

In-Medium-Streuung in K-Matrix-Näherung

Diplomarbeit

vorgelegt von

Tino Mehlmann

aus Gießen

Institut für Theoretische Physik I
Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen im Mai 1999

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Streutheorie	5
2.2	Nukleares Medium	8
3	Das K-Matrix-Modell	11
3.1	Die K-Matrix	11
3.2	Lösung der Streugleichung mit Hilfe der K-Matrix-Näherung	12
3.3	Partialwellenanalyse	18
3.3.1	Freie Matrixelemente	18
3.3.2	Pauli-Operator	19
3.3.3	Streugleichung	24
3.4	Kinematik	25
3.4.1	Transformationen	25
3.4.2	Fermi-Bewegung der Nukleonen	27
4	Elementare Wechselwirkungen	29
4.1	Reaktionskanäle, Diagramme und Resonanzen	29
4.2	Lagrange-Funktionen	34
4.3	Formfaktoren	38
4.3.1	Eichinvarianz	40
4.4	Selbstenergie	42
5	Ergebnisse unter Einschluß des Pauli-Prinzips	45
5.1	Wirkungsquerschnitte	45
5.1.1	Blocking der Endzustände	45
5.1.2	Blocking der intermediären Zustände	47
5.2	Resonanzparameter	51
5.3	Parameter-Abhängigkeiten	54
6	Mediuminduzierte Veränderungen von Nukleon-Resonanzen	57
6.1	Stoßverbreiterung	58

6.2	Unitarität	60
6.3	Ergebnisse	61
6.3.1	Hadronische Reaktionen	61
6.3.2	Photoproduktion	65
7	Zusammenfassung & Ausblick	73
A	Notationen und Konventionen	75
B	Entwicklung von Matrixelementen	79
C	Entwicklung der Streugleichung	83
D	Isospinformalismus	87

Kapitel 1

Einleitung

In der physikalischen Literatur der letzten Jahre findet man viele Modelle, mit deren Hilfe ein Einblick in die Mechanismen der starken Wechselwirkung, insbesondere zwischen Mesonen und Baryonen, gewonnen werden kann.

Wichtige Bedingungen, die diese Modelle erfüllen müssen, sind Unitarität, Eich- und LORENTZ-Invarianz. Unitarität trägt der Wahrscheinlichkeitserhaltung Rechnung, so daß bei einem Streuprozess die Wellenfunktionen immer auf Eins normiert bleiben. Eichinvarianz steht in direktem Zusammenhang zur Ladungserhaltung, einer der am besten geprüften Erhaltungssätze. Da die Energien, die von Experimenten erreicht werden, in Bereiche von Ruhemassen der betrachteten Teilchen kommen, ist eine relativistische Beschreibung unerlässlich.

Wenn die Energieskala, in der das Modell angewendet wird, aber immer noch klein ist im Vergleich zu Energien, die nötig sind, um die Substruktur der Hadronen aufzulösen, bietet sich der Zugang mittels einer effektiven Feldtheorie an. In dieser sind die fundamentalen Freiheitsgrade Mesonen und Baryonen und der Substruktur wird durch Einführung effektiver Parameter (zum Beispiel des Cutoffs Λ in den Formfaktoren) Rechnung getragen. Resonanzen werden als angeregte Zustände des Nukleons aufgefaßt und als eigenständige Teilchen behandelt.

Ein besonderer Augenmerk richtet sich auf die Modellierung der Hintergrundbeiträge, zu denen man alle nicht resonanten Prozesse zählt. Bei der Kopplung von Pionen und Nukleonen müssen die Einschränkungen der chiralen Symmetrie beachtet werden, die besagt, daß im Fall von verschwindenden Quarkmassen die starke Wechselwirkung nicht zwischen up- und down-Quarks unterscheidet. Im Experiment findet man, daß die Quarkmassen etwas von Null verschieden sind, die Symmetrie also leicht gebrochen ist. Der chirale Limes wird durch entsprechende Konstruktion der LAGRANGE-Funktion berücksichtigt. Geeignete Ansätze sind das lineare oder nicht lineare σ -Modell. Zusammen mit der LORENTZ-Invarianz werden somit auch die an der Produktionsschwelle wichtigen Niederenergiethoreme erfüllt.

In [FM98, FM99] wurde ein Modell zu meson- und photoinduzierten Reaktionen am Nukleon entwickelt, wobei obengenannte Anforderungen erfüllt und die vorhandenen experimentellen Daten sehr gut reproduziert werden. Dieses Modell, auf welches in

den Kapiteln 3 und 4 genauer eingegangen wird, soll in dieser Arbeit weiterentwickelt werden.

Eine umfassendere Möglichkeit, ein besseres Verständnis der starken Wechselwirkung zu gewinnen, bieten neben Reaktionen am Nukleon solche am Kern oder in Schwerionenkollisionen.

Ein erster Schritt in Richtung Erweiterung auf Kernreaktionen wurde bei einem ähnlichen Modell bereits in [Sau96] vorgenommen. Dort wurde neben freien auch Reaktionen am Deuteron untersucht. Als einziges gebundenes Zwei-Baryonen-System, dessen Eigenschaften zudem sehr gut bekannt sind, spielt das Deuteron eine entscheidende Rolle im Studium der starken Wechselwirkung. In dieser Arbeit soll über dieses System hinausgegangen werden, da einige entscheidende physikalische Konzepte, wie z.B. das PAULI-Prinzip, das in fermionischen Teilchenverbänden eine große Rolle spielt, in [Sau96] nicht zur Anwendung kommen.

Bei der Betrachtung von Reaktionen in einem nuklearen Medium bietet es sich an, photonische Reaktionen zu verwenden, da das Photon nur schwach wechselwirkt und somit die eigentliche Reaktion durch die Endzustandswechselwirkungen nicht allzu sehr verzerrt wird. Damit eignet sich das Photon gut als Probe, um mediuminduzierte Veränderungen der Wirkungsquerschnitte zu vermessen. Aus diesem Grund wird darauf geachtet, daß in einem ersten Schritt auch die elektromagnetischen Wechselwirkungen einbezogen werden.

Eine exakte Behandlung von Viel-Teilchen-Problemen bedarf eines immensen rechnerischen Aufwandes. In den meisten Fällen werden daher Näherungen in den Modellen angebracht; insbesondere zur Bewältigung von Problemen wie Reaktionen am Kern oder Schwerionenkollisionen gibt es verschiedene, mitunter konkurrierende Ansätze. Hier sind vor allem semiklassische Transportmodelle, die im wesentlichen die zeitliche Entwicklung von Phasenraumdichten korrelierter Teilchen beschreiben, oder thermische Theorien, die den Informationsgehalt auf wenige Ordnungsparameter reduzieren, zu nennen.

Bei der Erweiterung der freien Streuung auf In-Medium-Streuung müssen ebenfalls Näherungen vorgenommen werden, insbesondere um Techniken, die in [Feu98] zur Anwendung gekommen sind, weiterhin benutzen zu können. Die Gültigkeit dieser Näherungen wird im Besonderen zu untersuchen sein.

Eine wichtige Erkenntnis, die sich durch immer mehr Rechnungen festigt, ist, daß sich Eigenschaften von Hadronen -und hier insbesondere Mesonen- in Kernmaterie ändern. Bereits 1967 erweiterte MIGDAL [Mig67] das Quasiteilchenkonzept von Landau auf nukleare Systeme. Betrachtet man die Ein-Teilchen-Wellenfunktion, so verteilt sich die Stärke im Medium über mehrere Eigenzustände des Hamiltonoperators. Wenn sie um wenige Zustände lokalisiert bleibt, kann man das Quasiteilchenkonzept anwenden und ein Quasiteilchen identifizieren.

Quantitative Eigenschaften eines Quasiteilchens weichen von denen des freien ab. So ist allgemein anerkannt, daß die effektive Masse m^* eines Nukleons beschrieben wird

durch

$$\frac{p}{m^*} = \frac{d\epsilon_p}{dp}.$$

Sie sinkt bei etwa 15 MeV unterhalb der FERMI-Energie auf 70% der freien Masse ab. Auf dem experimentellen Sektor werden bei der Vermessung von In-Medium-Eigenschaften in der jetzigen und kommenden Zeit große Bemühungen angestellt.

Das hier zu entwickelnde Modell könnte -ähnlich wie andere Modelle, zum Beispiel [FLW98]- dazu dienen, Vorhersagen über Mediumigenschaften zu machen und Spektralfunktionen zu berechnen.

Die Arbeit setzt sich aus einer Einführung in für sie zentrale Grundlagen der Feld- und Streutheorie im Kapitel 2, der Vorstellung des Modells in den Kapiteln 3 und 4, sowie einer anschließenden Diskussion der Resultate zusammen.

Beim Einbezug der Mediumeffekte werden diese einzeln diskutiert und evaluiert, sowie ein Gesamtbild entworfen, das sich mit diesen Effekten gewinnen lassen kann.

In Kapitel 5 wird im Besonderen auf die Auswirkungen des PAULI-Blocking fokussiert während in Kapitel 6 zusätzlich eine Stoßverbreiterung einbezogen wird.

Bei der Betrachtung der Ergebnisse werden speziell die elastischen Pion-Nukleon-Reaktionen untersucht werden, da diese für den Mechanismus der Rückstreuung von entscheidender Wichtigkeit sind. Ergebnisse werden auch für andere hadronische und elektromagnetische Reaktionen vorgestellt.

In Kapitel 7 wird abschließend eine Zusammenfassung und ein Ausblick gegeben.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Streutheorie

Diese Arbeit ist im wesentlichen auf die kovariante Störungstheorie aufgebaut. Diese ist ein wichtiger Zweig der modernen Feldtheorie, in dem Probleme wechselwirkender Teilchen approximativ, d.h. durch Entwicklung nach Ordnungen der Kopplungskonstante, gelöst werden. Eine exakte Behandlung aller Fragestellungen, die sich in Kern- und Elementarteilchenphysik stellen, ist bis heute nicht möglich.

Eine gute und umfassende Darstellung der FEYNMANSchen Störungstheorie findet sich z.B. in [PS96]. Notation und Konventionen entsprechen ebenfalls denen aus diesem Lehrbuch.

Der quantenmechanische Übergangsprozeß von einem Anfangs- in einen Endzustand (i und f) wird durch das sogenannte S-Matrixelement beschrieben, welches sich aus dem zugehörigen \hat{S} -Operator und den asymptotischen Zuständen wie folgt berechnet:

$$S = \langle \Phi_f | \hat{S} | \Phi_i \rangle.$$

Ist S bekannt, so hat man damit auch volle Kenntnis über den gesamten Streuprozeß. Eine wichtige Eigenschaft des \hat{S} -Operators ist die Unitarität

$$\hat{S}\hat{S}^\dagger = \hat{S}^\dagger\hat{S} = \hat{I}, \quad (2.1)$$

denn sie sichert die Wahrscheinlichkeitserhaltung. Summiert man nämlich über alle möglichen Endzustände, ergibt sich:

$$\sum_f |S_{fi}|^2 = \sum_f \langle \Phi_i | \hat{S}^\dagger | \Phi_f \rangle \langle \Phi_f | \hat{S} | \Phi_i \rangle = 1. \quad (2.2)$$

Zur Isolation des Teils der S-Matrix, der die Wechselwirkung der Teilchen beschreibt, vom Teil, der keinen Übergang enthält, definiert man durch

$$\begin{aligned} \hat{S} &= 1 + \hat{R} \\ \langle \Phi_f | R | \Phi_i \rangle &= \leftrightarrow i (2\pi)^4 \delta^4(P_f \leftrightarrow P_i) T \end{aligned} \quad (2.3)$$

die invariante T-Matrix, aus welcher wiederum das M-Matrixelement durch

$$T = NM \quad (2.4)$$

gewonnen werden kann. Der Normierungsfaktor wird durch die asymptotischen Teilchen festgelegt:

$$N = \prod_j \sqrt{\frac{n_j}{(2\pi)^3}}, \quad n_j = \begin{cases} m_j/E_j & \dots \text{ Fermionen} \\ 1/2E_j & \dots \text{ Bosonen} \end{cases}$$

Auf die Bestimmung von S aus elementaren Wechselwirkungen wird in Kapitel 3 eingegangen.

Da es später nötig sein wird, eine Partialwellenanalyse (PWA) der S - und T -Matrizen durchzuführen, soll auf diese Technik hier kurz eingegangen werden.

Die Theorie der PWA geht bereits auf Lösungsmethoden zur klassischen Mechanik zurück und wurde erstmals bei der Streuung von Schallwellen 1894 von RAYLEIGH angewendet.

Die PWA eignet sich insbesondere zur Untersuchung von rotationssymmetrischen Problemen. S kommutiert in diesem Fall mit dem Gesamtdrehimpuls, und für die Streuung von Spin-0 Teilchen auch mit dem Bahndrehimpuls

$$[S, J] = 0 \quad (2.5)$$

$$[S, L] = 0. \quad (2.6)$$

Für nicht-wechselwirkende Systeme ist der Übergang auf eine sphärische Basis gegeben durch:

$$\langle \mathbf{r} | E, l, m_l \rangle = i^l \sqrt{\frac{2m}{\pi p}} \frac{1}{r} j_l(pr) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (2.7)$$

mit den bekannten BESSEL- und Kugelflächenfunktionen j_l und Y_{lm} (vergleiche zum Beispiel [Mes90]).

Die wichtigste Eigenschaft dieser Basis ist, daß S darin diagonal ist, so daß sich die Berechnung von S im Vergleich zu einer kartesischen Basis stark vereinfacht.

Das S-Matrixelement kann durch Einfügung eines vollständigen Funktionensystems umgeformt werden:

$$\langle \mathbf{p}' | \hat{S} | \mathbf{p} \rangle = \int dE \sum_{lm_l} \langle \mathbf{p}' | \hat{S} | E, l, m_l \rangle \langle E, l, m_l | \mathbf{p} \rangle \quad (2.8)$$

$$= \sum_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{p}}') S_l Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}), \quad (2.9)$$

wobei S_l der Eigenwert von \hat{S} in der sphärischen Basis ist:

$$\hat{S} | E, l, m_l \rangle = S_l | E, l, m_l \rangle.$$

Eine Verallgemeinerung auf Teilchen mit Spin, z.B. Meson-Nukleon-Streuung, wird in [GW64] durchgeführt.

Insbesondere bei der elastischen Pion-Nukleon-Streuung bietet sich in Anbetracht der guten Datensituation eine Partialwellenanalyse als Schnittpunkt zwischen Theorie und Experiment an, da in der PWA Phasen und Beträge von Streuamplituden eingehen und somit der Informationsgehalt wesentlich größer ist als der von Wirkungsquerschnitten.

Ein Zusammenhang, um aus den PWA-Amplituden Observable zu extrahieren, wird in [EW88] hergeleitet. Der differentielle Wirkungsquerschnitt kann durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |g|^2 + |h|^2 \quad (2.10)$$

berechnet werden. Hierbei sind g und h gegeben durch (vergleiche auch Gleichung (B.9)):

$$g(s, \theta) = \sum_l [(l+1)T_{l+}(s) + lT_{l-}(s)] P_l(\cos \theta)$$

$$h(s, \theta) = \sin \theta \sum_l [T_{l+}(s) \leftrightarrow T_{l-}(s)] P'_l(\cos \theta).$$

P_l und P'_l sind die mit den Kugelflächenfunktionen zusammenhängenden LEGENDRE-Polynome bzw. deren Ableitungen. Die nach Partialwellen entwickelten Matrixelemente $T_{l\pm}$ werden durch Gleichung (B.10) definiert. Dabei wurden die durch gesamten Drehimpuls und Bahndrehimpuls beschriebenen Matrixelemente T_l^j zwecks abkürzender Schreibweise als $T_{l\pm}$ geschrieben, da für die hier betrachtete Streuung an skalaren und pseudoskalaren Mesonen gelten muß:

$$j = l \pm \frac{1}{2}. \quad (2.11)$$

Durch Integration von $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ über den ganzen Raumwinkel oder durch

$$\sigma = \frac{4\pi}{q^2} \sum_l [(l+1)|T_{l+}|^2 + l|T_{l-}|^2] \quad (2.12)$$

erhalten wir dann den totalen Wirkungsquerschnitt σ .

Bei einer Erweiterung des Modells auf mehrere Übergangsprozesse erhöht sich auch die Dimension von S . Diese ist wegen den verschiedenen Produktionsschwellen von der Gesamtenergie \sqrt{s} abhängig. Liegt \sqrt{s} zwischen der ersten ($\sqrt{s_1}$) und der zweiten Schwelle ($\sqrt{s_2}$), so lautet die Unitaritätsforderung nach einer PWA

$$|S_{lj}^{11}| = 1. \quad (2.13)$$

Die Partialwellenamplitude f wird definiert durch

$$f_{lj}^{ba}(E) = \frac{S_{lj}^{ba} \Leftrightarrow \delta^{ba}}{2i\sqrt{p_b p_a}}. \quad (2.14)$$

Die Größe $p_1 f_{lj}^{11}$ liegt für $\sqrt{s_1} < \sqrt{s} < \sqrt{s_2}$ auf dem Unitaritätskreis (s. Abbildung 2.1). Dieser ist definiert als der Ort, an dem alle Partialwellenamplituden liegen, die die Unitaritätsbedingung erfüllen (vergleiche z.B. [Tay72]).

Nach Öffnung von n Kanälen folgt aus Gleichung (2.1) für das $(1, 1)$ Matrixelement

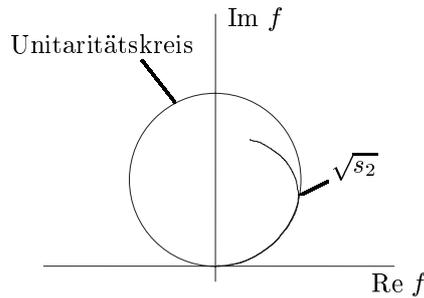


Abbildung 2.1: Unitaritätskreis

von S :

$$|S_{lj}^{11}|^2 + \dots + |S_{lj}^{1n}|^2 = 1 \quad (2.15)$$

$$\Rightarrow |S_{lj}^{11}| < 1, \quad (2.16)$$

damit liegt $p_1 f_{lj}^{11}$ nun innerhalb des Unitaritätskreises. Dieses Verhalten ist in Abbildung 2.1 ab der Energie $\sqrt{s_2}$, der Produktionsschwelle für einen zweiten Kanal, angedeutet.

Die fehlenden Beiträge verteilen sich für diesen Fall vom betrachteten Kanal in andere offene Kanäle.

Bei der Wahl eines unitären Modells ist es daher wichtig, für den zu beschreibenden Energiebereich alle relevanten Kanäle einzubinden. Darauf wird in Abschnitt 4.1 noch einmal eingegangen.

2.2 Nukleares Medium

In dieser Arbeit soll ein Modell zur Beschreibung von Streuprozessen im nuklearen Medium (z.B. ausgedehnte Kerne) erarbeitet werden. Die Kernmaterie soll durch ein einfaches Modell eines unkorrelierten FERMI-Gases beschrieben werden. Die Nukleonen, die bekanntlich dem PAULI-Prinzip unterliegen, werden im Kern energetisch bis zu

einem charakteristischen Niveau, dem FERMIImpuls p_F , aufgefüllt. Dieses Verhalten wird durch die Besetzungszahl

$$n(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1 \dots & |\mathbf{p}| \leq p_F \\ 0 \dots & |\mathbf{p}| > p_F \end{cases}$$

ausgedrückt.

Für Protonen und Neutronen werden die Energieniveaus separat besetzt und jedes Niveau ist bezüglich der Spinquantenzahl degeneriert. Daraus ergibt sich für die Dichte von isospinsymmetrischer Materie

$$\rho = 2\rho_i = 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} n_i(\mathbf{p}) = \frac{2p_F^3}{3\pi^2}.$$

Für normale Kerndichten, das heißt $\rho = 0.170 \text{ fm}^{-3}$, findet man damit für FERMIImpuls und FERMIEnergie die Werte

$$p_F \approx 270 \frac{\text{MeV}}{c} \quad ; \quad E_F = \frac{p_F^2}{2m_N} \approx 38 \text{ MeV}$$

Bei einer Streuung in einem Medium ist nun zu beachten, daß Nukleonen aus dem FERMIISee nur in Zustände oberhalb des FERMII-Niveaus gestreut werden können, weil anderenfalls das PAULI-Prinzip verletzt werden würde.

Kapitel 3

Das K-Matrix-Modell

3.1 Die K-Matrix

Die Methode, ein Streuproblem mittels einer BORN-Approximation zu lösen, ist zwar ein leicht gangbarer Weg, allerdings stellt sich heraus, daß hierbei die Unitaritätsforderung nicht erfüllt ist.

Aus diesem Grunde wurde die K-Matrix eingeführt, zu der die BORN-Amplitude V_{ba} eine mögliche Approximation darstellt [Wat65].

Aus der mathematischen Analyse von unitären Operatoren ist die CALEY-Transformation bekannt. Angewendet auf die unitäre S-Matrix wird durch sie die N-Matrix definiert [Tay72]:

$$N = i \frac{1 \Leftrightarrow S}{1 + S} \quad (3.1)$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1 + iN}{1 \Leftrightarrow iN}. \quad (3.2)$$

Aus dieser Definition ist klar, daß S genau dann die Unitaritätsbedingung (2.1) erfüllt, wenn N hermitesch ist.

Wenn S energieerhaltend ist, folgt das auch für N und man kann die K-Matrix durch

$$\langle \mathbf{p}_b | N | \mathbf{p}_a \rangle = (2\pi)^3 \delta(E_{p_b} \Leftrightarrow E_{p_a}) K \quad (3.3)$$

eingeführen. Diese Definition geht auf HEITLER zurück (weshalb die K-Matrix gelegentlich auch HEITLER-Matrix genannt wird).

Die Definition von K durch Gleichung (3.3) korrespondiert zur Definition der Übergangsmatrix T in Gleichung (2.3). Wenn die S-Matrix in der Impulsdarstellung zusätzlich noch symmetrisch ist,

$$\langle \mathbf{p}_b | S | \mathbf{p}_a \rangle = \langle \mathbf{p}_a | S | \mathbf{p}_b \rangle,$$

überträgt sich diese Eigenschaft auch auf die K-Matrix. Zusammen mit der Hermitizität folgt, daß K in diesen Fällen reell sein muß.

Der Zusammenhang zwischen K und T kann wie folgt hergestellt werden:

$$\begin{aligned} S = 1 + R &= \frac{1 + iN}{1 \Leftrightarrow iN} \\ R &= iN(2 + R). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Für spinlose Teilchen ergibt sich daraus

$$T = K \Leftrightarrow i \int d^3 p_c K(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_c; E) \delta(E_c \Leftrightarrow E) T(\mathbf{p}_c, \mathbf{p}_a, E_c). \quad (3.5)$$

In einer Drehimpulsdarstellung werden diese Beziehungen sehr einfach, weil alle Matrizen diagonal sind:

$$\langle E', l', m_l' | \begin{Bmatrix} N \\ S \\ R \end{Bmatrix} | E, l, m_l \rangle = \delta(E \Leftrightarrow E') \delta_{l'l'} \delta_{m_l' m_l} \begin{Bmatrix} N_l(E) \\ S_l(E) \\ R_l(E) \end{Bmatrix}, \quad (3.6)$$

Gleichung (3.1) reduziert sich also auf eine Relation zwischen komplexen Zahlen. Der Vorteil dieser Einführung ist darin zu sehen, daß man die Konstruktion eines unitären \hat{S} -Matrix durch die einer reellen K-Matrix ersetzen kann, wobei garantiert wird, daß \hat{S} unitär ist.

3.2 Lösung der Streugleichung mit Hilfe der K-Matrix-Näherung

Die exakte und kovariante Berechnung einer Streuung zweier Teilchen erfordert die Lösung der BETHE-SALPETER-Gleichung [BS51]. Graphisch läßt sie sich folgendermaßen darstellen:

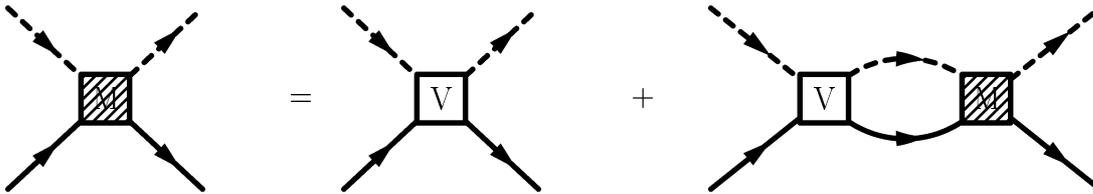


Abbildung 3.1: Bethe-Salpeter-Gleichung

In dieser Arbeit wird sich auf die Streuung zwischen Nukleonen oder Hyperonen, im folgenden bezeichnet durch "N", und Mesonen, bezeichnet durch "M", beschränkt. Die Auswertung erfolgt im Schwerpunktsystem, das durch

$$P = (p_N + p_M) \quad \text{mit} \quad \mathbf{P} = 0$$

festgelegt ist. P^0 ergibt die invariante Masse der Teilchen, die im folgenden mit E bezeichnet wird.

Der relative Impuls p zweier Teilchen ist gegeben durch:

$$p = \frac{1}{2} (p_M \leftrightarrow p_N),$$

so daß sich die Impulse p_N und p_M umformen lassen zu:

$$p_N = (P^0/2 \leftrightarrow p^0, \leftrightarrow \mathbf{p}) \quad p_M = (P^0/2 + p^0, +\mathbf{p}).$$

Findet ein Streuprozeß von p_a nach p_b statt, ist der Gesamtimpuls P erhalten und die MANDELSTAM-Variablen sind gegeben durch:

$$s = (P^0)^2, \quad u = (p_a + p_b)^2, \quad t = (p_a \leftrightarrow p_b)^2. \quad (3.7)$$

Im Schwerpunktsystem lautet die BETHE-SALPETER-Gleichung:

$$M(p_b, p_a, E) = V(p_b, p_a, E) + \int \frac{d^4 p_c}{(2\pi)^4} M(p_b, p_c; E) \mathcal{G}_{BS}(p_c; E) QV(p_c, p_a; E). \quad (3.8)$$

Hierbei sind p_b, p_a, p_c die Viererimpulse in End-, Anfangs- sowie Zwischenzustand. M ist die invariante Amplitude und V die Summe aller beitragenden, irreduziblen Diagramme. \mathcal{G}_{BS} ist der Zweiteilchenpropagator, der in dieser Arbeit aus dem Produkt von Meson- und Nukleonpropagator besteht - Vektormesonen sowie Nukleonresonanzen werden hier nicht als Zwischenzustände in Betracht gezogen. Damit ergibt sich \mathcal{G}_{BS} allgemein zu:

$$\mathcal{G}_{BS}(p_c; E) = i \left(\frac{(\leftrightarrow p_c^0 + \frac{E}{2}) \gamma_0 \leftrightarrow \mathbf{p}_c \cdot \boldsymbol{\gamma} + m_N}{(\frac{E}{2} \leftrightarrow p_c^0)^2 \leftrightarrow \mathbf{p}_c^2 \leftrightarrow m_N^2} \right) \left(\frac{1}{(\frac{E}{2} + p_c^0)^2 \leftrightarrow \mathbf{p}_c^2 \leftrightarrow m_M^2} \right). \quad (3.9)$$

Q in Gleichung (3.8) ist der PAULI-Operator, der verhindert, daß ein Nukleon bei einem Rückstreuoprozeß einen Zustand einnimmt, der schon durch ein anderes Nukleon besetzt ist:

$$Q = \begin{cases} 1 \dots |\mathbf{p}_{N,lab}| > p_F \\ 0 \dots |\mathbf{p}_{N,lab}| \leq p_F. \end{cases} \quad (3.10)$$

Für eine Gekoppelte-Kanal-Rechnung erfordert Gleichung (3.8) die Lösung einer gekoppelten Integralgleichung. Dies wird im allgemeinen nur unter Zuhilfenahme von Näherungen erreicht [MS92].

In dieser Arbeit wird die **K-Matrix-Näherung** favorisiert, die im folgenden vorgestellt werden soll.

