierten RIT-Systems" unter dem Kennzeichen 50RM1530 gefördert.



# Anhang A

## Ergänzungen zu Kapitel 2

### A.1 Modifiziertes

#### Langmuir-Schottky-Child-Gesetz

Abbildung A.1 zeigt die geometrischen Bezeichnungen des Extraktionsgittersystems. Beispielhaft ist dort die Plasmarandschicht gezeigt, die sich in das Plasmainnere wölbt. Dieser Meniskus beeinflusst die Raumladungsbegrenzung, die in Kapitel 2.5 beschrieben wurde. Wurde in Gl. (2.76) im Nenner der Abstand  $l_g$  verwendet, so muss nun die korrigierte Größe  $l_e$  genutzt werden, da sich der von den Ionen zurückgelegte Weg, bzw. der Einfluss des elektrischen Feldes, durch den größeren Abstand verändert. Geht man von einem gleichmäßigen Meniskus über den gesamten Durchmesser des Extraktionsloches aus, kann  $l_e$  vereinfacht über den Satz des Pythagoras beschrieben werden [2]:

$$l_e^2 = (l_g + t_s)^2 + \left(\frac{d_s}{2}\right)^2 \rightarrow l_e = \sqrt{(l_g + t_s)^2 + \frac{d_s^2}{4}} \quad (\text{A.1})$$

Ersetzt man  $l_e$  in Gl. (2.76) durch  $l_e$  in Gl. (A.1), folgt das modifizierte Langmuir-Schottky-Child Gesetz mit:

$$J_{i,\max} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}}}{l_e^2} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}}}{(l_g + t_s)^2 + d_s^2/4} \quad (\text{A.2})$$

Und analog ergibt sich dann für den maximalen Strahlstrom aus Gl. (2.78):

$$I_{b,\max} = \frac{N_g \pi \epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{d_s^2}{(l_g + t_s)^2 + d_s^2/4} U_{\text{ex}}^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A.3})$$

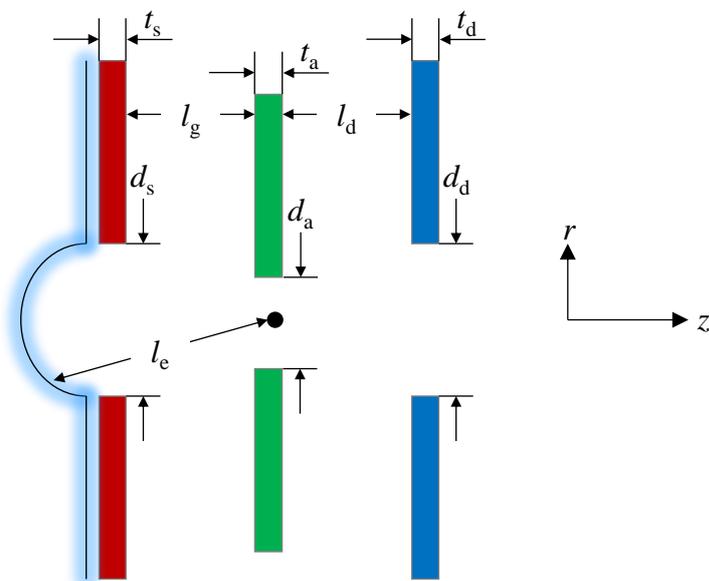


Abbildung A.1: Schematische Darstellung der Gitter mit individuellem Extraktionskanal zur Erläuterung des modifizierten Langmuir-Schottky-Child-Gesetzes und zur Veranschaulichung der geometrischen Parameter, wie Dicke  $t$ , Abstand  $l$  und Durchmesser  $d$  der einzelnen Gitter. Von links nach rechts sind zunächst gewölbtes Plasma, Abschirmgitter mit Index "s", Beschleunigungsgitter mit Index "a" und Bremsgitter mit Index "d" dargestellt.

# Anhang B

## Ergänzungen zu Kapitel 3

### B.1 Fourier- und Laplace-Transformation mit Rechenregeln

Der Frequenzgang, bzw. das Übertragungsverhalten eines linearen Systems im Frequenzbereich, wird für nichtperiodische Eingangssignale durch die Fouriertransformation beschrieben. Sie bildet eine Zeitfunktion  $x(t)$  im Frequenz- oder Bildbereich ab und ist durch folgendes Integral definiert [28]:

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B.1})$$

Für viele in der Regelungstechnik verwendeten Eingangssignale, dazu zählen z.B. die Sprungfunktion oder Anstiegsfunktion, ist die Fourier-Transformierte nicht existent, das Integral konvergiert nicht. Um die Konvergenz des Integrals zu erfüllen, wird die komplexe Bildvariable  $s$  eingeführt, die Laplace-Variable:

$$s = \sigma + i\omega \quad (\text{B.2})$$

Unter der Prämisse, dass die Transformation nur für Signale mit  $t > 0$  existiert, kann mithilfe der Bildvariablen die Laplace-Transformation eingeführt und wie folgt ausgedrückt werden [32]:

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} x(t)e^{-\sigma t} \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B.3})$$

$X(s)$  beschreibt die Laplace-Transformierte der Funktion  $x(t)$ . Der Übergang vom Zeitbereich in den Bildbereich wird durch das  $\mathcal{L}$  angedeutet, oft wird auch das folgende Transformationszeichen verwendet:

$$x(t) \circ \bullet X(s) \quad (\text{B.4})$$

Entsprechende Rücktransformationen für Fourier und Laplace werden durch die Umkehrtransformation mit den Symbolen  $\mathcal{F}^{-1}$  und  $\mathcal{L}^{-1}$  dargestellt. In der Literatur liegen Tabellen vor, die die Lösungen der Transformation und Rücktransformation gängiger Übertragungsglieder liefern. Darüber hinaus gelten bei der Laplace-Transformation die folgenden Rechenregeln, die bspw. in Kapitel 3 Verwendung finden:

## Linearität

Für die Laplace-Transformation gilt Linearität und daraus folgend auch Verstärkungs- und Überlagerungsprinzip. Die Verstärkungsregel ergibt sich zu:

$$\mathcal{L}\{b \cdot x(t)\} = b \cdot \mathcal{L}\{x(t)\} = b \cdot X(s) \quad (\text{B.5})$$

Das Überlagerungsprinzip wird ausgedrückt durch:

$$\mathcal{L}\{x_1(t) \pm x_2(t)\} = \mathcal{L}\{x_1(t)\} \pm \mathcal{L}\{x_2(t)\} = X_1(s) \pm X_2(s) \quad (\text{B.6})$$

## Verschiebungssatz

Der Verschiebungssatz kommt bei Übertragungselementen mit Totzeit zum Einsatz. Eine Totzeitelement beschreibt ein bezogen auf das Eingangssignal um die Zeit  $T_t$  verzögertes Ausgangssignal. Spezielle Anregungsfunktionen lassen sich als Summe verzögert einsetzender Standardfunktionen darstellen [32]. Durch den Verschiebungssatz ist die Darstellung im Frequenzbereich möglich. Dabei wird eine zeitverschobene Funktion  $x(t - T_t)$  durch die Multiplikation aus nichtverschobener transformierter Funktion  $X(s)$  mit dem Verschiebungsoperator  $e^{-sT_t}$  im Frequenzbereich dargestellt:

$$\mathcal{L}\{x(t - T_t)\} = e^{-sT_t} \cdot \mathcal{L}\{x(t)\} = e^{-sT_t} \cdot X(s) \quad (\text{B.7})$$

Gleichung (B.7) ist gültig für  $T_t > 0$ .

## Ähnlichkeitssatz

Wird die Variable  $t$  der Funktion  $x(t)$  mit einer reellen Konstanten  $b$  multipliziert, für die  $b > 0$  gilt, dann folgt für die Berechnung der Bildvariablen mit dem Ähnlichkeitssatz:

$$\mathcal{L}\{x(b \cdot t)\} = \frac{1}{b} \cdot X\left(\frac{s}{b}\right) \quad (\text{B.8})$$

Der Ähnlichkeitssatz gilt in gleichem Maße für die Division von  $t$  durch die Konstante  $b$ :

$$\mathcal{L} \left\{ x \left( \frac{t}{b} \right) \right\} = b \cdot X(b \cdot s) \quad (\text{B.9})$$

## Differentiations- und Integrationsatz

Für eine Differentiation im Zeitbereich folgt im Frequenzbereich:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x}{dt^n} \right\} = s^n X(s) - \left[ s^{n-1} x(0) + s^{n-2} \frac{dx}{dt} \Big|_{t=0} + \dots + s \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} \Big|_{t=0} + \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} \Big|_{t=0} \right]$$

Der Differentiationsatz kann auch in allgemeiner Form dargestellt werden durch:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x}{dt^n} \right\} = s^n X(s) - \sum_{i=1}^n s^{n-i} \cdot \frac{d^{i-1} x}{dt^{i-1}} \Big|_{t=0} \quad (\text{B.10})$$

Für Systeme energiefreien Anfangszustands ergibt der vereinfachte Differentiationsatz:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x}{dt^n} \right\} = s^n \cdot X(s) \quad (\text{B.11})$$

Für Integration im Zeitbereich gilt im Frequenzbereich:

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} = \frac{1}{s} \cdot \mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{s} \cdot X(s) \quad (\text{B.12})$$

## Faltungssatz

Eine Multiplikation im Frequenzbereich entspricht dem Faltungsintegral im Zeitbereich und ergibt sich somit zu:

$$\mathcal{L}\{x_1(t) * x_2(t)\} = \mathcal{L} \left\{ \int_0^t x_1(t - \tau) \cdot x_2(\tau) d\tau \right\} = X_1(s) \cdot X_2(s) \quad (\text{B.13})$$

## Grenzwertsätze

Die Berechnung der Start- und Endwerte einer Funktion im Zeitbereich kann über die Grenzwertsätze im Bildbereich durchgeführt werden. Der Anfangswertsatz ergibt:

$$x(t = 0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot X(s) \quad (\text{B.14})$$

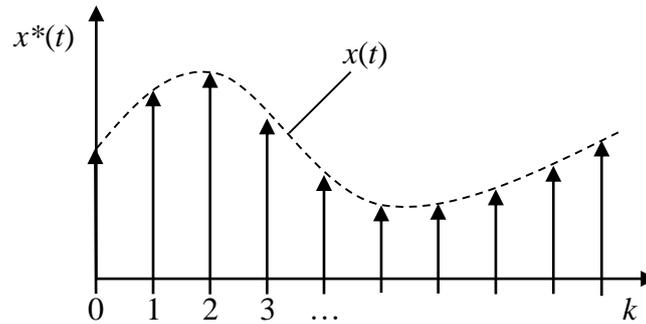


Abbildung B.1: Darstellung eines abgetasteten zeitkontinuierlichen Signals mit Dirac-Impulsen.

Für die Berechnung des Endwerts  $x(t \rightarrow \infty)$  der Funktion gilt:

$$x(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot X(s) \quad (\text{B.15})$$

Die Grenzwertsätze spielen vor allem bei der Berechnung der stationären Größen von Regelkreisen und insbesondere zur Berechnung der bleibenden Regeldifferenz eine wichtige Rolle.

## B.2 $\mathcal{Z}$ -Transformation

In Analogie zur Laplace-Transformation kontinuierlicher Signale  $x(t)$  gibt es die  $\mathcal{Z}$ -Transformierte für diskrete Signale bzw. Folgen  $\{x(k)\}$ . Ausgehend von einem beliebigen kontinuierlichen Signal  $x(t)$  in Abb. B.1 wird dieses nur zu den festen Zeitpunkten  $t = k \cdot T_s$  abgetastet und ist auch nur dort von null verschieden. Die abgetastete Funktion wird als  $x^*(t)$  definiert und kann als Folge von Dirac-Impulsen  $\delta(t)$  wie folgt beschrieben werden:

$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_s) \cdot \delta(t - kT_s) \quad (\text{B.16})$$

Wendet man auf Gl. (B.16) die Laplace-Transformation an, erhält man:

$$\begin{aligned} X^*(s) &= \mathcal{L}\{x^*(t)\} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_s) \cdot \mathcal{L}\{\delta(t - kT_s)\} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_s) \cdot e^{-ksT_s} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Der exponentielle Term  $e^{-ksT_s}$  in der Summe ist eine komplexe Zahl, die von der Abtastzeit  $T_s$  und dem Summationsindex  $k$  abhängig ist. Führt man für  $e^{sT_s}$  die

komplexe Variable  $z$  ein, ergibt sich für die Laplace-transformierte Funktion  $X^*(s)$ :

$$\begin{aligned} X^*(s) &= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_s) \cdot e^{-ksT_s} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_s) \cdot e^{(sT_s)^{-k}} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot z^{-k} \end{aligned} \tag{B.18}$$

Da  $X^*(s)$  nun nicht mehr von  $s$  abhängt, sondern von  $z$ , wird eine neue Funktion eingeführt:

$$X(z) = X^*(s)|_{e^{sT_s}=z} \tag{B.19}$$

Mit  $X(z)$  erhält man die  $\mathcal{Z}$ -Transformierte der Folge  $x(k)$ :

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot z^{-k} \tag{B.20}$$

Die komplexe Variable  $z$  impliziert eine Zeitverschiebung um eine Abtastzeit. So kann man  $z^{-1}$  als "Warten" auf den ersten Abtastwert bezeichnen,  $z^{-2}$  als "Warten" auf den zweiten Abtastwert, etc. Mit positivem  $k$  als Exponent wird sie auch als Ein-Schritt-Schiebeoperator deklariert, mit negativem  $k$  als Ein-Schritt-Rückwärtschiebeoperator. Die komplexe Variable entspricht außerdem mit  $z^{-1} = e^{-sT_s}$  der Übertragungsfunktion eines Totzeitgliedes mit der Abtastzeit  $T_s$  als Totzeit.

## Verschiebungssatz

Die Differenzgleichung aus Gl. (3.7) wird unter der Voraussetzung, dass die Anfangswerte Null sind, transformiert [33]. Die Rechenregeln für die Verschiebung ergeben folgende Transformationsvorschriften:

$$y(k) \rightarrow Y(z), \quad y(k+i) \rightarrow z^i \cdot Y(z), \quad y(k-i) \rightarrow z^{-i} \cdot Y(z), \tag{B.21}$$

$$u(k) \rightarrow U(z), \quad u(k+i) \rightarrow z^i \cdot U(z), \quad u(k-i) \rightarrow z^{-i} \cdot U(z) \tag{B.22}$$



# Anhang C

## Ergänzungen zu Kapitel 4

### C.1 Ergänzung zum Hochspannungs-HF-Filter

Für die Auslegung des Filters gemäß Abb. C.1 wird dessen Differentialgleichung und Übertragungsfunktion benötigt. Daraus lassen sich die benötigten Größen wie Grenzfrequenz, Dämpfung und Güte herleiten bzw. errechnen.

