

Multimedia-Vorkurs

Mathematik

VEMA

Kassel-Darmstadt

UNIKASSEL  
VERSITÄT

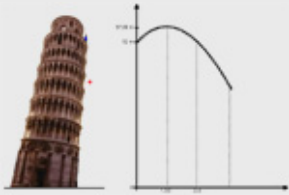


Fachbereich Mathematik/Informatik

# VEMA: Virtuelles Eingangstutorium Mathematik

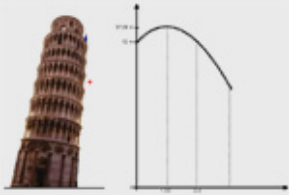
Rolf Biehler (UniKassel)

Regina Bruder (TUDarmstadt)



# Verwendung

- **Mathematik-Vorkurse** (Ingenieurwiss., Naturwiss., Mathematik Lehramt und Diplom)
- **Mathematik-Ergänzungstutorien**, parallel zu Erstsemesterveranstaltungen



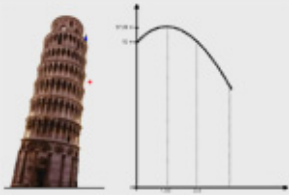
Der Kursteilnehmer bekommt einen  
**Einstieg** in das Studium.

Der Vorkurs soll  
Wissensunterschiede  
ausgleichen.

Inhalte der Vorkursvorlesung  
können in  
multimedialer Form  
nachgearbeitet werden.

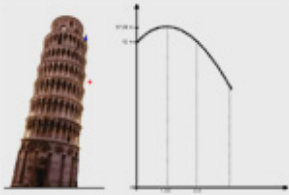
Die Lerneinheiten dienen zur  
**Ergänzung** der Präsenzlehre  
im Vorkurs.

Aufgaben bieten Übungsmöglichkeiten.



# Projektgeschichte

- Projektstart 2003 Multimedia Vorkurs Mathematik Kassel
  - Förderung durch MMKommission und die FB 14,15,16,17; GFF
- Erprobung der CD-ROM in den Vorkursen (Kap. 1-3; Version 0.8) Oktober 2004, (Kap 1- 4; Version 1) Oktober 2005
- Evaluation der Vorkurse durch Befragung
- 2004/2005 Fortführung in Kooperation mit der TU Darmstadt VFMA Kassel - Darmstadt
  - Förderung im Rahmen der virtuellen Hochschule Hessen



Bereits erstellte

Die ersten 4 Kapitel

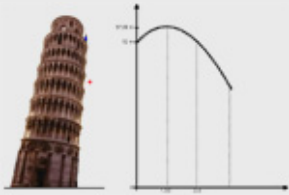
liegen in  
fertiger Form  
vor.

Einsatz dieser Version 1.0

In den Vorkursen im  
Oktober 2005

Ca. 500 Teilnehmer in Kassel

Materialien

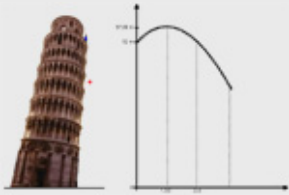


# Autorenwerkzeuge

Repräsentation der formalen  
Wissensstruktur eines Moduls („Wissenstypen“)  
in

- Latex-Umgebung
- Konverter: Latex to Html (mit Math ML)

# Text



# Autorenwerkzeuge

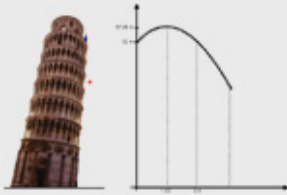
Flash

JavaApplets

GeoNext (Javabasierende dynam.  
Mathematiksoftware)

CAS mit Camtasia Screen Recording

# Visualisierung



# Themen

Konzentration auf **Precalculus:**

1 Rechengesetze

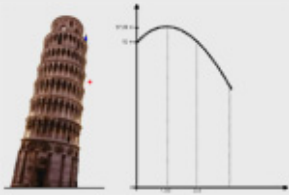
2 Potenzen

3 Funktionen

4 Höhere Funktionen

5 Analysis

Der Kursteilnehmer wird an symbolisches Rechnen und mathematisches Argumentieren herangeführt.