Dazu wird die Integration über den Zwei-Teilchen-Zwischenimpuls in einen Real- und einen Imaginärteil aufgespalten. Dadurch wird eine neue Matrix eingeführt, die sich

nach Anwendung der K-Matrix-Näherung als die in Gleichung (3.5) eingeführte K-Matrix herausstellt.

Für den Realteil der Integration erhalten wir die Form:

$$K(p_b, p_a; E) = V(p_b, p_a; E) + \int \frac{d^4 p_c}{(2\pi)^4} K(p_b, p_c; E) \text{Re} \{ \mathcal{G}_{BS}(p_c; E) Q \} V(p_c, p_a; E). \quad (3.11)$$

In einer zweiten Integration wird der Imaginärteil des Propagators einbezogen:

$$M(p_b, p_a; E) = K(p_b, p_a; E) + \int \frac{d^4 p_c}{(2\pi)^4} M(p_b, p_c; E) i \text{Im} \{ \mathcal{G}_{BS}(p_c; E) Q \} K(p_c, p_a; E). \quad (3.12)$$

Da der Übergangoperator S unitär sein sollte (2.1), folgt für M :

$$M \Leftrightarrow M^* = \Leftrightarrow i (2\pi)^4 \sum_{\bar{s}} \int d^4 p_c \times \quad (3.13)$$

$$\times \delta \left(\Leftrightarrow p_c^0 + \frac{E}{2} \Leftrightarrow E_N(|\mathbf{p}_c|) \right) \delta \left(\Leftrightarrow p_c^0 + \frac{E}{2} \Leftrightarrow E_M(|\mathbf{p}_c|) \right) \times$$

$$\times M(p_b, p_c; E) u(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \bar{u}(\mathbf{p}_c, \bar{s}) M^*(p_b, p_c; E) \frac{m_N}{E_N(p_c)} \frac{1}{2E_M(p_c)} \frac{1}{(2\pi)^6}$$

mit der Nukleon- und Meson-Energie

$$E_N(p) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_N^2} \quad E_M(p) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_M^2}. \quad (3.14)$$

Die in Gleichung (3.13) zusätzlich auftretenden Faktoren rühren von der Definition des Matrixelementes M aus Gleichung (2.4). Da die Unitarität von S sich nur auf asymptotische Zustände bezieht, müssen desweiteren noch Delta-Funktionen eingefügt werden. Unter Ausnutzung der BETHE-SALPETER-Gleichung sowie der Hermitizität von V kann man andererseits die folgende Gleichung herleiten:

$$M \Leftrightarrow M^* = 2i \int \frac{d^4 p_c}{(2\pi)^4} M^* \text{Im} \{ \mathcal{G}_{BS} Q \} M. \quad (3.15)$$

Durch Vergleich der beiden letzten Gleichungen sieht man, daß jeder Propagator \mathcal{G}_{BS} , der die Bedingung

$$\text{Im} \{ \mathcal{G}(p_c; E) \} = \Leftrightarrow \pi^2 \frac{m_N}{E_N(p_c)} \frac{1}{2E_M(p_c)} Q \sum_{\bar{s}} u(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \bar{u}(\mathbf{p}_c, \bar{s})$$

$$\delta \left(\Leftrightarrow p_c^0 + \frac{E}{2} \Leftrightarrow E_N(|\mathbf{p}_c|) \right) \delta \left(\Leftrightarrow p_c^0 + \frac{E}{2} \Leftrightarrow E_M(|\mathbf{p}_c|) \right)$$

$$= \Leftrightarrow (2\pi)^2 m_N \delta(p_{cN}^2 \Leftrightarrow m_N^2) \delta(p_{cM}^2 \Leftrightarrow m_M^2)$$

$$\theta(p_{cN}^0) \theta(p_{cM}^0) Q \sum_{\bar{s}} u(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \bar{u}(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \quad (3.16)$$

erfüllt, die Unitarität der S -Matrix sichert [Sau96].

In Hinblick auf Gleichung (3.11) bietet sich nun die K-Matrix-Näherung an: Der volle Propagator \mathcal{G}_{BS} wird durch den K-Matrix-Propagator \mathcal{G}_K ersetzt. Dabei berücksichtigt dieser nur den für die Unitarität wichtigen Imaginärteil aus Gleichung (3.16):

$$\mathcal{G}_K(p_c; E) = i\text{Im} \{ \mathcal{G}(p_c; E) \}. \quad (3.17)$$

Der Realteil von \mathcal{G}_{BS} wird durch die Unitaritätsforderung nicht eingeschränkt. Man kann also diese Vereinfachung verwenden, ohne daß die Unitarität verletzt wird.

Mit dieser Näherung vereinfacht sich Gleichung (3.11) zu:

$$K(p_b, p_a; E) = V(p_b, p_a; E), \quad (3.18)$$

Gleichung (3.12) kann mit den Delta-Funktionen aus dem K-Matrix-Propagator und den Normierungsfaktoren, die M und T in Beziehung setzen, mit der Definition der K-Matrix aus Gleichung (3.5) in Verbindung gebracht werden. Die Normierungsfaktoren aus der Unitaritätsbedingung (3.13) kommen von den rückgestreuten Teilchen. Damit sind die in Gleichungen (3.11) und (3.5) eingeführten K-Matrizen bis auf die Normierungsfaktoren gleich.

Die Streugleichung (3.8) vereinfacht sich mit dieser Näherung zu:

$$\begin{aligned} M(p_b, p_a; E) = V(p_b, p_a; E) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{im_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E} \sum_{\bar{s}} \int d\Omega_c M(p_b, \mathbf{p}_c; E) Qu(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \bar{u}(\mathbf{p}_c, \bar{s}) V(\mathbf{p}_c, p_a; E). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Eine Konsequenz dieser Näherung ist, daß jegliche Off-Shell-Propagation der intermediären, rückgestreuten Teilchen vernachlässigt wird. Numerisch beschränkt man sich auf den Hauptwert, den wichtigsten Beitrag zum Integral. Weiterhin wird die Kausalität, der Zusammenhang zwischen Real- und Imaginärteil des Propagators, fallengelassen, was im Fall der freien Streuung vertretbar scheint, aber insbesondere zur Beschreibung von gebundenen Zuständen nicht intuitiv, da hier die Energieabhängigkeit des Realteils von \mathcal{G}_{BS} eine entscheidende Rolle spielt. Inwieweit dies hier relevant wird - betrachten wir doch die Streuung in einem die Nukleonen bindenden Medium - wird sich in späteren Kapiteln zeigen.

Diesen Nachteilen stehen auf der anderen Seite gewichtige Vorteile gegenüber:

- Die Streugleichung (3.19) kann nach einer PWA auf ein System von algebraischen Gleichungen reduziert werden, das im Gegensatz zu einer gekoppelten Integralgleichung analytisch lösbar ist. Damit verbunden ist eine erhebliche Senkung des numerischen Aufwandes.
- Divergenzen, die durch die Integration auftreten, werden beseitigt. Somit entfällt eine aufwendige Regularisierung (siehe z.B. [LA99]); alle auftretenden Größen sind physikalisch.

- Niederenergiethoreme werden von der iterierten Lösung M erfüllt, sofern sie von den elementaren Prozessen, die in V enthalten und aus der später zu diskutierenden LAGRANGE-Funktion abgeleitet sind, erfüllt werden [Sau96]. Dies gilt nicht unbedingt für andere Näherungen.

Desweiteren kann man zur Untermauerung der K-Matrix-Näherung sagen, daß durch Formfaktoren, die in Kapitel 4.3 eingeführt werden, die Off-Shell-Propagation weiter unterdrückt wird. Dadurch wird Gültigkeit der verwendeten Näherung zusätzlich erhöht.

Für einen Vergleich mit anderen Modellen sei hier auf [PJ91] verwiesen. Dort werden Resultate für Pion-Nukleon-Streuung unter Anwendung verschiedener Vereinfachungen von \mathcal{G}_{BS} unter Beachtung der Unitaritätseinschränkung gezeigt: zum einen der sogenannte "Smooth"-Propagator

$$\mathcal{G}_{sm}(p; s) = 2\pi \frac{\delta(p_0)}{2\sqrt{s}} \frac{\gamma_0 E_N \Leftrightarrow \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m_N}{E_N^2 \Leftrightarrow m_N^2 \Leftrightarrow p^2}, \quad (3.20)$$

bei dem die kurzreichweitige Struktur aus dem Zwei-Teilchenpropagator entfernt wurde. Nukleon- und Meson-Energie (E_N und E_M) sind hierbei gegeben durch Gleichung (3.14).

Weiterhin der BLANKENBECLER-SUGAR-Propagator, der die Rechnungen vereinfacht, weil er proportional zu einem Projektions-Operator auf positive Energien ist:

$$\mathcal{G}_{Bbs}(p; s) = 2\pi \frac{\delta(p_0)}{2\sqrt{s}} \left(\sqrt{\frac{s_p}{s}} \frac{ss_p \Leftrightarrow (m_N^2 \Leftrightarrow m_\pi^2)^2}{s_p^2 \Leftrightarrow (m_N^2 \Leftrightarrow m_\pi^2)^2} \right) \frac{\gamma_0 \sqrt{p^2 + m_N^2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m_N}{E_N^2 \Leftrightarrow m_N^2 \Leftrightarrow p^2} \quad (3.21)$$

mit

$$s_p = \left(\sqrt{p^2 + m_N^2} + \sqrt{p^2 + m_\pi^2} \right).$$

Bei der Lösung von Gleichung (3.8) wird die größte Vereinfachung mit dem K-Matrix-Propagator \mathcal{G}_K erzielt, wobei Ergebnisse wie Streulängen und Streuphasenwinkel fast identisch zu denen von \mathcal{G}_{Bbs} und \mathcal{G}_{sm} sind.

Bei der Bearbeitung komplexerer Probleme (in [PJ91] wurde nur die Delta-Resonanz und der Pion-Nukleon-Kanal einbezogen) bietet sich der K-Matrix-Propagator wegen der dann in den Vordergrund tretenden technischen Erleichterungen an.

Eine Verallgemeinerung der Streugleichung (3.19) auf gekoppelte Kanäle kann wie folgt realisiert werden:

Zuerst wird ein neuer Index eingeführt, der den Kanal bezüglich seines Teilchenzustandes beschreibt. Damit werden V und M als Übergangsoperatoren zu Matrizen:

$$V_{ba} = \mathcal{V} = \begin{pmatrix} V(\pi N \rightarrow \pi N) & V(\pi N \rightarrow \eta N) & \dots \\ V(\eta N \rightarrow \pi N) & V(\eta N \rightarrow \eta N) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Im Zwischenzustand wird anschließend über alle Freiheitsgrade summiert. Damit erhalten wir für die Streugleichung:

$$M_{ba}(p_b, p_a; E) = V_{ba}(p_b, p_a; E) \Leftrightarrow \frac{im_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E} \sum_{\bar{s}} \sum_c \int d\Omega_c M_{bc}(p_b, \mathbf{p}_c; E) Q u(\mathbf{p}_c, \bar{s}) \bar{u}(\mathbf{p}_c, \bar{s}) V_{ca}(\mathbf{p}_c, p_a; E). \quad (3.23)$$

Unter Ausnutzung von Gleichungen (A.2) und (A.1) sowie durch Definition von

$$\begin{aligned} \mathcal{V}^{s's} &= \bar{u}(p_b, s') V_{ba}(p_b, p_a, E) u(p_a, s) \\ \mathcal{M}^{s's} &= \bar{u}(p_b, s') M_{ba}(p_b, p_a, E) u(p_a, s) \end{aligned} \quad (3.24)$$

erhält man eine kompakte Form der gekoppelten-Kanal-Streugleichung

$$\mathcal{M}_{ba}^{s's} = \mathcal{V}_{ba}^{s's} \Leftrightarrow \frac{im_N \mathbf{p}_c}{4(2\pi)^2 E} \sum_{c, \bar{s}} \int d\Omega_c \mathcal{M}_{bc}^{s'\bar{s}} Q \mathcal{V}_{ca}^{\bar{s}s}, \quad (3.25)$$

die in den folgenden Kapiteln untersucht werden soll.

Die Erweiterung der Streugleichung um Isospinfreiheitsgrade wird in Anhang D illustriert. Da hierbei keine wesentliche Neuerung hinzukommt, wird der Isospin-Index im folgenden unterdrückt bzw. s kann als gemeinsame Spin-Isospin-Quantenzahl angesehen werden.

Bisher wurde dem PAULI-Prinzip nur in den intermediären Zuständen Rechnung getragen. Das Blocking der Endzustände kann dadurch eingearbeitet werden, daß bei der Berechnung des differentiellen oder totalen Wirkungsquerschnittes durch Gleichungen (2.10) und (2.12) der eingeschränkte Phasenraum bedacht wird.

Um elektromagnetische Reaktionen ebenfalls in den Formalismus einzuschließen, werden an der Rückstreuung Näherungen vorgenommen.

Da das Photon mit Spin 1 mehr als eine Reaktionsmöglichkeit mit dem Nukleon hat (elektrische und magnetische), ist keine Zerlegung nach reinen Partialwellen in der Form wie in Kapitel 3.3 dargestellt möglich. Stattdessen führt man eine Multipolzerlegung durch [KDL95]. Da im Rahmen dieser Arbeit diese Multipolzerlegung noch nicht mediummodifiziert wurde, kann zumindest der Fall der COMPTON-Streuung noch nicht behandelt werden.

Für den Prozeß der Photoproduktion von Mesonen bietet sich jedoch ein Ausweg an: Da die elektromagnetische Kopplungskonstante sehr klein ist im Vergleich zu Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung, liegt es nahe, die Rückstreuung, die nach der Photon-Nukleon Reaktion stattfindet, einzig über hadronische Kanäle zu beschreiben. Damit wird die Gleichung für den Prozeß ($\gamma N \rightarrow mN$) zu [Feu98]:

$$\mathcal{M}_{m\gamma} = \mathcal{V}_{m\gamma} + i \sum_{m'} \mathcal{M}_{mm'} \mathcal{V}_{m'\gamma}. \quad (3.26)$$

Dem PAULI-Prinzip kann nun recht einfach Rechnung getragen werden:

Endzustände werden durch Multiplikation mit einem entsprechenden Phasenraumfaktor, der unabhängig von einer Helizitätszerlegung ist, dem PAULI-Prinzip unterworfen, während intermediäre Zustände mit Hilfe der PWA beschrieben und mediummodifiziert werden können.

Der γ - N Kanal wird desweiteren in rein hadronischen Reaktionen bei der Rückstreuung vernachlässigt:

$$\mathcal{M}_{mm} = \mathcal{V}_{mm} \Leftrightarrow i \sum_{m' \neq \gamma} \mathcal{M}_{mm'} \mathcal{V}_{m'm}. \quad (3.27)$$

Diese Form der perturbativen Behandlung photonischer Reaktionen wird auch in [FM99] favorisiert.

Die Behandlung des Photons im Isospinformatismus erfolgt in Anhang D.

3.3 Partialwellenanalyse

Um nun die Streugleichung (3.25), die über eine Winkelintegration und die Summe über intermediäre Spinzustände gekoppelt ist, zu lösen, soll zuerst nach Partialwellen entwickelt werden. Damit kann die Spinsummation in den Zwischenzuständen durch die Projektion auf orthogonale Zustände aufgelöst werden.

Um dies zu erreichen, werden die freien Matrixelemente und der PAULI-Operator Q in einer Drehimpulsbasis untersucht. In Kapitel 3.3.3 kann mit diesen Vorbereitungen die Zerlegung vorgenommen werden.

Die Kopplung, die durch die Summe über mögliche Zwischenzustände entsteht, kann anschließend durch eine einfache Matrixinvertierung berechnet werden.

3.3.1 Freie Matrixelemente

Die Entwicklung von \mathcal{V} -Matrixelementen wird in Anhang B vorgeführt. Für den Fall einer Streuung eines skalaren Mesons an einem Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen (Nukleon oder Lambda) kann das Matrixelement auf die Form

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} s', \mathbf{p}_b, \mathbf{P}_b, b | V | \frac{1}{2} s, \mathbf{p}_a, \mathbf{0}, a \rangle = \\ \int dE \int dE' \sum_{j, m_j, l} \sum_{j', m'_j, l'} \langle \frac{1}{2} s', \mathbf{p}_b | j' m'_j, l', \frac{1}{2}, E' \rangle \\ \langle j' m'_j, l', \frac{1}{2}, E'; \mathbf{P}_b, b | V | j m_j, l, \frac{1}{2}, E; \mathbf{0}, a \rangle \langle j m_j, l, \frac{1}{2}, E | \mathbf{p}_a, \frac{1}{2} \rangle. \end{aligned} \quad (3.28)$$

gebracht werden. Da wir Energie- und Impulserhaltung fordern, gilt:

$$E = E' \quad \text{und} \quad \mathbf{P}_b = \mathbf{0}.$$

Für die freie Streuung sind die Übergangsamplituden wegen Rotationsinvarianz diagonal in j . Da für den Übergangsprozeß im Medium die Struktur der freien Matrixelemente beibehalten werden soll, kann die Rotationsinvarianz weiterhin zugrunde gelegt werden. Erst durch die modifizierte Propagation der Zwischenzustände wird die Drehimpulsstruktur der Streugleichung nicht diagonal.

Da weiter keine Raumrichtung ausgezeichnet ist, ist \mathcal{V} diagonal in m_j . Als direkte Konsequenz des WIGNER-ECKHART-Theorems (siehe hierzu [Mes90]) folgt abschließend, daß \mathcal{V} unabhängig von m_j ist.

Damit gewinnen wir eine recht einfache Darstellungsform:

$$V_{ba}^{s's}(p_b, p_a; E) = \sum_{j m_j l' l} C_{l'(m_j-s), \frac{1}{2}s'}^{j m_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{j m_j} Y_{l'(m_j-s')}(\Omega_b) Y_{l(m_j-s)}^*(\Omega_a) V_{ba}^{j l' l}(|\mathbf{p}_a|, |\mathbf{p}_b|, p_a^0, p_b^0; E). \quad (3.29)$$

Hierbei sind $C_{l_1 m_1, l_2 m_2}^{j m_j}$ die in Gleichung (B.1) eingeführten CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten zur Drehimpulskopplung.

Wenn die Streuung mit skalaren Mesonen stattfindet, kann je nach Paritätseigenschaft des Mesons noch eine Beziehung zwischen l und l' gefunden werden (siehe Anhang B).

3.3.2 Pauli-Operator

Zur Einbeziehung des PAULI-Prinzips in die Partialwellenanalyse muß zuerst die Matrixstruktur von Q in einer Drehimpulsbasis untersucht werden:

$$\langle \mathbf{P}', p', j', m'_j, l', s' | Q | \mathbf{P}, p, j, m_j, l, s \rangle. \quad (3.30)$$

Hierbei ist \mathbf{P} der Schwerpunkts- und \mathbf{p} der Relativimpuls. In diesen Größen sowie in Spin und Isospin ist Q diagonal. Weiterhin ist Q invariant unter Paritätstransformationen und erlaubt daher keine Übergänge zwischen Zuständen mit verschiedener Parität (\Leftrightarrow) ^{l} . Jedoch sind die Nichtdiagonalelemente zwischen verschiedenen l und j im allgemeinen von Null verschieden:

$$\langle \mathbf{P}', p', j', m'_j, l', s' | Q | \mathbf{P}, p, j, m_j, l, s \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{P}' \Leftrightarrow \mathbf{P}) (2\pi)^3 \frac{\delta(p' \Leftrightarrow p)}{p^2} \delta_{s's} \langle j', m'_j, l' | Q | j, m_j, l \rangle. \quad (3.31)$$

Damit wird durch Q eine neue, komplizierte Tensorstruktur in der Streugleichung geschaffen; eine Partialwellenzerlegung kann daher die Lösung nicht mehr vereinfachen. Dies ist auch von einem anschaulichen Standpunkt ersichtlich. Wie in Kapitel 2.1 erläutert, bietet sich eine Entwicklung nach Drehimpulsquantenzahlen an, wenn es sich um ein rotationssymmetrisches Problem handelt, denn die einzelnen Glieder sind dann orthogonal. Durch die Einführung des PAULI-Operators wird die Rotationssymmetrie aber gebrochen, denn im Schwerpunktsystem ist die "FERMI-Kugel" aus dem

Kernmaterie-Ruhesystem nicht mehr notwendig sphärisch symmetrisch.

Um eine Größenvorstellung von den Nichtdiagonalelementen zu bekommen kann man das Matrixelement aus Gleichung (3.31) wie folgt umformen:

$$\begin{aligned}
& \langle j' m'_j, l' s | Q | j m_j, l s \rangle \\
&= \sum_{m_l m'_l} \sum_{m_s m'_s} \langle j' m'_j l' | l m_l, s m_s s' \rangle \underbrace{\langle l m_l, s m_s | Q | l' m'_l, s' m'_s \rangle}_{\delta_{m'_l m_s} \delta_{s' s} \langle l m_l | Q | l' m'_l \rangle} \langle l' m'_l, s' m'_s | j m_j, l s \rangle \\
&= \sum_{m_l m'_l} \sum_{m_s} \langle j' m'_j, l' | s l m_l, s m_s \rangle \langle l m_l | Q | l' m'_l \rangle \langle l' m'_l, s m_s | j m_j, l s \rangle. \quad (3.32)
\end{aligned}$$

Q ist dabei abhängig von \mathbf{P} und \mathbf{p} , oder alternativ von \mathbf{p} und $\mathbf{p}_F(\Omega)$.

Wenn bei der Betrachtung des Streuprozesses eine Rotationssymmetrie um die Reaktionsachse beibehalten wird, ist der FERMI-Impuls im Schwerpunktsystem also nicht vom Azimutalwinkel ϕ abhängig. Damit wird in einer ersten Abschätzung eine Bewegung der Nukleonen orthogonal zur Strahlachse vernachlässigt. Es gilt also:

$$\mathbf{p}_F(\Omega) = \mathbf{p}_F(\theta). \quad (3.33)$$

Damit wird das Matrixelement in Gleichung (3.32) in der Projektionsquantenzahl m_l diagonal. Als auszuwertender Ausdruck verbleibt:

$$\langle l' m' | Q(k, p_F(\theta)) | l m \rangle = \int d\Omega Y_{l' m'}^*(\Omega) Y_{l m}(\Omega) \theta(k \Leftrightarrow p_F(\theta)). \quad (3.34)$$

Die kinematische Situation ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Hierbei steht θ für den Streuwinkel und θ_F für den maximal möglichen Streuwinkel zu einem gegebenen Impuls der Teilchen im Endzustand. Alle größeren sind durch das PAULI-Verbot ausgeschlossen. Der kinematisch verbotene Bereich ist schraffiert dargestellt. Mit einer Bestimmung von θ_F kann das Integral aus (3.34) numerisch ausgewertet werden. In Abbildung 3.3 sind die Matrixelemente aus Gleichung (3.34) für zwei verschiedene Drehimpulse l in Abhängigkeit von θ_F aufgetragen.

Man erkennt deutlich die endlichen Nicht-Diagonalelemente, die für ein festes θ_F unregelmäßig das Vorzeichen wechseln, im Vergleich zu den Diagonalelementen aber klein bleiben. Um eine Abschätzung zu gewinnen, in welchen Bereichen die Stärke des PAULI-Effektes und damit θ_F liegen, können typische Reaktionen im Schwerpunktsystem betrachtet werden. In Abbildung 3.4 findet sich θ_F für die Reaktionen $\pi N \rightarrow \pi N$ und $\eta N \rightarrow \eta N$ bei einem FERMI-Impuls von 270 MeV/c. Das Nukleon, an dem gestreut wird, ruht zu Beginn der Reaktion im Kernsystem.

Aus dieser Darstellung wird deutlich, daß für Energien, die wenig oberhalb der Produktionsschwelle für die jeweiligen Kanäle liegen, der ganze Phasenraum für die Zwischen- und Endzustände geblockt wird. Effektiv verschieben sich damit die Produktionsschwellen des Pion-Nukleon-Kanals von 1.077 GeV auf 1.136 GeV und die des Etas von 1.486 auf 1.514 GeV. Ist diese Produktionsschwelle einmal überschritten,

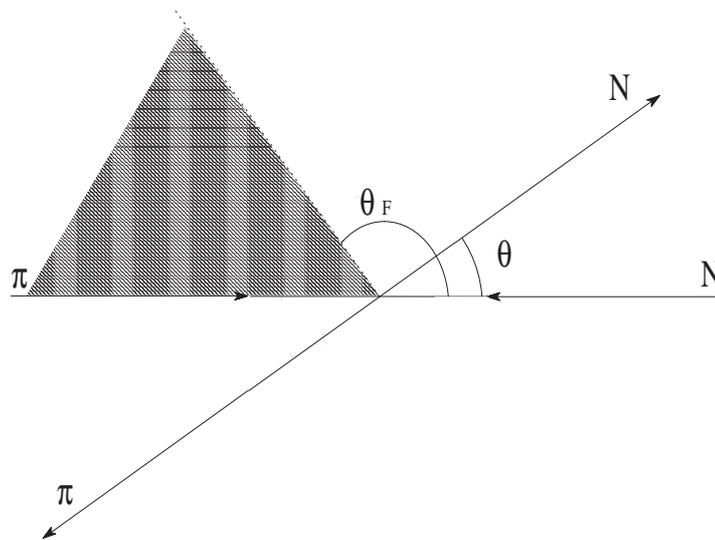


Abbildung 3.2: Kinematik im Schwerpunktsystem mit ein- und auslaufenden Pionen und Nukleonen

θ ist der Streuwinkel und θ_F ist der durch das PAULI-Prinzip maximal erlaubte Streuwinkel; der verbotene Winkelbereich ist schraffiert dargestellt

nimmt θ_F recht schnell mittlere bis große Werte an. In Hinblick auf die Matrixstruktur von Q bedeutet dies, daß die Nicht-Diagonal-Elemente aus Gleichung (3.34) nur nahe der Schwelle wichtig werden.

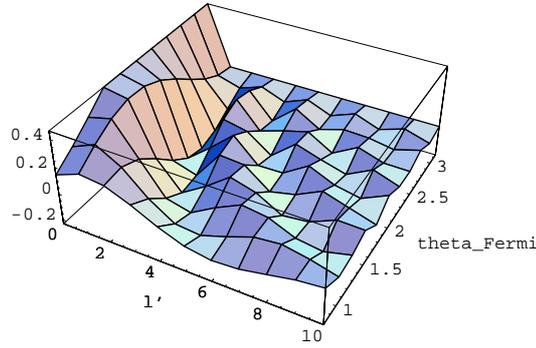
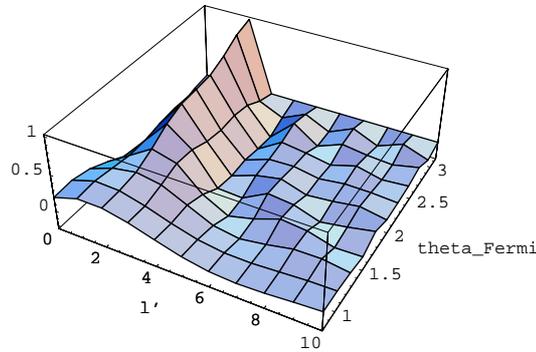
Nachdem eine Größenabschätzung des PAULI-Effektes gemacht wurde, soll er physikalisch interpretiert werden.

Durch die nichtverschwindenden Wahrscheinlichkeiten im Übergang $l \rightarrow l'$, ist der Drehimpuls in der Rückstreuung nicht mehr erhalten. Zwar bleibt die Parität erhalten, Q ist invariant unter Paritätstransformationen, trotzdem kann beliebig hoher Drehimpuls erzeugt werden, wie man auch anhand Abbildung 3.3 verifizieren kann, denn die Matrixelemente gehen für große l' nur langsam gegen Null. Das umgebende Medium kann also durch das Ausschlußprinzip Drehimpuls aufnehmen oder abgeben.

Im Fall von inelastischer Streuung kann dieses Phänomen zu neuen und interessanten Konsequenzen führen. Resonanzen, die durch ihre festen Quantenzahlen nur in bestimmten Partialwellen beitragen, verteilen durch die Mischung in l ihre Beiträge auf mehrere Kanäle.

Für den gesamten Drehimpuls eines realistischen Meson-Kern-Systems sollte wiederum ein Erhaltungssatz gelten, allerdings können in dieser Arbeit keine Aussagen darüber getroffen werden, da wir nur ein einfaches Modell für das Medium benutzen.