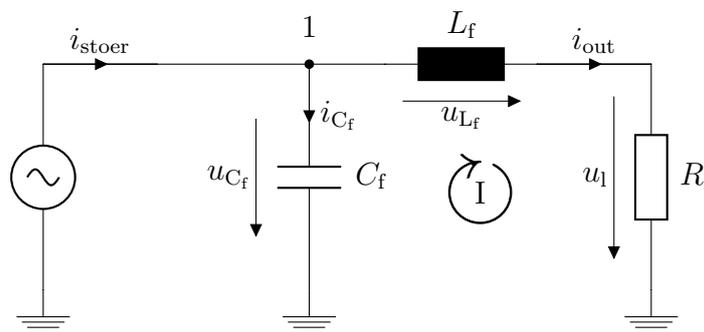


Abbildung C.1: Schaltskizze des einfachen LC-Tiefpasses.

### Herleitung der Übertragungsfunktion

Zunächst werden die Maschen- und Knotengleichungen nach dem Kirchhoff'schen Gesetz aufgestellt:

$$\text{Masche I: } 0 = -u_{C_f} + u_{L_f} + u_l \rightarrow u_{C_f} = u_{L_f} + u_l \quad (\text{C.1})$$

$$\text{Knoten 1: } 0 = i_{\text{stoer}} - i_{C_f} - i_{\text{out}} \rightarrow i_{\text{stoer}} = i_{C_f} + i_{\text{out}} \quad (\text{C.2})$$

Im nächsten Schritt wird die Beziehung zwischen Strom und Spannung der einzelnen Elemente hergestellt:

$$\begin{aligned}i_{C_f} &= C_f \cdot \frac{du_{C_f}}{dt} \\u_{L_f} &= L_f \cdot \frac{di_{out}}{dt} \\u_l &= i_{out} \cdot R_l\end{aligned}$$

In Gleichung (C.1) eingesetzt, ergibt sich die Spannung über der Kapazität mit:

$$u_{C_f} = L_f \cdot \frac{di_{out}}{dt} + i_{out} \cdot R_l$$

Und daraus folgend der Strom:

$$i_{C_f} = C_f \cdot \left( L_f \cdot \frac{d^2 i_{out}}{dt^2} + R_l \cdot \frac{di_{out}}{dt} \right)$$

In die Knotengleichung (C.2) eingesetzt, erhält man die Differenzialgleichung 2. Ordnung des Eingangsstroms  $i_{stoer}$  in Abhängigkeit des Ausgangsstroms  $i_{out}$ :

$$i_{stoer} = C_f \cdot L_f \cdot \frac{d^2 i_{out}}{dt^2} + C_f \cdot R_l \cdot \frac{di_{out}}{dt} + i_{out} \quad (C.3)$$

Mittels Laplace kann die Differenzialgleichung in den Bildbereich transformiert werden:

$$I_{stoer}(s) = s^2 \cdot I_{out}(s) \cdot C_f \cdot L_f + s \cdot I_{out}(s) \cdot C_f \cdot R_l + I_{out}(s)$$

Nach Umformung erhält man die Übertragungsfunktion des Filters als Verhältnis des Ausgangsstroms zum Eingangsstrom (Störstrom):

$$G_f(s) = \frac{I_{out}(s)}{I_{stoer}(s)} = \frac{1}{1 + s \cdot C_f \cdot R_l + s^2 \cdot C_f \cdot L_f} \quad (C.4)$$

Der Koeffizientenvergleich mit der Standard-Übertragungsfunktion eines schwingungsfähigen PT<sub>2</sub>-Systems

$$G(s) = \frac{1}{1 + s \cdot \frac{2D}{\omega_0} + s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2}}$$

liefert die Dämpfung  $D$  und Resonanzfrequenz  $f_0$  des Filters:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_f \cdot L_f} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{C_f \cdot L_f}} \quad (\text{C.5})$$

$$D = \frac{R_l \cdot C_f \cdot \omega_0}{2} = \frac{R_l \cdot C_f}{2 \cdot \sqrt{C_f \cdot L_f}} = \frac{R_l}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_f}{L_f}} \quad (\text{C.6})$$

## Berechnung der 3dB-Grenzfrequenz

Für die Berechnung der 3dB-Grenzfrequenz wird die komplexe Hilfsvariable  $s$  der Laplace-Transformation durch  $j\omega$  ersetzt [45] und mit der Konjugierten des Nenners multipliziert, sodass man Real- und Imaginärteil der Funktion erhält:

$$\begin{aligned} G_f(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega \cdot C_f \cdot R_l - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f} = \frac{1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f - j\omega \cdot C_f \cdot R_l}{(1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2} \\ &= \frac{1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f}{(1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2} + j \frac{-\omega \cdot C_f \cdot R_l}{(1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2} \end{aligned}$$

Im nächsten Schritt wird der Betrag der Übertragungsfunktion gebildet. Man erhält die Amplitude der Systemantwort in Abhängigkeit von der Frequenz:

$$\begin{aligned} |G_f(j\omega)| &= \sqrt{\frac{(1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2}{((1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega \cdot C_f \cdot R_l)^2}} \end{aligned}$$

3dB entspricht einem Faktor von  $\approx 1/\sqrt{2}$ . Gleichgesetzt und aufgelöst ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} |G_f(j\omega)|_{3\text{dB}} &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega_{3\text{dB}}^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega_{3\text{dB}} \cdot C_f \cdot R_l)^2}} \\ 2 &= (1 - \omega_{3\text{dB}}^2 \cdot C_f \cdot L_f)^2 + (\omega_{3\text{dB}} \cdot C_f \cdot R_l)^2 \\ 0 &= \omega_{3\text{dB}}^4 + \omega_{3\text{dB}}^2 \cdot \frac{R_l^2 \cdot C_f^2 - 2 \cdot C_f \cdot L_f}{C_f^2 \cdot L_f^2} - \frac{1}{C_f^2 \cdot L_f^2} \end{aligned}$$

Durch die Substitution mit  $x = \omega_{3\text{dB}}^2$  erhält man:

$$0 = x^2 + x \cdot \frac{R_l^2 \cdot C_f^2 - 2 \cdot C_f \cdot L_f}{C_f^2 \cdot L_f^2} - \frac{1}{C_f^2 \cdot L_f^2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \cdot C_f \cdot L_f - R_1^2 \cdot C_f^2}{2 \cdot L_f^2 \cdot C_f} \pm \sqrt{\frac{(2 \cdot C_f \cdot L_f - R_1^2 \cdot C_f^2)^2}{4 \cdot L_f^4 \cdot C_f^4} + \frac{1}{L_f^2 \cdot C_f^2}}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \cdot L_f - C_f \cdot R_1^2 \pm \sqrt{8 \cdot L_f^2 - 4 \cdot L_f \cdot C_f \cdot R_1^2 + C_f^2 \cdot R_1^4}}{2 \cdot L_f^2 \cdot C_f}$$

Mit  $\omega_{3\text{dB}} = \pm\sqrt{x}$  erhält man die Lösungen der 3dB-Grenzfrequenz:

$$\omega_{3\text{dB}} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot L_f - C_f \cdot R_1^2 \pm \sqrt{8 \cdot L_f^2 - 4 \cdot L_f \cdot C_f \cdot R_1^2 + C_f^2 \cdot R_1^4}}{2 \cdot L_f^2 \cdot C_f}}$$

Da nur rein reelle Lösungen der Frequenz von Interesse sind, ergibt sich als einzige Lösung der 3dB-Grenzfrequenz:

$$f_{3\text{dB}} = \sqrt{\frac{2 \cdot L_f - C_f \cdot R_1^2 + \sqrt{8 \cdot L_f^2 - 4 \cdot L_f \cdot C_f \cdot R_1^2 + C_f^2 \cdot R_1^4}}{8\pi^2 \cdot L_f^2 \cdot C_f}} \quad (\text{C.7})$$

## Auslegung der Filtergüte

Die Güte des Filters kann mit Hilfe der Dämpfung aus (C.6) errechnet werden:

$$Q = \frac{1}{2D} = \frac{1}{R_1} \cdot \sqrt{\frac{L_f}{C_f}}$$

Ist eine Güte gefordert (für bspw. flachen Frequenzgang) und sind die frequenzabhängigen Bauteile durch die Auslegung der Grenzfrequenz definiert, kann die Güte durch den Lastwiderstand beeinflusst werden. Details dazu werden in Kapitel 4.2 genauer erläutert. Der Lastwiderstand in Abhängigkeit von der Güte ergibt sich zu:

$$R_1 = \frac{1}{2D} = \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \quad (\text{C.8})$$

## Übertragungsfunktion des Filters mit angepasster Güte

Auf die genaue Herleitung der Übertragungsfunktion für den angepassten Filter wird hier verzichtet, da die Vorgehensweise analog zum einfachen LC-Tiefpassfilter erfolgt:

- Aufstellen der Knoten- und Maschengleichungen (Knoten 1, 2 und Masche I)
- Beziehung zwischen Strom und Spannung der einzelnen Komponenten
- Einsetzen, sodass nur noch Störstrom  $i_{\text{stoer}}$  und Ausgangsstrom  $i_{\text{out}}$  in der Gleichung vorkommen
- Transformation mittels Laplace in den Bildbereich

- Umformen nach  $i_{\text{out}}/i_{\text{stoer}}$

Man erhält die Übertragungsfunktion 3. Ordnung für den angepassten Tiefpassfilter:

$$G_{f+}(s) = \frac{1 + s \cdot \frac{L_d}{R_d}}{1 + s \cdot \left( C_f \cdot R_l + \frac{L_d}{R_d} \right) + s^2 \cdot C_f \cdot \left( L_f + L_d + \frac{L_d}{R_d} \cdot R_l \right) + s^3 \cdot \frac{C_f \cdot L_f \cdot L_d}{R_d}}$$

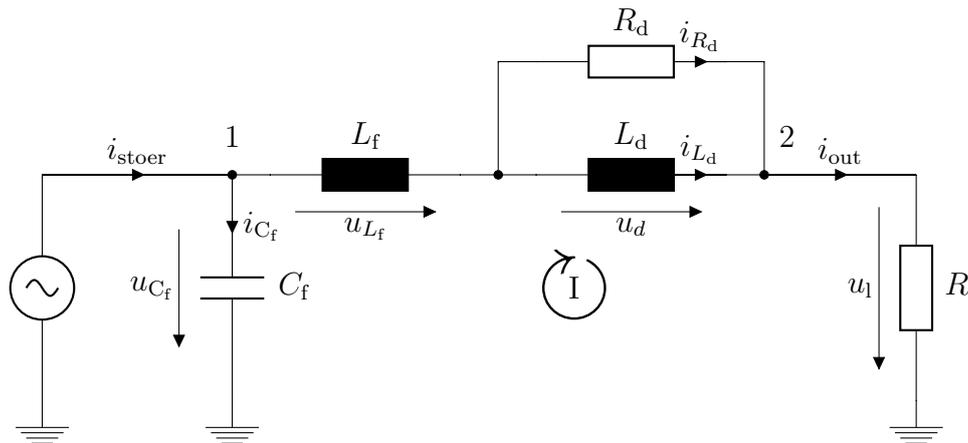


Abbildung C.2: Schaltskizze des gedämpften LC-Tiefpasses.

## C.2 Strommessmethode - Berechnungen und Frequenzgänge

### Berechnungen von Ausgangswiderstand und Vorwiderstand zur Verringerung der Transistorverluste

In Abb. C.3 wird noch einmal die Skizze der Strommessung aus Kapitel 4.3 aufgegriffen. Die Berechnung des Ausgangswiderstands ergibt sich durch die maximal zulässige Ausgangsspannung, die mit 10 V vom Echtzeitmesssystem vorgegeben wird. Der Maximalstrom ist mit 30 mA festgelegt. Damit berechnet sich der Ausgangswiderstand zu:

$$R_{\text{out}} = \frac{10}{30 \text{ mA}} = 333 \Omega$$

Um den Vorwiderstand  $R_v$  zu bestimmen, muss zunächst eine Arbeitspunkt Betrachtung des Transistors vorgenommen werden. Der Strom  $I_c$  durch den Transistor ergibt sich durch den CTR des Optokopplers und ist somit abhängig vom Eingangsstrom. Abbildung 4.7 zeigt den simulierten Verlauf des CTR. Der maximale Kollektorstrom ergibt sich bei einem Eingangsstrom von etwa 25 mA und einem CTR von 0,57. Für

eine SMD-Bauform mit der Größe 0805 ergibt sich eine maximal zulässige Leistung von 125 mW. Daraus kann der größtmögliche Widerstand berechnet werden:

$$R_{v,\max} = \frac{P_{\max}}{I_{c,\max}} = \frac{125 \text{ mW}}{(0,57 \cdot 25 \text{ mA})^2} = 616 \ \Omega$$

Die maximale Leistung am Transistor ist im Datenblatt mit 150 mW angegeben. Daraus ergibt sich bei maximalem Strom die maximale Spannung, die über dem Transistor abfallen darf, zu:

$$U_{CE,\max} = \frac{150 \text{ mW}}{0,57 \cdot 25 \text{ mA}} = 10,53 \text{ V}$$

Daraus kann nun der Minimalwert des Vorwiderstands ermittelt werden:

$$R_{v,\min} = \frac{U_B - U_{CE,\max}}{I_{c,\max}} = \frac{15 \text{ V} - 10,53 \text{ V}}{0,57 \cdot 25 \text{ mA}} = 313 \ \Omega$$

Als Vorwiderstand wird 390  $\Omega$  gewählt, möglichst nahe am Minimalwert, um den Spannungsabfall über dem Transistor so zu wählen, dass dieser sich über den kompletten Arbeitsbereich im Sättigungsbetrieb befindet.