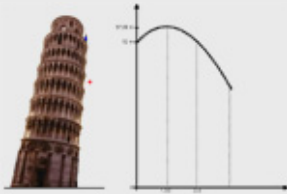
Interaktives Buch

Visualisierungen

Interaktive Animationen

Aufgaben, z.T. interaktiv

Beispiele



Prof. Dr. Rolf Biehler  
Prof. Dr. Wolfram Koepf  
Prof. Dr. Walter Strampp

Multimedia-Vorkurs  
**Mathematik**

UNIKASSEL  
VERSITÄT  
FB 17 Mathematik/Informatik

**Inhalt**

- 1. Rechengesetze**
- 2. Potenzen**
  - 2.1. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten
    - ◆ Rechenregeln
    - ◆ Die geometrische Folge
    - ◆ Periodische Dezimalzahlen
    - ◆ Zinsen
    - ◆ Der binomische Satz
    - ◆ Aufgaben
  - 2.2. Potenzen mit rationalen Exponenten
    - ◆ Quadratwurzeln
    - ◆ Quadratische Gleichungen
    - ◆ n-te Wurzeln
    - ◆ Potenzen mit rationalen Exponenten
    - ◆ Aufgaben
- 3. Funktionen**
- 4. Höhere Funktionen**
- 5. Lösungen der Aufgaben**

**2. Potenzen / 2.2. Potenzen mit rationalen Exponenten / 2.2.2. Quadratische Gleichungen**



**2.2. Potenzen mit rationalen Exponenten**

**Quadratische Gleichungen**

Wir betrachten nun allgemeine quadratische Gleichungen, deren Lösungen durch die berühmte p-q-Formel gegeben wird. Wir begründen diese, indem wir auf den Prototypen der quadratischen Gleichung  $x^2 - a = 0$  zurückgreifen. Dazu benötigen wir die quadratische Ergänzung, der wir uns zunächst widmen werden.



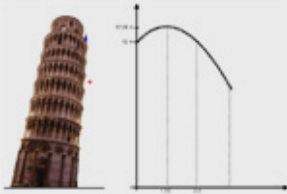
**Info 203** Durch **quadratische Ergänzung** wird der Term  $ax^2 + bx + c$  als Summe eines mit einem Faktor versehenen Quadrats und einem konstanten Anteil dargestellt:

$$ax^2 + bx + c = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

Wir prüfen mit der binomischen Formel nach:

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c \\
 &= a \left( x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right) + c
 \end{aligned}$$

**Interaktives Buch**



Schrittweise wird die binomische Formel graphisch interpretiert.

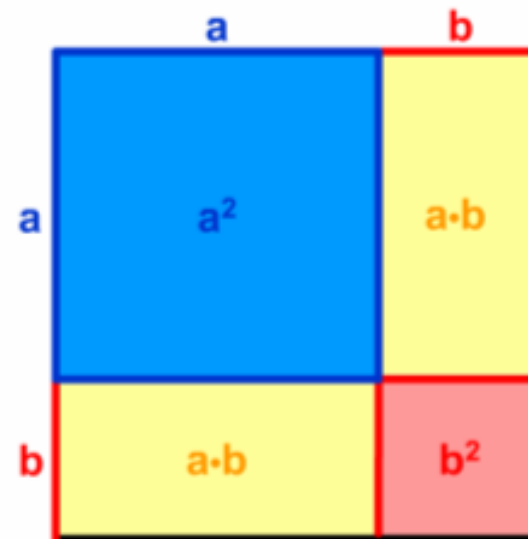
### linke Seite der Gleichung

- ▶ Wir zeichnen die Strecken  $a$  und  $b$ ...
- ▶ ...und bilden das Quadrat über ihre Summe.

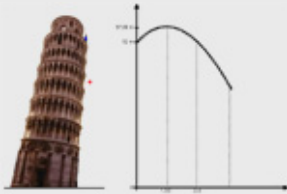
Diese Fläche setzt sich zusammen aus...

- ▶ ...der Fläche  $a^2$ ...
- ▶ ...der Fläche  $b^2$ ...
- ▶ ...und 2mal der Fläche  $a \cdot b$ .