Da man die Streugleichung nicht mehr mit der üblichen Methode der Partialwellenzerlegung lösen kann, müssten andere, rein numerische Methoden herangezogen werden, um die Streuung damit approximativ zu lösen.


 $l = 0$

 $l = 2$

oben: $\langle 0, 0 | Q | l', 0 \rangle$
 unten: $\langle 2, 0 | Q | l', 0 \rangle$
 mit $\text{theta_Fermi} = \theta_F$

Abbildung 3.3: Matrixelemente des Pauli-Operators

Die damit verbundenen rechnerischen Schwierigkeiten wurden in anderen Modellen, wie zum Beispiel solche zur Lösung der BETHE-GOLDSTONE-Gleichung für Nukleon-Nukleon-Streuung, durch die Einführung eines winkelmittelten Q umgangen. Damit kann der numerische Aufwand relativ klein gehalten werden.

Eine detaillierte Untersuchung über die numerische Genauigkeit findet sich in [Leg78], dort ist auch insbesondere die Winkelstruktur mit zugehörigen Matrixelementen angegeben. In dieser Referenz wurde gefunden, daß der Fehler im Vergleich zur vollständigen Behandlung unter 5% liegt, und somit gegenüber Unsicherheiten in Verbindung mit anderen Approximationen vernachlässigt werden kann.

Der winkelmittelte Operator ist definiert durch [CR89, PB93]:

$$\langle l' | \bar{Q} | l \rangle = \delta_{l'l} \frac{1}{2l+1} \sum_{m_l} \langle l m_l | Q | l m_l \rangle. \quad (3.35)$$

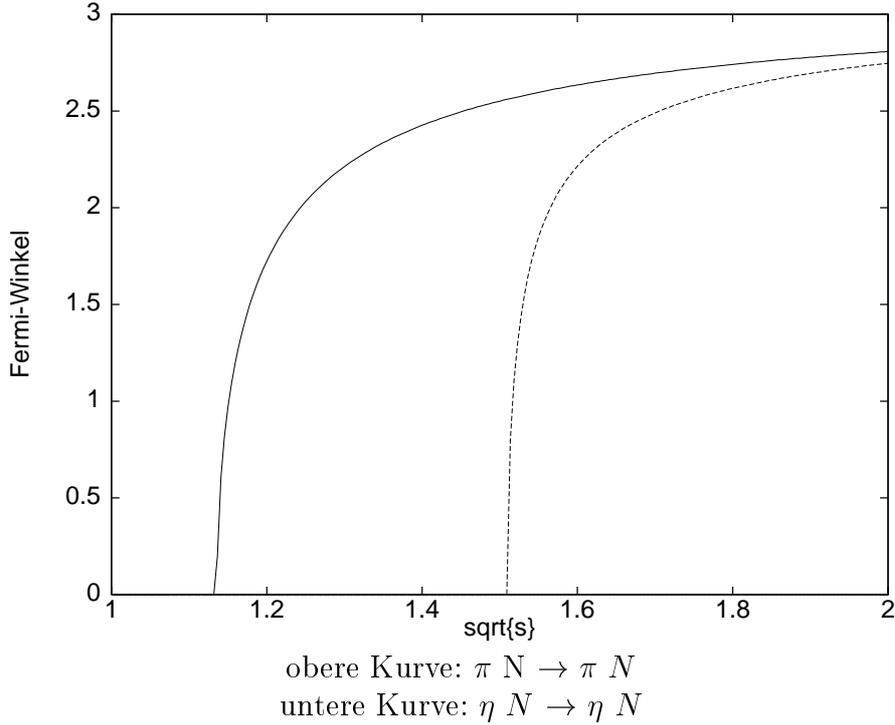


Abbildung 3.4: Fermi-Winkel für elementare Reaktionen

Mit unserer expliziten Darstellung aus Gleichung (3.10) sowie dem Additionstheorem der Kugelflächenfunktionen

$$\sum_{m=-l}^l Y_l^m(\Omega) Y_l^{m*}(\Omega) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} Y_l^0(0) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(1)$$

folgt für den winkelmittelten Operator

$$\langle l | \bar{Q} | l \rangle = \langle 0 | \bar{Q} | 0 \rangle. \quad (3.36)$$

Er ist damit gänzlich unabhängig vom Eingangsbahndrehimpuls l .

Die 5% Näherung wurde in den für diese Arbeit relevanten Fällen positiv bestätigt [CR89, SMC98]. Legt man sie zugrunde, kann die PWA für die Streugleichung ähnlich wie in [Feu98] durchgeführt werden, jedoch ist die Information, die wir vom PAULI-Effekt erhalten, relativ gering, zum Beispiel geht jede Information über den Winkelcharakter der einzelnen Partialwellen verloren, weil alle gleich behandelt werden.

In dieser Arbeit soll daher versucht werden, das PAULI-Blocking in etwas größerer Allgemeinheit einzubinden.

Da die eigentlichen praktischen Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Drehimpulskopplung entstehen, soll die Diagonalisierung von Q bezüglich l beibehalten wer-

den, jedoch wird die Mittelung über m_l , die in (3.35) vorgenommen wird, nicht ausgeführt. \bar{Q} ist somit definiert durch

$$\langle | \bar{Q} | \rangle \propto \delta_{l'l} \langle l' m' | Q | l m \rangle. \quad (3.37)$$

3.3.3 Streugleichung

Da der freie Propagator \mathcal{G}_K diagonal in allen Quantenzahlen ist,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}', p', j', m'_j, l', s' | \mathcal{G}_K | \mathbf{P}, p, j, m_j, l, s \rangle = \\ (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{P}' \leftrightarrow \mathbf{P}) (2\pi)^3 \frac{\delta(p' \leftrightarrow p)}{p^2} \mathcal{G}_K(p) \delta_{j'j} \delta_{m'_j m_j} \delta_{l'l} \delta_{s's}, \end{aligned} \quad (3.38)$$

kann mit den Vorbereitungen aus den letzten Kapiteln eine PWA durchgeführt werden. Dazu wird neben der Zerlegung der Matrixelemente aus Abschnitt 3.3.1 noch der Ansatz für die Stufenfunktion in Q der Form

$$\theta(|\mathbf{p}_c| \leftrightarrow p_F(\Omega_c)) = \sum_{\vec{l}, \vec{m}} Y_{\vec{l}, \vec{m}}(\Omega_c) \theta_{\vec{l}, \vec{m}}(|\mathbf{p}_c|) \quad (3.39)$$

in Gleichung (3.19) eingesetzt. Eine ausführliche Ableitung der Zerlegung ist in Anhang C dargelegt.

Als Resultat findet sich:

$$M_{ba}^{Jl} = V_{ba}^{Jl} \Leftrightarrow \sum_c \frac{i m_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E_N E_M} M_{bc}^{Jl} V_{ca}^{Jl} \times f. \quad (3.40)$$

Der Blocking-Faktor f ist hierbei gegeben durch

$$f = \sum_{\vec{s}, \vec{l}} \left[\frac{2\vec{l} + 1}{4\pi} \right]^{1/2} C_{l(m_j - \vec{s}), \frac{1}{2}\vec{s}}^{j m_j} C_{l(m_j - \vec{s}), \frac{1}{2}\vec{s}}^{j m_j} C_{l_0, \vec{l}_0}^{l_0} C_{l(m_j - \vec{s}), \vec{l}_0}^{l(m_j - \vec{s})} \theta_{\vec{l}_0}(|\mathbf{p}_c|). \quad (3.41)$$

Er kommt bei der Partialwellenzerlegung unter Beachtung des PAULI-Prinzips hinzu und tritt nur in Kanälen auf, die ein propagierendes Nukleon enthalten; die Hyperonen, Lambda und Sigma, besitzen in nicht-seltsamer Kernmaterie keine FERMI-Niveaus, werden daher auch nicht geblockt. \vec{l} ist ein Summationsindex, der aus dem Ansatz für die Stufenfunktion aus Gleichung (3.39) kommt.

f soll im folgenden näher betrachtet werden.

Aus der Beziehung

$$C_{l_1 m_1, l_2 m_2}^{j m_j} = (\Leftrightarrow 1)^{l_1 + l_2 - j} C_{l_1(-m_1), l_2(-m_2)}^{j(-m_j)}$$

für die CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten folgt, daß

$$C_{l_0, \vec{l}_0}^{l_0} = 0 \quad \text{für ungerades } \vec{l}.$$

Diese Relation wird auch “Paritäts-CLEBSCH-GORDAN” genannt. Sie stellt sicher, daß die Paritätsinvarianz von Q auch in die Streugleichung eingeht, Übergänge also nur um geradzahlige Bahndrehimpulse stattfinden.

Desweiteren wird die Summe über \tilde{l} bei $\tilde{l} = 2l$ abgeschnitten, da für einen CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten $C_{l_1 m_1, l_2 m_2}^{LM}$ gelten muß:

$$|l_1 \leftrightarrow l_2| \leq L \leq l_1 + l_2 \quad (3.42)$$

und somit

$$C_{l_0, \tilde{l}_0}^{l_0} = 0 \quad \text{für} \quad \tilde{l} > 2l. \quad (3.43)$$

Mit diesen beiden Einschränkungen ist die Summe auf wenige Glieder reduziert, zumal es sich bei der Berechnung als ausreichend erwiesen hat, nur Drehimpulse bis zu $l = 5$ zu betrachten. Bei diesen hohen Drehimpulsen tragen keine in diesem Modell eingeschlossenen Resonanzen mehr durch s-Kanal-Beiträge bei, die Stärke, die in diesen Partialwellen vorliegt, ist also sehr klein.

Daß f direkt von m_j abhängt, liegt daran, daß Q nicht über die Drehimpulsprojektion gemittelt wurde, also von m_l und damit auch von m_j abhängt.

Zusammenfassend läßt sich Gleichung (3.40) schematisch in der Form

$$\mathcal{M} = \frac{\mathcal{V}}{1 \leftrightarrow i\tilde{\mathcal{V}}} \quad (3.44)$$

angeben, wobei der Blocking-Faktor in $\tilde{\mathcal{V}}$ enthalten ist.

Damit wird deutlich, daß die Lösungsstrategie für die BETHE-SALPETER-Gleichung der In-Medium-Streuung sehr ähnlich zum freien Pendant gehalten werden konnte.

3.4 Kinematik

Im letzten Abschnitt wurde die Struktur der Streugleichung inklusive des PAULI-Blockings hergeleitet. Da sich die gesamte Rechnung aus zwei verschiedenen Bezugssystemen zusammensetzt, soll in diesem Abschnitt kurz auf kinematische Aspekte, die insbesondere eine saubere Behandlung der Rückstreuung betreffen, eingegangen werden.

Die Berechnung des Streuprozesses erfolgt im Schwerpunktsystem der beiden Stoßpartner, während der FERMI-Impuls durch das Ruhesystem des Kerns festgelegt wird. Zusätzlich kann das Nukleon, an dem die Streuung erfolgt, vor dem Stoß einen unterhalb der FERMI-Kante liegenden, beliebig ausgerichteten Impuls besitzen.

3.4.1 Transformationen

Wird durch die Reaktion zweier Teilchen eine Resonanz erzeugt, so ruht diese im Schwerpunktsystem. Die Zerfallsprodukte tragen den Impuls

$$\mathbf{p}^2 = \frac{(s \leftrightarrow (m'_1 + m'_2)^2) (s \leftrightarrow (m'_1 \leftrightarrow m'_2)^2)}{4s}, \quad (3.45)$$

wobei dieser nicht vom Streuwinkel θ (siehe Abbildung 3.5) abhängt. s bezeichnet das Quadrat der invarianten Masse. Da sich das Schwerpunktsystem relativ zum Ruhesy-

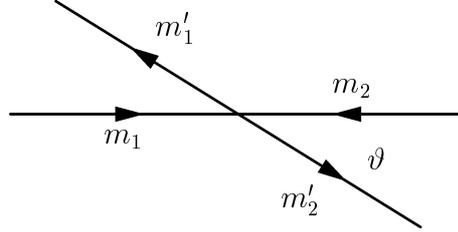


Abbildung 3.5: Streuprozess im Schwerpunktsystem

stem des Kerns bewegt, muß die FERMI-Kugel aus dem Kern-Ruhsystem transformiert werden. Dies ist äquivalent zu einer Transformation des resultierenden Nukleonimpulses aus dem Schwerpunktsystem.

Die auftretenden Transformationen können mit den aus [Won90] bekannten Vorschriften durchgeführt werden. Im Prinzip müßte man die erhaltenen Wirkungsquerschnitte ebenfalls in das Laborsystem transformieren, da aber die hier gewonnenen Ergebnisse noch keine Information über den Kern enthalten, also damit auch so nicht meßbar sind, wird von dieser Transformation abgesehen. Bei einer Mittelung über den FERMI-Impuls der Nukleonen mittelt sich der Effekt bis auf einen vernachlässigbaren Beitrag weg [Eff96].

Betrachten wir eine beliebige Reaktion, so können wir an der Reaktionsmatrix \mathcal{V} (3.22) nicht erkennen, ob es sich um einen Eingangs- oder einen Zwischenzustand handelt. Da dies aber für eine kinematisch korrekte Behandlung relevant ist -der durch die einlaufenden Teilchen festgelegte Gesamtimpuls bleibt während der Rückstreuung konstant- muß folgendermaßen vorgegangen werden:

Nach Festlegung des Eingangszustandes (in) ist die Schwerpunktsbewegung festgelegt. Mit dieser werden nun alle Transformationen durchgeführt und damit auch die Blocking-Faktoren (3.41) berechnet. \mathcal{V} nimmt damit folgende Form an:

$$\tilde{\mathcal{V}} = \begin{pmatrix} V(\pi N \rightarrow \pi N) \times f(\text{in} \rightarrow \pi N) & V(\pi N \rightarrow \eta N) \times f(\text{in} \rightarrow \eta N) & \dots \\ V(\eta N \rightarrow \pi N) \times f(\text{in} \rightarrow \pi N) & V(\eta N \rightarrow \eta N) \times f(\text{in} \rightarrow \eta N) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Hat man mit dieser Form \mathcal{M} (Gleichung (3.25)) bestimmt, so sind nur die Elemente von physikalischer Bedeutung, die von der Form $M(\text{in} \rightarrow \dots)$ sind, also den Eingangszustand besitzen, mit dem die Blocking-Faktoren berechnet worden sind.

An dieser Stelle ist ein kurzer Einblick in den Mechanismus der K-Matrix angebracht. Durch die Rückstreuung über verschiedene Kanäle treten bei der kohärenten Summation der einzelnen Beiträge starke Interferenzen auf, die \mathcal{M} im Vergleich zu \mathcal{V} in der Umgebung von Resonanzen um bis zu zwei Größenordnungen verkleinern

können. Für ein Zwei-Kanal-Modell sind Werte für das Potential V und das iterierte Matricelement T in Abbildung 3.6 aufgeführt.

$$\begin{pmatrix} V_{\pi\pi} & V_{\pi\eta} \\ V_{\eta\pi} & V_{\eta\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & -40 \\ -40 & 15 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} T_{\pi\pi} & T_{\pi\eta} \\ T_{\eta\pi} & T_{\eta\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0016 + 0.86i & -0.026 - 0.35i \\ -0.026 - 0.35i & -0.05 + 0.1i \end{pmatrix}$$

Abbildung 3.6: Reaktionsmatrizen, elementar und iteriert für eine Zwei-Kanal-Rechnung bei $\sqrt{s} = 1.54$ GeV, in naher Umgebung der $N^*(1535)$ -Resonanz

Realisiert man die kinematische Situation nicht wie oben begründet, so zerstört man diese Interferenzen und erhält unphysikalisch große Beiträge.

Auf die numerische Sensibilität der K-Matrix wird in anderem Zusammenhang auch in [Feu98] eingegangen. Insgesamt zeigt sich, daß kleine Ungenauigkeiten starke Auswirkungen auf die Resultate haben, somit also insbesondere auch schnell sichtbar sind.

3.4.2 Fermi-Bewegung der Nukleonen

Betrachten wir die Bestimmung des FERMI-Winkels aus Abschnitt 3.3.2, so erhalten wir bei einer zufälligen Verteilung des Nukleonenimpulses den zu Abbildung 3.4 analogen Verlauf in Abbildung 3.7.

Man sieht, daß im Vergleich zum ruhenden Nukleon (durchgezogene Linie) der FERMI-Winkel zu gegebener Schwerpunktsenergie ausgeschmiert wird. Dies hat auch zur Folge, daß die in Abschnitt 3.3.2 diskutierte verschobene Öffnung des Kanals wieder rückgängig gemacht wird, da, wie man in Abbildung 3.7 sieht, es kinematische Situationen gibt, in denen f bereits bei $\sqrt{s} = 1.077$ GeV von Null verschieden sein wird.

Bei der Integration über den FERMI-Impuls ist zu beachten, daß sich die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} für unterschiedliche Anfangsbedingungen ändert. Dies wird insbesondere bei kleinen Einschußenergien relevant sein, also auch gerade dort, wo das PAULI-Blocking seinen größten Einfluß haben wird.

Alternativ können die Ergebnisse auch durch den Nukleonen-Impuls parametrisiert werden. Dies kann insbesondere zur Verwendung mit Transportmodellen, die zu jedem Zeitpunkt alle relevanten Informationen haben, verwendet werden.

Da die FERMI-Bewegung ein einfach zu behandelnder Prozeß ist, soll in den zu präsentierenden Rechnungen von ihr abgesehen werden. Dadurch können die anderen Medium-Effekte besser isoliert und interpretiert werden.

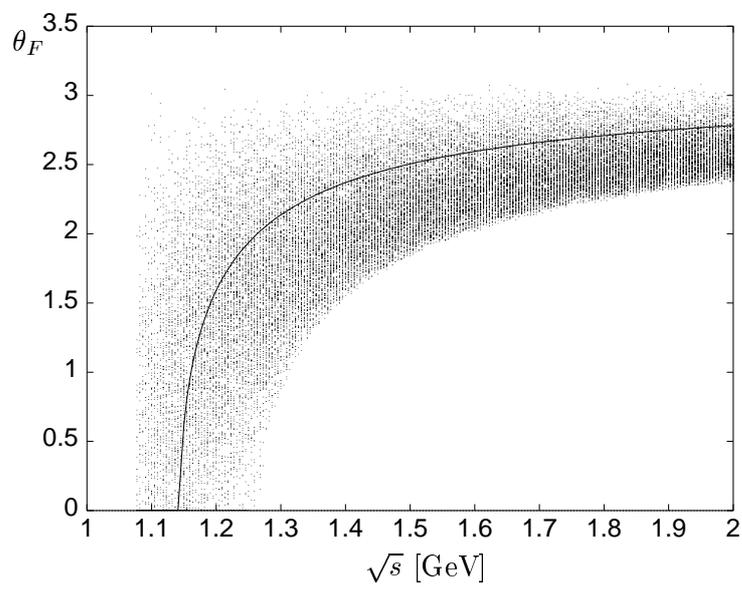


Abbildung 3.7: Fermi-Winkel der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$ inklusive Fermi-Bewegung

Kapitel 4

Elementare Wechselwirkungen

Da Struktur und Lösungsstrategie der Streugleichung dargelegt wurde, soll in diesem Kapitel auf das Potential V eingegangen werden, das die elementaren Wechselwirkungen zwischen den Teilchen enthält.

Eine wichtige Weiterentwicklung im Vergleich zu früheren Modellen (z.B. [BDS⁺95]) besteht darin, daß alle Wechselwirkungen - sowohl hadronische als auch elektromagnetische - konsistent aus LAGRANGE-Funktionen abgeleitet werden. Hintergrundbeiträge (nichtresonante BORN-Prozesse sowie u- und t-Kanäle) werden also nicht durch separat anzupassende Beiträge der einzelnen Übergangsprozesse aufgefaßt, sondern ebenfalls aus einer zugehörigen LAGRANGE-Funktion abgeleitet. Diese Vorgehensweise führt zu einer enormen Verringerung der Anzahl freier Parameter:

Im Vergleich zu [BDS⁺95] wird hier bei Hinzunahme von zwei hadronischen Kanälen (ζN und $K\Lambda$) die Zahl der Parameter zur Beschreibung der Hintergrundprozesse von 54 auf 12 reduziert. Damit sinkt die Anzahl der insgesamt zu bestimmenden Parameter von 90 auf 68.

Bei der Wahl der LAGRANGE-Funktion für die Wechselwirkungen wird es wichtig sein, darauf zu achten, daß den einleitend erwähnten physikalischen Prinzipien und Symmetrien, wie zum Beispiel Eichinvarianz und dem chiralen Limes, Rechnung getragen wird.

4.1 Reaktionskanäle, Diagramme und Resonanzen

Als Reaktionskanäle werden alle möglichen Zwei-Teilchen-Zwischen- und Endzustände bezeichnet.

In dieser Arbeit sollen vornehmlich Reaktionen an Nukleonen untersucht werden, die durch Pionen und Photonen induziert werden. Das sind damit auch die wichtigsten Kanäle, wobei der Gamma-Nukleon-Kanal nur als Eingangszustand zugelassen wird, und die Rückstreuung bei der Photoproduktion ausschließlich über hadronische Kanäle abläuft. Dies wird gerechtfertigt durch die kleine Größe der elektromagnetischen Kopplungskonstanten.

Zur Beschreibung von hadronischen Reaktionen bis zu Energien von 1.8 GeV wird es nötig sein, neben dem Pion-Nukleon- und Photon-Nukleon-Kanal noch weitere Reaktionen miteinzubeziehen, da intermediär erzeugte Resonanzen auch stark an andere Kanäle koppeln. Dies zeigt sich insbesondere bei der $N^*(1535)$ -Resonanz, deren partielle Zerfallsbreite zum Eta-Nukleon-Kanal 45% beträgt [Gro98].

Andere Resonanzen, die in diesem Modell ebenfalls berücksichtigt werden müssen, wie z.B. das $N^*(1700)$ besitzen große Verzweigungsverhältnisse nach Rho-Nukleon oder Delta-Nukleon [Gro98]. Diese Reaktionskanäle müßten zu einer korrekten Beschreibung ebenfalls miteinbezogen werden. Da aber eine Beschreibung von Spin-1-Mesonen und Spin-3/2-Resonanzen in Endkanälen technisch sehr aufwendig ist und in diesem Modell noch nicht realisiert wurde, werden diese Zerfälle durch einen effektiven Zwei-Pionen-Kanal beschrieben. Dieser muß weiter genähert werden, da es sich um einen Dreikörperprozeß handelt, der sehr schwer zu behandeln ist, da auch innere Freiheitsgrade wie relativer Drehimpuls zu berücksichtigen sind [GW64]. Diese Komplikationen werden umgangen, indem ähnlich wie in [Sau96] ein einzelnes skalares und isovektorielles ζ -Meson den Zwei-Pionen-Prozeß modelliert. Es hat sich gezeigt [Feu98], daß damit eine ausreichend gute Beschreibung des $\phi N \rightarrow \pi\pi N$ -Prozesses möglich ist. Da außerdem im folgenden keine Betonung auf diesen Übergang gelegt werden soll, sind die Näherungen gerechtfertigt.

Weitere Kanäle, die ab einer invarianten Masse von ca. 1.51 GeV zu beachten sind, ergeben sich durch die Ankopplung an Teilchen mit Strangeness. Hier gibt es zwei Prozesse, die miteinbezogen werden, aber mit Beiträgen von unter 25% nur eine untergeordnete Rolle spielen: zum ersten der Kaon-Lambda-Zerfall, vornehmlich für das $N^*(1710)$, und weiterhin der Kaon-Sigma-Zerfall, der aber mit Beiträgen von unter 5% nicht sehr wichtig ist.

Die Wechselwirkungen werden durch FEYNMAN-Diagramme repräsentiert, die es auszuwerten gilt. Zur exakten Lösung der BETHE-SALPETER-Gleichung wäre es nötig, alle irreduziblen Diagramme in jeder Ordnung Störungstheorie zu berechnen. Dies soll hier aber nicht versucht werden und die Störungstheorie wird nach der ersten Ordnung, d.h. in Baumgraphenapproximation, abgebrochen. Eine Zusammenstellung der berechneten Diagramme findet sich in Abbildung 4.1.

Oben links findet sich das s-Kanal-Diagramm mit den für die Prozesse relevanten Teilchen, d.h. ϕ entspricht π , η , $\pi\pi$ oder K . BORN-Graphen, das sind solche mit propagierenden Nukleon, gehören hierbei noch zum Hintergrund. Sie werden auf gleicher Basis behandelt wie der resonante Teil.

Weiterhin wird der Hintergrund aus korrespondierenden u-Kanal-Beiträgen (oben rechts) generiert. Im Gegensatz zum s-Kanal Prozeß werden hier jedoch keine Teilchen mit Strangeness betrachtet, da sonst auch Hyperonen-Resonanzen als Zwischenzustände auftreten könnten und desweiteren die Kopplungskonstante $g_{\Lambda, N, \pi}$ nur in dieses Diagramm eingehen würde. Eine Bestimmung durch Anpassung an die Daten wäre daher nur mit großen Unsicherheiten möglich. Da u-Kanal-Beiträge im Vergleich zu den s-Kanal-Beiträgen sowohl kinematisch als auch durch Formfaktoren unterdrückt werden, ist diese Näherung vertretbar.

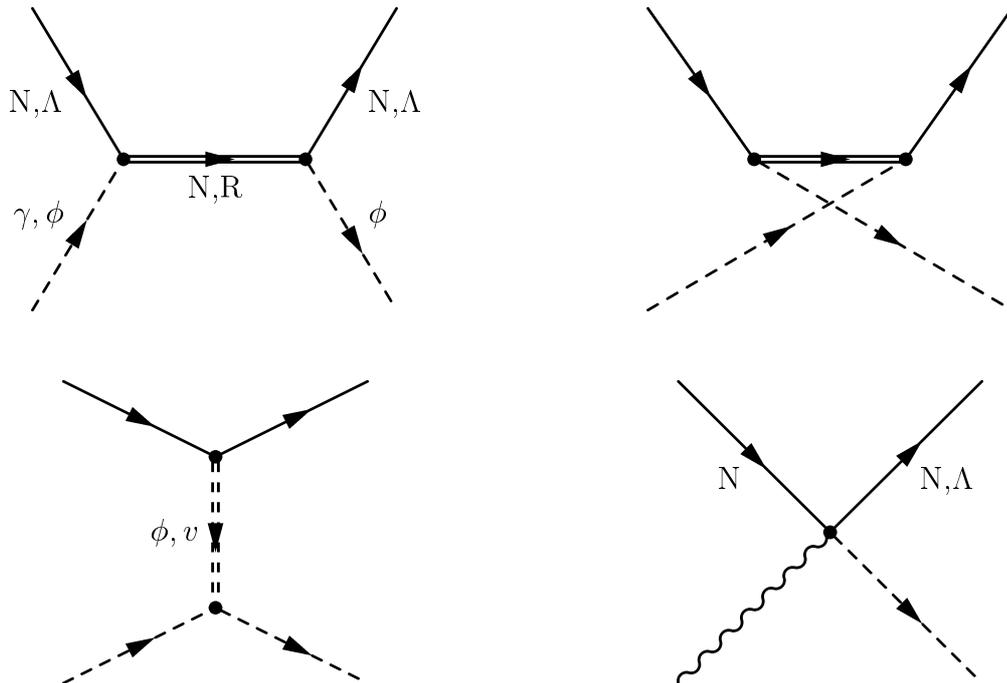


Abbildung 4.1: Eingehende Feynmangraphen

Im t-Kanal können sowohl skalare als auch vektorielle Mesonen als Zwischenzustände propagieren. Bei einer $K \Leftrightarrow \Lambda$ -Reaktion tritt als intermediärer Zustand ein vektorielles K^* auf.

Der 4-Punkt-Graph (unten rechts) ist bei der Konstruktion der LAGRANGE-Funktion für die Photoproduktion von Pionen einzubeziehen, und ist dort für die Eichinvarianz wichtig [Hab97].