## Auslegung der Schutzbeschaltung gegenüber Strom- und Spannungsspitzen im Messzweig der Gitterströme

Aufgrund von im Betrieb aufkommenden Spannungs- und Stromspitzen kann es zur Zerstörung des Optokopplers bzw. dessen Leuchtdiode kommen. Um diesen Zerstörungseffekt zu verhindern, ist eine Schutzbeschaltung vorgesehen, die in Abbildung C.3b zu sehen ist. Sie besteht aus einem Widerstand in Serie zur Optokoppler-LED und einer parallelen Suppressordiode<sup>1</sup>. Tritt ein zu hoher Spannungsabfall über der Messschaltung auf, die oberhalb der Durchbruchspannung  $U_{br}$  der Suppressordiode liegt, dann wird diese kurzgeschlossen. Durch den Spannungsabfall  $U_{R_s}$  an  $R_s$  wird die Durchbruchspannung auch bei impulsartigen hohen Strömen erreicht. Für die Auslegung der TVS-Diode und des Widerstands  $R_s$  müssen zunächst die Eigenschaften der Schaltung beachtet werden. So muss die Durchbruchspannung niedriger sein als die Sperrspannung der Optokoppler-Diode,  $R_s$  muss klein genug sein, damit die Durchbruchspannung nicht bereits für Betriebsströme  $< 30 \text{ mA}$  erreicht wird. Ist der Widerstand zu klein gewählt, ergibt sich sowohl im Nennbetrieb als auch bei Stromspitzen aufgrund des Stromteilers von  $I_{B,\text{pos/neg}}$  und  $I_{TVS}$  ein zu hoher Strom im Messzweig. Durch die Wahl einer bipolaren TVS-Diode, lassen sich so ohne Zusatzbeschaltung beide Strommesspfade gleichzeitig schützen. Die Sperrspannung der OK-Diode liegt laut Datenblatt bei 6 V, messtechnisch wurden Werte über 10 V er-

---

<sup>1</sup>Auch oft als TVS-Diode (**T**ransient **V**oltage **S**uppressor **D**iode) bezeichnet. Dargestellt ist diese mit zwei antiseriellen Z-Dioden.

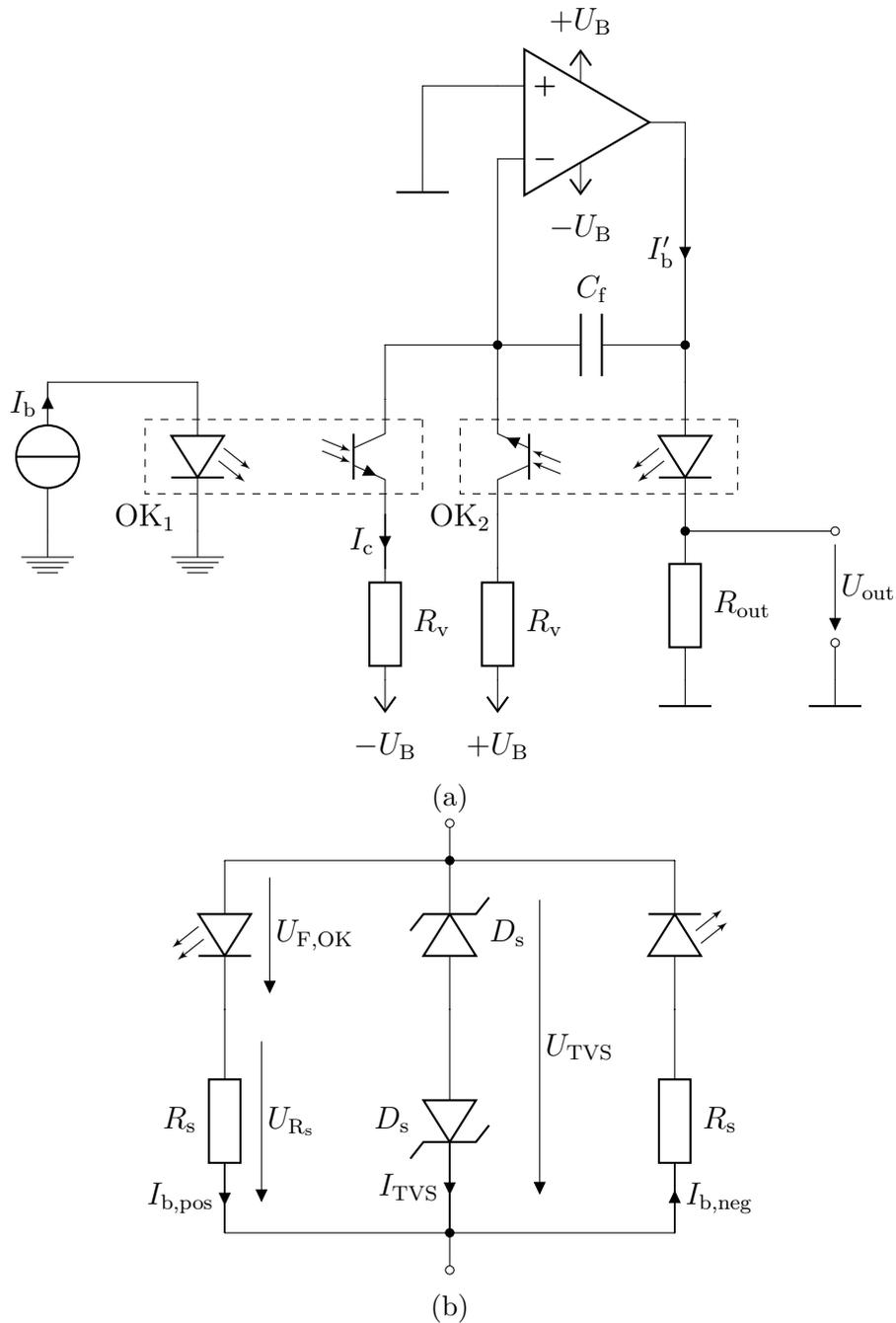


Abbildung C.3: (a) Schaltskizze der Strommessmethode aus Kapitel C.2 (b) Schutzbeschaltung des Trennverstärkers für Spannungs- und Stromspitzen

mittelt, somit kann eine TVS-Diode mit Durchbruchspannung im Bereich von 6 V bis 7 V verwendet werden<sup>1</sup>. Der maximale Strom  $I_{b,max}$  liegt bei verwendetem Optokoppler bei 80 mA und einer Spannung von  $U_{F,OK} = 1,5$  V. Daraus ergibt sich der minimale Widerstandswert von:

$$R_{s,min} = \frac{U_{br} - U_{F,OK}}{I_{b,max}} = \frac{6,5 \text{ V} - 1,5 \text{ V}}{80 \text{ mA}} = 62,5 \Omega$$

Der maximale Widerstand ergibt sich beim minimal zugelassenen Strom von  $I_b = 30$  mA und zugehöriger Diodenspannung  $U_{F,OK} = 1,3$  V wie folgt:

$$R_{s,max} = \frac{U_{br} - U_{F,OK}}{I_{b,max}} = \frac{6,5 \text{ V} - 1,3 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = 173,3 \Omega$$

Gewählt wurde ein Wert von 75  $\Omega$ .

## Ergänzende Frequenzgänge

Für die Stabilitätsuntersuchung wurden die einzelnen Komponenten der Strommessschaltung bezüglich des Frequenzverhaltens untersucht. Die folgenden Diagramme bilden die Ergänzung zu den in Kap. 4.3 erläuterten Verläufen.

Abbildung C.4 zeigt den untersuchten Frequenzgang des Optokopplers. Die Verläufe ändern sich in Abhängigkeit des eingespeisten Gleichstroms nur unwesentlich. Allgemein ist eine Tiefpasscharakteristik zu erkennen, bei hohen Frequenzen sinkt die Verstärkung um etwa 20 dB pro Dekade und der Phasengang erreicht  $-90^\circ$ .

Für die Untersuchung des Operationsverstärkers wurde das Simulationsmodell in Abb. C.5a verwendet, um Leerlaufverstärkung und zugehörigen Phasengang darstellen zu können. Man erkennt, dass die Verstärkung des OPs mit steigender Frequenz abfällt. Dabei hat der OP eine Phasenverschiebung von  $-90^\circ$ , die bei höheren Frequenzen noch weiter sinkt. Bei der Kombination beider Komponenten kommt es aufgrund einer Phasenverschiebung von  $-180^\circ$  und einer Verstärkung von  $> 0$  dB zu Instabilität.

## Verfälschung des Strommess-Mittelwerts

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben kann es zu einem verfälschten Messwert führen, wenn die Amplituden des eingespeisten RF-Störsignals über dem eigentlichen Nutzsignal liegen. In diesem Fall kommt es aufgrund der Nutzung von Dioden im Strommesszweig zu einer Gleichrichtung des Stroms und daraus folgend zu einem Mittelwert  $\neq 0$ , der sich auf den gemessenen Nutzstrom addiert. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, sind die Strommessungen für jeden Messzweig bipolar aufgebaut. So

---

<sup>1</sup>Verwendet wird eine TVS-Diode des Typs SMA6J5.

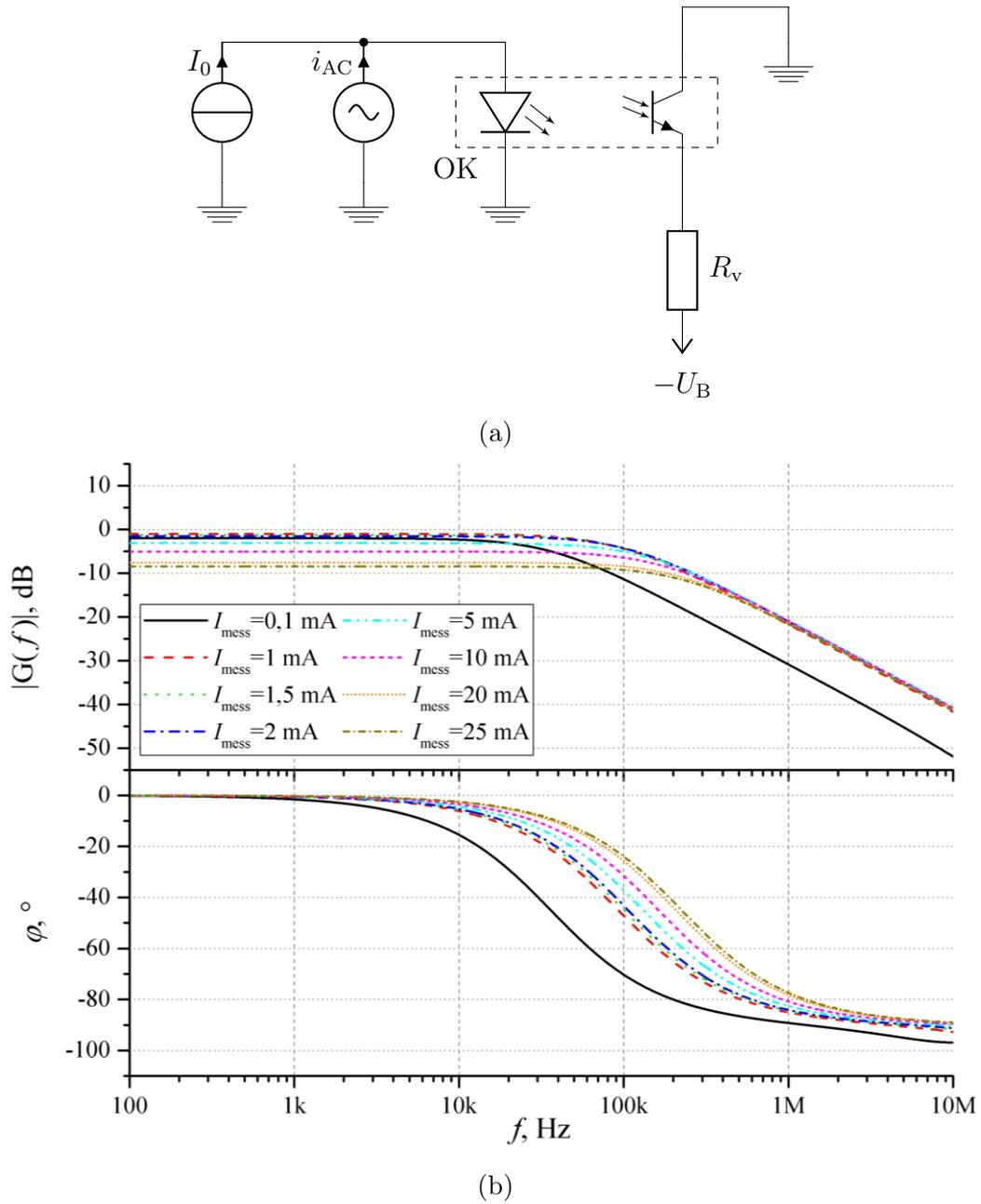
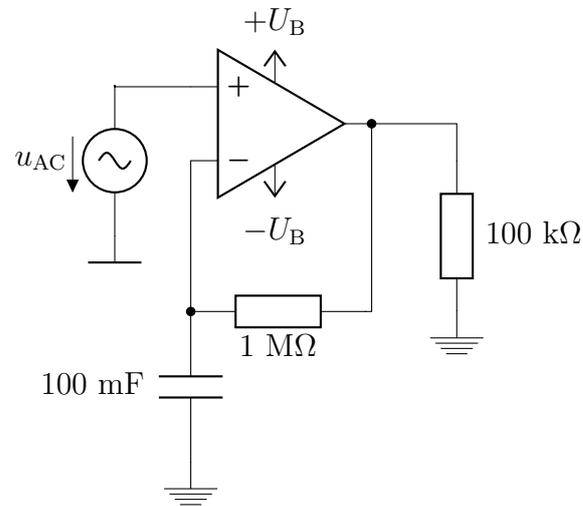
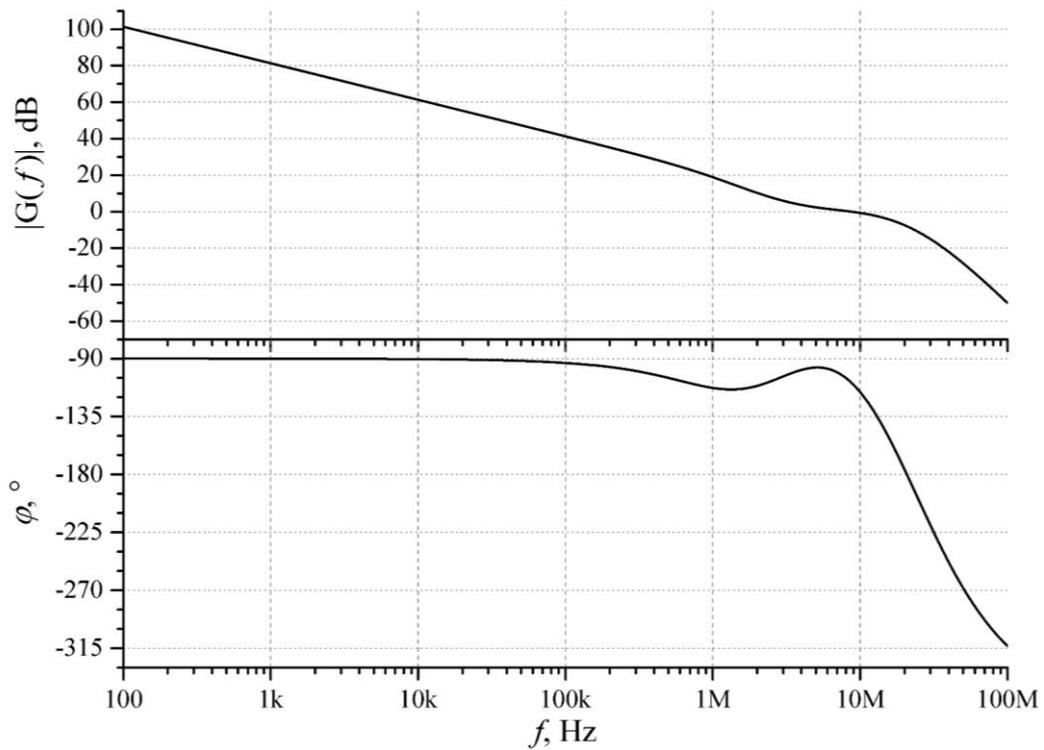


Abbildung C.4: Simulationsmodell (a) und zugehöriger Frequenzgang (b) zur Abschätzung des Übertragungsverhaltens des Optokopplers.