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$



Interaktive Animationen



### Interaktive Aufgabe



$A \cap B \cap C$



$A \cap C$



$B \setminus (A \cup C)$



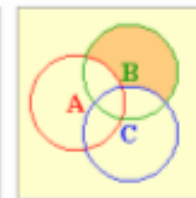
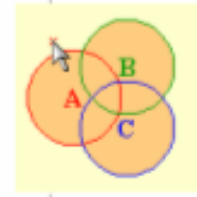
$(A \cap B) \cup (B \cap C)$



$C \cup (A \cap B)$



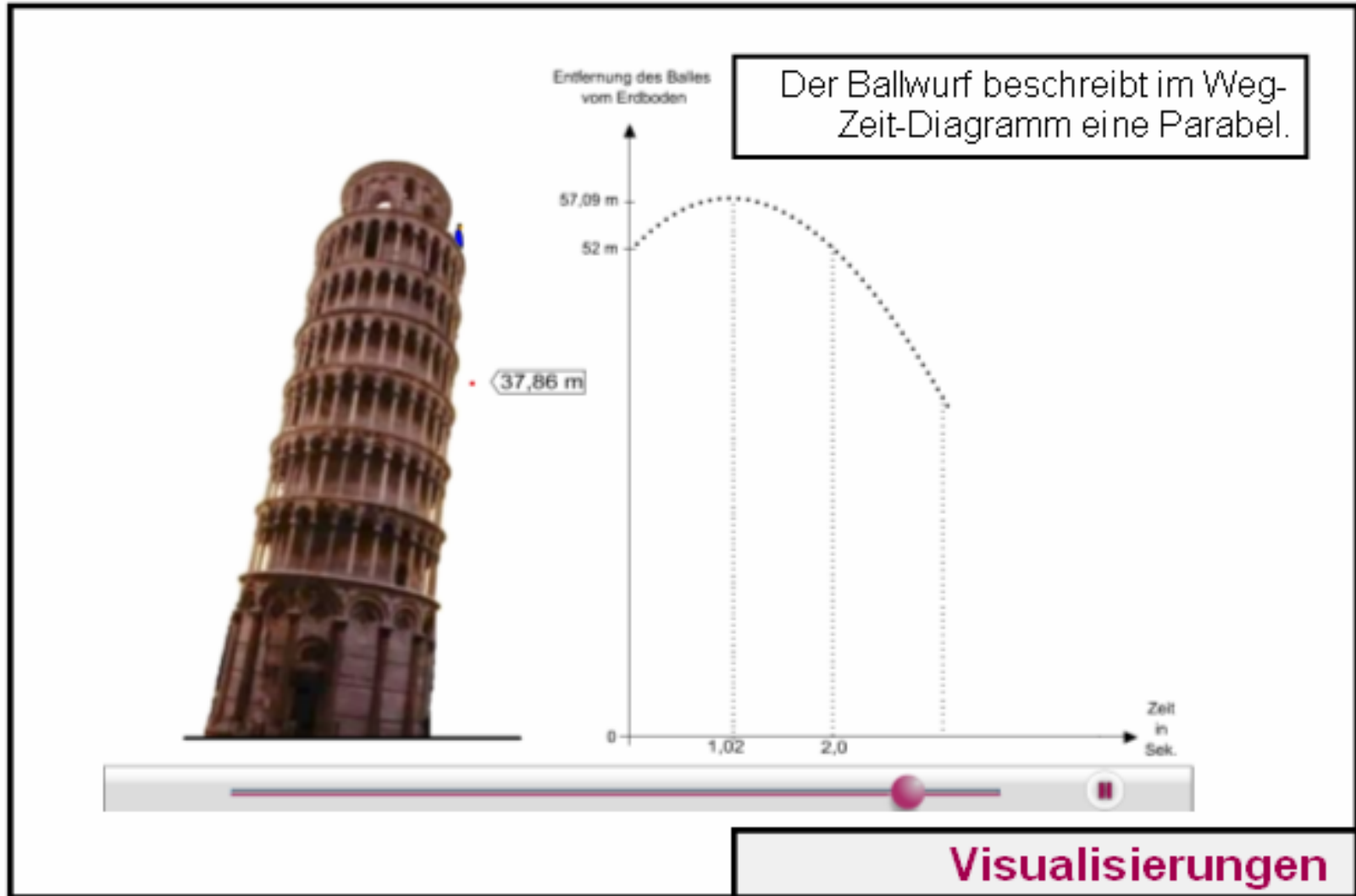
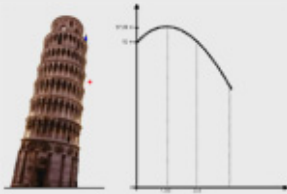
$A \cup B \cup C$