Die Streuung wird, wie aus den FEYNMAN-Graphen ersichtlich ist, über die Anregung von Nukleonen-Resonanzen beschrieben. Diese Vorgehensweise ist für eine In-Medium-Streuung nicht a priori gerechtfertigt, da sich Eigenschaften, wie zum Beispiel die Quarkstruktur der Resonanzen im Medium ändern könnte. In Abbildung 4.2 ist dazu der totale photonukleare Wirkungsquerschnitt für zwei Kerne und das freie Nukleon aufgetragen. Anhand dieser Querschnitte wird deutlich, daß die Delta-Resonanz bei Reaktionen am Kern deutlich zu beobachten ist, und somit ihre Eigenschaften auch in dichter hadronischer Materie im wesentlichen beibehält. Gleiches Verhalten wird auch für andere, weniger ausgeprägte Resonanzen angenommen.

Der Tatsache, daß sich stark wechselwirkende Teilchen nicht frei durch Kernmaterie bewegen, wird in Kapitel 6.1 Rechnung getragen werden.

Eine Zusammenstellung der eingehenden Resonanzen findet sich in Tabelle 4.1.

Die Quantenzahlen ergeben entsprechend der Notation [Per87]:

	M [GeV]	σ_{tot} [MeV]	$\sigma_{\pi N}$ [MeV]	$\sigma_{\pi\pi N}$ [MeV]	$\sigma_{\eta N}$ [MeV]	$\sigma_{K\Lambda}$ [MeV]	$\sigma_{K\Sigma}$ [MeV]
$S_{11}(1535)$	1.543	151	56	5	90		
$S_{11}(1650)$	1.692	209	155	41		13	
$P_{11}(1440)$	1.448	334	202	132			
$P_{11}(1710)$	1.727	266	1	138	89	38	
$P_{13}(1720)$	1.771	344	74	241	24	5	
$D_{13}(1520)$	1.510	101	58	43	0.01		
$D_{13}(1700)$	1.901	359	35	300	24		
$S_{31}(1620)$	1.598	150	44	106			
$P_{33}(1232)$	1.230	110	110				
$P_{33}(1600)$	1.686	405	59	346			
$D_{33}(1700)$	1.675	547	70	477			

Tabelle 4.1: Eingehende Resonanzen

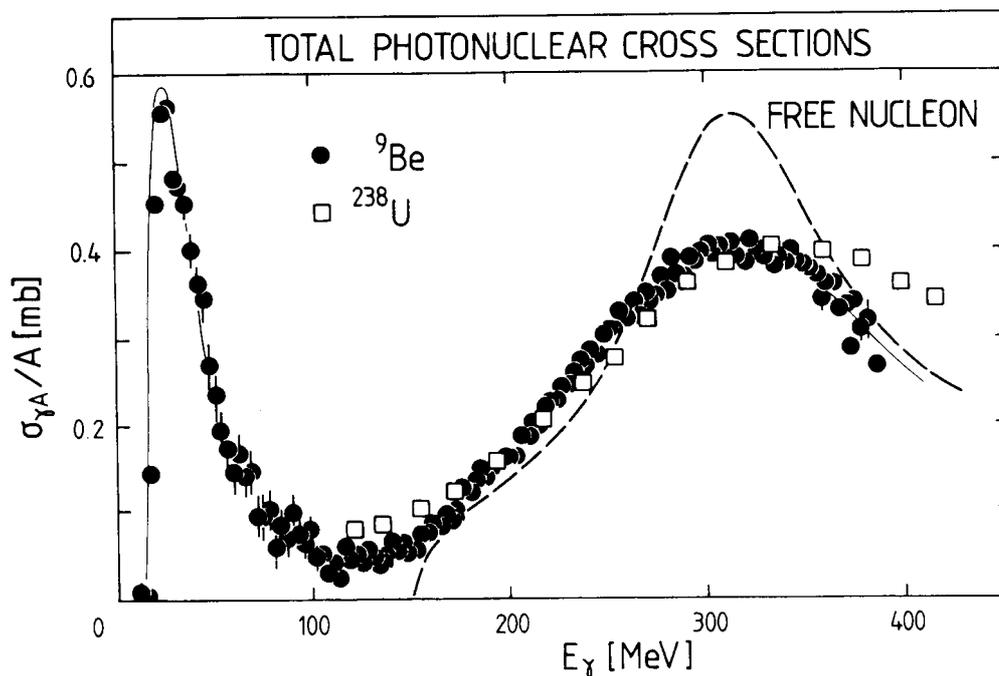


Abbildung 4.2: Totaler Wirkungsquerschnitt für photonukleare Reaktionen (aus [EW88])

$$\begin{array}{lll}
L & : & \text{Bahndrehimpuls} \\
L_{(2.I)(2.J)} & I & : \text{Isospin} \qquad \text{Parität : } (\Leftrightarrow 1)^L. \\
& J & : \text{Gesamtdrehimpuls}
\end{array}$$

Resonanzparameter werden in der Literatur meist mit einer verallgemeinerten BREIT-WIGNER-Parametrisierung der zugehörigen Wirkungsquerschnitte verbunden [Gro98]. Da es weitere Bestimmungsmöglichkeiten gibt, sollte bei der Angabe von Masse, Breite und ähnlichem auch das Modell angegeben werden, mit dem diese Größen extrahiert wurden.

In dieser Arbeit werden Resonanzen als Anregungen von Nukleonen behandelt. Die Formation einer solchen Anregung ist mit einer Zeitverzögerung zwischen ein- und auslaufender Welle verbunden und ihr Zerfall in andere Kanäle bewirkt eine endliche Lebensdauer.

Eng mit dieser Auffassung einer Resonanz verbunden ist die *Speed-Plot*-Technik aus [Höh93, Höh97]. Die Zeitverzögerung Δt ergibt sich durch

$$\Delta t = \Leftrightarrow i \frac{dS}{dW} S^{-1} = \frac{d\delta}{dW} = \left| \frac{dT}{dW} \right|, \quad (4.1)$$

wobei

$$T(W) = \frac{1}{2i} [\eta e^{2i\delta} \Leftrightarrow 1], \quad (4.2)$$

W die totale Energie im Schwerpunktsystem und S durch Gleichung (2.3) gegeben ist. $\delta(W)$ ist der reelle Phasenwinkel und η der Absorptionsparameter. Die Größe

$$Sp(W) := \left| \frac{dT}{dW} \right| \quad (4.3)$$

wird Speed genannt.

Eine Verallgemeinerung dieser Definitionen auf Partialwellen geschieht dadurch, daß die Parameter mit Indizes für die betrachtete Partialwelle versehen werden: $\eta \rightarrow \eta_{l\pm}^I$, usw.

Trägt man T in der komplexen Ebene auf, so kann man den Verlauf mit der Energie in einem ARGAND-Diagramm veranschaulichen (siehe z.B. [MS92, Höh97]).

Alle Werte liegen innerhalb eines Kreises, da die Inelastizität η immer kleiner als 1 ist. Aus Gleichung (4.1) ist ersichtlich, daß ein Maximum in $Sp(W)$ mit einem Maximum der Zeitverzögerung Δt , also der Formation eines Zwischenzustandes, verbunden ist. Der Wert von W an dieser Stelle kann direkt mit der invarianten Masse dieses Zustandes in Verbindung gebracht werden.

Um nun mit dieser Technik Resonanzparameter extrahieren zu können, machen wir für den Resonanzbeitrag zu T einen verallgemeinerten BREIT-WIGNER-Ansatz und erhalten unter Einbeziehung eines Hintergrundterms T_b :

$$T(W) = T_b + \frac{R, e^{i\phi}}{m_R \Leftrightarrow W \Leftrightarrow i, /2}. \quad (4.4)$$

R ist die Elastizität, die durch das Verhältnis aus elastischer zu gesamter Breite gegeben ist:

$$R := \frac{1}{2} \frac{el.}{}, \quad (4.5)$$

und entsprechend der Definition immer positiv ist. Der Faktor $1/2$ wurde der Referenz [Höh93] folgend eingeführt. R stellt somit auch den Radius des Kreises von T in der komplexen Ebene dar.

Der Hintergrundterm T_b muß in der Berechnung unbedingt hinzugenommen werden, da er für den Rückstreuprozess und damit für Interferenzen wichtig ist.

Unter der Annahme, daß sich der Hintergrundterm nur langsam mit der Gesamtenergie verändert, kann man die Ableitung vernachlässigen. Damit projiziert der Speed

$$Sp(W) = \frac{R,}{(m_R \Leftrightarrow W)^2 + ,^2/4} \quad (4.6)$$

die Resonanzeigenschaften heraus und durch eine Anpassung an die generierten Wirkungsquerschnitte können die Resonanzparameter m_R , $,$, R und Φ extrahiert werden. In einem ARGAND-Diagramm stellt sich eine Resonanz in der Form des Ansatzes (4.4) als ein um T_b verschobener Kreis mit dem Radius

$$r_{Argand} = \frac{R}{}, \quad (4.7)$$

dar. Diese Tatsache kann benutzt werden, um aus den Partialwellen Resonanzbeiträge zu isolieren und zu quantifizieren.

Die Betrachtungen ausgehend von Gleichung (4.4) gelten streng genommen nur für isolierte oder sehr dominante Resonanzen. In einigen Partialwellen ist die Bestimmung erschwert durch Interferenzen von mehreren Resonanzen. Auch im Fall von sich öffnenden Kanälen können zusätzliche Maxima hervorgerufen werden, die als sogenannte "WIGNER-Cusps" in den Daten auftreten.

Eine Auflistung der mit diesem Modell für die freie Streuung gewonnenen Werte findet sich in Tabelle 5.1. Hier ist festzustellen, daß die so gewonnenen Werte von denen aus Tabelle 4.1, also den Parametern aus \mathcal{L} , abweichen.

4.2 Lagrange-Funktionen

Die Wechselwirkungen werden durch Hinzufügen der notwendigen Vertizes zur LAGRANGE-Funktion festgelegt. Diese wurden aus [Feu98] übernommen und durch weitere Kopplungen an den K - Σ -Kanal ergänzt [BMW⁺99]. Genauere Erläuterungen zu den gewählten Kopplungen finden sich in diesen Referenzen. Aus Gründen der Vollständigkeit sollen hier aber zumindest die einzelnen Terme kurz angeführt und diskutiert werden.

Die BORN-Terme werden aus einem nicht-linearen Sigma-Modell gewonnen, da durch die so motivierte pseudovektorielle Kopplung automatisch die Niederenergiethoreme (NET) erfüllt sind [Sau96]. Niederenergiethoreme sind modellunabhängige, aus LOR-ENTZ-, Eichinvarianz und chiraler Symmetrie folgende Aussagen über niederenergetisches Verhalten der Amplituden. Dann erfüllen auch die in K-Matrix-Näherung iterierten Matrixelemente die NET. Da das Schwellenverhalten auch in Hinblick auf möglicherweise geblockte Zustände von besonderem Interesse ist, wurde auf Einhaltung der NET geachtet.

Damit ergibt sich:

$$\mathcal{L}_{\pi NN}^{int} = \Leftrightarrow \frac{g_{\pi NN}}{2m_N} \bar{N} \gamma_5 \gamma_\mu (\partial^\mu \pi) N. \quad (4.8)$$

Die Kopplungskonstante $g_{\pi NN} = 13.05$, die durch einen Fit an die Daten der freien Streuung bestimmt wurde, stimmt gut mit Werten aus anderen Modellen überein, zum Beispiel $g_{\pi NN} = 13.02$ der Nijmegen Gruppe ([SRT98]).

Die Wechselwirkung mit η , ζ sowie K wurden in gleicher Form realisiert wie in Gleichung (4.8). Die sich ergebenden Kopplungskonstanten sind jedoch um etwa einen Faktor 10 kleiner.

Für die nichtresonanten t-Kanal-Prozesse ergibt sich folgende Form:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t^{int} &= \Leftrightarrow g_{sNN} s \bar{N} N \Leftrightarrow g_{s\phi\phi} s (\phi^* \phi) \\ &\Leftrightarrow g_{vNN} \bar{N} (\gamma_\mu v^\mu \Leftrightarrow \kappa_v \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} v^{\mu\nu}) N \Leftrightarrow g_{v\phi\phi} (\phi \times (\partial_\mu \phi)) v^\mu. \end{aligned}$$

Hierbei wurden die verschiedenen, möglichen Beiträge zusammengefaßt, so daß ϕ für alle asymptotischen, s für alle intermediären skalaren Mesonen steht und v für die vektoriellen Mesonen a_0 , ρ , ω und K^* . $v^{\mu\nu} = \partial^\nu v^\mu \Leftrightarrow \partial^\mu v^\nu$ ist der Feldtensor der Vektormesonen, der die die chirale Symmetrie brechende, tensorielle ρ -N-N-Kopplung beschreibt [BMZ95].

Die LAGRANGE-Funktionen für die Spin-1/2-Resonanzen mit positiver Parität werden genau wie für das Nukleon konstruiert. Für $\mathcal{L}_{\pi RN}$ erhält man daher den gleichen Term wie in Gleichung (4.8), wobei $2m_N$ durch $m_N + m_R$ zu ersetzen ist.

Die Resonanzen negativer Parität wurden in Anlehnung an ähnliche Modelle [Sau96] pseudoskalar gekoppelt mit

$$\mathcal{L}_{R_{ps}}^{int} = \Leftrightarrow g_{\pi NR} \bar{R} \gamma_5 \pi N. \quad (4.9)$$

Die anderen Mesonen werden ebenfalls in der Form von Gleichung (4.9) gekoppelt; der Faktor γ_5 tritt wegen der pseudoskalaren Natur des Pions auf und muß für das ζ weggelassen werden.

Die Kopplung der Spin-3/2-Resonanzen wird durch

$$\mathcal{L}_{R_{3/2}}^{int} = \frac{g_{\pi NR}}{m_\pi} \bar{R}^\alpha \theta_{\alpha\mu}(z) \gamma_5 (\partial^\mu \pi) N \quad (4.10)$$

beschrieben.

Die funktionale Form des Off-Shell-Projektors $\theta(z)$ ist dabei durch

$$\theta_{\alpha\mu}(z) = g_{\alpha\mu} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + z\right) \gamma_\alpha \gamma_\mu$$

gegeben. Die θ -Funktion hat folgenden physikalischen Ursprung:

Im RARITA-SCHWINGER-Formalismus werden Spin-3/2-Teilchen als zusammengesetzt aus Spin 1 und 1/2 beschrieben. Propagiert nun solch eine Resonanz off-shell, was in unserem Modell möglich ist, so mischen sich zusätzliche Spin-1/2-Anteile hinzu und treten somit auch in den Amplituden auf. Vorhersagen, die diese Beimischungen aus Quarkmodellen ableiten, existieren [NB80, Pec69], werden hier aber nicht benutzt, da sich aus ihnen kein konsistentes Bild entwickeln läßt. In [Feu98] wurde versucht, die z -Parameter mit an die Daten anzupassen. Die für die Anpassung an die gesamte Datenbasis gewonnenen Werte, also inklusive Photoreaktionen mit den hier verwendeten Formfaktoren, sollen hier übernommen werden und sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt.

Die Werte für die z -Parameter für die Kopplung an den ($K \Leftrightarrow \Sigma$)-Kanal sind bisher noch nicht zuverlässig bestimmt worden. Da dieser Kanal nicht explizit betrachtet werden soll und in der Rückstreuung nur eine sehr kleine Rolle spielt, kann diese Off-Shell-Propagation hier vernachlässigt werden.

	$z_{\pi N}$	$z_{\xi N}$	$z_{\eta N}$	$z_{K\Lambda}$
$P_{13}(1720)$	-0.242	0.226	-2.453	-0.553
$D_{13}(1520)$	0.319	-0.658	0.646	
$D_{13}(1700)$	0.424	-0.887	0.516	-0.616
$P_{33}(1232)$	-0.352			
$P_{33}(1600)$	-0.1	-0.753		
$D_{33}(1700)$	0.681	0.367		

Tabelle 4.2: Off-Shell Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ Resonanzen

Die Kopplungskonstanten $g_{RN\pi}$ wurden aus einer Anpassung an vorhandene Daten gewonnen.

Die in Tabelle 4.1 angegebenen Resonanzbreiten hängen für Spin-1/2- und Spin-3/2-Resonanzen über die üblichen Formeln mit den Kopplungskonstanten zusammen [Pen97, Feu98]. Für Spin-1/2 muß man zwischen den pseudoskalaren und -vektoriellen Möglich-

keiten unterscheiden

$$\begin{aligned}
, R_{\pm}^{S=1/2, PS \rightarrow mN} &= \frac{g_{RNm}^2}{4\pi m_m^2} |\mathbf{p}| \frac{E_N \mp m_N}{\sqrt{s}} f_{iso} |F(p)|^2 \\
, R_{\pm}^{S=1/2, PV \rightarrow mN} &= \frac{g_{RNm}^2}{4\pi E_R} |\mathbf{p}| \frac{2\mathbf{p}^2 (E_N + E_m) + m_m^2 (E_N \mp m_N)}{\sqrt{s}} f_{iso} |F(p)|^2 \\
, R_{\pm}^{S=3/2 \rightarrow mN} &= \frac{g_{RNm}^2}{12\pi m_m^2} |\mathbf{p}|^3 \frac{E_N \pm m_N}{\sqrt{s}} f_{iso} |F(p)|^2
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Hierbei ist \mathbf{p} der Dreierimpuls des Mesons und Nukleon im Schwerpunktsystem (Gleichung (3.45)) und E_N die zugehörige Energie. Der Index \pm steht für den Übergang der inneren Parität von Resonanz nach Meson und ist positiv, wenn sich diese nicht ändert. f_{iso} ist ein Isospinfaktor, für den gilt:

$$f_{iso} = \begin{cases} 1 & \text{für } I = 1/2 \\ 3 & \text{für } I = 3/2 \end{cases} \tag{4.12}$$

Für $g_{\Delta N \pi}$ erhalten wir nach Anpassung an die Daten einen Wert von 2.12, während aus Quarkmodellen unter Zugrundelegung von $g_{NN\pi}$ ein Wert von 1.62 extrahiert wird [BW75]. Aus der Beschreibung des Delta-Zerfalls durch Ein-Schleifen Pion-Nukleon Diagramme folgt die Beziehung [EW88]:

$$, \Delta = \frac{2}{3} \frac{g_{\Delta N \pi}^2}{4\pi} \frac{p^3}{m_{\pi}^2}. \tag{4.13}$$

Unter Benutzung der experimentellen Breite ergibt sich $g_{\Delta N \pi} = 2.13$. Dieser ist also sehr ähnlich zu dem hier verwendeten.

Wie in Kapitel 3 motiviert, kann der γ - N -Kanal perturbativ hinzugefügt werden. Die Kopplungen des Photons wurden hierzu mit Hilfe der minimalen Substitution

$$\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} \Leftrightarrow i\hat{e}A_{\mu} \tag{4.14}$$

konstruiert. Der Term quadratisch in A_{μ} wird vernachlässigt, was durch die geringe elektromagnetische Kopplung zu rechtfertigen ist.

Um die anomalen magnetischen Momente der Nukleonen

$$\kappa^p = 1.79284739 \pm 0.00000006$$

$$\kappa^n = \Leftrightarrow 1.9130428 \pm 0.00000005$$

beschreiben zu können, muß in \mathcal{L} ein zusätzlicher Term der Form

$$\Leftrightarrow i\bar{N} \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} \hat{\kappa} N F^{\mu\nu} \tag{4.15}$$

eingefügt werden. $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ ist der elektromagnetische Feldstärketensor. Damit folgt für $\mathcal{L}_{\gamma NN}$:

$$\mathcal{L}_{\gamma NN} = \Leftrightarrow e\bar{N} \left(\frac{1 + \tau_3}{2} \gamma_{\mu} A^{\mu} \Leftrightarrow (\kappa^s + \kappa^v \tau_3) \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} F^{\mu\nu} \right) N.$$

Teilchen mit Strangeness werden über

$$\mathcal{L}_{\gamma N(\Lambda)} = e\bar{N}\kappa_{(\Lambda)}\frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N}F^{\mu\nu}N$$

angekoppelt [AS90], wobei das magnetischen Moment durch $\kappa_\Lambda = \Leftrightarrow 0.613$ und das Übergangsmoment durch $\kappa_\Sigma = \Leftrightarrow 1.61$ gegeben sind. t-Kanal-Prozesse und der Kontaktterm werden aus

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\gamma\phi\phi} &= \Leftrightarrow e[\phi \times (\partial_\mu\phi)]_3 A^\mu \\ \mathcal{L}_{\gamma\phi NN} &= \Leftrightarrow e\frac{g_{\phi NN}}{2m_N}\bar{N}\gamma_5\gamma_\mu[\tau \times \phi]_3 a^\mu\end{aligned}$$

abgeleitet. Die dabei auftretenden Kopplungskonstanten wurden aus [FM99] übernommen.

4.3 Formfaktoren

Versucht man nun, mit dem soweit erstellten Modell Streuprozesse zu beschreiben, so wird man feststellen, daß man mit den Vorhersagen die experimentellen Daten nicht trifft. Insbesondere fallen die Wirkungsquerschnitte bei hohen Energien nicht schnell genug ab. Dieses Problem wird durch die Einführung sogenannter Formfaktoren behoben:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \cdot F. \quad (4.16)$$

Dieser effektive Faktor trägt zwei Dingen Rechnung, die wir bisher außer Acht gelassen haben:

- Bei der Berechnung des Wechselwirkungspotentials wurden nur Prozesse niedrigster Ordnung in der Kopplungskonstante betrachtet. Da die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung aber groß ist, tragen Diagramme höherer Ordnung nicht unwesentlich bei.
- Mesonen und Baryonen sind keine Punktteilchen, sondern ausgedehnte Objekte. Daß bei der Wechselwirkung mit Ladungsverteilungen Abweichungen im Vergleich zu Punktladungen auftreten, ist schon von klassischen, elektrischen Phänomenen bekannt [Ros50].
Der einfache Zusammenhang, den man dort zwischen Ladungsverteilung und Formfaktor findet, kann aber für stark wechselwirkende Systeme nicht hergestellt werden.

Da der Formfaktor -auch wegen der nicht zu vernachlässigenden Rückstreuung- in keinem einfachen Zusammenhang zu einer observablen Größe steht und direkte Resultate aus der QCD nicht zur Verfügung stehen, müssen die Formfaktoren phänomenologisch

bestimmt werden.

Um die Anzahl der freien Parameter gering zu halten, kann man versuchen, die gleiche funktionale Form für alle Prozesse anzusetzen. Eine notwendige Bedingung dafür ist, daß F in allen kinematischen Regionen polfrei ist. Weiterhin sollte auf der Massenschale $F = 1$ sein, da die Kopplungskonstanten aus dem Zerfall, das heißt auf der Massenschale, bestimmt werden.

In [Feu98] wurden verschiedene funktionale Abhängigkeiten für F zur Anpassung an experimentelle Daten verwendet.

In dieser Arbeit benutzen wir im s- und u-Kanal den Formfaktor

$$F_{s,u}(q^2, m^2) = \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + (q^2 \Leftrightarrow m^2)^2}, \quad (4.17)$$

der auch in [PJ91] angesetzt wird und mit dem die vorhandenen experimentellen Daten für freie Reaktionen gut reproduziert werden können.

Damit wird mit m und q Masse und Impuls des propagierenden Teilchens bezeichnet, also hier insbesondere die eines Nukleons oder einer Resonanz.

t-Kanal Prozesse sind grundlegend verschieden und es zeigt sich, daß sie einer anderen Wahl von F bedürfen. Wie in [Feu98] wird hierfür

$$F_t(q^2, m^2) = \frac{\Lambda^4 + (q_t^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2)^2}{\Lambda^4 + (q^2 \Leftrightarrow (q_t^2 + m^2))^2} \quad (4.18)$$

verwendet, wobei q_t der Impuls an der Schwelle ist.

Der Impulsabschneide-Parameter Λ (auch Cutoff genannt) in den Formfaktoren wird im allgemeinen durch Anpassung an experimentelle Daten bestimmt.

Wenn nun die freien Vertizes in ein nukleares Medium gesetzt werden, erwartet man ein verändertes Verhalten. So wird zum Beispiel vermutet, daß sich ab einer bestimmten Temperatur oder Dichte ein Phasenübergang von einer hadronischen zu einer Quark-Gluonen Phase einstellt.

Man könnte sich also ein Szenario wie partielles Deconfinement vorstellen, das die Struktur der Hadronen ändern und sich somit auch auf F auswirkt. In Anbetracht fehlender Informationen über die Medienabhängigkeit von Λ werden jedoch die Werte ungeändert aus [Feu98] übernommen. Die Effekte, die so vernachlässigt werden, sollten ohnehin klein gegen die aus den Kapiteln 3.3.2 und 3.3.2 sein.

In Tabelle 4.3 sind die verwendeten Cutoffs zusammengestellt.

Λ_N [GeV]	$\Lambda_{J=1/2}^{hadr.}$ [GeV]	$\Lambda_{J=1/2}^{elmg}$ [GeV]	$\Lambda_{J=3/2}^{hadr.}$ [GeV]	$\Lambda_{J=3/2}^{elmg}$ [GeV]	Λ_t [GeV]
1.24	1.72	1.06	1.13	3.59	0.7

Tabelle 4.3: Cutoff-Werte für Formfaktoren

Für solche Werte für Λ_N und Λ_t ergibt sich der in Abbildung 4.3 gezeigte Verlauf für $F(q^2)$. Für die größeren Cutoffs ergibt sich ein sanfterer Abfall mit q^2

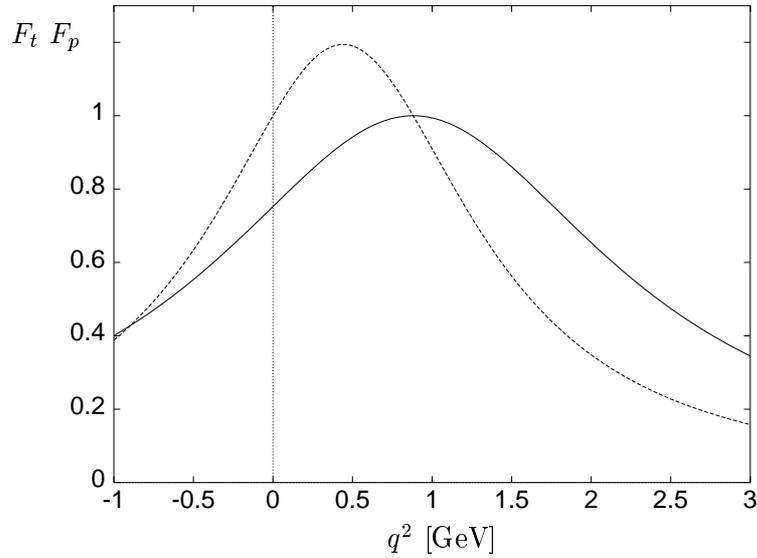


Abbildung 4.3: Formfaktor für resonante und nicht resonante Streuung
 durchgezogen: F_p gestrichelt: F_t
 Der Schwellenwert p_t liegt bei 0 GeV und die Masse bei 0.939 GeV

4.3.1 Eichinvarianz

Nach dem Einfügen von Formfaktoren in die LAGRANGE-Funktion \mathcal{L} bleibt zu untersuchen, ob die fundamentale Eigenschaft der Eichinvarianz erhalten bleibt bzw. wie sie wieder restauriert werden kann. Eichinvarianz hängt direkt mit Ladungserhaltung zusammen [PS96], und diese wiederum ist eine grundlegende Anforderung an alle elektromagnetischen Wechselwirkungen.

Der Ausgangspunkt aller Überlegungen zur Eichinvarianz ist die WARD-TAKAHASHI-Identität (WTI) [War50]

$$\not{k}_\mu \mathcal{M}^\mu(p+k, p) = G^{-1}(p+k) \Leftrightarrow G^{-1}(p), \quad (4.19)$$

die den Vertexfaktor \mathcal{M}^μ mit den Propagatoren G in Verbindung bringt. Die WTI gilt, wie in [Oht89] gezeigt, sowohl für punktförmige als auch für zusammengesetzte Teilchen.