(a)



(b)

Abbildung C.5: Simulationsmodell (a) und zugehöriger Frequenzgang (b) zur Abschätzung des Übertragungsverhaltens des Operationsverstärkers (Kreisverstärkung des offenen Kreises).

kann der "negative" Teil des Signals von der zweiten Messung erfasst und subtrahiert werden, sodass sich letztendlich wieder der Nutzstrom aus der Messung ergibt. Wie sich der Effekt auswirkt, zeigt die Simulation in Abb. C.6. Der Nutzstrom ( $I_b$ )

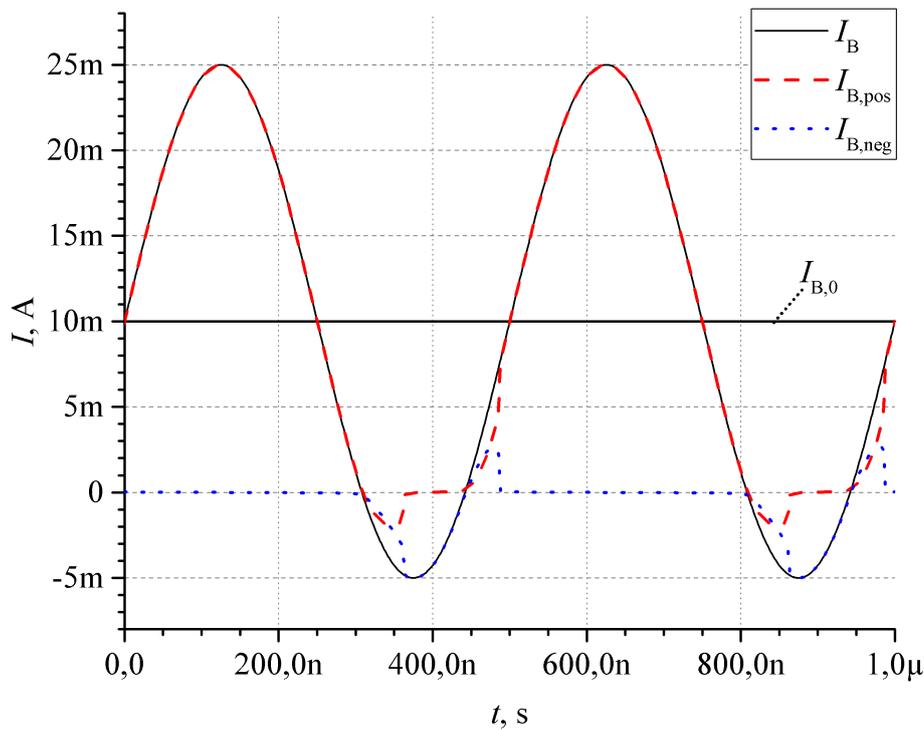


Abbildung C.6: Simulationsergebnis der Strommessschaltung für einen Strahlstrom von 10 mA, der mit einem sinusförmigen Störstrom mit einer Amplitude von 15 mA überlagert wird. Die schwarze Linie beschreibt den eigentlichen Stromverlauf, während die rot-gestrichelte und die blau-gepunktete Linie den Verlauf durch die Diode der beiden Optokoppler beschreiben.

beträgt 10 mA, die Störamplitude liegt bei 15 mA, es resultiert ein sinusförmiger Stromverlauf von  $-5$  mA bis 25 mA. Man erkennt, dass im positiven Messzweig die negative Flanke abgeschnitten wird. Diese wird aber im negativen Zweig erfasst. Welchen Einfluss ein solches Signal auf die Messung hätte, zeigt folgende Rechnung. Zunächst müssen die Nullstellen des Mischsignals bestimmt werden. Sie bestimmen die vom Signal eingeschlossene Fläche, die den verfälschten Mittelwert wiedergibt. Ausgehend von der Funktion

$$I_b = I_{b,AC} + I_{b,0} = \hat{i} \cdot \sin(\omega t) + I_{b,0}$$

können die Nullstellen des Signals berechnet werden. Diese ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 I_b = 0 &= \hat{i} \cdot \sin(\omega t) + I_{b,0} \\
 (\omega t)_{0,1} &= \pi - \arcsin\left(-\frac{I_{b,0}}{\hat{i}}\right) = \pi + \arcsin\left(\frac{I_{b,0}}{\hat{i}}\right) \\
 (\omega t)_{0,2} &= 2\pi - \arcsin\left(\frac{I_{b,0}}{\hat{i}}\right)
 \end{aligned}$$

Um den falsch ermittelten Gleichanteil berechnen zu können, muss der arithmetische Mittelwert mittels Spannungs-Zeit-Fläche bestimmt werden [46]. Der Nutzstrom des Beispiels ist positiv, daraus folgt, dass ein Teil der negativen Halbwelle abgeschnitten wird. Diese kann nun wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{error,dc}} &= \frac{1}{2\pi} \int (\hat{i} \cdot \sin(\omega t) + I_{b,0}) d\omega t \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{(\omega t)_{0,1}}^{(\omega t)_{0,2}} (\hat{i} \cdot \sin(\omega t) + I_{b,0}) d\omega t \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[ -\hat{i} \cos(\omega t) + I_{b,0} \cdot \omega t \right]_{(\omega t)_{0,1}}^{(\omega t)_{0,2}} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \hat{i} \cdot (\cos((\omega t)_{0,1}) - \cos((\omega t)_{0,2})) + I_{b,0} \cdot ((\omega t)_{0,2} - (\omega t)_{0,1}) \right)
 \end{aligned}$$

Setzt man die Werte des Beispiels ein, also  $I_{b,0} = 10 \text{ mA}$  und  $\hat{i} = 15 \text{ mA}$ , dann ergeben sich als Nullstellen:

$$\begin{aligned}
 (\omega t)_{0,1} &= \pi + \arcsin\left(\frac{10 \text{ mA}}{15 \text{ mA}}\right) = 3,87 \\
 (\omega t)_{0,2} &= 2\pi - \arcsin\left(\frac{10 \text{ mA}}{15 \text{ mA}}\right) = 5,55
 \end{aligned}$$

Und als fehlerhaften Gleichanteil erhält man:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{error,dc}} &= \frac{1}{2\pi} \cdot \left| (15 \text{ mA} \cdot (\cos(3,87) - \cos(5,55)) + 10 \text{ mA} \cdot (5,55 - 3,87)) \right| \\
 &= 0,882 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

In diesem Beispiel entspricht der Fehler etwa 9% des eigentlichen Nutzstroms. Generell gilt: Je kleiner das Signal-zu-Rauschverhältnis, desto größer ist der resultierende Fehler.

## Berechnung der Umkehrfunktion der Trennverstärker-Kennlinie

Durch nichtlineare Effekte innerhalb der Strommessung (z.B. durch die verwendeten Optokoppler) kommt es zu Kennlinien, die eine Abweichung vom erwünschten Ver-

lauf besitzen. Die Ausgangsspannung der Strommessung soll einer Geraden folgen, die der Multiplikation von Ausgangswiderstand  $R_{\text{out}}$  und Eingangsstrom  $I'_b \approx I_b$  entspricht:

$$U_{\text{out}} = I'_b \cdot R_{\text{out}} \approx I_b \cdot R_{\text{out}} = U_{\text{soll}} \quad (\text{C.9})$$

Eine reale Kennlinie der aufgebauten Trennverstärkerschaltung ist in Abb. C.7 dargestellt. Sie zeigt den Sollwert  $U_{\text{soll}}$  als Funktion der realen Ausgangsspannung  $U_{\text{meas}}$ . Im Idealfall, bei Übereinstimmung beider Spannungen, bildet die Kurve eine Gerade mit Steigung 1. Um den entstehenden Fehler zu korrigieren, wird eine Funktion benötigt, die  $U_{\text{meas}}$  auf  $U_{\text{soll}}$  abbildet. Versuche haben gezeigt, dass eine quadratische Funktion bereits gute Ergebnisse liefert. Somit kann mit folgender Gleichung ein korrigierter Messwert  $U_{\text{korr}}$  erzeugt werden:

$$U_{\text{korr}} = a_0 + a_1 U_{\text{meas}} + a_2 U_{\text{meas}}^2 \quad (\text{C.10})$$

$U_{\text{korr}}$  soll dem Sollwert entsprechen, damit sind  $U_{\text{korr}}$  und  $U_{\text{meas}}$  bekannt, während die Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  bestimmt werden müssen. Die Problematik entspricht der Systemidentifikation des Triebwerks. Die in Abschnitt 3.3 behandelte Methode kann auch in diesem Fall angewandt werden. Die Erläuterung dazu findet sich in Ref. [29] für den Fall nichtlinearer statischer Prozesse. So kann man Gl. (C.10) durch Vektorschreibweise wie folgt ausdrücken:

$$U_{\text{korr}} = y = a_0 + a_1 U_{\text{meas}} + a_2 U_{\text{meas}}^2 = \psi^T \cdot \hat{\Theta} \quad (\text{C.11})$$

Der Datenvektor  $\psi$  ergibt sich in diesem Fall zu

$$\psi^T = \left[ 1 \quad U_{\text{meas}} \quad U_{\text{meas}}^2 \right], \quad (\text{C.12})$$

und der Parametervektor  $\Theta$  zu

$$\Theta^T = \left[ a_0 \quad a_1 \quad a_2 \right]. \quad (\text{C.13})$$

Für  $N$  Messwerte mit  $N \geq 3$  erhält man die Datenmatrix  $\Psi$  und zugehörigen Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$  mit:

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 & U(1) & U^2(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & U(N) & U^2(N) \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$$\mathbf{y}^T = \left[ y(1) \quad \dots \quad y(N) \right] \quad (\text{C.15})$$

Die Parameter erhält man analog zu Abschnitt 3.3 durch Bildung einer Kostenfunktion und deren Minimierung. Somit ergibt sich der Parametervektor mit den Koeffizienten der Korrekturfunktion zu:

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{y}_r \quad (\text{C.16})$$

Die erhaltene quadratische Funktion ist in Abb. C.7 dargestellt und wird für jede Strommessung einzeln ausgewertet und in das Simulink-Modell eingebunden.

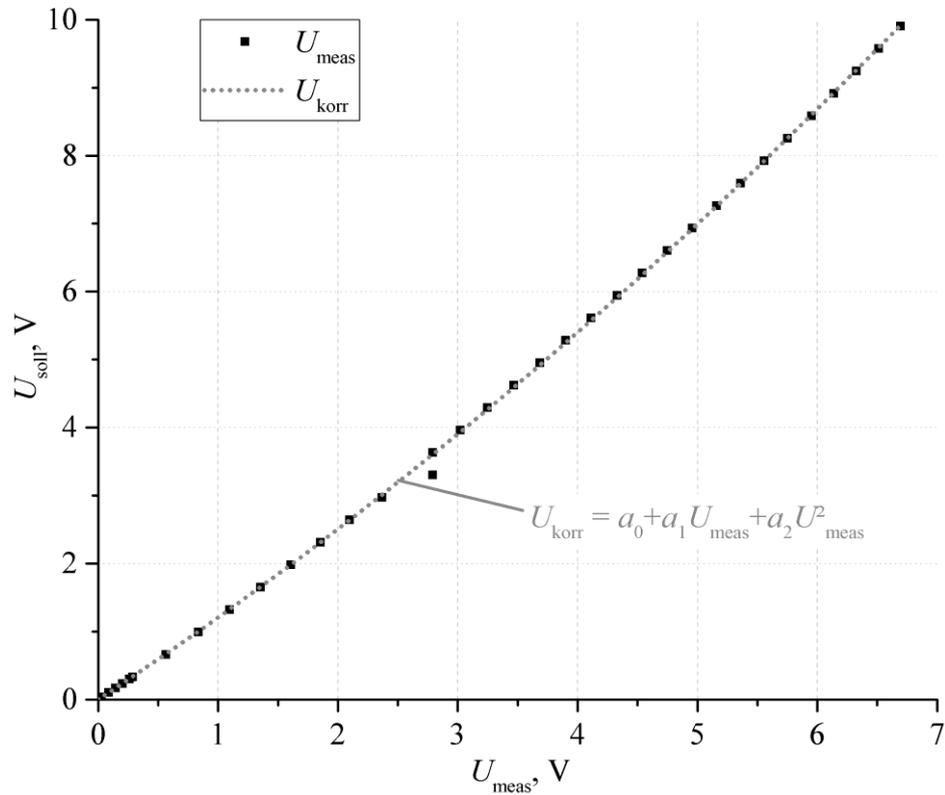


Abbildung C.7: Aufgenommene Kennlinie der Strommessung und berechnete Ausgleichsfunktion.