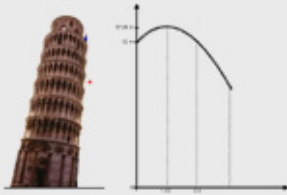


Kontrolle

0 richtig und 1 falsch

Venn-Diagramme sind ihren Ausdrücken zuzuordnen.





Multimedia-Vorkurs

Mathematik

VFMA

Kassel-Darmstadt

UNIKASSEL  
VERSITÄT



Fachbereich Mathematik/Informatik

Weiter-  
Neue Navigation-  
und Wissensstruktur

Mathematikdidaktisch orientierte  
multifunktionale Nutzung

**VEMADA**

Aufgabendatenbank

Englische Version

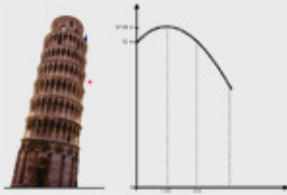
Internationalisierung

Virtuelles  
Eingangstutorium  
**MA**thematik  
Kassel - **Darmstadt**

**Kap. 5 Analysis**

Inhaltliche Erweiterung

-entwicklung



Prof. Dr. Rolf Biehler  
Prof. Dr. Wolfram Koepf  
Prof. Dr. Walter Strampp

Version 2.0a

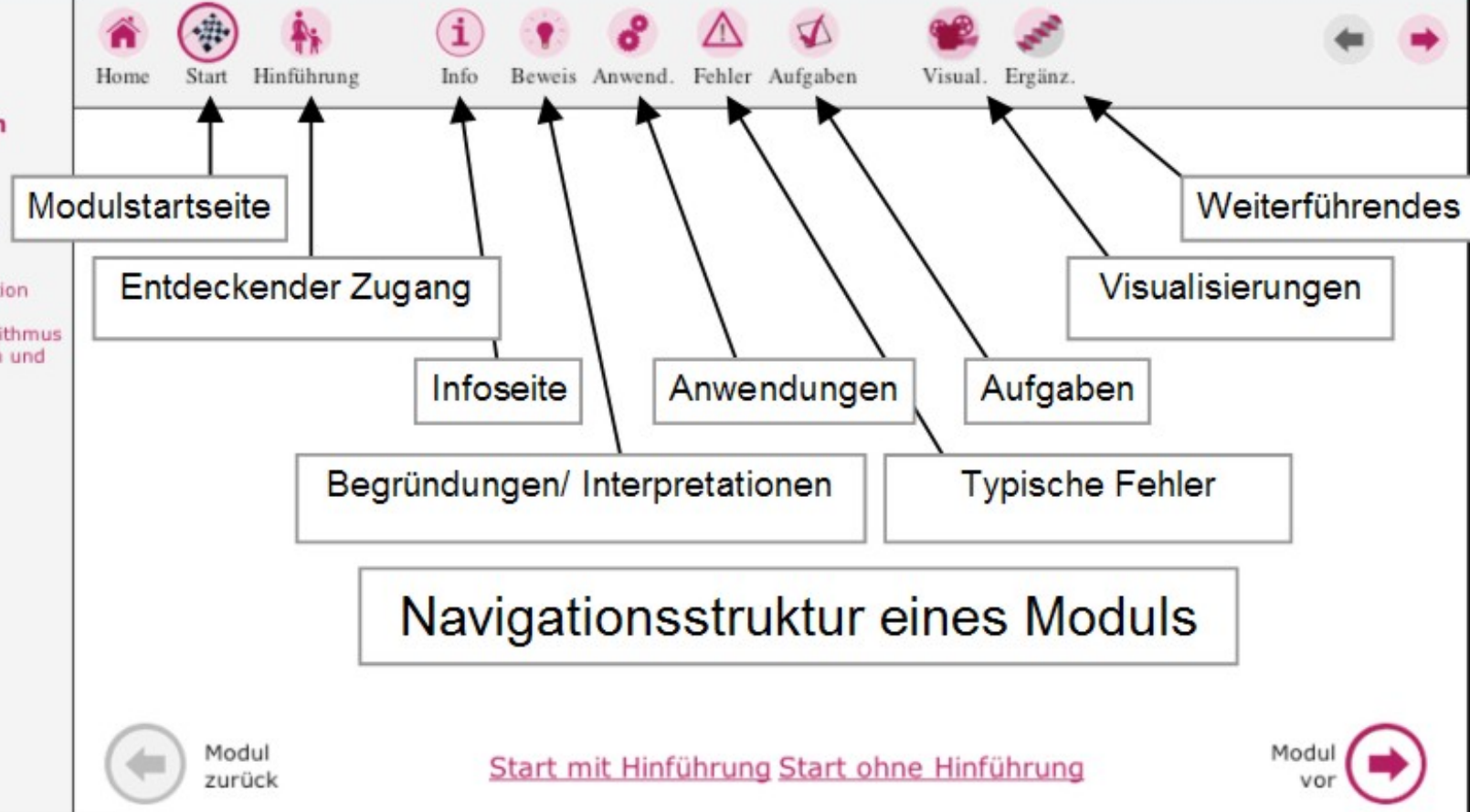
**Inhalt**

**1 Höhere Funktionen**

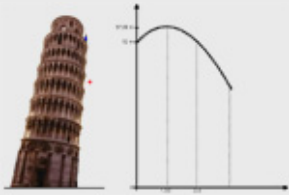
1.1 Exponential- und Logarithmusfunktion

- Potenz- und Logarithmengesetze
- Die allgemeine Exponentialfunktion
- Die Exponentialfunktion zur Basis e
- Der natürliche Logarithmus
- Allgemeine Potenzen und Logarithmen
- Wachstums- und Zerfallsprozesse

# Multimedia-Vorkurs Mathematik

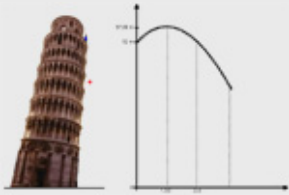


Navigationstruktur eines Moduls



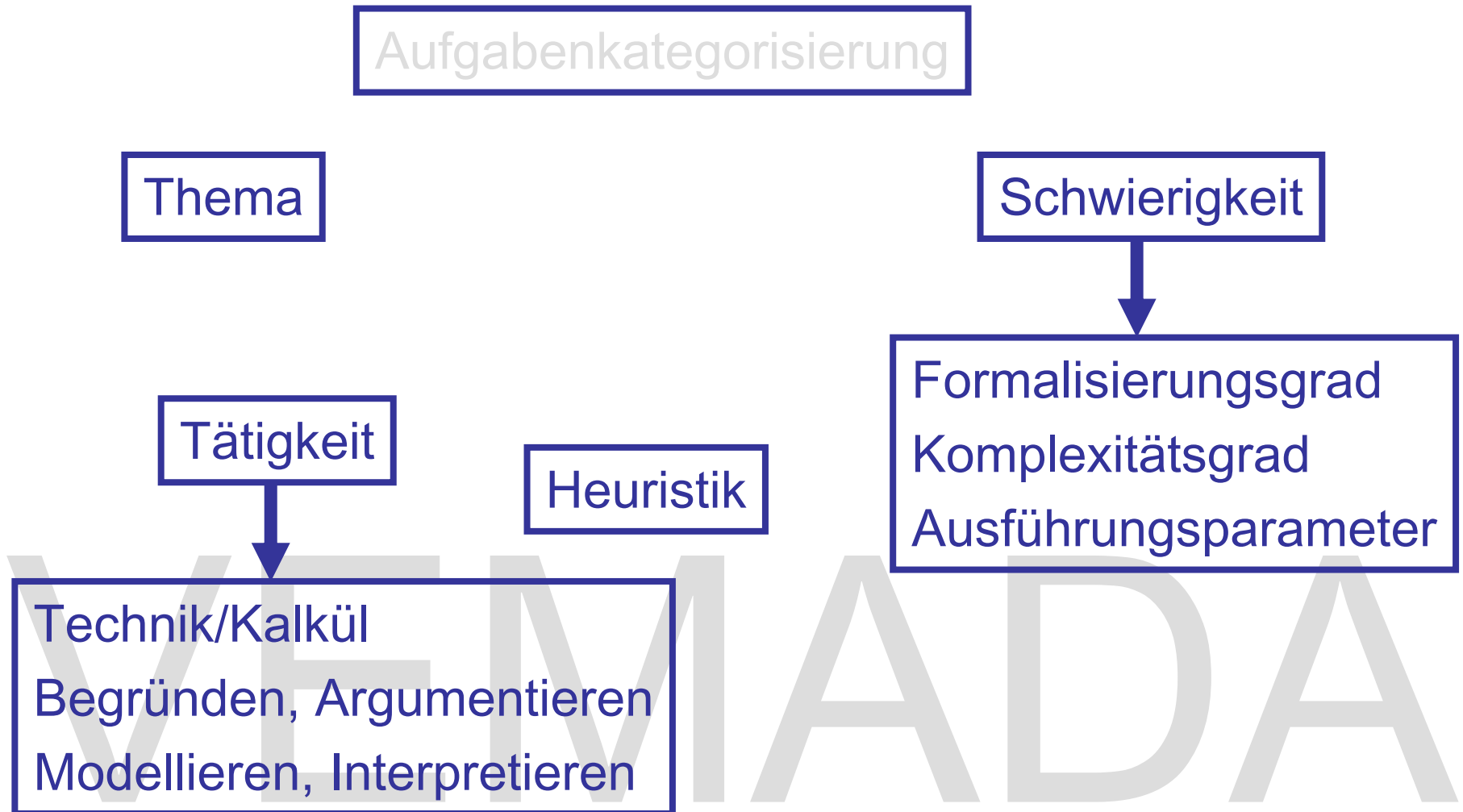
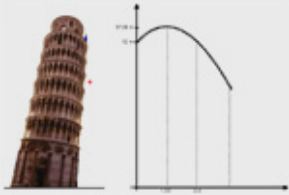
## Neue Navigation und Wissensstruktur: Multifunktionale Nutzung