Für \mathcal{M} läßt sich diese Bedingung umformen zu [PS96]

$$k_\mu \mathcal{M}^\mu(k) = 0. \quad (4.20)$$

Hierbei wurde der Polarisationsvektor ϵ_μ aus M durch den Viererimpuls des externen Photons ersetzt. Für die K-Matrix-Näherung der Photoproduktion ($a = \gamma$) bedeutet dies nach Herausziehen von ϵ_μ :

$$\mathcal{M}_{b\gamma}^{s's\mu} = \mathcal{V}_{b\gamma}^{s's\mu} \Leftrightarrow \frac{im_N k}{4(2\pi)^2 E} \sum_{c,s} \int d\Omega_k \mathcal{M}_{bc}^{s'\bar{s}} \mathcal{V}_{c\gamma}^{\bar{s}s\mu}. \quad (4.21)$$

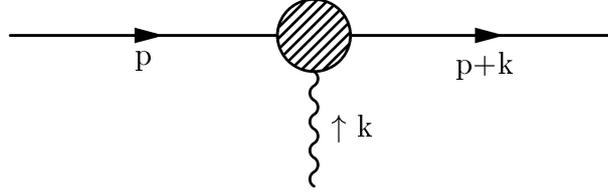


Abbildung 4.4: Photon-Hadron-Vertex

Soll nun Gleichung 4.20 gelten, muß für alle physikalisch möglichen Zwischenzustände c gefordert werden:

$$k_\mu \mathcal{V}_{c\gamma}^{\bar{s}s\mu} = 0. \quad (4.22)$$

Damit ist die WTI von \mathcal{M} auf \mathcal{V} umgeschrieben und die folgenden Untersuchungen können sich auf die nicht-iterierten Potentiale, die in direktem Zusammenhang zu \mathcal{L} stehen, beschränken.

Für die Vertizes ohne Formfaktor ist die Eichinvarianz erfüllt:

Für Resonanzen ist die LAGRANGE-Funktion per Konstruktion durch den elektromagnetischen Tensor eichinvariant, genau wie für Vertizes mit η oder 2π . Die Eichinvarianz der BORN-Diagramme wird durch die minimale Substitution und die Auswahl der Diagramme (Abbildung 4.1) gewährleistet. Hierbei ist die Hinzunahme des Kontaktterms unbedingt erforderlich. Durch Summation aller Beiträge ist Bedingung (4.20) wieder erfüllt.

Durch die Einführung von impulsabhängigen Formfaktoren wird die Eichinvarianz bei den BORN-Termen zerstört: Die zu summierenden Diagramme liegen in unterschiedlichen kinematischen Bereichen, werden also durch Formfaktoren verschieden gewichtet, und kürzen sich in der Summe zur WTI nicht mehr weg.

Zur Umgehung dieser Schwierigkeit verwenden wir die in [Hab97] vorgestellte Vorschrift, die eine Verfeinerung der OHTA-Methode [Oht89] darstellt. Wie in [WNP92] gezeigt, kann die totale Amplitude aus den relevanten Graphen als eine Summe über invariante Ströme \mathcal{M}_i^μ dargestellt werden:

$$\epsilon \mathcal{M} = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{u} (\epsilon_\mu \mathcal{M}_i^\mu) u. \quad (4.23)$$

Dabei sind die Koeffizienten-Funktionen gegeben durch:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{g}{s \Leftrightarrow m^2} (1 + \kappa_p) F_s + \frac{g}{u \Leftrightarrow m^2} \kappa_n F_u, \\
A_2 &= \frac{2g}{(s \Leftrightarrow m^2)(t \Leftrightarrow m_\pi^2)} \hat{F}, \\
A_3 &= \frac{g}{s \Leftrightarrow m^2} \frac{\kappa_p}{m} F_s, \\
A_4 &= \frac{g}{u \Leftrightarrow m^2} \frac{\kappa_n}{m} F_u.
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Hierbei bezeichnen F_i die Formfaktoren, ausgewertet in den zugehörigen kinematischen Regionen. Aus den Wahlmöglichkeiten, die man für \hat{F} hat, wurde hier eine Linearkombination aus den F_i gewählt:

$$\hat{F} = a_s F_s + a_u F_u + a_t F_t, \tag{4.25}$$

wobei die Koeffizienten a_i der Bedingung $\sum a_i = 1$ unterliegen, um den richtigen Limes für verschwindenden Photonenimpuls zu garantieren, sonst aber prinzipiell frei wählbar sind.

In Einklang mit [Feu98] wird hier die “demokratische” Variante $a_s = a_t = a_u = 1/3$ gewählt.

4.4 Selbstenergie

Es ist bekannt [PS96], daß in einer Theorie mit Wechselwirkungen die “nackte” Masse m_0 , die in der LAGRANGE-Funktion auftaucht, zu einer im allgemeinen von ihr verschiedenen “physikalischen” Masse m verschoben wird. Die physikalische Masse, die in einem Experiment gemessen werden kann, ist als die Polstelle des vollen, dynamischen Propagators G mit Wechselwirkungen definiert:

$$G^{-1}(p) \Big|_{p=m} = 0 \tag{4.26}$$

Zur Konstruktion von G betrachten wir den für spätere Betrachtungen relevanten Fall der Resonanzpropagation. Durch die Kopplung an die verschiedenen Zerfallskanäle, wird der “nackte” Propagator G_0 entsprechend Abbildung 4.5 modifiziert. Hierbei steht 1PI für die Summe aller Ein-Teilchen-Irreduziblen Diagramme.

Die 1PI-Diagramme werden in der Selbstenergie Σ zusammengefaßt und für G ergibt sich die geometrische Reihe :

$$G = G_0 + G_0 \Sigma G_0 + G_0 \Sigma G_0 \Sigma G_0 + \dots \tag{4.27}$$

Nach Summation erhält man:

$$G = \frac{G_0}{1 + G_0 \Sigma}. \tag{4.28}$$

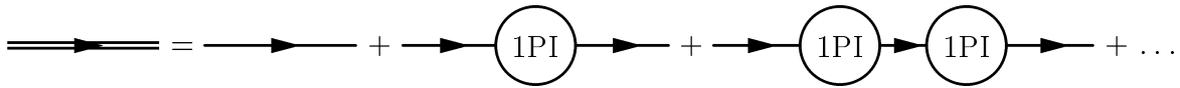


Abbildung 4.5: SCHWINGER-DYSON-Gleichung

Für Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen wird G damit zu

$$G = \frac{i}{\not{p} \Leftrightarrow m_0 \Leftrightarrow \Sigma(\not{p})}. \quad (4.29)$$

Aus Gleichung (4.29) wird deutlich, daß ein nicht-verschwindender Realteil von Σ , einer Massenverschiebung entspricht.

Ein nicht-verschwindender Imaginärteil von Σ kann als Breite interpretiert werden. Betrachtet man nämlich die FOURIER-Transformierte von G

$$G(t) = \int d\omega e^{i\omega t} \frac{i}{\not{p} \Leftrightarrow m \Leftrightarrow, (\not{p})} \sim e^{-\Gamma t} \quad (4.30)$$

so sieht man, daß $G(t)$ durch ein endliches, exponentiell gedämpft wird, das Teilchen also eine endliche Lebensdauer bekommt. Über die HEISENBERGSche Unschärferelation ist diese mit einer Energieunschärfe, also einer Breite, verbunden.

Im K-Matrix-Formalismus werden die Resonanzen ohne explizite Breite propagiert. Durch die Rückstreuung analog Abbildung 4.5 wird jedoch ein Imaginärteil generiert. In Baumgraphenapproximation tragen für die 1PI-Diagramme aus Abbildung 4.5 nur Ein-Schleifen-Diagramme bei. Für die hier einbezogenen Kanäle sind die möglichen Diagramme in Abbildung 4.6 dargestellt. Hierbei steht ϕ für die skalaren Mesonen in den Endkanälen.

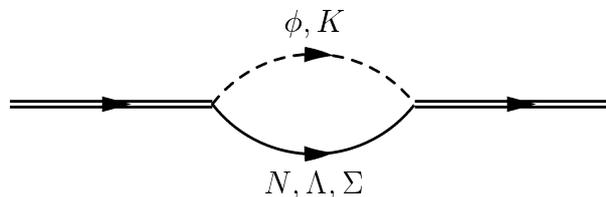


Abbildung 4.6: Selbstenergie einer Resonanz

Die Beiträge einer isolierten Resonanz im s-Kanal zur K-Matrix können in BREIT-

WIGNER-Form angegeben werden [Feu98],

$$K^\alpha = \frac{\Leftrightarrow m_R \sqrt{, \alpha_j(s), \alpha_i(s)}}{s \Leftrightarrow m_R^2}, \quad (4.31)$$

wobei j und i Ausgangs- bzw. Eingangskanal und α eine gewisse Quantenzahlenkonfiguration bezeichnen.

, $\alpha_j(s)$, der Parameter aus Gleichung (4.31) kann nach folgender Betrachtung als Breite identifiziert werden:

Fügt man diesen Ausdruck nämlich in die Streugleichung (3.44) ein, findet man die Streuamplitude

$$T^\alpha = \frac{\Leftrightarrow m_R \sqrt{, \alpha_j(s), \alpha_i(s)}}{s \Leftrightarrow m_R^2 + im_R \sum_c , \alpha(s)}, \quad (4.32)$$

was dem Ansatz einer Resonanz in einer T-Matrix Rechnung entspricht, in der eben genau die erforderlichen Breiten “per Hand” eingefügt wurden.

Der Pol, in Gleichung (4.31) noch auf der reellen Achse und der Resonanzmasse, wurde durch die Iteration zu einem komplexen Wert verschoben. Die so generierten , fallen für Vakuumstreuung gut mit denen in [Gro98] zusammen. In Tabelle 4.1 findet sich eine Zusammenstellung dieser Werte.

Wenn nun diese Rückstreuung im Medium betrachtet wird, muß der Nukleonenpropagator aus Abbildung 4.6 dem PAULI-Prinzip unterworfen werden.

Inhalt des Kapitels 5 wird es sein, die Veränderungen in generierten Massen und Breiten unter Zuhilfenahme des K-Matrix Modells zu bestimmen.

Kapitel 5

Ergebnisse unter Einschluß des Pauli-Prinzips

In diesem Kapitel sollen Resultate für hadronische Reaktionen unter Berücksichtigung des PAULI-Prinzips vorgestellt werden. Falls nicht anders erwähnt, wurde für p_F ein Wert von 300 MeV/c gewählt, also etwa normaler Kerndichte entsprechend.

5.1 Wirkungsquerschnitte

In diesem Abschnitt sollen differentielle und totale Wirkungsquerschnitte für hadronische Reaktionen vorgestellt werden bei denen die in den vorherigen Abschnitten diskutierten Medium-Veränderungen vorgenommen wurden.

Das Blocking der intermediären Zustände, das aus dem Faktor Q des Zwei-Teilchen-Propagators aus Gleichung (3.8) resultiert, und das der Endzustände, das in einer Verkleinerung des Endzustands-Phasenraums besteht, sollen separat voneinander untersucht werden.

5.1.1 Blocking der Endzustände

Zunächst sollen die Effekte des Endzustands-Blockings (EZB) betrachtet werden. Hierzu sind in Abbildung 5.1 die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$ dreidimensional aufgetragen. Man sieht, daß das EZB die Wirkungsquerschnitte zu gegebenem \sqrt{s} bei einem festen Winkel "abschneidet". Die Projektion des Schnittverlaufes auf die $(\sqrt{s} - \theta)$ -Ebene gibt genau den Verlauf von θ_F aus Abbildung 3.4 wieder. Er hängt von den jeweiligen kinematischen Randbedingungen (FERMI-Impuls und Anfangsimpuls des Nukleons) ab.

Der Effekt des EZB ist einfach zu berücksichtigen und kann auch in einfachen T-Matrix-Modellen ohne Rückstreuung eingearbeitet werden.

Um die Besonderheit des hier verwendeten Modells, die Rückstreuung, zu betonen, soll im folgenden das EZB als ein zusätzlicher Faktor behandelt werden. Vergleiche mit ei-

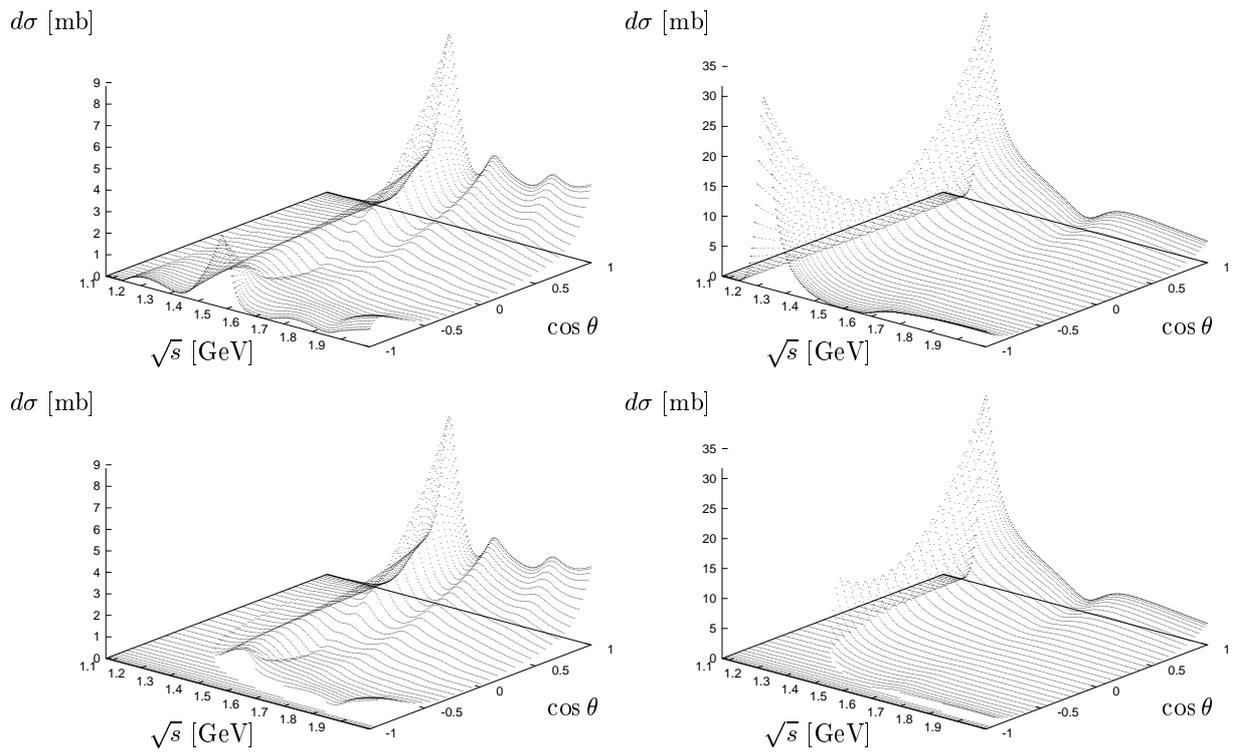


Abbildung 5.1: Differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$
 links: Isospin 1/2; rechts: Isospin 3/2
 oben: ohne EZB; unten: mit EZB

ner freien Streuung sollten daher unter alleiniger Modifikation des Rückstreuprozesses gemacht werden.

Der totale Wirkungsquerschnitt für die Pion-Nukleon-Reaktion wird in Abbildung 5.2 gezeigt. Hierbei werden die Ergebnisse für freie und In-Medium-Streuung gezeigt. Für den zweiten Prozeß werden die Resultate mit und ohne EZB vorgestellt.

Im Gegensatz zu diesem Blocking des Zwei-Teilchen-Propagators in den aufsummierten Zwischenzuständen besteht der Einfluß des EZB auf die integrierten Wirkungsquerschnitte in einer Absenkung. Dies ist auch durch die differentiellen Querschnitte aus Abbildung 5.1 zu verstehen: Durch das “abschneiden” bei einem maximalen Winkel werden dem integrierten Querschnitt Beiträge entzogen.

Die Stärke hängt mit der Schwerpunktsenergie und der Winkelverteilung der emittierten Teilchen, also dem Gesamtdrehimpuls, zusammen.

In Abbildung 5.3 findet sich die Differenz von Wirkungsquerschnitten mit und ohne EZB. Hier wurden diesmal auch andere hadronische Reaktionen miteinbezogen.

Man findet, daß der Einfluß des EZB im Bereich der $\Delta(1232)$ -Resonanz besonders groß ist. Dies kann bereits anhand von Abbildung 5.1 gesehen werden, da entsprechend viele Beiträge durch das EZB “abgeschnitten” werden. Außerdem ist ersichtlich, daß tendenziell der Effekt mit steigendem \sqrt{s} abnimmt, trotzdem aber noch eine typisch resonante Struktur besitzt. Bestimmt man statt der Differenz das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte (nicht gezeigt), so findet man, daß das EZB einen Anteil von 30 bis 40%, im Bereich des Delta von circa 60% des Gesamteffekts besitzt.

5.1.2 Blocking der intermediären Zustände

Der Effekt von Q besteht darin, daß die In-Medium-Querschnitte im Vergleich zur freien Streuung stark ansteigen. Insbesondere in resonanten Bereichen ist dieser Effekt sehr ausgeprägt. Dieses Ansteigen kann man anhand der folgenden Betrachtung plausibel machen:

Betrachtet man Gleichung (3.44) zur Berechnung der T-Matrix, so ergibt sich das Betragsquadrat von \mathcal{M} zu:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{\mathcal{V}^2}{1 + \tilde{\mathcal{V}}^2}, \quad (5.1)$$

wobei eingegangen ist, daß \mathcal{V} und $\tilde{\mathcal{V}}$ nach Voraussetzung immer reell sind. Durch das PAULI-Blocking wird $\tilde{\mathcal{V}}$ mit steigendem FERMI-Impuls kleiner, $|\mathcal{M}|^2$ wird demnach also größer. Zusammen mit Gleichung (2.12) folgt schließlich, daß auch der Wirkungsquerschnitt σ ansteigen muß.

Qualitativ kann man dies auch nachvollziehen, wenn man für den Querschnitt in der Umgebung einer Resonanz einen BREIT-WIGNER-Ansatz macht [Per87]:

$$\sigma \propto \frac{, \text{in}, \text{out}}{(E \leftrightarrow E_R)^2 + , \text{tot}^2}. \quad (5.2)$$

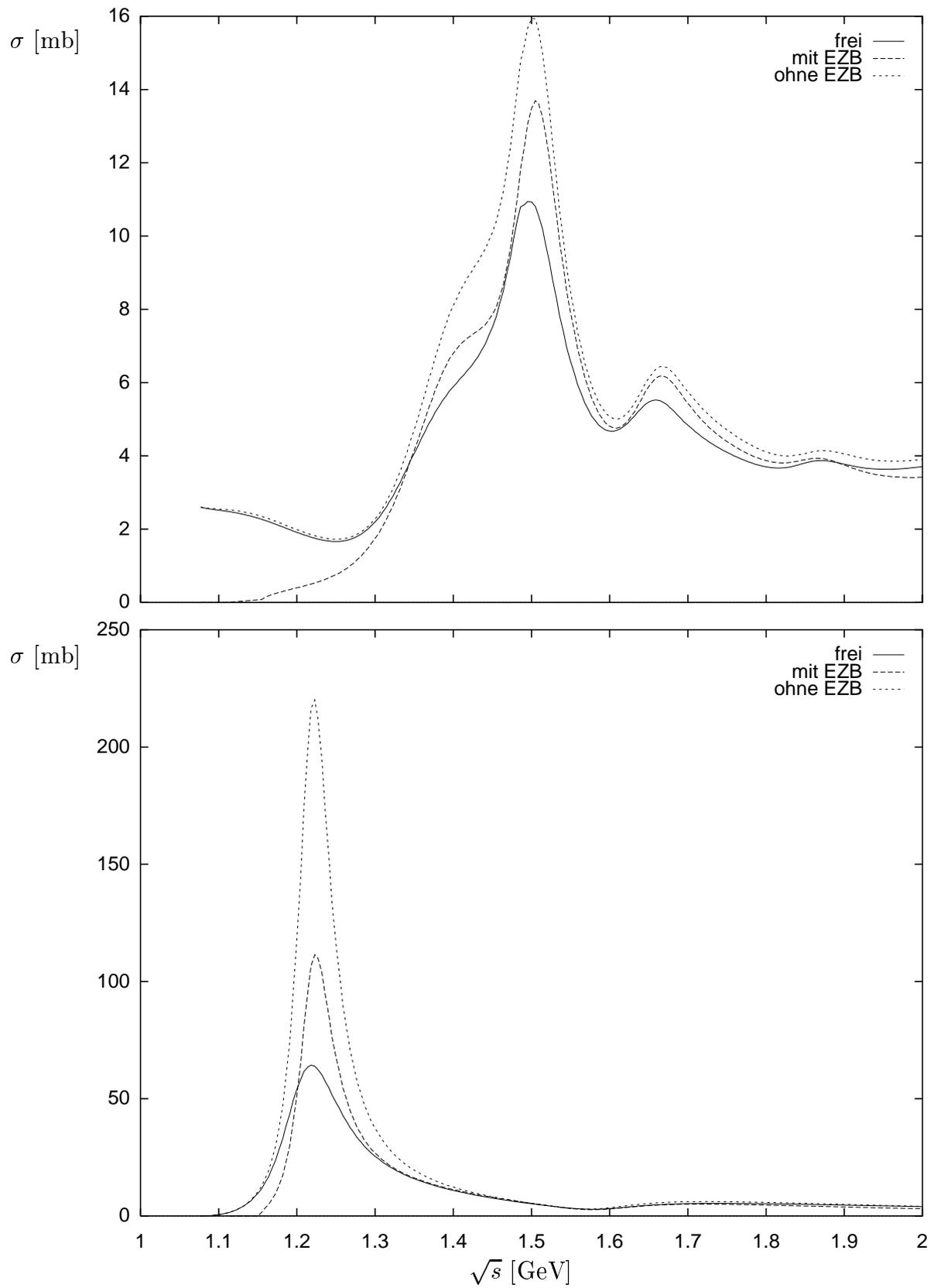


Abbildung 5.2: Totaler Wirkungsquerschnitt $\pi N \rightarrow \pi N$
oben: Isospin 1/2 ; unten: Isospin 3/2

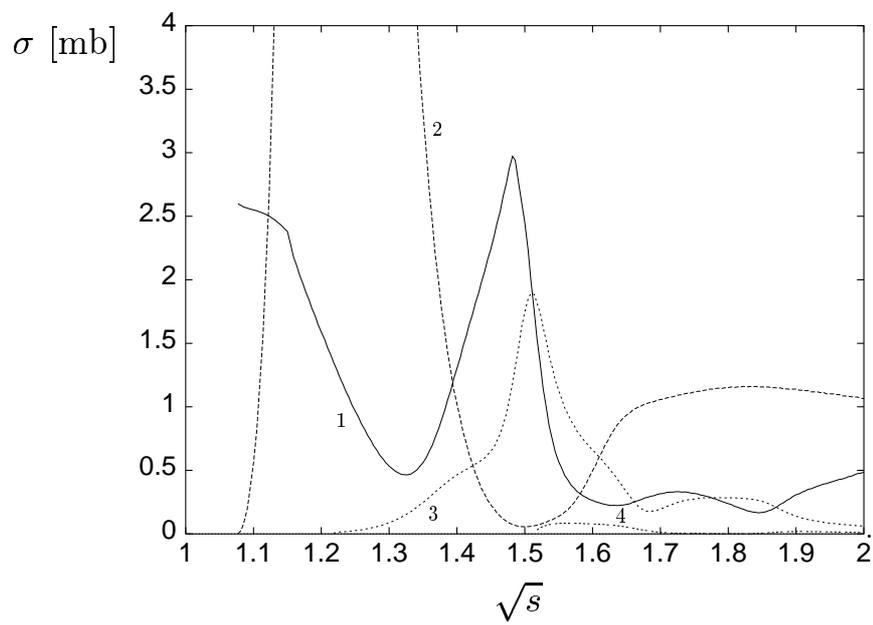


Abbildung 5.3: Differenz der Wirkungsquerschnitte ohne EZB / mit EZB

1: $\pi N \rightarrow \pi N, I = 1/2$ 3: $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ isospingemittelt
 2: $\pi N \rightarrow \pi N, I = 3/2$ 4: $\pi N \rightarrow \eta N$

Für ein einfaches Modell mit $\sigma_{in} = \sigma_{out} = \sigma_{tot}$, d.h. genau einem beitragenden Kanal, werden durch eine Verkleinerung des Phasenraums, die durch das PAULI-Verbot verursacht wird, σ_{out} und σ_{tot} kleiner, während σ_{in} unberührt bleibt. Damit steigt auch in diesem Bild der Wirkungsquerschnitt im Bereich um eine Resonanz an. Das Resultat ist ein schmaler "Peak". Daß dieses Resultat so nicht nachvollzogen werden kann, liegt daran, daß entsprechend Gleichung (5.1) die Querschnitte im Vergleich zum Vakuum nur ansteigen (\mathcal{V} ist kleiner als \mathcal{V}). Es zeigt sich also, daß das Blocking der intermediären Zustände alleine nicht ausreicht, um In-Medium-Streuprozesse zu beschreiben. Die Extraktion von Resonanzparametern wird im Abschnitt 5.2 vorgenommen werden. Die dort berechneten Werte für Veränderungen der Breite sind durchaus im Einklang mit dem Ansatz aus Gleichung (5.2).

Betrachtet man in Abbildung 5.2 das Verhalten für kleine Energien, so stellt man fest, daß der Querschnitt ohne EZB nicht sehr verschieden vom freien Fall ist. Wenn der ganze Phasenraum der Zerfallsprodukte verboten ist, folgt nach Gleichung (3.44) für die Übergangsmatrix:

$$\mathcal{M} = \mathcal{V}. \quad (5.3)$$

Damit wird deutlich, daß die K-Matrix-Näherung im Limes kleiner Energien in eine reelle T-Matrix-Rechnung ohne Rückstreuung übergeht, für die ein Ansatz entsprechend Gleichung (5.3) gemacht wird. Liegt also eine Resonanz - und damit ein Pol in \mathcal{V} - in Energiebereichen, die vollständig geblockt sind, so läuft eine K-Matrix Rechnung dort in numerische Probleme, denn die in Kapitel 4.4 beschriebene Verschiebung des Pols von der reellen Energie-Achse weg findet nicht mehr statt.

Vergleicht man den Einfluß beider Effekte, findet man, daß ein entscheidender Teil der Medium-Modifikation aus typischen Eigenschaften einer K-Matrix-Rechnung resultiert. T-Matrix-Rechnungen können diese Effekte nicht produzieren.

Um weiter die Besonderheit der K-Matrix herauszuschälen, sollen nun Verhältnisse von freien und geblockten Querschnitten, gezeigt in Abbildung 5.4, betrachtet werden.

Die geblockten Querschnitte wurden hierbei ohne Hinzunahme von EZB gewonnen. Damit spiegeln die gezeigten Verhältnisse genau die Veränderungen wider, die bei einem Übergang von einem T-Matrix- zu einem K-Matrix-Modell hinzukommen. Das EZB ist identisch für beide Fälle; Veränderungen, die durch Modifikation der Rückstreuung und der Interferenzen der gekoppelten Kanäle auftreten, sind hingegen charakteristisch für die K-Matrix.

Es ist ersichtlich, daß insbesondere in resonanten Energiebereichen die PAULI-Blocking-Effekte groß sind. Dies hängt damit zusammen, daß dort der Nenner von Gleichung (4.32) klein wird, also eine Veränderung der generierten Breiten sich besonders stark ausprägt. Dies unterstreicht die besondere Rolle, die den Resonanzen in den Medium-Streuprozessen zukommt.

Es ist allerdings zu beachten, daß im totalen Querschnitt die Interferenzen zwischen den verschiedenen Kanälen eine wichtige Rolle spielen, so daß in der vollen Rechnung nur wenig dominante Resonanzen auftreten, man eher von resonanten Bereichen ausgehen muß.