## C.3 Skript-Ablaufdiagramme

### Flussdiagramm des Performance Mappings

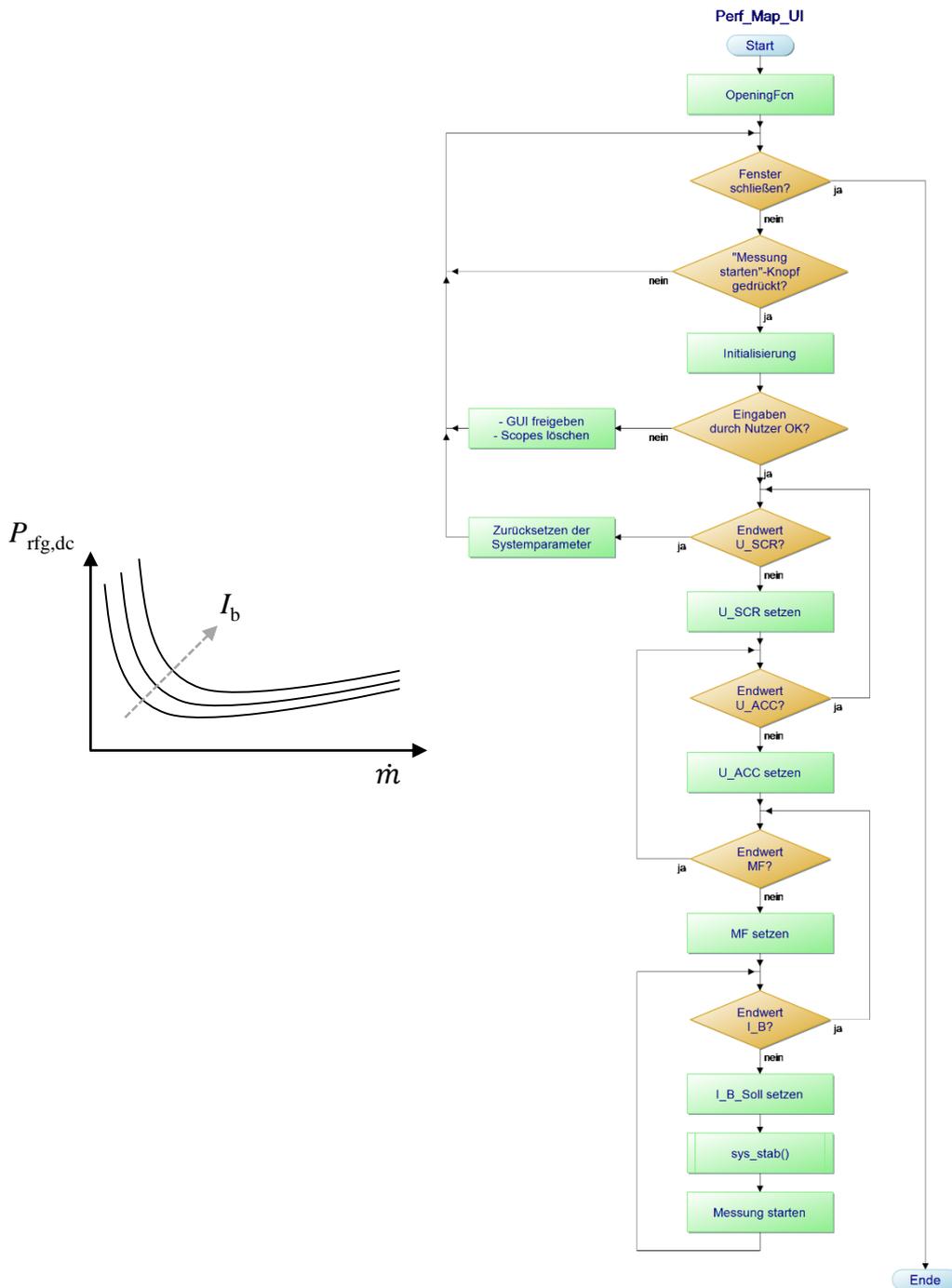


Abbildung C.8: Programmablaufplan für die automatisierte Aufnahme von Performance Mappings.

Flussdiagramm zur Messung der Systemdynamik

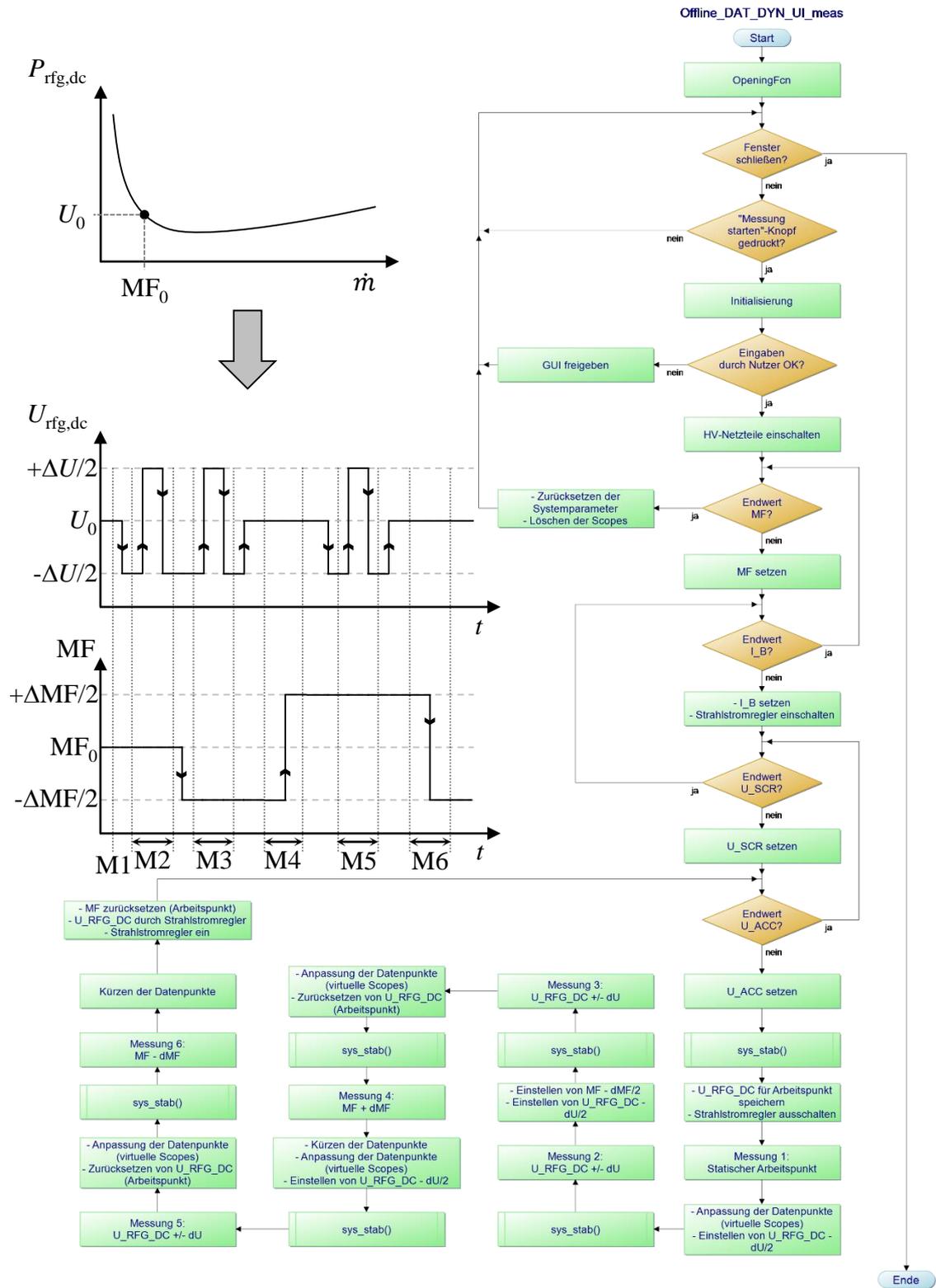


Abbildung C.9: Programmablaufplan für die automatisierte Aufnahme eines Offline-Datensatzes für die Untersuchung der Systemdynamik.

Flussdiagramm zur Messung des Electron Backstreamings

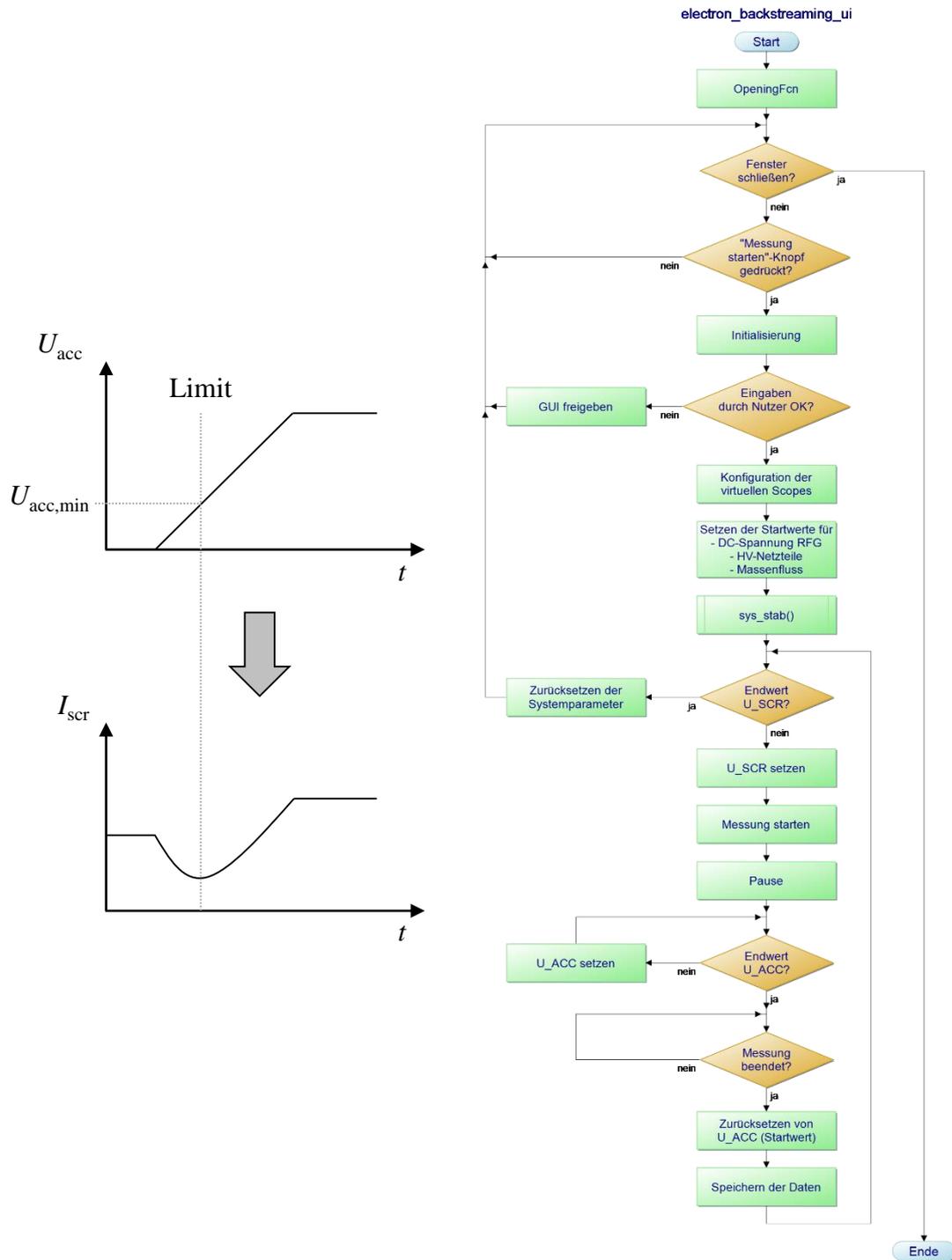


Abbildung C.10: Programmablaufplan zur Aufnahme von zum Triebwerk strömender Elektronen (Electron Backstreaming,).



# Anhang D

## Ergänzungen zu Kapitel 5

### D.1 Abschätzung der Elektronenemission einer Glühwendel

Ähnlich dem Photoeffekt, bei dem Elektronen durch Einstrahlung von Photonen aus einem Festkörper ausgelöst werden, kann dies auch durch Glühemission mittels thermischer Anregung der Elektronen geschehen [47]. Dazu muss die thermische Energie größer sein als die Austrittsarbeit des verwendeten Metalls. Die freigesetzten Elektronen können dann entweder durch ein in der Nähe befindliches elektrisches Feld abgesaugt werden oder sie bilden eine Raumladungswolke um das emittierende Material. Dieser Edison-Richardson-Effekt der Glühemission kann mithilfe einer einfachen Glühwendel ausgenutzt werden, um dem ausgesandten Ionenstrahl den nötigen Elektronenstrom zur Strahlneutralisation zu liefern. Die im Folgenden aufgeführte Herangehensweise dient lediglich der Abschätzung des emittierten Elektronenstroms. Für die Verifikation bedarf es eines erweiterten experimentellen Aufbaus, bei dem der Elektronenstrom direkt gemessen wird.

Für den Laboraufbau wird eine einfache 12 V-Autoglühbirne verwendet. Ausgegangen wird typischerweise von einem Wolframdraht als emittierendem Material. Die Stromdichte der aus einem Metall bei hoher Temperatur austretenden Elektronen kann allgemein durch die Richardson-Gleichung beschrieben werden:

$$J = A_R \cdot T^2 \cdot \exp\left(-\frac{W_e}{k_B T}\right) \quad (\text{D.1})$$

Die Stromdichte hängt von der Austrittsarbeit  $W_e$  der Elektronen und von der absoluten Temperatur  $T$  des Materials ab. Die Austrittsarbeit liegt bei Wolfram im Bereich von 4,4 bis 4,5 eV. Die Richardson-Konstante  $A_R$  wiederum ist abhängig von Material und Oberflächenbeschaffenheit. Die Literatur liefert Werte für unterschiedliche Kristallstrukturen von Wolfram, die zwischen 36 und 156 A cm<sup>-2</sup> K<sup>-2</sup> [48] liegen. Im Nenner der e-Funktion befindet sich die thermische Energie aus dem Produkt der Boltzmannkonstante  $k_B$  und der Temperatur. Um die Stromdichte mittels

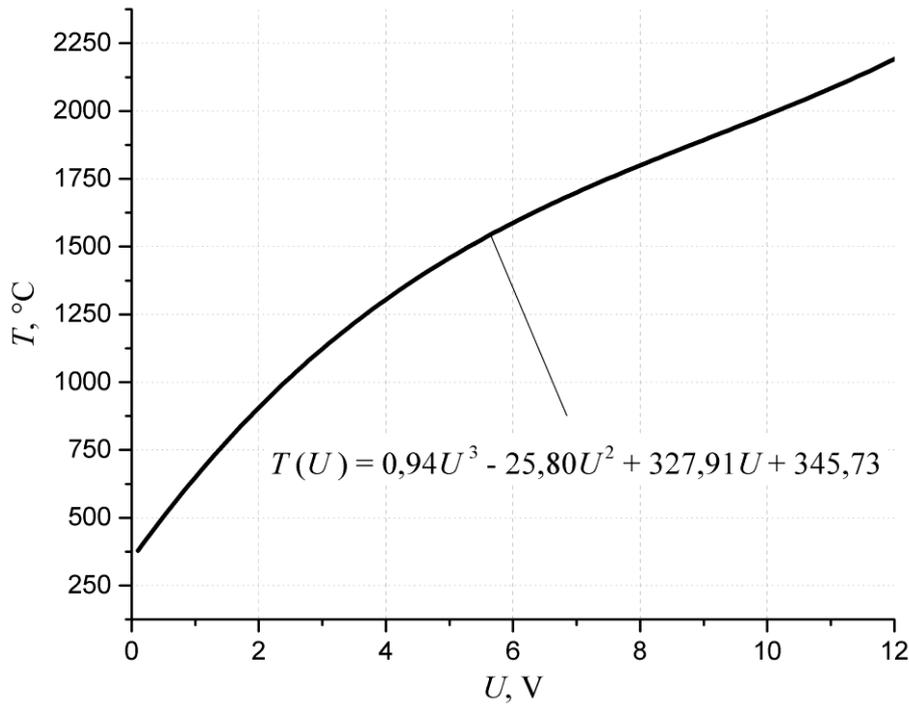


Abbildung D.1: Temperatur der Glühwendel aus Wolfram in Abhängigkeit von der Versorgungsspannung.