- Nachschlagen im Lexikon
- Selbständiges Erlernen (Entdeck. Zugang)
- Verständiges Wiederholen (Beweise)
- Wahl von Aufgaben
- Wahl von interaktiven Visualisierungen



# VEMADatenbank mit Aufgaben

- Online verfügbar
- Autoren-, Dozenten-, Studierenden-Schnittstellen
- Inhaltliche Schnittstelle zu VEMA-Modulen (keine technische)
- „Warenkorb-Funktion“



## Funktionen

- [← zurück zur Auswahl](#)
- [Aufgabe editieren](#)
- [Aufgabe als PDF exportieren](#)
- [Aufgabe in die Sammlung legen](#)
- [Aufgabe löschen](#)

## Aufgaben Sammlung

- Fehlersuche ↑ ↓ ✕
- Richtige und falsche Aussagen üb ↑ ↓ ✕

[PDF aus Sammlung erstellen](#)

## Aufgabe: "Richtige und falsche Aussagen über Exponentialfunktionen"

DE Level: \*\* AutorIn: Fischer, Pascal

**Aufgabentext:** [v\\_00013\\_org\\_aufg.tex](#)

Gegeben sind drei Aussagen über Exponentialfunktionen, die überprüft und entsprechend begründet oder widerlegt werden müssen. Falsche Aussagen sollen zudem korrigiert werden.

Hier sind einige Aussagen zu Exponentialfunktionen der Form  $f(x) = a^x$ . Überprüfen Sie die Richtigkeit der Aussagen, begründen oder widerlegen Sie diese und korrigieren Sie sie gegebenenfalls.

1. Eine solche Exponentialfunktion ist bereits durch einen beliebigen Punkt eindeutig festgelegt.
2. Bei einer beliebigen Exponentialfunktion dieses Typs ist ein Punkt stets bekannt.
3. Da die Funktionswerte von Exponentialfunktionen dieses Typs stets größer als Null sind, können Prozesse, bei denen etwas im Laufe der Zeit abnimmt, hiermit nicht modelliert werden.

**Lösung:** [v\\_00013\\_org\\_loes.tex](#)

Die Lösung vereinigt begriffliches mit technischem Arbeiten.