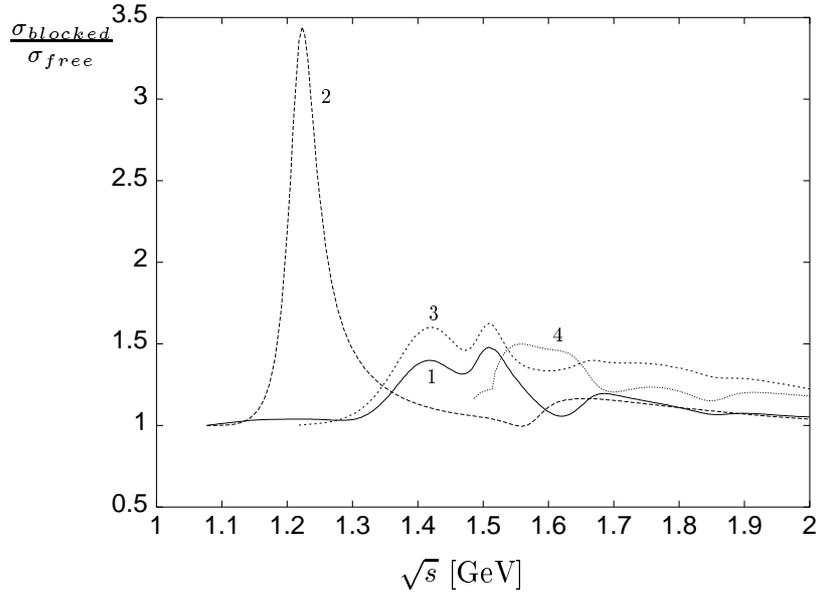


Abbildung 5.4: Verhältnisse geblockter zu freier Wirkungsquerschnitte
Bezeichnungen wie in Abb. 5.3

5.2 Resonanzparameter

Wie in Kapitel 4.4 diskutiert, werden Resonanzparameter in dem hier vorgestellten Modell durch die Rückstreuung generiert und damit auch Variationen im Medium unterworfen. Zur Extraktion wird die in Kapitel 4.1 vorgestellte Speed-Plot-Technik benutzt. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse sowohl für freie als auch In-Medium-Streuung findet sich in Tabelle 5.1.

Als vorherrschenden Trend erkennt man, daß Nukleonenresonanzen unter Einhaltung des PAULI-Prinzips schwerer und langlebiger werden. Die Elastizität R , die in Gleichung (4.5) eingeführt wurde, nimmt stark zu.

Da die Resonanzparameter im K-Matrix-Formalismus nicht einfach per Hand eingefügt sind, sondern sich aus einem komplizierten Interferenzmechanismus ergeben, an dem kinematisch verschieden zu behandelnde Kanäle teilnehmen, ist der Effekt des PAULI-Blockings nicht überall gleich ausgeprägt, sondern ändert sich von Resonanz zu Resonanz, da sie unterschiedlich an verschiedenen Zerfallskanäle kopplern, die im Medium unterschiedlich beeinflußt werden.

Besonders deutlich sind die Mediumveränderungen beim $\Delta(1232)$, dessen Breite sich fast um einen Faktor 2 verringert. Um die Güte eines Speed-Plot-Fits zu demonstrieren, wird der P_{33} -Kanal in Abbildung 5.5 gezeigt. Hierbei stellt die durchgezogene Linie den Speed der Partialwelle unter Berücksichtigung des PAULI-Prinzips im Medium dar; die punktierte Kurve beschreibt den Resonanz-Fit mit dem in Tabelle 5.1 angegebenen

	frei			in-medium		
	M [GeV]	Γ [MeV]	R [MeV]	M [GeV]	Γ [MeV]	R [MeV]
$S_{11}(1535)$	-	-	-	-	-	-
$S_{11}(1650)$	1.661	110	23.8	1.665	100	28
$P_{11}(1440)$	1.353	170	45	1.377	168	62
$P_{11}(1710)$	1.672	106	8.8	1.676	96	9.5
$P_{13}(1720)$	1.660	145	11	1.671	145	13.3
$D_{13}(1520)$	1.500	9	25	1.504	7.1	25
$D_{13}(1700)$	-	-	-	1.677	58	2.8
$S_{31}(1620)$	1.590	107	12.5	1.580	90	11
$P_{33}(1232)$	1.210	93	47	1.219	52	47
$P_{33}(1600)$	-	-	-	-	-	-
$D_{33}(1700)$	1.587	156	11	1.616	129	11

- : keine Extraktion möglich

Tabelle 5.1: Extrahierte Resonanzparameter:
 M : Masse; Γ : Breite; R : Elastizität

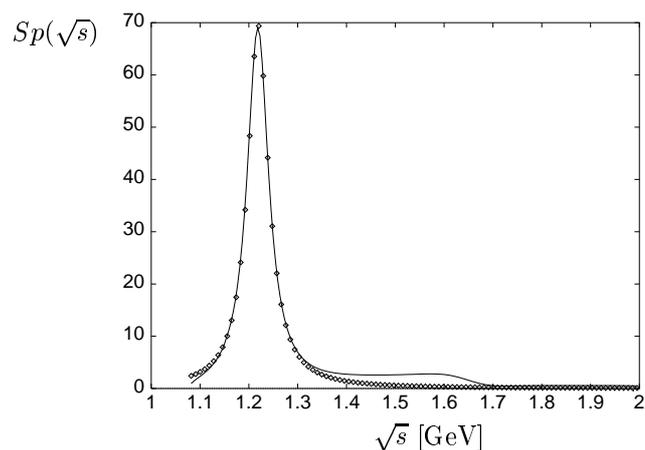


Abbildung 5.5: Speed-Plot für die P_{33} -Partialwelle
gepunktet: Fit an die Delta-Resonanz

Parametersatz. Im Rahmen des Speed-Modells ist also eine ausgezeichnete Extraktion der Parameter aus Gleichung (4.6) möglich, zumal sie unabhängig voneinander festgelegt werden können.

An dieser Stelle bietet sich ein Vergleich mit einer einfachen, nichtrelativistischen Abschätzung an [KKB⁺94]. Der Blocking-Faktor kann sich über den verbotenen Winkelbereich schreiben lassen als

$$B_F = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4\pi} \int_{\theta_{verb.}} d\Omega = \begin{cases} 1 & \dots |v \Leftrightarrow v^*| \geq v_F \\ 0 & \dots v + v^* \leq v_F \\ \frac{(v+v^*)^2 - v_F^2}{4vv^*} & \dots |v \Leftrightarrow v^*| \leq v_F \geq v + v^*, \end{cases} \quad (5.4)$$

wobei v die Geschwindigkeit der Resonanz, also des Schwerpunktsystems, und v^* die des Nukleons im Ruhesystem der Resonanz darstellt. Die Integration läuft über alle Winkel, die durch das PAULI-Prinzip verboten sind. Gleichung (5.4) besitzt eine einfache geometrische Interpretation: B_F entspricht genau dem Anteil der Kugelschale mit Radius v^* , die außerhalb der FERMI-Kugel liegt. Dabei ist die Kugelschale um den Vektor v verschoben, da das Nukleon aus einem bewegten System emittiert wird (siehe dazu auch Abbildung 5.6).

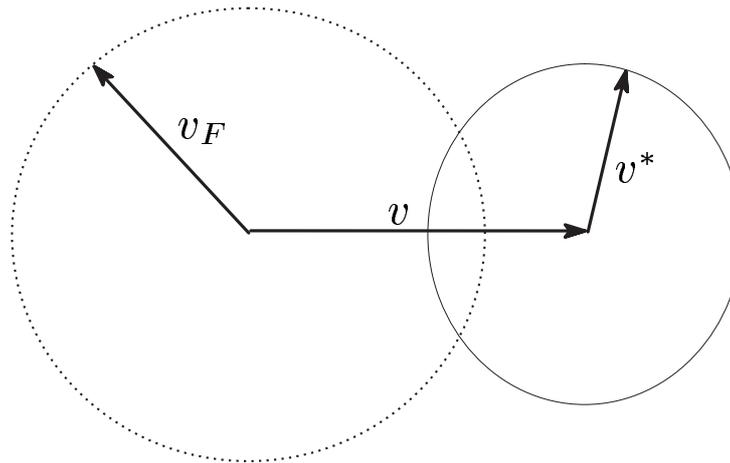


Abbildung 5.6: Geometrische Bedeutung von B_F
 gepunktet: FERMI-Kugel \Leftrightarrow Ruhesystem des Kerns
 v : Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems
 v^* : Geschwindigkeit des emittierten Nukleons im Schwerpunktsystem

Die Breite der Resonanz wird unter Einbezug dieser Phasenraumeinschränkung zu

$$, = , {}_0 B_F. \quad (5.5)$$

In Tabelle 5.2 sind für die in [KKB⁺94] betrachteten Resonanzen die gewonnenen Werte für B_F gegenübergestellt. B_F wurde für diese Arbeit aus Gleichung (5.5) mit den durch das Modell berechneten Breiten bestimmt.

	Kondratyuk	diese Arbeit
$P_{11}(1440)$	0.87	0.98
$D_{13}(1520)$	0.90	0.79
$S_{11}(1535)$	0.90	
$P_{33}(1232)$	0.68	0.56
$D_{33}(1700)$	0.93	0.82

Tabelle 5.2: B_F -Werte für ausgewählte Resonanzen

Man erkennt, daß die Abweichungen, insbesondere bei schweren Resonanzen, signifikant sind.

Dies ist auch plausibel, denn die Extraktion des Faktors B_F beruht im K-Matrix-Modell auf einem wesentlich komplizierteren Mechanismus. Zwar kann ein ähnlicher kinematischer Faktor zu B_F aus Gleichung (5.4) in f identifiziert werden (siehe Gleichung (C.8)), jedoch geht dieser wiederum in den Prozeß der Rückstreuung ein, tritt also nicht als ein einfacher Multiplikator für Breiten auf.

Desweiteren rühren die Unterschiede von den Beiträgen anderer Kanäle her. So koppeln die Resonanzen $D_{13}(1520)$ und $D_{33}(1700)$ stark an den Zwei-Pionen-Kanal mit Verzweigungsquerschnitten von 40 bis 50 % bzw. 80 bis 90 %. Gleichung (5.4) ist als Näherung anwendbar, wenn nur ein Kanal präsent ist.

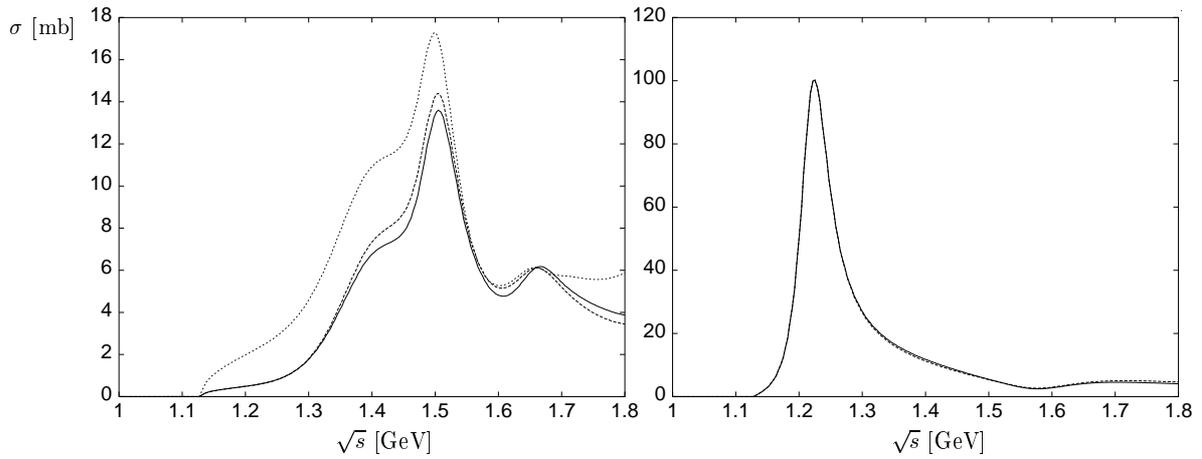
Die Extraktion der Breite für das $P_{11}(1440)$ aus dem Speed-Plot ist mit Unsicherheiten behaftet, da eine weitere Resonanz in diesem Kanal vorhanden ist.

5.3 Parameter-Abhängigkeiten

Da die Art der Formfaktoren für die verschiedenen Reaktionen prinzipiell nicht vorgegeben ist, soll kurz untersucht werden, inwieweit sich eine andere Wahl des Formfaktors F auf die Ergebnisse auswirkt. In Abbildung 5.7 sind dazu die Querschnitte für die Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$ abgebildet. Hierbei wurde neben der in Kapitel 4.3 vorgestellten Parametrisierung noch eine Cloudy-Bag-Form verwendet, die ein gaußförmiges Verhalten aufweist:

$$F_e(q^2, m^2) = \exp \left[\frac{(q^2 \leftrightarrow m^2)^2}{\Lambda^4} \right]. \quad (5.6)$$

Man sieht, daß die Wahl nur sehr wenig auf σ auswirkt, insbesondere im Isospin-3/2-Kanal. Allerdings wurden die Rechnungen mit dem gleichen Parametersatz, der mittels der Formfaktoren F_p und F_t bestimmt wurde, durchgeführt. Führt man einen neuen Fit an die Daten mit F_e durch, findet man, daß sich die in die LAGRANGE-Funktionen eingehenden Resonanzparameter ändern; die Breite des $P_{11}(1440)$

Abbildung 5.7: Totale Wirkungsquerschnitte für $\pi N \rightarrow \pi N$

links: $I = 1/2$ rechts: $I = 3/2$
 durchgezogen: F_p und F_t
 gestrichelt: F_e
 gepunktet: F_e mit eigenem Parametersatz

sogar um 14%. Führt man eine In-Medium-Rechnung mit dem auf F_e abgestimmten Parametersatz durch, so findet sich das in Abbildung 5.7 gepunktet angedeutete Verhalten. Es zeigt sich also, daß die In-Medium-Veränderungen nicht so sehr sensibel auf die Wahl des Formfaktors, wohl aber auf den gewählten Parametersatz sind.

Dies wird insbesondere beim Isospin-3/2-Kanal deutlich, da dieser durch das $\Delta(1232)$ dominiert wird und dessen Parameter bei den verschiedenen Anpassungen kaum schwanken.

Kapitel 6

Mediuminduzierte Veränderungen von Nukleon-Resonanzen

Aus experimentellen Daten weiß man, daß sich Resonanzen im Medium stark verbreitern [KKB⁺94]. Dieser Effekt kann nicht durch die Betrachtungen aus Kapitel 4.4 erklärt werden, da dort die Breite der Resonanzen kleiner geworden ist.

Es liegt daher die Annahme nahe, daß es mehrere Effekte gibt, die sich verschieden auf die Form baryonischer Resonanzen auswirken. Man kann vier wesentliche Einflüsse konstatieren.

Pauli-Blocking: Eine Diskussion von Ursprung und Auswirkungen wurde bereits in Kapitel 4.4 durchgeführt. Tendenziell verringert dieser Effekt die Breite und verschiebt die Masse der Resonanz, wenn man eine Massendefinition durch Speed-Analysen (s. Kapitel 4) zugrundelegt, zu größeren Werten.

Stoßverbreiterung: Durch die Wechselwirkung der Resonanz mit dem umgebenden Medium werden Masse und Breite verändert. Eine quantitative Untersuchung wird im folgenden Kapitel vorgenommen.

Fermi-Bewegung: Nukleonen ruhen zu Beginn der Reaktion nicht im Kern. Die zufällige Bewegung der Nukleonen hat zur Folge, daß sich Prozesse, bei denen ein Teilchen mit einer festen Energie einläuft, im Vergleich zum Vakuum verändern. Dieser Effekt wurde bereits in Kapitel 3.4.2 angesprochen.

Bindungseffekte: Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß die Nukleonen, an denen eine Streuung stattfindet, im Kernverband gebunden sind, wurden in anderen Arbeiten verschiedene Ansätze einer Energieverschiebung verwendet (siehe z.B. [WK83]). Bei ausreichend hoher Einschußenergie kann die Stoßnäherung angewendet werden, das heißt die Bindung wird ganz vernachlässigt. Auf eine Einarbeitung der Bindung soll im Rahmen dieser Arbeit jedoch verzichtet werden.

Im Unterschied zur freien Streuung, befinden sich die Nukleonen in einem Medium, mit dem sie stark wechselwirken. In der nuklearen FERMI-Theorie [Mig67] “verteilt”

sich ein Nukleon auf mehrere Eigenzustände, wird damit also mit einem komplizierten Viel-Teilchen-Zustand vermischt. Es kann gezeigt werden, daß sich das neue Verhalten durch sogenannte Quasi-Teilchen beschreiben läßt, die jedoch im allgemeinen andere Eigenschaften als das ursprünglich in den Verband hineingesetzte Teilchen besitzen. Für Nukleonen findet man ([MBBD85]), daß sich ihre Eigenschaften nahe der FERMI-Energie kaum ändern, während sich die Masse 10 bis 20 MeV unterhalb der Fermikante auf 70% der freien Masse absenkt. Bei einem sehr starken Medieeinfluß kann das Quasiteilchenkonzept zunehmend an Gültigkeit verlieren und die Beschreibung durch eine vollständige Spektralfunktion nötig machen [PPL⁺98, Pos98].

6.1 Stoßverbreiterung

Die Streuung in diesem Modell erfolgt über Anregung von Nukleonenresonanzen, die eine gewisse Zeit propagieren um dann wieder zu zerfallen. Eine Abschätzung der mittleren Wegstrecke, die zurückgelegt wird, beträgt für das $\Delta(1232)$

$$d_{Res} = \frac{|\mathbf{p}|}{m} \approx 0.5 \text{ fm.} \quad (6.1)$$

Diese liegt etwa in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Resonanz im Medium. Aus diesem Grund sind Streuungen und Absorptionen, die zusätzlich zur freien Propagation auftreten, nicht zu vernachlässigen.

Die effektive Wechselwirkung wird durch ein optisches Potential beschrieben [HKLM79, KKB⁺94, OS87]. Die diagrammatisch korrekte Summation erfolgt analog Abbildung 6.1, wobei die Selbstenergiebeiträge durch das optische Potential erzeugt und durch Wellenlinien repräsentiert werden.



Abbildung 6.1: In-Medium-Propagator mit optischem Potential

Damit ergibt sich für den "In-Medium-Propagator":

$$G = G_0 + G_0 W G_0 + G_0 W G_0 W G_0 + \dots$$

Das optische Potential kann aus der Resonanz-Nukleon-Vorwärts-Streuamplitude und der Dichte der Nukleonen gewonnen werden [KKB⁺94]:

$$W = \Leftrightarrow 4\pi f_{N^*N}(0)\rho.$$

Für konstante Dichte reduziert sich diese Summation auf eine gewöhnliche geometrische Reihe, die zu

$$G = \frac{1}{(G_0^{-1} \Leftrightarrow W)}, \quad G_0^{-1} = s \Leftrightarrow m^2 + im, \quad (6.2)$$

zusammengefaßt werden kann.

Damit ist deutlich, daß das optische Potential einen zusätzlichen Beitrag zur Selbstenergie (vergleiche Gleichung (4.29)) liefert. Insbesondere trägt so ein imaginärer Anteil in W zur Breite bei; dadurch ist die Kollisionsbreite definiert:

$$\Gamma_{coll} = \frac{1}{2} \text{Im} \{W\}. \quad (6.3)$$

Es gibt verschiedene Ansätze, das optische Potential zu bestimmen. Wir folgen hier der von HIRATA vorgeschlagenen Parametrisierung mittels des empirischen *spreading Potentials* [HLY77, HKLM79].

In [HTL80] wurde dieser Ansatz um eine Spin-Bahn-Wechselwirkung erweitert, was dazu führt, daß W_{sp} als

$$W_{sp} = W_0(E)\rho + 2\mathbf{L}_\Delta \cdot \boldsymbol{\Sigma}_\Delta V_{LS} \quad (6.4)$$

geschrieben werden kann. Für den "zentralen" Term $W_0(E)\rho$ stellt sich nach einer Anpassung an experimentelle Daten heraus, daß die Energieabhängigkeit sehr gering ist und praktisch vernachlässigt werden kann.

Der Wahl, daß W_{sp} eine einfache Funktion der Dichte der Dichte ist, liegt eine Annahme von lokalen Wechselwirkungen zugrunde; Drei- und Mehr-Körper-Effekte werden damit vernachlässigt.

In [OS87] wurden neben den einstufigen auch mehrstufige Prozesse in die Berechnung von W einbezogen. Ein solcher ist in Abbildung 6.2 unten rechts dargestellt. Damit läßt man auch die Annahme lokaler Wechselwirkungen fallen. Man findet, daß solche Prozesse einen zusätzlichen Beitrag zum optischen Potential liefern. Vier- und Mehr-Körper-Absorptionen wurden in dieser Referenz mit etwa 30% des Drei-Körper-Beitrages abgeschätzt.

Es stellt sich heraus, daß der Unterschied dieser erweiterten Rechnung zum spreading Potential darin besteht, daß $\text{Im} W$ bei hohen Dichten saturiert und nicht mehr linear anwächst. Das spreading Potential kann aber weiterhin als gute Näherung betrachtet werden.

Weiter konnten in dieser Referenz die verschiedenen Beiträge zum Imaginärteil isoliert betrachtet werden. Da aber, wie in [OSS85] gezeigt, die Kenntnis des gesamten Imaginärteils ausreicht, um elastische und totale Wirkungsquerschnitte zu beschreiben und desweiteren das spreading Potential empirisch sehr erfolgreich ist, verwenden wir für unsere Zwecke die in [HKLM79] angegebene Parametrisierung.

Damit haben wir für die $\Delta(1232)$ Resonanz eine Selbstenergie von:

$$W_{sp} = \{(23 \pm 5) \Leftrightarrow (43 \pm 5)i\} \frac{\rho}{\rho_0} [\text{MeV}], \quad (6.5)$$

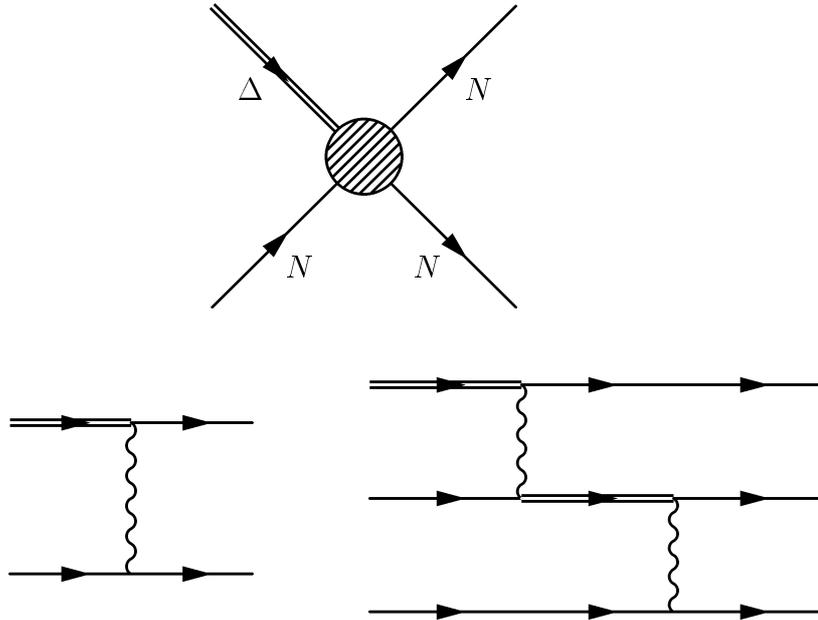


Abbildung 6.2: Resonanz-Absorption durch Nukleonen. Die Wellenlinie steht für eine effektive Spin-Isospin-Wechselwirkung

wobei ρ_0 normale Kerndichte entspricht. Für die anderen Resonanzen wird ein Imaginärteil von $80 \frac{\rho}{\rho_0} [\text{MeV}]$ angenommen.

Der Imaginärteil des spreading Potentials ist der eigentlich wichtige Anteil. Er entspricht Prozessen der Form $\Delta N \rightarrow NN$ aus Abbildung 6.2, die im Medium relevant werden, und im folgenden miteinbezogen werden sollen.

6.2 Unitarität

Durch Hinzunahme eines komplexen optischen Potentials in die Propagation der Resonanzen wird das Potential \mathcal{V} komplex. Damit ist die K-Matrix nicht mehr reell und die S-Matrix wird im allgemeinen auch nicht mehr unitär sein.

Da durch den Einschluß des optischen Potentials aber auch Absorptionsprozesse entsprechend Abbildung 6.2 stattfinden können, kann eine Verletzung der Unitaritätsbedingung für den elementaren Streuprozess durch den so entzogenen Strom interpretiert werden.

Mit den Gleichungen (2.2) und (2.3) kann man die Unitaritätsbedingung auf T umschreiben:

$$2 \text{Im } T = \sum_f T^\dagger T. \quad (6.6)$$

Zur quantitativen Abschätzung der Absorption kann die Größe

$$A := \frac{|2 \operatorname{Im} T \Leftrightarrow \sum_f T^\dagger T|}{|T|^2} \quad (6.7)$$

betrachtet werden, die für eine unitaritätserhaltende Rechnung genau Null wäre. Durch die Skalierung auf das Betragsquadrat der Matrixelemente $|T|^2$ kann eine Aussage über die relative Größe der Unitaritätsverletzung gewonnen werden.

Für die hier benutzte Parametrisierung mittels des spreading Potentials liegt A für die meisten Partialwellen in Bereichen von 5 bis 10%. Insbesondere im Bereich von Resonanzen kann die Absorption jedoch groß werden. Im Bereich des $\Delta(1232)$ wächst sie sogar auf fast 50% an. Dies korrespondiert zur Tatsache, daß die Wirkungsquerschnitte, wie im Kapitel 6.3 gezeigt, insbesondere in resonanten Bereichen stark abfallen.

Bei höheren Resonanzen wird A klein. Dies stimmt mit der Analyse aus [Eff96] überein und wird auch durch die Querschnitte, die sich hier nur relativ wenig ändern, bestätigt.

6.3 Ergebnisse

Da wir die spreading Potential-Parametrisierung verwenden, also insbesondere nicht die verschiedenen Quellen für den Imaginärteil separieren, werden als Ergebnisse nur totale Wirkungsquerschnitte präsentiert. Dazu werden zuerst hadronische Reaktionen vorgestellt. Anschließend werden in Kapitel 6.3.2 die Ergebnisse für die Photoproduktion diskutiert.

Der Kopplungskonstanten-Satz, der den Berechnungen zugrunde liegt, ist der gleiche wie auch in Kapitel 5. Weiterhin sind alle Berechnungen, sofern nicht anders erwähnt, für normale Kerndichte durchgeführt.

6.3.1 Hadronische Reaktionen

Zuerst sollen die Resultate für die in Kapitel 5 betrachteten Reaktionen vorgestellt werden. Dazu sind in Abbildung 6.3 die Wirkungsquerschnitte für die elastische Pion-Nukleon-Reaktion dargestellt. Zur Visualisierung des Stoßbreiten-Effekts sind hier noch einmal die Verläufe aus Abbildung 5.2 ohne EZB miteinbezogen.

Es ist deutlich, daß die Stoßverbreiterung die Wirkungsquerschnitte in resonanten Bereichen sehr stark absenkt, und zu der gewünschten Verbreiterung führt. Die mittels einer Speed-Analyse extrahierten Resonanz-Breiten entsprechen gerade der Summe aus generierter Breite und Stoßbreite

$$\sigma_{total} = \sigma_{gen} + \sigma_{coll}. \quad (6.8)$$

Dies ist ganz im Einklang mit der additiven Eigenschaft von Zerfallsbreiten, jedoch ist hier zu bedenken, daß σ_{gen} und σ_{coll} auf zwei verschiedenen Wegen in die Rechnungen eingehen.