Richardson-Gleichung abschätzen zu können, muss die Temperatur der Glühwendel bestimmt werden. Hierzu eignet sich eine Widerstandsmessung des Wolframdrahts. Dazu wird die Eingangsspannung stufenweise variiert, wodurch sich der eingespeiste Strom ändert und resultierend aus der steigenden Temperatur der Widerstandswert des Drahts. Der temperaturabhängige Widerstand kann näherungsweise durch die lineare Gleichung beschrieben werden [49; 50]:

$$R_x = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T) \quad (\text{D.2})$$

Mit  $\Delta T = T_x - 20^\circ\text{C}$  ergibt sich nach Umformung von Gleichung (D.2) für die gesuchte Temperatur:

$$T_x = \frac{R_x - R_{20}}{R_{20} \cdot \alpha_{20}} + 20^\circ\text{C} \quad (\text{D.3})$$

Für die verwendete Glühbirne ergibt sich der in Abb. D.1 gezeigte Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Spannung. Die Kurve kann näherungsweise durch eine Gleichung 3. Grades beschrieben werden:

$$T(U) = 0,94 \cdot U^3 - 25,80 \cdot U^2 + 327,9 \cdot U + 345,73 \quad (\text{D.4})$$

Gleichung (D.1) beschreibt die von der Oberfläche des Materials emittierte Stromdichte. Multipliziert man diese also mit der Oberfläche, ergibt sich der reine Elek-

tronenstrom. Setzt man nun noch für die Temperatur Gl. (D.4) ein, ergibt sich der Elektronenstrom in Abhängigkeit von der verwendeten Versorgungsspannung aus Abbildung D.2 für drei in der Literatur genannte Werte der Richardson-Konstante. Aus den Messungen resultiert, dass man bei Verwendung der maximalen Spannung von 12 V bei einer einzelnen Glühwendel Strahlströme von etwa 23 mA neutralisieren kann. Je nach Richardson-Konstante ergeben sich sogar Maximalströme bis 100 mA.

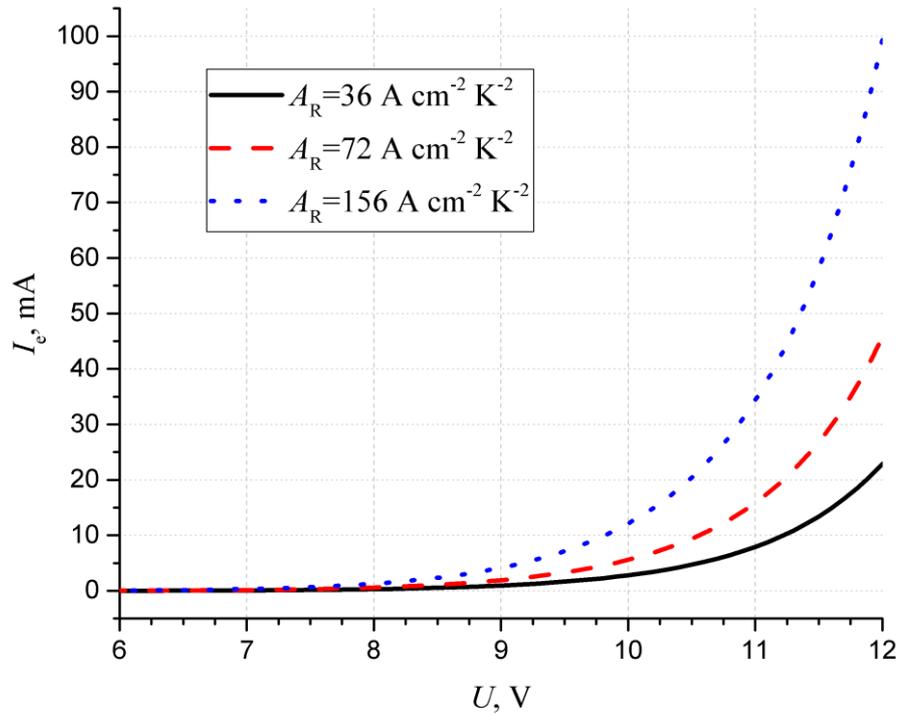
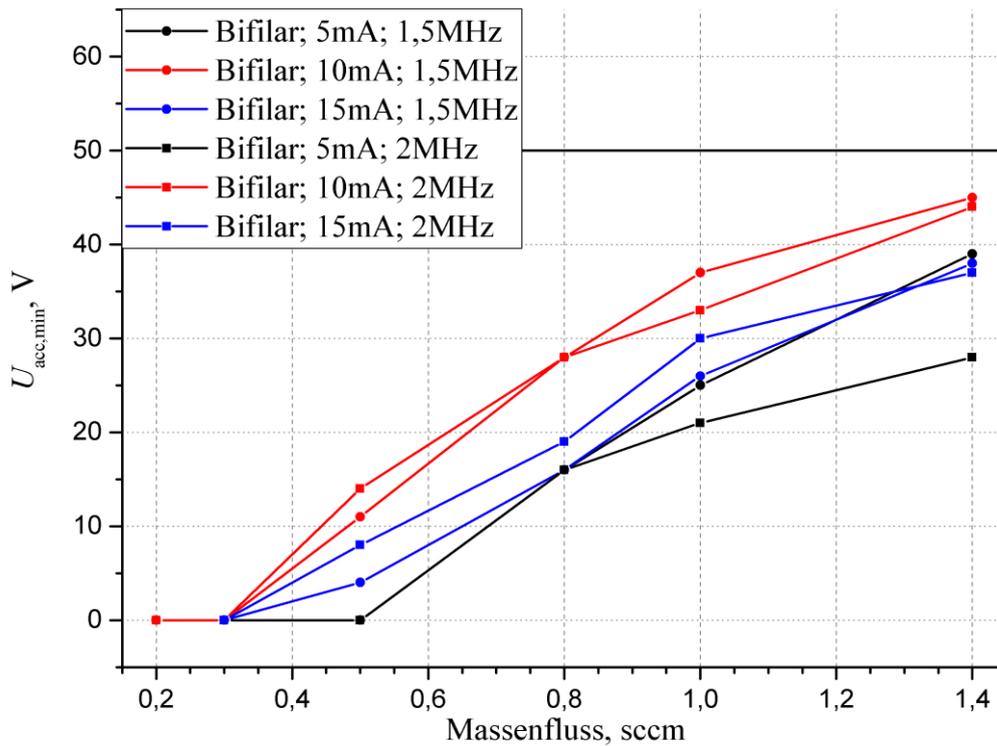


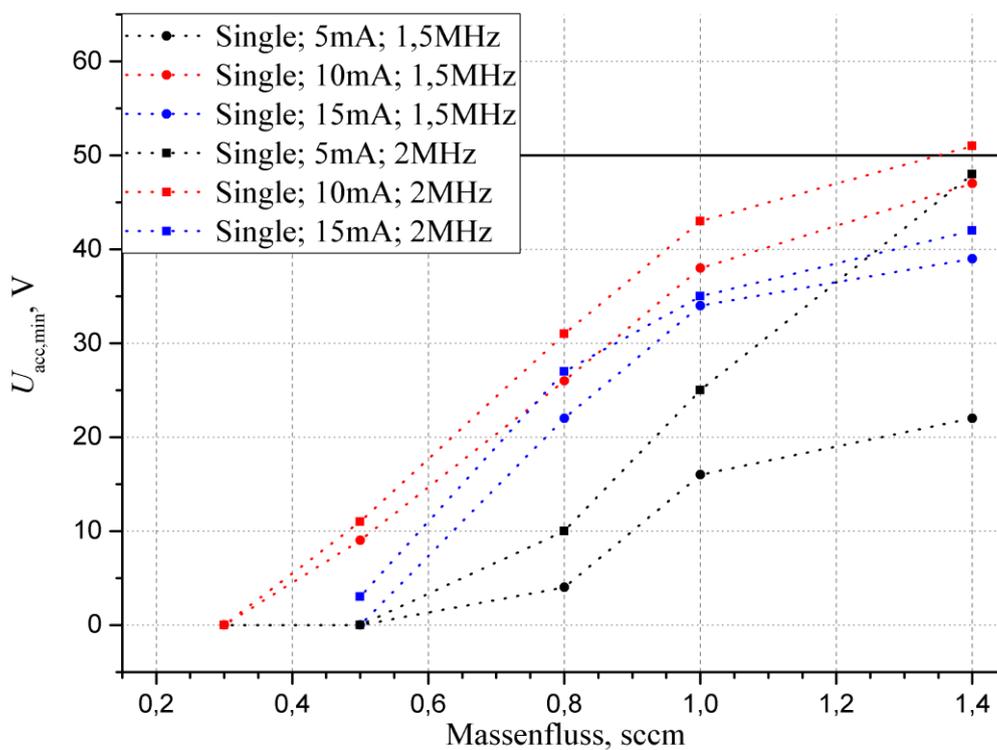
Abbildung D.2: Näherung des von der Glühwendel durch Aufheizen emittierten Elektronenstroms  $I_e$  in Abhängigkeit von der Versorgungsspannung  $U$  für unterschiedliche Werte der Richardson-Konstante.

## D.2 Diagramme - Electron Backstreaming

### D.2.1 RIM-4

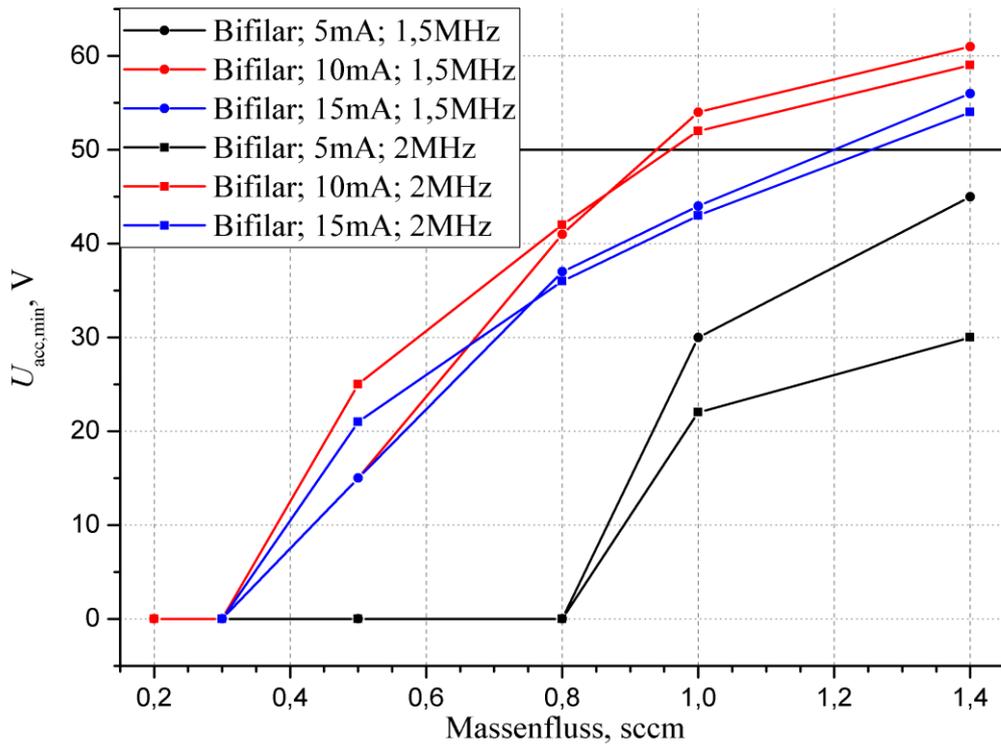


(a) Bifilare Spulengeometrie

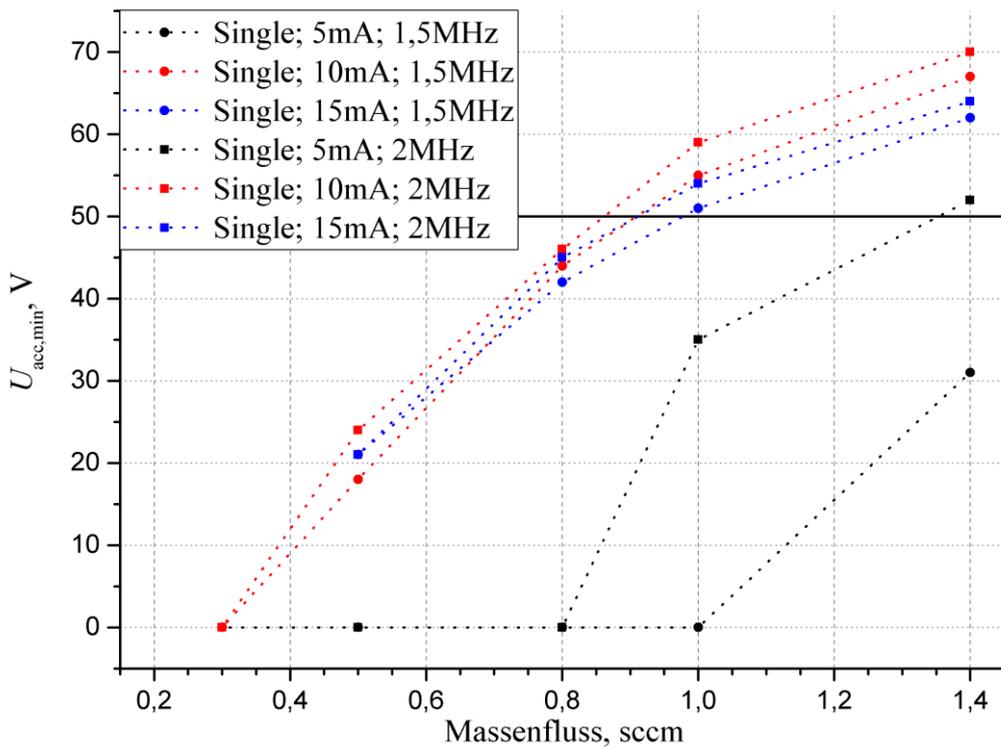


(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung D.3: Electron Backstreaming-Limits des RIM-4 bei  $U_{scr} = 800$  V.