1. Eine solche Exponentialfunktion ist bereits durch einen beliebigen Punkt eindeutig festgelegt.  
Diese Aussage trifft nur für Exponentialfunktionen der Form  $f(x) = a^x$  zu und nicht für diesen Fall nur, wenn die Koordinaten des Punktes nicht  $(0; 1)$  sind.  
**Begründung:**  
Durch das Einsetzen eines beliebigen Punktes  $(x_0; y_0)$  in die Funktionsvorschrift  $f(x) = a^x$  lässt sich der Parameter  $a$  immer eindeutig bestimmen.  
Da der Punkt  $(0; 1)$  allerdings ein Element aller Funktionen dieses Typs ist, erhält man durch das Einsetzen dieser Koordinaten lediglich folgende Gleichungen, mit denen man dann  $a$  nicht weiter bestimmen kann:  
 $a^0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ .  
Die richtige Aussage lautet:  
*Eine Exponentialfunktion ist bereits durch einen beliebigen Punkt  $P(x_0; y_0)$ , mit  $x_0 \neq 0$  eindeutig festgelegt.*
2. Bei einer beliebigen Exponentialfunktion dieses Typs sei ein Punkt stets bekannt.

**Typ**  
Selbststudium

**Zieltyp**  
X-X

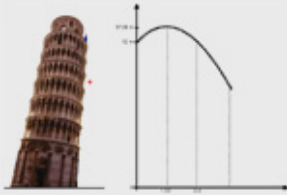
**Themen**  
Funktionen

**Tätigkeiten**  
begriffliches Arbeiten  
Interpretieren  
Argumentieren/Beweisen

**Schwierigkeit**  
Formalisierungsgrad k.A.  
Komplexitätsgrad k.A.  
Ausführungsparameter k.A.

**Rechnereinsatz**  
nicht notwendig

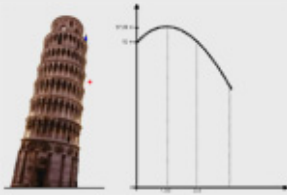
**Erstelldatum**  
07.10.2005



### 1.) Aufgabe "Richtige und falsche Aussagen über Exponentialfunktionen"

Hier sind einige Aussagen zu Exponentialfunktionen der Form  $f(x) = a^x$ . Überprüfen Sie die Richtigkeit der Aussagen, begründen oder widerlegen Sie diese und korrigieren Sie sie gegebenenfalls.

1. *Eine solche Exponentialfunktion ist bereits durch einen beliebigen Punkt eindeutig festgelegt.*
2. *Bei einer beliebigen Exponentialfunktion diesen Typs ist ein Punkt stets bekannt.*
3. *Da die Funktionswerte von Exponentialfunktionen diesen Typs stets größer als Null sind, können Prozesse, bei denen etwas im Laufe der Zeit abnimmt, hiermit nicht modelliert werden.*

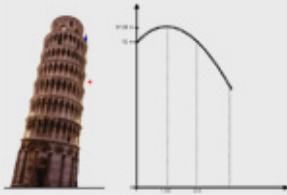


Geplanter **Stand** der Komponenten Ende  
**Anfang 2006.**

- Kap 1 – 5 Version 1 (zum Teil in Englisch)
- Exemplarische Module in neuer Struktur (Version 2)
- Aufgabendatenbank VEMADA mit Basisaufgaben

### Ausbau

- Vollständige neu modularisierte Version in Deutsch und Englisch
- Reichhaltige VEMADatenbank



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit !

Prof. Dr. Rolf Biehler  
Prof. Dr. Walter Strampp  
Prof. Dr. Wolfram Koepf

Team TU Darmstadt

Prof. Dr. Regina Bruder  
Dr. Werner Nickel

wissenschaftliche Mitarbeiter

Pascal Fischer  
Torsten Sprenger  
Tobias Hofmann

studentische Mitarbeiter

Ruben Debeerst  
Mirko Dietrich

Koordinationsstelle Multimedia

Dr. Reinhard Gerhold

Beratung

PD Dr. B. Billhardt  
Tatjana Samrowski

<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~vorkurs>

[vorkurs@mathematik.uni-kassel.de](mailto:vorkurs@mathematik.uni-kassel.de)