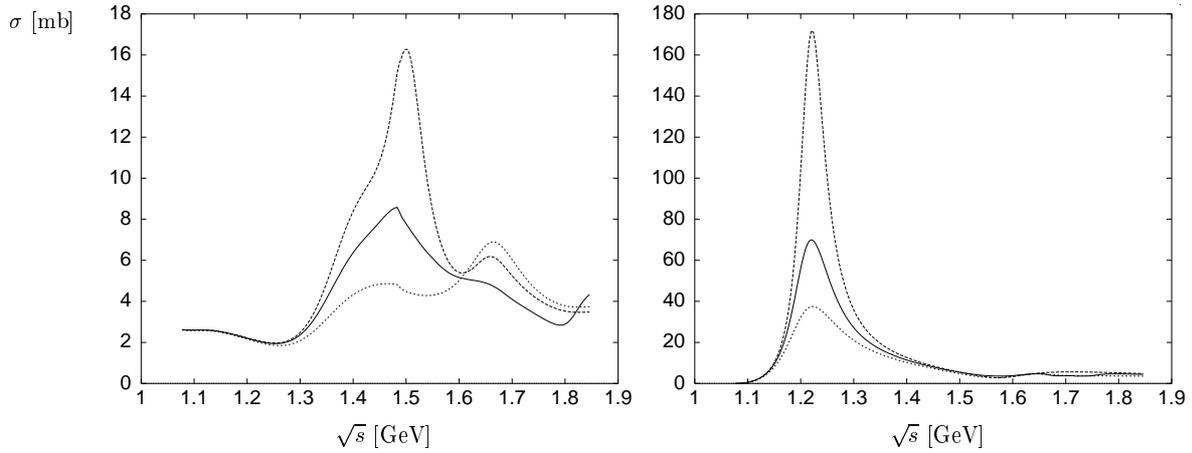


Abbildung 6.3: Totale Wirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$

links: Isospin 1/2 ; rechts: Isospin 3/2
gestrichelt : ohne Stoßverbreiterung
durchgezogen : mit spreading Potential
gepunktet : mit Stoßbreite aus [KKB+94] (siehe Tabelle 6.1)

In Abbildung 6.3 sind desweiteren die Ergebnisse für die Stoßbreiten aus Referenz [KKB+94] (siehe Tabelle 6.1) abgebildet. Γ_{coll} wurde dort durch direkte Anpassung von Photoproduktionsquerschnitten an experimentelle Daten gewonnen.

Die Unterschiede in den Querschnitten spiegeln genau die verschiedenen Stoßbreiten der Resonanzen wider, so differiert $\Gamma_{coll}^{\Delta(1232)}$ bei normaler Kerndichte um 32 MeV oder 74% von spreading Potential-Wert.

Insbesondere sieht man, daß sich Änderungen in Γ_{coll} deutlich auf die Querschnitte auswirken, was dazu benutzt werden könnte, bestimmte Parametrisierungen von Γ_{coll} festzulegen.

	M [GeV]	Γ [MeV]	Γ_{coll} [MeV]
$P_{11}(1440)$	1430	115	150
$D_{13}(1440)$	1505	140	315
$S_{11}(1440)$	1560	255	160
$P_{33}(1440)$	1230	120	75
$D_{33}(1440)$	1710	220	335

Tabelle 6.1: Stoßbreiten aus [KKB+94]

Die Reaktionen $\pi N \rightarrow \eta N$ und $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ unter Hinzunahme der Stoßverbreiterung sind in Abbildung 6.4 gezeigt.

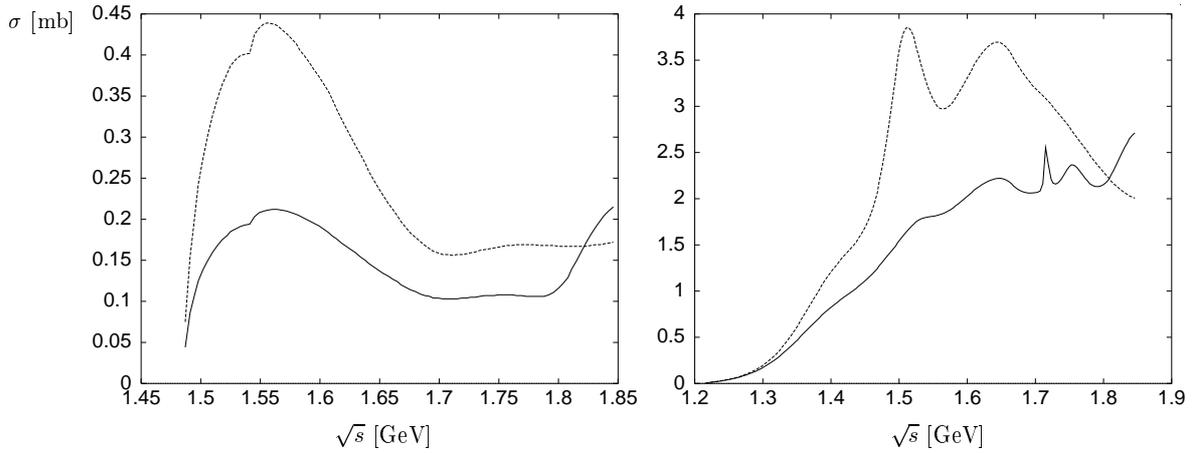


Abbildung 6.4: Totale Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen
 $\pi N \rightarrow \eta N$ (links) und $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ (rechts), isospingemittelt
gestrichelt : ohne Stoßverbreiterung
durchgezogen : mit spreading Potential

Auch hier wird die deutliche Unterdrückung der Querschnitte deutlich, wobei im Fall der Eta-Produktion die Form ähnlich bleibt, bei der Zwei-Pionen-Produktion die resonante Struktur im Energiebereich von 1.5 bis 1.6 GeV fast komplett verschwindet. Dafür entsteht eine zusätzliche, sehr spitze Struktur bei etwa 1.7 GeV. Diese wird im wesentlichen durch die $D_{33}(1700)$ -Resonanz hervorgerufen, die einen Verzweigungsquerschnitt von 87% in den Zwei-Pionen-Kanal besitzt.

Das Phänomen, daß Resonanzbeiträge zum Wechselwirkungspotential \mathcal{V} durch Interferenzen in der vollen Wechselwirkung \mathcal{M} gemindert sind, ist typisch für eine K-Matrix-Rechnung (siehe auch Kapitel 3.4.1). Daher können sogar kleine Veränderung von elementaren Prozessen die Interferenzen sehr stark verändern. Dieses Phänomen ist verantwortlich dafür, daß im Wirkungsquerschnitt für die Zwei-Pionen-Produktion im Medium (Abbildung 6.4) ein scharfes Maximum bei 1.7 GeV anzufinden ist. Durch eine Variation von Resonanzparametern kann dieses scharfe Maximum beseitigt werden. In Abbildung 6.5 ist der Zwei-Pionen-Querschnitt für die Parameter

$$\begin{aligned} m_{D_{33}(1700)} &= 1.85 \text{ GeV} \\ m_{S_{31}(1620)} &= 1.68 \text{ GeV} \\ z_{D_{33}(1700),N,\pi\pi} &= 0.877 \end{aligned}$$

gezeigt. Dabei wurde die Masse des $D_{33}(1700)$ um 17 MeV und die des $S_{31}(1620)$ um 10 MeV angehoben. Der Off-Shell-Parameter für den Zwei-Pionen-Kanal wurde leicht von 0.867 auf obigen Wert geändert.

Durch eine Anpassung kann also wieder ein glatter Verlauf hergestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit soll auf eine Neu-Fixierung aller Parameter verzichtet werden,

es reicht hier zu zeigen, daß eine entsprechende Wahl möglich ist.

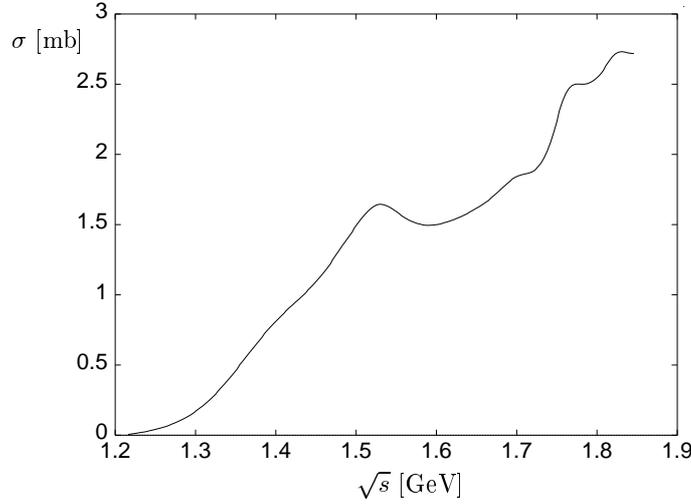


Abbildung 6.5: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, isospin-gemittelt

Da in jüngerer Zeit sehr viel über In-Medium-Eigenschaften von Mesonen diskutiert wird (siehe zum Beispiel [FLW98] und Referenzen darin), soll an dieser Stelle mit den bisher erarbeiteten Medium-Erweiterungen die Veränderungen von Selbstenergien berechnet werden.

In niedrigster Ordnung der Dichte kann die Selbstenergie der Mesonen in Kernmaterie durch [EW88]

$$\Sigma = \Leftrightarrow 4\pi\rho a \quad (6.9)$$

abgeschätzt werden. Dabei ist die Streulänge a als der Wert der Meson-Nukleon-Streuamplitude an der Produktionsschwelle definiert:

$$a := \lim_{|p_m| \rightarrow 0} \mathcal{F}_{mN}. \quad (6.10)$$

Durch Überlegungen analog der zur Ableitung von Gleichung (6.2) ergibt sich eine Massenverschiebung und eine mittlere Lebensdauer für den Mesonenpropagator von

$$\delta m = \sqrt{m^2 + \text{Re } \Sigma} \Leftrightarrow m \quad \tau = \Leftrightarrow \frac{m}{\text{Im } \Sigma}. \quad (6.11)$$

Eine Zusammenstellung der mit diesem Modell extrahierten Streulängen findet sich in Tabelle 6.2.

Die so gewonnenen Werte fallen für die freie Streuung gut mit Werten aus anderen Rechnungen zusammen (vergleiche Zusammenstellung in [Feu98]). Man sieht desweiteren, daß sich a_π durch Einbeziehung von Medium-Effekten nur sehr wenig ändert.

	frei	PAULI	gesamt
πN	$0.2886 + 0.0021 i$	$0.2884 - 0.0062 i$	$0.2882 - 0.0031 i$
ηN	$0.7487 + 0.2821 i$	$0.8007 + 0.2732 i$	$0.5366 + 0.4408 i$
$K\Lambda$	$0.0236 + 0.0448 i$	$0.0300 + 0.0435 i$	$0.0143 + 0.0311 i$

Tabelle 6.2: Vergleich der extrahierten Streulängen für freie Streuung (links), unter Beachtung des PAULI-Prinzips (mitte) und mit Hinzunahme der Stoßverbreiterung (rechts)

Hier ist zu bedenken, daß Gleichung (6.9) für die Pionen nur eine schlechte Näherung darstellt und Effekte höherer Ordnung in der Dichte [DHL71] sowie p-Wellen Beiträge beachtet werden müssen .

Interessante Veränderungen sind beim Eta-Meson zu verzeichnen. Hier wirken PAULI-Blocking und Stoßverbreiterung einander entgegen, erreichen aber trotzdem einen großen Gesamteffekt.

Die Massenverschiebungen, die sich daraus ergeben, sind für den freien Fall eine Abnahme von 60 MeV und für die volle Medium-Rechnung eine Abnahme von nur 40 MeV. Die Lebensdauern für das Eta sind damit für die einfache Rechnung $4.5 \frac{\text{fm}}{c}$ und für die volle $2.9 \frac{\text{fm}}{c}$.

Diese Werte für die Streulängen -genau wie die für die Resonanzparameter aus Tabelle 5.1- sind Funktionen der Dichte bzw. des FERMI-Impulses. Um ein Bild zu gewinnen, wie sich die Ergebnisse mit p_F ändern, sind in Abbildung 6.6 Berechnungen des elastischen Pion-Nukleon Prozesses für verschiedene Werte abgebildet.

Diese Darstellung zeigt, daß die größte Veränderung in der Umgebung von Resonanzen stattfindet.

Insbesondere bei der Delta-Resonanz wird deutlich, daß die Stoßverbreiterung bereits den größten Beitrag zum gesamten Effekt liefert. Ihr kommt also eine sehr wichtige Rolle zu.

Die Tatsache, daß sich die Querschnitte bei hohen Energien unregelmäßig verändern, hat ihren Ursprung darin, daß die Anpassung für große Energien unsicher werden, weil es weitere schwerere Resonanzen geben könnte, die für diese Bereiche Beiträge liefern. Ein Vergleich mit Abbildung 6.3 zeigt, daß dieses Verhalten bei hohen Energien charakteristisch für das spreading Potential ist.

6.3.2 Photoproduktion

Die Photoproduktionsreaktionen wurden mit den in Abschnitt 3.2 beschriebenen Näherungen für die Rückstreuung bestimmt.

Die totalen Wirkungsquerschnitte für Pion Photoproduktion sind in Abbildung 6.7 dargestellt.

Dabei wurden die verschiedenen Reaktionsmöglichkeiten unter Beachtung des Isospins

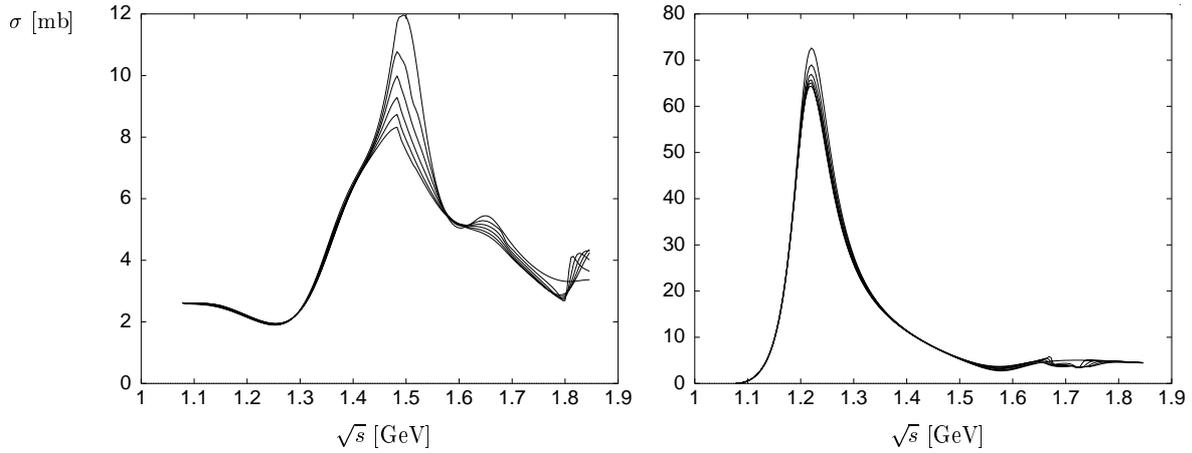


Abbildung 6.6: Wirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$ für verschiedene FERMI-Impulse - mit spreading Potential
 links: Isospin 1/2 ; rechts: Isospin 3/2
 oberster Verlauf $p_F = 0$ MeV/c ...
 unterster Verlauf $p_F = 250$ MeV/c; in Schritten von 50 MeV/c

getrennt aufgeführt. Insbesondere sieht man, daß die Reaktionen, bei denen das Nukleon nicht ausgetauscht wird, stärker unterdrückt werden als die, bei denen das Nukleon seinen Isospin ändert.

Der Mediumeffekt äußert sich, genau wie in den hadronischen Reaktionen, an stärksten in der Umgebung der Delta-Resonanz. Jedoch tritt hier ein interessanter Effekt auf, der bei den hadronischen Reaktionen nicht beobachtet wurde. Kurz nach dem Delta durchlaufen die Querschnitte ein Minimum, und steigen dann wieder an. Dieses Minimum soll im Folgenden untersucht werden.

Aus einer vergleichenden Rechnung mit nur einer in den K-Matrix-Formalismus eingearbeiteten Stoßbreite ohne PAULI-Blocking kann geschlossen werden, daß der Grund für dieses Minimum in der Stoßbreite zu finden ist.

Aus allen für diese Wirkungsquerschnitte relevanten Multipolen kann das Matixelement $T_{l+}^{I=3/2}(\gamma N \rightarrow \pi N)$ als verantwortlich für das Minimum identifiziert werden. In Abbildung 6.8 wird T für eine freie Streuung mit und ohne Stoßverbreiterung gezeigt.

Die Tatsache, daß sich die Amplituden bei hohen Energien unregelmäßig verhalten, kann auf die Tatsache zurückgeführt werden, daß die dort relevant werdenden hadronischen Kanäle nicht mitbehandelt wurden. Man sieht, daß sich durch eine komplizierte Verschiebung von Real- und Imaginärteilen ein den Wirkungsquerschnitten entsprechendes Minimum im Betrag der Amplitude ergibt. Die in der nicht-stoßverbreiterten Reaktion deutlich sichtbare Resonanzstruktur in der Amplitude -ein Extremwert im Imaginärteil und ein Nulldurchgang im Realteil- wird im Fall mit Stoßverbreiterung verzerrt.

Um zu verfolgen, wie dies zustande kommt, betrachten wir die Bestimmungsgleichung

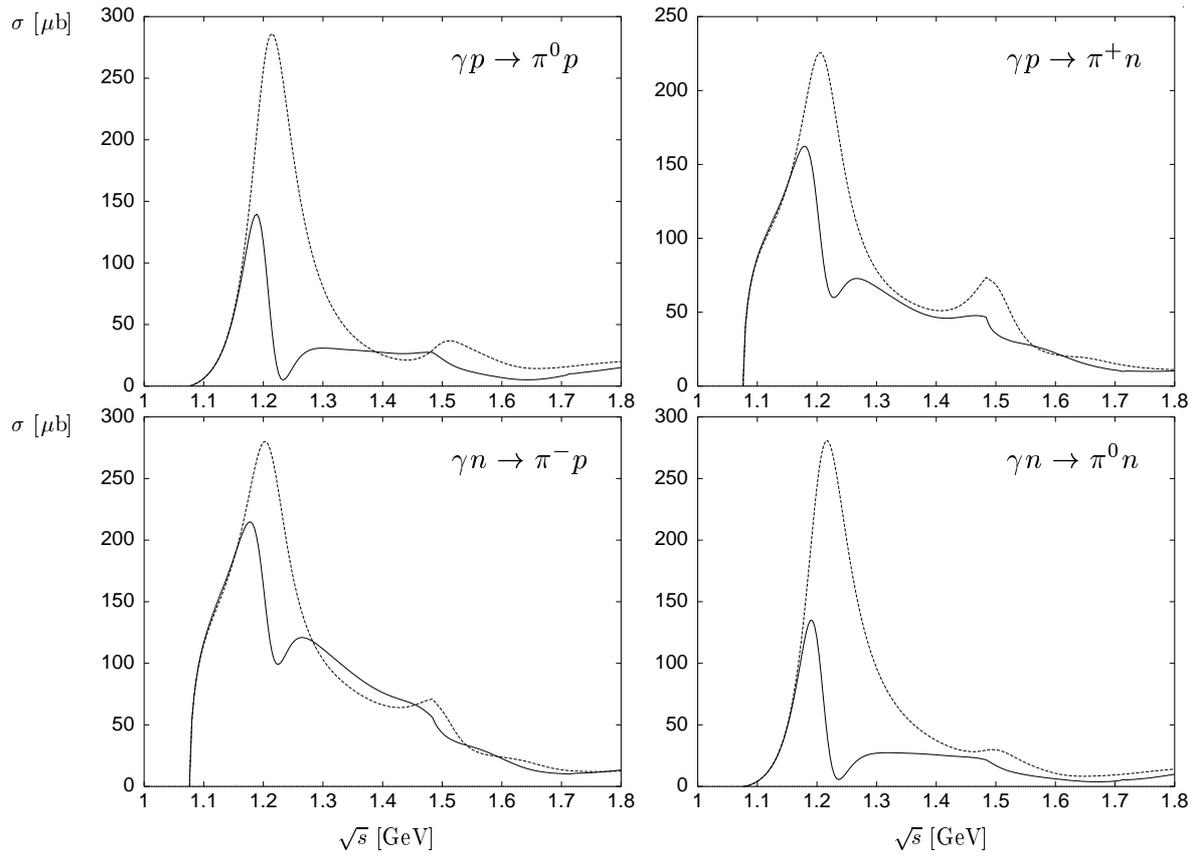


Abbildung 6.7: Wirkungsquerschnitte für $\gamma N \rightarrow \pi N$ Reaktionen;
 gepunktet: frei ; durchgezogen: In-Medium mit spreading Potential

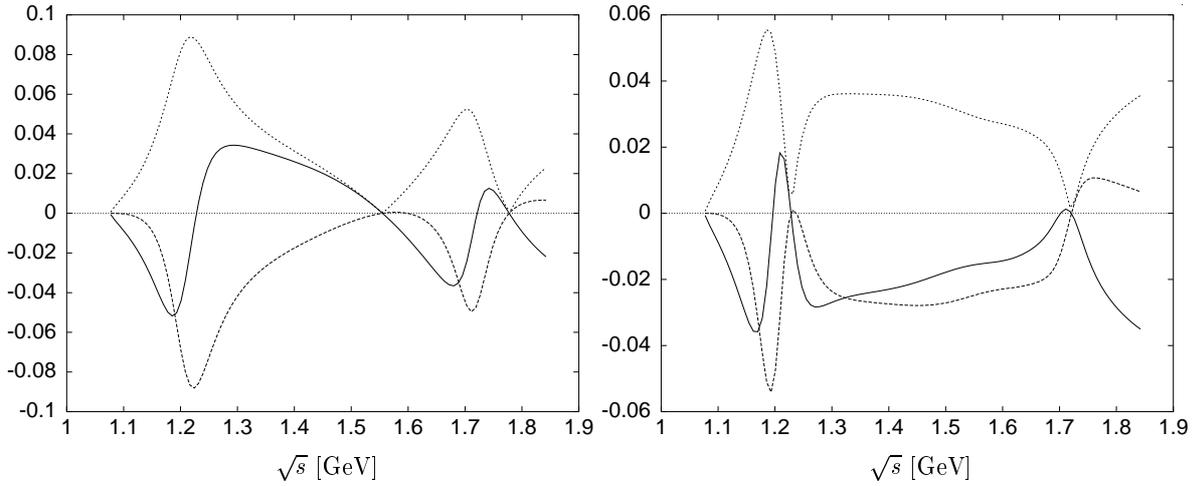


Abbildung 6.8: $T_{l+}^{I=3/2}(\gamma N \rightarrow \pi N)$ -Partialwellen-Matrixelement für Reaktionen ohne PAULI-Blocking und ohne zusätzliche Kanäle.
links: ohne Stoßverbreiterung; rechts: mit Spreading Potential
durchgezogen: $\text{Re}\{T\}$, gestrichelt: $\text{Im}\{T\}$, gepunktet: $|T|$

für T , die sich nach Gleichung (3.26) aus dem photonischen und hadronischen Teil ergibt:

$$T_{l+}^{I=3/2}(\gamma N \rightarrow \pi N) = V_{l+}^{I=3/2}(\pi N \rightarrow \gamma N) + i T_{l+}^{I=3/2}(\pi N \rightarrow \pi N) V_{l+}^{I=3/2}(\gamma N \rightarrow \pi N). \quad (6.12)$$

Hierbei wurde bereits der Fall einer Zwei-Kanal-Rechnung bedacht. Die in diese Gleichung eingehenden, kohärent zu summierenden Beiträge sind in Abbildung 6.9 geplottet. Hierbei ist zu beachten, daß der Imaginärteil in $V_{l+}^{I=3/2}$ einzig von der Stoßverbreiterung herrührt, in einer freien K-Matrix-Rechnung würde dieser verschwinden.

Während die Einzel-Beiträge -insbesondere $V_{l+}^{I=3/2}$ - noch ein regelmäßiges Verhalten aufweisen, interferieren sie in einer kohärenten Summe destruktiv. Dies wird insbesondere darin deutlich, daß die beiden Summanden gleiche Größenordnung aber umgekehrtes Vorzeichen besitzen.

Daß ein ähnlicher Effekt nicht bei höheren, dicht populierte Resonanzregionen auftritt, liegt daran, daß die verschiedenen Resonanzbeiträge sich zu einem glatten Verlauf in der resultierenden Amplitude wegmitteln, auch wenn sie einzeln stark das Vorzeichen wechseln. Dies kann verifiziert werden, indem Reaktionen mit einzelnen, an das elektromagnetische Feld koppelnden, Resonanzen durchgeführt werden.

Eine Möglichkeit, das Minimum teilweise zu beseitigen, besteht darin, eine andere Parametrisierung für die Stoßbreiten zu verwenden, zum Beispiel die aus Tabelle 6.1. Dies wird -zusammen mit einer einfachen T-Matrix-Rechnung- in Abbildung 6.10 gezeigt. Die T-Matrix-Rechnung macht noch einmal deutlich, daß die Minimum-Struktur nicht

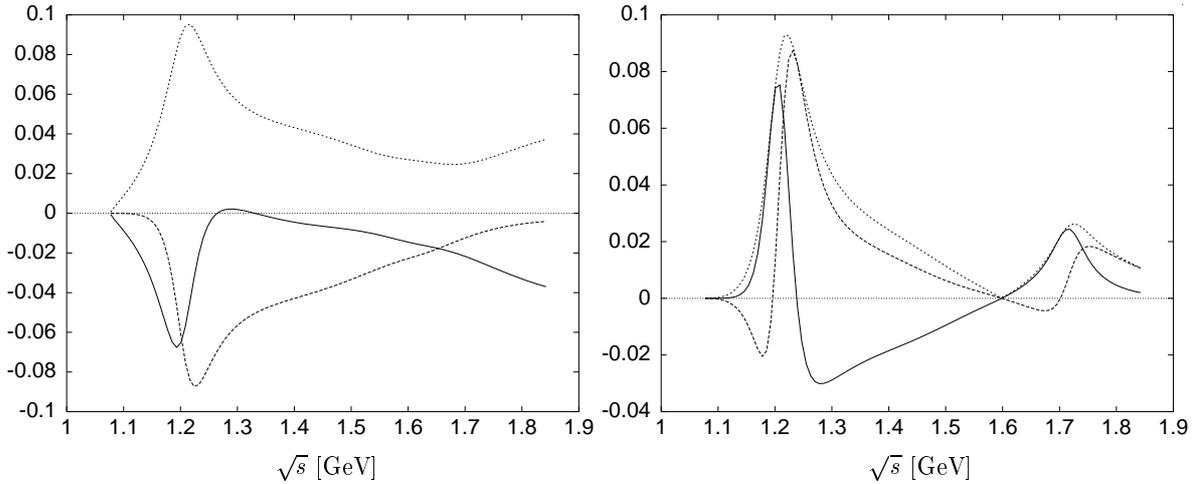


Abbildung 6.9: $V_{l+}^{I=3/2}$ (links) und $T_{l+}^{I=3/2} V_{l+}^{I=3/2}$ (rechts) mit Spreading Potential
Bezeichnungen wie in Abbildung 6.8

in den Wechselwirkungsmatrixelementen vorhanden ist, sondern erst durch oben beschriebenen Interferenz-Mechanismus entsteht.

Die totalen Wirkungsquerschnitte für Eta Photoproduktion sind in Abbildung 6.11 dargestellt.

Die Reaktion wird dominiert durch das $N^*(1535)$, welches durch den Rückstreuprozess über das Eta entsprechend stark geblockt wird. Die Medium-Effekte sind im Vergleich zur hadronischen Reaktion $\pi N \rightarrow \eta N$ wesentlich größer, genau wie oben bei der Photoproduktion von Pionen.

Das Minimum, das bei Energien kurz nach dem $N^*(1535)$ zu finden ist, kann auf die gleiche Ursache zurückgeführt werden wie das Minimum in der Pion Photoproduktion. Hier ist es das Matrixelement $T_{0+}^{I=1/2}$ das die Interferenzen herbeiführt, da wir auch hier eine isolierte, dominante Resonanz vorliegen haben.

Die Reaktion $\gamma n \rightarrow \eta n$ wurde in Anbetracht der schlechten Datensituation bei hohen Energien nicht an Daten angepaßt, daher nimmt der Wirkungsquerschnitt dort zu.

Die isospingemittelten Wirkungsquerschnitte für Zwei-Pionen und Kaon-Lambda Photoproduktion sind in Abbildung 6.12 dargestellt.

Minima, wie sie bei den Reaktionen zur Produktion von Pionen und Etas aufgetreten sind, sind in diesen Reaktionen nicht sichtbar, obwohl die Veränderungen der Querschnitte im Medium signifikant sind. Bei der Zwei-Pionen-Reaktion bleibt die Struktur der Querschnitte etwa gleich, sinkt global um etwa einen Faktor 3 ab. Dieser Abfall ist wiederum wesentlich stärker als in der rein hadronischen Reaktion.