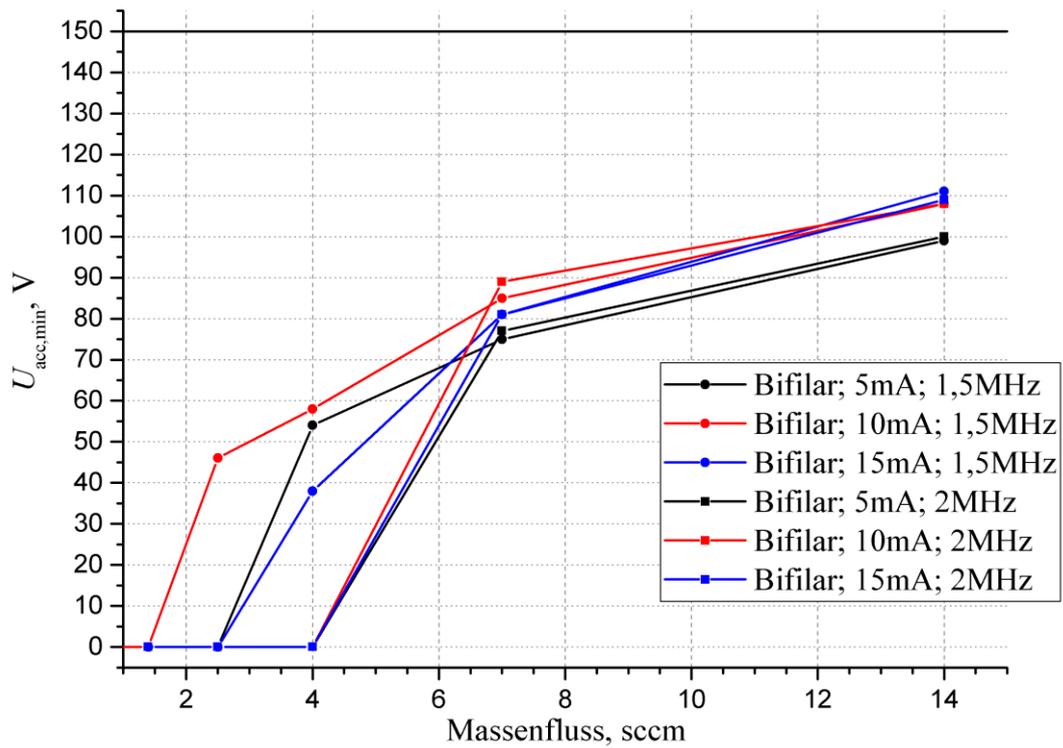
(a) Bifilare Spulengeometrie



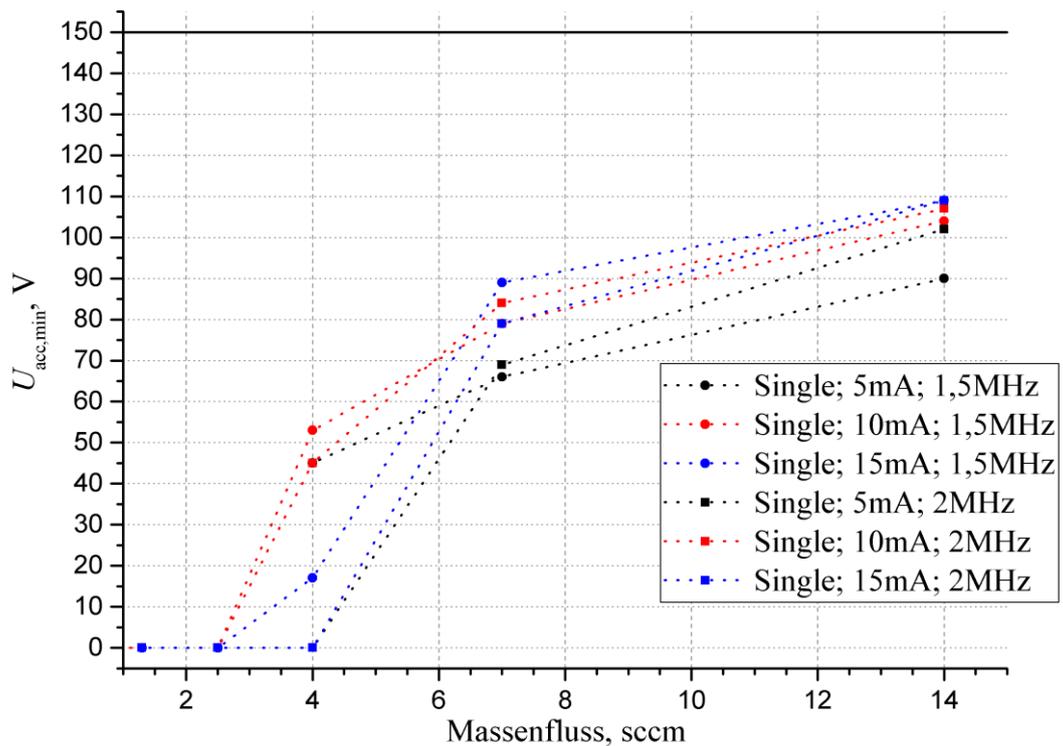
(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung D.4: Electron Backstreaming-Limits des RIM-4 bei  $U_{scr} = 1.000$  V.

### D.2.2 RIM-10

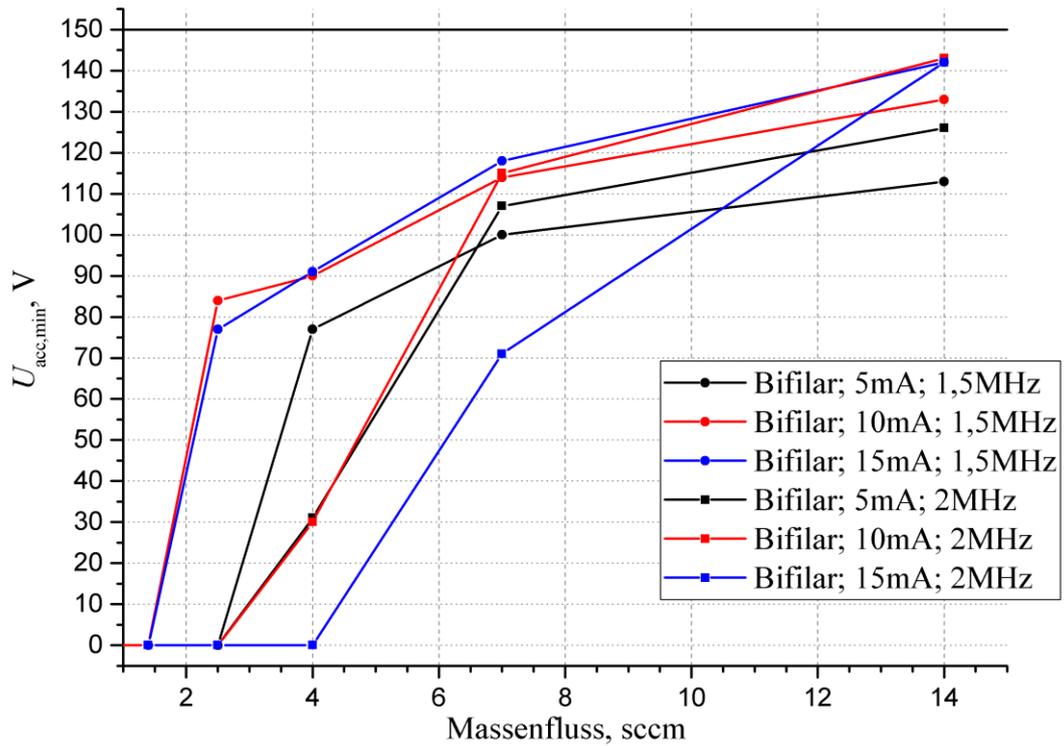


(a) Bifilare Spulengeometrie

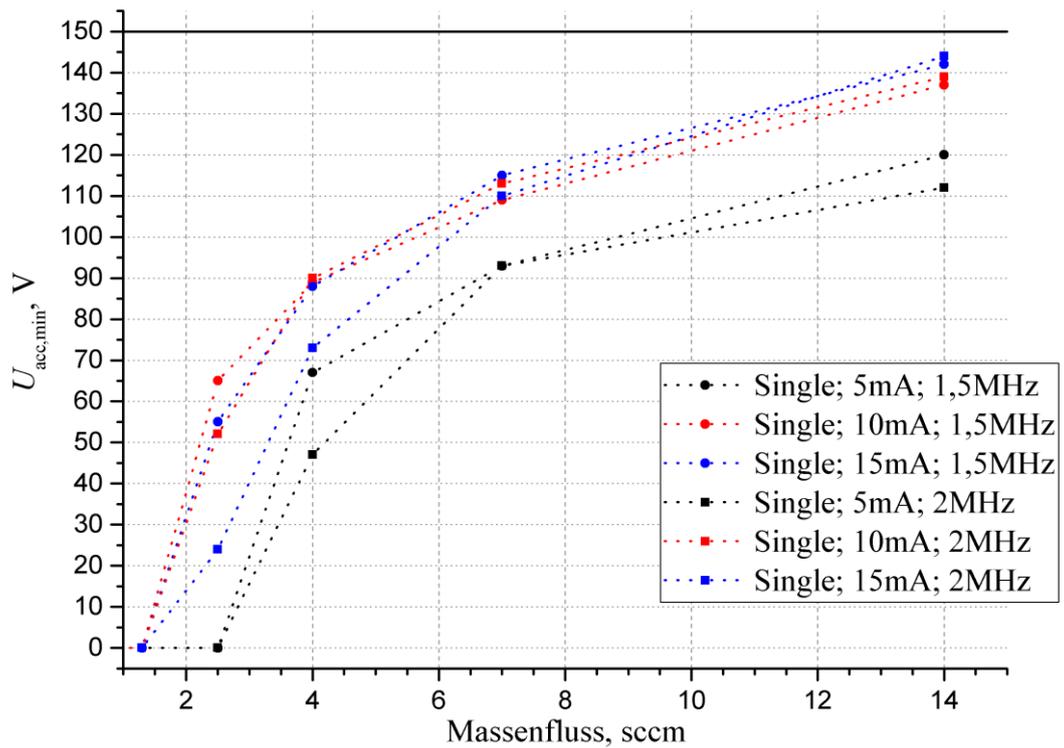


(b) Konventionelle Spulengeometrie

Abbildung D.5: Electron Backstreaming-Limits des RIM-10 bei  $U_{scr} = 800$  V.



(a) Bifilare Spulengeometrie

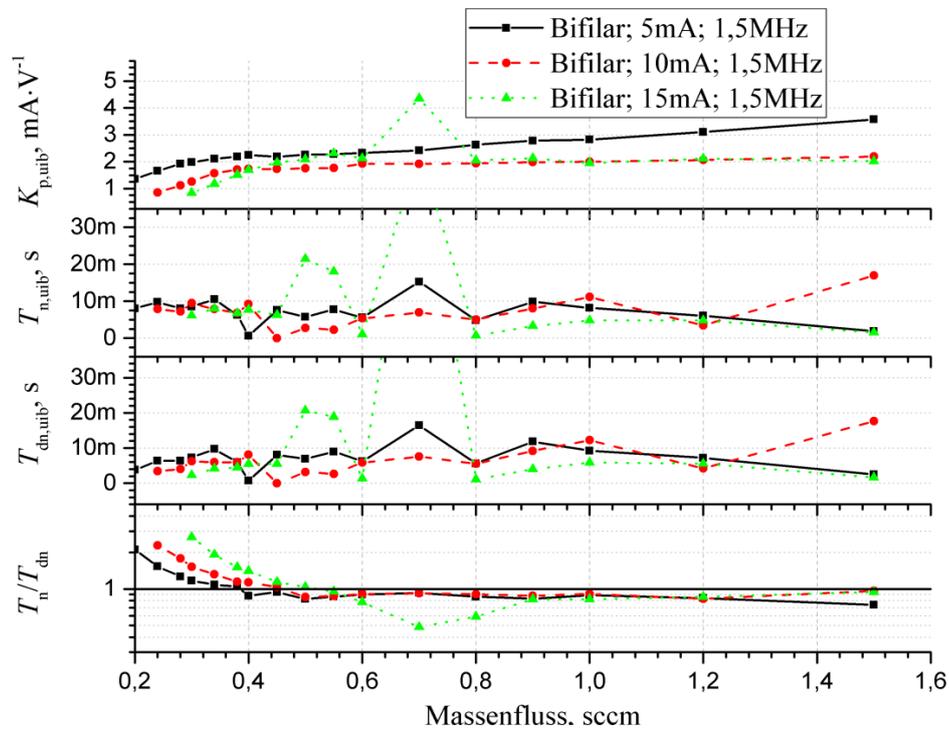


(b) Konventionelle Spulengeometrie

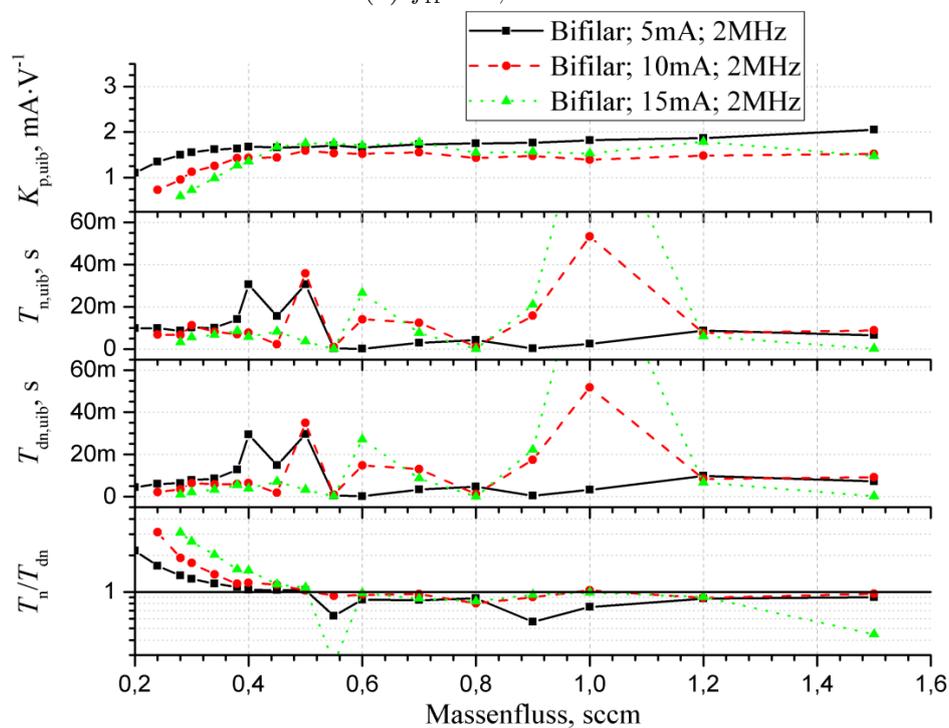
Abbildung D.6: Electron Backstreaming-Limits des RIM-10 bei  $U_{scr} = 1.000$  V.

## D.3 Diagramme - Parameter

### D.3.1 RIM-4

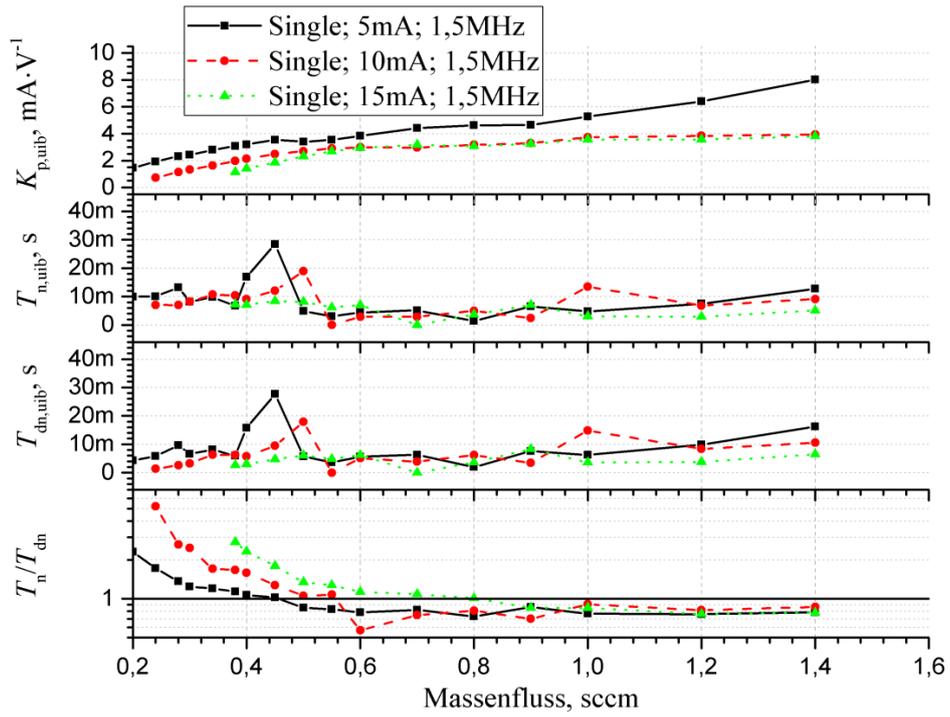


(a)  $f_{rf} = 1,5 \text{ MHz}$

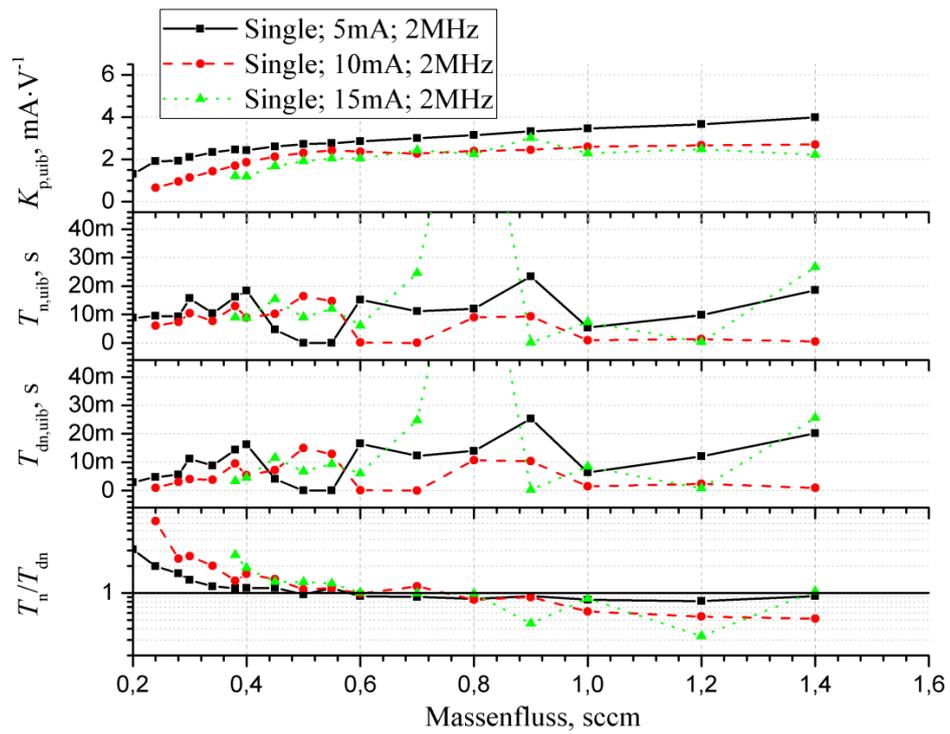


(b)  $f_{rf} = 2 \text{ MHz}$

Abbildung D.7: Identifizierte Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}$  des RIM-4 mit bifilarer Spulengeometrie für zwei RF-Frequenzen.



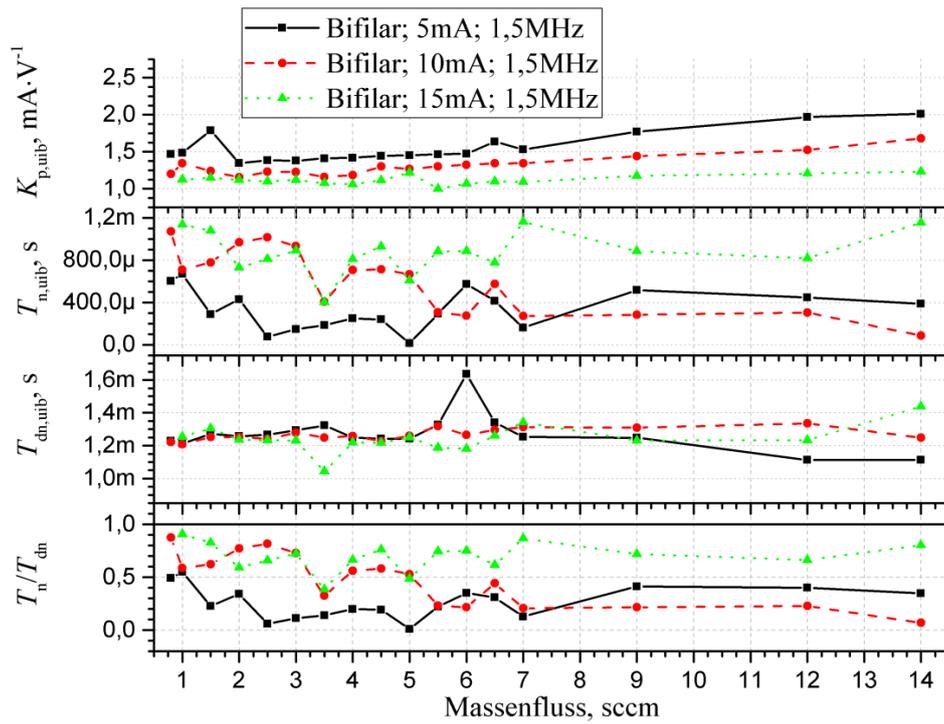
(a)  $f_{rf} = 1,5 \text{ MHz}$



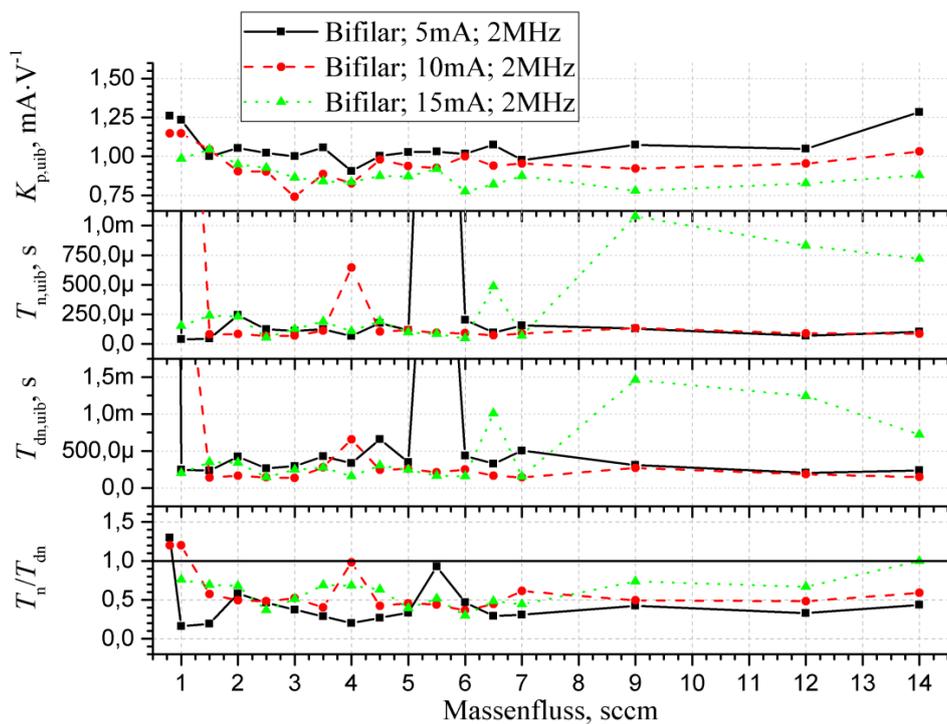
(b)  $f_{rf} = 2 \text{ MHz}$

Abbildung D.8: Identifizierte Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}$  des RIM-4 mit konventioneller Spulengeometrie für zwei RF-Frequenzen.

### D.3.2 RIM-10

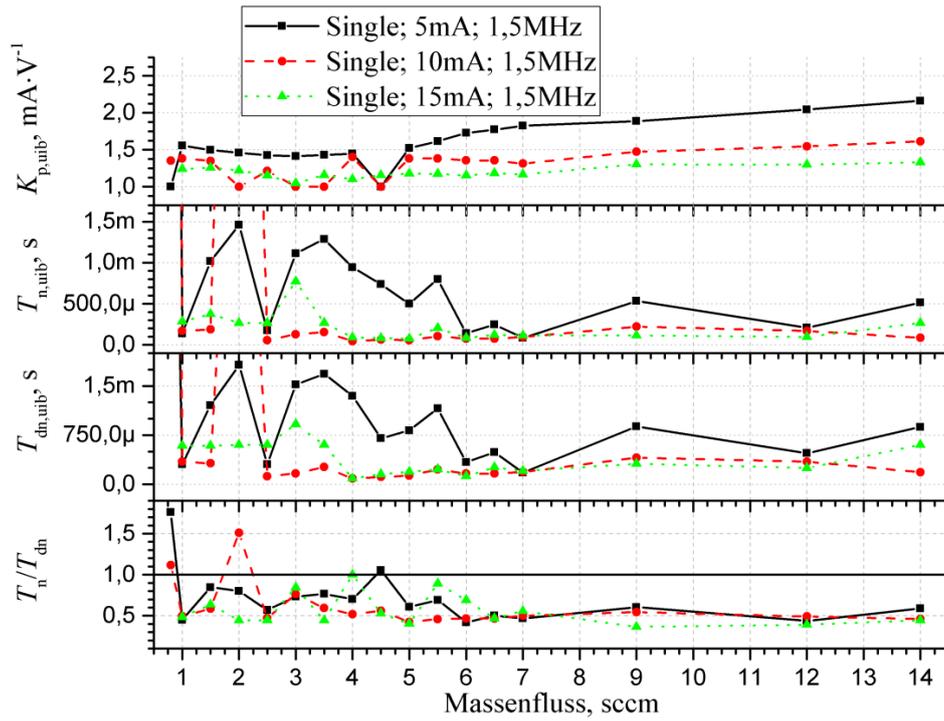


(a)  $f_{rf} = 1,5 \text{ MHz}$

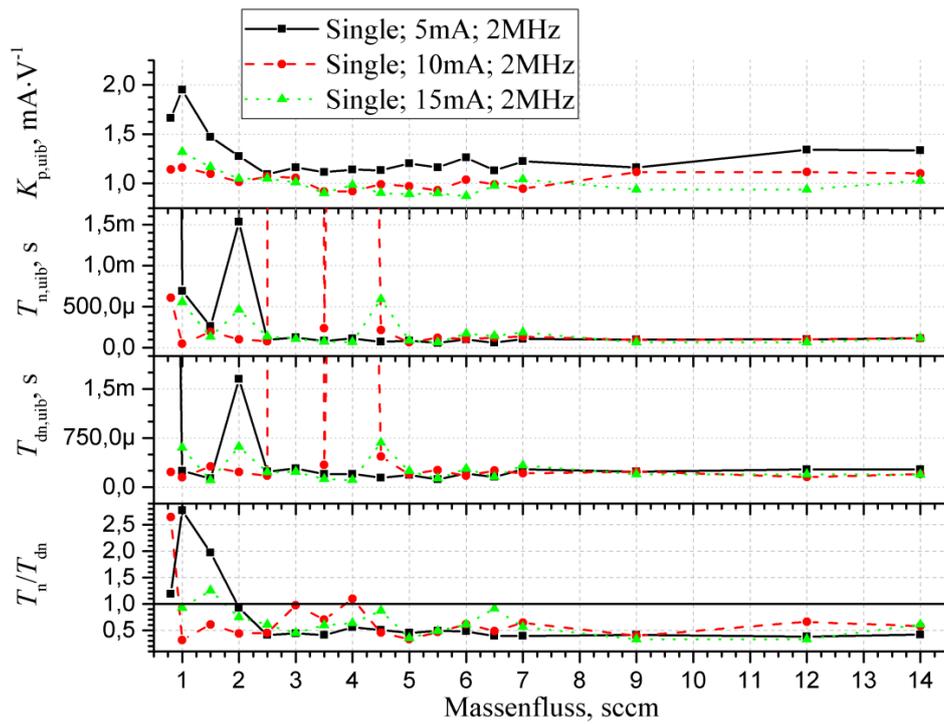


(b)  $f_{rf} = 2 \text{ MHz}$

Abbildung D.9: Identifizierte Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}$  des RIM-10 mit bifilarer Spulengeometrie und für zwei RF-Frequenzen.



(a)  $f_{rf} = 1,5 \text{ MHz}$



(b)  $f_{rf} = 2 \text{ MHz}$

Abbildung D.10: Identifizierte Parameter der Übertragungsfunktion  $G_{uib}$  des RIM-10 mit konventioneller Spulengeometrie für zwei RF-Frequenzen.