Insgesamt läßt sich für die Photo-Reaktionen der Schluß ziehen, daß sie stark vom elektromagnetischen Teil bestimmt werden, und die Rückstreuung, die im Vergleich zur hadronischen Reaktion die gleiche ist, nur relativ wenig Einfluß ausübt.

Eine besondere Rolle kommt der Stoßbreite zu, da sie die Form der Querschnitte we-

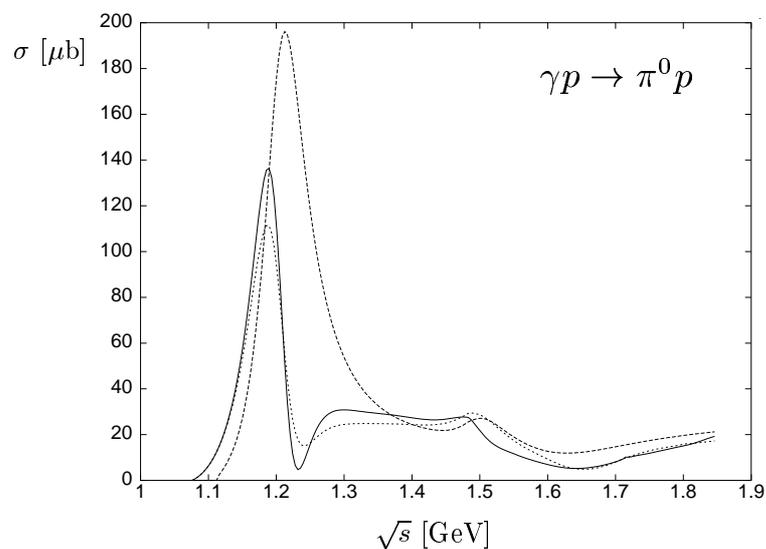


Abbildung 6.10: Wirkungsquerschnitte für die $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ Reaktion durchgezogen: K-Matrix mit spreading Potential
gestrichelt: T-Matrix
gepunktet: K-Matrix mit Stoßbreiten aus Tab. 6.1

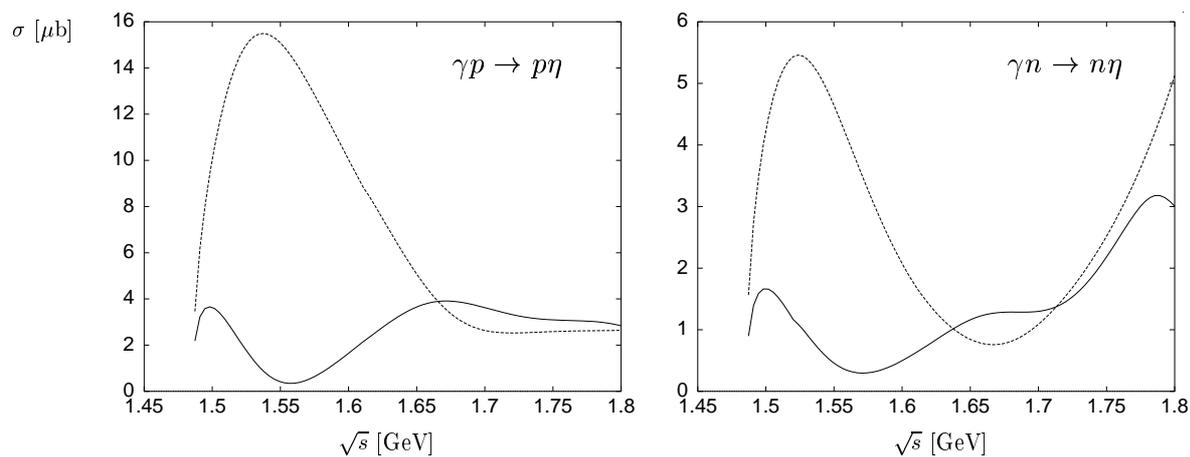


Abbildung 6.11: Wirkungsquerschnitte für $\gamma N \rightarrow \eta N$ Reaktionen;
gepunktet: frei ; durchgezogen: In-Medium mit spreading Potential

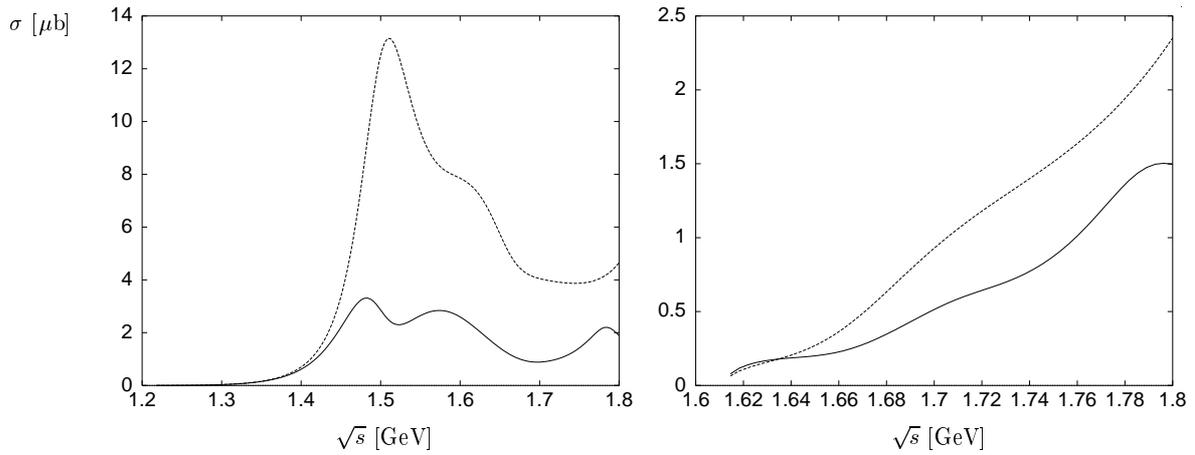


Abbildung 6.12: Isospingemittelte Wirkungsquerschnitte für $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$ (links) und $\gamma N \rightarrow K\Lambda$ (rechts);
 gepunktet: frei ; durchgezogen: In-Medium mit spreading Potential

sentlich beeinflussen kann. Unter diesem Gesichtspunkt bietet sich die Photoproduktion als Test an, welches Modell oder welche Parametrisierung für die Selbstenergien im Medium vorzuziehen sind.

Kapitel 7

Zusammenfassung & Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein unitäres, eich- und LORENTZ-invariantes Gekoppelte-Kanal-Streumodell für hadronische und elektromagnetische Reaktionen zur Beschreibung von In-Medium-Streuprozessen erweitert.

Die freien Parameter für das Modell wurden durch verfügbare Daten zu Reaktionen am Nukleon fixiert. Damit soll ermöglicht werden, ohne weitere Anpassungen Vorhersagen über mikroskopische Wirkungsquerschnitte und Resonanzparameter im Medium zu machen.

Dazu wurden zuerst dem PAULI-Prinzip, der FERMI-Bewegung und der veränderten kinematischen Realisierung Rechnung getragen. In einem zweiten Schritt wurde eine effektive Stoßverbreiterung für Resonanzen eingefügt. Diese ist nötig, da man aus anderen Modellen weiß, daß sich Resonanzen im Medium stark verbreitern, und dies nicht mit den erstgenannten Prozessen beschreibbar ist.

Bei der Inkorporation der Mediumeffekte mußten Näherungen gemacht werden, die aber sowohl durch ihre technische Notwendigkeit als auch durch die vernachlässigbare Größe ihrer Abweichungen gerechtfertigt werden. Gleiches gilt für bisher quantitativ nicht bedachte Elemente wie z.B. Bindungseffekte oder veränderte Formfaktoren.

Mit diesen Vorbereitungen ist es möglich, Wirkungsquerschnitte und Resonanzparameter zu extrahieren. Diese konnten mit anderen Modellen oder einfachen Ansätzen verglichen werden. Dabei trat die in unserem Modell eingearbeitete Rückstreuung in den Vordergrund und konnte als Quelle zusätzlicher Merkmale der Ergebnisse identifiziert werden. So kann hier zum Beispiel genannt werden, daß die Querschnitte durch das PAULI-Blocking angehoben und nicht abgesenkt werden.

Eine Charakteristikum der Rückstreuung ist aber auch, daß die Berechnungen sehr sensibel werden, insbesondere auf Fein-Justierung der freien Parameter oder Wahl der Stoßverbreiterung. Die Ergebnisse können daher nur nach einer detaillierten numerischen Analyse als physikalisch relevant angesehen werden.

Beim Einschluß des PAULI-Blockings und der Stoßverbreiterung wird deutlich, daß die Resonanzen eine große Rolle spielen und die durch sie eingehenden Größen wie Masse oder Kopplungskonstanten entscheidend sind für die Entwicklung der Querschnitte mit

steigendem FERMI-Impuls.

Die gewonnenen Resultate konnten physikalisch interpretiert und anschaulich gemacht werden, was insbesondere bei der Stoßverbreiterung, die die Unitarität verletzt, wichtig ist.

Die photo-induzierten Reaktionen bedürfen jedoch weiterer Untersuchungen und gegebenenfalls Erweiterungen, da die diskutierten Minima nach der Delta- und der $N^*(1535)$ -Resonanz durch experimentelle Wirkungsquerschnitte nicht zu erwarten sind. Eine Erweiterung könnte darin bestehen, das PAULI-Blocking auf Multipolentwicklungen auszudehnen. Dies würde dann auch die Möglichkeit liefern, COMPTON-Streuung im Medium zu betrachten.

Eine offene Fragestellung betrifft den Vergleich mit experimentellen Daten, der neben der generellen Prüfung des Modells auch zu einer Neu-Anpassung freier Parameter benutzt werden kann.

Eine Möglichkeit, dies zu erreichen könnte darin bestehen, die hier bestimmten mikroskopischen Wirkungsquerschnitte in ein globales Modell zur Beschreibung von Kernreaktionen einzubeziehen. Die Ergebnisse dieser Rechnungen könnten dann mit Daten verglichen werden.

Bei diesem Vorgehen bietet es sich an, auf ein etabliertes, ausreichend getestetes Modell, wie zum Beispiel das BUU-Transportmodell, zurückzugreifen, das genau den hier betrachteten Energiebereich bis 1.8 GeV gut beschreibt. Eine interessante Frage wäre, ob sich mit Hilfe der hier gewonnenen Erkenntnisse eine verbesserte Beschreibung der photon- und meson-induzierten Reaktionen am Kern erzielen ließe.

Erweiterungen, die man in das Modell einbringen könnte, sind ebenfalls vorhanden. So bietet sich vorrangig eine Ersetzung des empirischen spreading Potentials durch eine selbstkonsistente Beschreibung mittels Mesonen-Selbstenergien an.

Desweiteren liegt eine Erweiterung des Modells um neue Kanäle nahe. Zum Beispiel kann der Zwei-Pionen-Kanal, der für Inelastizitäten aus den Rho-Nukleon- und Delta-Nukleon-Prozessen steht, explizit durch diese Prozesse ersetzt werden. Dies würde hauptsächlich die technische Erweiterung um Spin-1- und Spin-3/2-Teilchen in den Endzuständen erfordern.

Der Einschluß des Rho-Mesons könnte dann insbesondere auch neue Medium-Physik liefern, da die Rho-Spektralfunktion ein Gebiet größeren experimentellen und theoretischen Interesses ist.

Ein problematischer Punkt, der bei Mesonen-Verhalten im Medium zu bedenken ist, ist daß in dem Modell nur Teilchen auf der Massenschale betrachtet werden können. Während eine Beschreibung der freien Streuung mit dieser Näherung gut möglich ist, kann das Off-Shell Verhalten, insbesondere auch die Off-Shell-Kopplungen, im Medium wichtig werden.

Anhang A

Notationen und Konventionen

In dieser Arbeit wird in den (natürlichen) Einheiten

$$\hbar = c = 1$$

gearbeitet, das heißt:

$$[\text{Länge}] = [\text{Zeit}] = [\text{Energie}]^{-1} = [\text{Masse}]^{-1}.$$

Desweiteren wird die Metrik aus [BD65, PS96], die in fast allen neueren Arbeiten zu Feldtheorie zugrundegelegt wird, verwendet. Der metrische Tensor ergibt sich zu:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Leftrightarrow 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Leftrightarrow 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Leftrightarrow 1 \end{pmatrix}.$$

Viererprodukte werden (impliziert durch die EINSTEINSche Summenkonvention) so zu:

$$x^\mu \cdot y_\mu = x^\mu g_{\mu\nu} y^\nu = x^0 y^0 \Leftrightarrow \mathbf{x} \cdot \mathbf{y},$$

wobei Fettdruck Dreiervektoren kennzeichnet.

Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen werden durch die DIRAC-Gleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu \Leftrightarrow m) \Psi(x) = 0$$

beschrieben. Lösungen können als Überlagerungen von ebenen Wellen konstruiert werden. Dadurch werden die sog. DIRAC-Spinoren u und v eingeführt, die wiederum Zwangsbedingungen unterliegen. Für die positive Energien ($p^0 > 0$) lauten diese:

$$\Psi(x) = u(p, s) e^{-ip \cdot x}; \quad (i\gamma^\mu p_\mu \Leftrightarrow m) u(p, s) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Mit den konjugierten Spinoren ($\bar{u} = u^\dagger \gamma_0$) lassen sich wichtige Relationen angeben [BD65]:

$$\bar{u}(p, s)u(p, s') = \delta_{ss'} \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_s u(p, s)\bar{u}(p, s) = \frac{\gamma_\mu p^\mu + m}{2m}. \quad (\text{A.3})$$

Entsprechende Gleichungen gelten auch für die Lösungen zu negativen Frequenzen v .

Asymptotische Zustände, die in dieser Arbeit auftreten, bestehen aus einem Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen (N oder Λ) und einem (pseudo-)skalaren Meson. Solche ein Zustand wird durch den Vektor

$$|a, \mathbf{p}, \mathbf{P}, \frac{1}{2}m_s\rangle \quad (\text{A.4})$$

beschrieben. Hierbei sind \mathbf{p} und \mathbf{P} relativer bzw. totaler Impuls der beiden Teilchen (diese Zerlegung bietet sich im Hinblick auf die spätere Wahl des Koordinatensystems an), m_s ist die Spinprojektion und a bezeichnet die Sorte der auftretenden Teilchen, und kann, wegen der Isospininvarianz der starken Wechselwirkung, noch weiter in Isospinquantenzahlen zerlegt werden.

Betrachtet man zusätzlich noch Photonen als asymptotische Zustände, so erhält man statt (A.4):

$$|a, \mathbf{p}, \mathbf{P}, \frac{1}{2}m_s, 1\rho\rangle, \quad (\text{A.5})$$

wobei ρ die Spinprojektion des Photons, also die zusätzlichen Freiheitsgrade, beschreibt. Für reelle Photonen sind nur zwei Spinstellungen möglich (parallel oder antiparallel zum Impuls des Photons).

Die Normierung der Vektoren A.4 wird folgendermaßen gewählt:

$$\begin{aligned} \langle b, \mathbf{p}', \mathbf{P}', \frac{1}{2}m_{s'} | a, \mathbf{p}, \mathbf{P}, \frac{1}{2}m_s \rangle &= \delta^3(\mathbf{p} \Leftrightarrow \mathbf{p}') \delta^3(\mathbf{P} \Leftrightarrow \mathbf{P}') \delta_{ba} \delta_{m_{s'} m_s} \\ &= \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} \delta(|\mathbf{p}| \Leftrightarrow |\mathbf{p}'|) \delta^2(\Omega \Leftrightarrow \Omega') \delta^3(\mathbf{P} \Leftrightarrow \mathbf{P}') \delta_{ba} \delta_{m_{s'} m_s}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Die DIRACschen Gamma-Matrizen haben die wichtigen Eigenschaften:

$$\begin{aligned} \{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} &= \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu} \\ \gamma_\mu \gamma^\mu &= 4. \end{aligned}$$

Die explizite Darstellung wird mit Hilfe der PAULI-Spinmatrizen gewonnen:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \Leftrightarrow \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

wobei 1 und 0 jeweils 2×2 Matrizen sind und

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ \Leftrightarrow i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \Leftrightarrow 1 \end{pmatrix}.$$

Desweiteren werden eingeführt:

$$\begin{aligned} \gamma_5 &= i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \\ \text{und} \quad \sigma_{\mu\nu} &= \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]. \end{aligned}$$

Anhang B

Entwicklung von Matrixelementen

Wir gehen von einer Darstellung in Impuls und Spin (A.4) aus. Diese Darstellung soll in eine beschrieben durch den Gesamtdrehimpuls j überführt werden.

Da sich die Berechnungen immer im Schwerpunktsystem der an der Streuung beteiligten Teilchen vollziehen, ist der Gesamtimpuls P aus Gleichung (A.4) gleich Null. Weiterhin soll der Gesamtspin, da konstant bei $s = s' = \frac{1}{2}$, nicht explizit mitbezeichnet werden.

Für den Übergang zwischen diesen Basen benötigt man die Vollständigkeitsrelation [Mes90]

$$|j, m_j, l, s\rangle = \sum_{m_l, m_s} |lm_l sm_s\rangle \underbrace{\langle lm_l sm_s | jm_j, ls\rangle}_{C_{lm_l sm_s}^{jm_j}}. \quad (\text{B.1})$$

Hierbei können die bekannten CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten $C_{lm_l sm_s}^{jm_j}$ identifiziert werden. Der Zusammenhang zwischen Impuls und Bahndrehimpuls ist durch die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm_l}(\Omega)$ gegeben:

$$\langle \mathbf{p}, s, m_s | l, m_l, s, m_s \rangle = Y_{lm_l}(\Omega). \quad (\text{B.2})$$

Fügt man nun ein vollständiges System in die Matrix der Streuamplitude ein, so ergibt sich:

$$\langle \mathbf{p}', m'_s | V | \mathbf{p}, m_s \rangle = \sum_{j, m_j, l, m_l, s, m_s} Y_{l', m'_l}(\Omega') C_{l', m'_l, m'_s}^{j, m_j} \langle j, m_j, l' | V | j, m_j, l \rangle Y_{l, m_l}^*(\Omega) C_{l, m_l, m_s}^{j, m_j}. \quad (\text{B.3})$$

Hier wurde bereits die Drehimpulserhaltung ($j = j'$ und $m_j = m'_j$), die aus Rotationsinvarianz des Problems folgt, eingearbeitet.

Mit Hilfe des WIGNER-ECKHART-Theorems [Mes90] folgt die Unabhängigkeit des verbleibenden Matrixelementes aus Gleichung (B.3) von m_j .

Da sich das Modell auf die Streuung von skalaren Mesonen beschränkt, kann die Struktur der Matrixelemente noch weiter vereinfacht werden. Beachtet man nämlich, daß die

starke Wechselwirkung die Parität erhält, also $(\Leftrightarrow)^l$ erhalten bleibt, so folgt daraus, daß sich l um einen geraden Wert ändern muß. Da aber $l = j \pm \frac{1}{2} = l'$ gelten muß, ist damit gewährleistet, daß l gleich bleibt:

$$\langle jm_j l' | V | jm_j l \rangle = V^{j l' l} \Leftrightarrow V^{j l}. \quad (\text{B.4})$$

Für den Fall von Mesonen ungleicher Parität im Ein- und Ausgangskanal muß l sich um einen ungeraden Wert ändern, das heißt $l' = l \pm 1$.

Um aus den FEYNMAN-Graphen die verschiedenen $V^{j l' l}$ zu berechnen, betrachten wir die Streuamplitude $\mathcal{F}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \mathcal{F}(s, \theta)$, die im Schwerpunktsystem durch

$$\chi^\dagger \mathcal{F} \chi = \frac{m}{4\pi\sqrt{s}} \bar{u} V u \quad (\text{B.5})$$

definiert ist. Hierbei sind u und χ die üblichen DIRAC- bzw. PAULI-Spinoren.

\mathcal{F} kann aus den FEYNMAN-Amplituden berechnet werden [EW88]. Für gleiche innere Parität im Ein- und Ausgangszustand findet sich

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \tilde{A} + \tilde{B} \{ \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \} \\ \tilde{A} &= \frac{\sqrt{(E' + m')(E + m)}}{8\pi\sqrt{s}} (A + B(\sqrt{s} \Leftrightarrow \bar{m})) \\ \tilde{B} &= \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(E' \Leftrightarrow m')(E \Leftrightarrow m)}}{8\pi\sqrt{s}} (A \Leftrightarrow B(\sqrt{s} + \bar{m})) \\ \bar{m} &= \frac{m' + m}{2}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Für sich ändernde innere Parität, also insbesondere für die $\pi N \leftrightarrow \zeta N$ Reaktion, können ähnliche Beziehungen hergeleitet werden [Feu98]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \tilde{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}' + \tilde{B} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \\ \tilde{A} &= \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(E' \Leftrightarrow m')(E + m)}}{8\pi\sqrt{s}} (A + B(\sqrt{s} + \delta m)) \\ \tilde{B} &= \frac{\sqrt{(E' + m')(E \Leftrightarrow m)}}{8\pi\sqrt{s}} (A \Leftrightarrow B(\sqrt{s} + \delta m)) \\ \delta m &= \frac{m' \Leftrightarrow m}{2}. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Die Größen A und B können direkt aus dem FEYNMAN-Matrixelement bestimmt werden:

$$\begin{aligned} M &= \bar{u} \left(A + B \frac{p+p'}{2} \right) u \quad \dots \text{gleiche Parität} \\ M &= \bar{u} \gamma_5 \left(A + B \frac{p+p'}{2} \right) u \quad \dots \text{ungleiche Parität} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Die Partialwellenzerlegung für \mathcal{F} kann nun für beide Fälle wie in [EW88] durchgeführt werden.

$$\mathcal{F}(\theta, s) = \sum_{I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \hat{P}_I \left\{ \frac{1}{\sqrt{qq'}} \sum_{l=0}^{\infty} [lV_{l-} + (l+1)V_{l+}] P_l(\cos \theta) + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{p}}') [V_{l+} \Leftrightarrow V_{l-}] P'_l(\cos \theta) \right\}. \quad (\text{B.9})$$

Die Isospinzerlegung mittels der Isospinprojektionsoperatoren \hat{P}_I wird in Anhang D durchgeführt.

Die in Gleichung (B.9) eingeführten $V_{l\pm}$, eine abgekürzte Schreibweise von $V_l^{l\pm\frac{1}{2}}$, sind gegeben durch

$$V_{l\pm} = \frac{\sqrt{qq'}}{2} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) (\tilde{A} P_l(\cos \theta) + \tilde{B} P_{l\pm}(\cos \theta)). \quad (\text{B.10})$$

$P_l(\cos \theta)$ und $P'_l(\cos \theta)$ sind die bekannten LEGENDRE-Polynomen bzw. deren Ableitungen

Anhang C

Entwicklung der Streugleichung

Nach dem Einsetzen der individuellen Entwicklungen 3.39 und 3.29 in 3.25 erhält man folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
& \sum_{jm_j l' l} C_{l'(m_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{jm_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{jm_j} Y_{l'(m_j-s')}(\Omega_b) Y_{l(m_j-s)}^*(\Omega_a) M_{ba}^{j'l'l} = \\
& \sum_{\tilde{j}\tilde{m}_j \tilde{l}' \tilde{l}} C_{\tilde{l}'(\tilde{m}_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{\tilde{j}\tilde{m}_j} C_{\tilde{l}(\tilde{m}_j-s), \frac{1}{2}s}^{\tilde{j}\tilde{m}_j} Y_{\tilde{l}'(\tilde{m}_j-s')}(\Omega_b) Y_{\tilde{l}(\tilde{m}_j-s)}^*(\Omega_a) V_{ba}^{\tilde{j}\tilde{l}'\tilde{l}} \Leftrightarrow \\
& \sum_c \frac{im_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E_N E_M} \sum_{\tilde{s}} \int d\Omega_c \sum_{\tilde{j}\tilde{m}_j \tilde{l}' \tilde{l}} C_{\tilde{l}'(\tilde{m}_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{\tilde{j}\tilde{m}_j} C_{\tilde{l}(\tilde{m}_j-s), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{\tilde{j}\tilde{m}_j} Y_{\tilde{l}'(\tilde{m}_j-s')}(\Omega_b) Y_{\tilde{l}(\tilde{m}_j-s)}^*(\Omega_c) M_{bc}^{\tilde{j}\tilde{l}'\tilde{l}} \\
& \sum_{jm_j l' l} C_{l'(m_j-\tilde{s}), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{jm_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{jm_j} Y_{l'(m_j-\tilde{s})}(\Omega_c) Y_{l(m_j-s)}^*(\Omega_a) V_{ca}^{j'l'l} \sum_{\tilde{l}\tilde{m}} Y_{\tilde{l}\tilde{m}}(\Omega_c) \theta_{\tilde{l}\tilde{m}}(|\mathbf{p}_c|)
\end{aligned}$$

Diese Gleichung kann man durch Ausnutzung der Orthogonalitätsrelationen

$$\int d\Omega_k Y_{lm_l}(\Omega_k) Y_{l'm'_l}^*(\Omega_k) = \delta_{ll'} \delta_{m_l m'_l} \quad (C.1)$$

vereinfachen, man erhält nach einer Integration über Ω_a und Ω_b :

$$\tilde{l} = l \quad \tilde{m}_j = m_j \quad \tilde{l}' = l \quad \tilde{m}_j = m_j \quad (C.2)$$

$$\tilde{l}' = l \quad \tilde{m}_j = m_j \quad \tilde{l} = l' \quad \tilde{m}_j = m_j \quad (C.3)$$

Desweiteren benötigt man eine Zusammenfassung von zwei Kugelflächenfunktionen [Mes90]:

$$Y_{l'(m_j-\tilde{s})}(\Omega_c) Y_{\tilde{l}\tilde{m}}(\Omega_c) = \sum_{L=|\tilde{l}'-\tilde{l}|}^{\tilde{l}'+\tilde{l}} \left[\frac{(2\tilde{l}'+1)(2\tilde{l}+1)}{4\pi(2L+1)} \right]^{1/2} C_{\tilde{l}'0, \tilde{l}0}^{L0} C_{l'(m_j-\tilde{s}), \tilde{l}\tilde{m}}^{L(m_j-\tilde{s}+\tilde{m})} Y_{L(\tilde{m}+m_j-\tilde{s})}(\Omega_c)$$

Diese Identität kann eingesetzt werden und die Integration über Ω_c führt zu einer weiteren Reduktion der Zahl der Indizes:

$$\tilde{l} = L \quad (m_j \leftrightarrow \tilde{s}) = \ddot{m} + (m_j \leftrightarrow \tilde{s}) \Rightarrow \ddot{m} = 0 \quad (\text{C.4})$$

Dieses Zwischenergebnis ist bereits physikalisch relevant, sagt es denn aus, daß nur die $\ddot{m} = 0$ Anteile des PAULI-Blocking Operators beitragen, die anderen von vorne herein außer Acht gelassen werden können, ohne daß wir irgendeine Näherung gemacht haben. Man findet folgende Form der Streugleichung:

$$\begin{aligned} \sum_j C_{l'(m_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{jm_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{jm_j} M_{ba}^{jl'l} = \\ \sum_{\tilde{l}' \tilde{j}} C_{\tilde{l}'(m_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{\tilde{j}m_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{\tilde{j}m_j} V_{ba}^{\tilde{j}\tilde{l}'l} \Leftrightarrow \sum_c \frac{im_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E_N E_M} \times \\ \times \sum_{\tilde{s}} \sum_{\tilde{j}\tilde{l}} C_{l'(m_j-s'), \frac{1}{2}s'}^{\tilde{j}m_j} C_{\tilde{l}(m_j-\tilde{s}), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{\tilde{j}m_j} M_{bc}^{\tilde{j}l'\tilde{l}} \sum_{j\tilde{l}'} C_{l'(m_j-\tilde{s}), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{jm_j} C_{l(m_j-s), \frac{1}{2}s}^{jm_j} V_{ca}^{j\tilde{l}'l} \times \\ \times \sum_{\tilde{l}} \left[\frac{(2\tilde{l}' + 1)(2\tilde{l} + 1)}{4\pi(2\tilde{l} + 1)} \right]^{1/2} C_{\tilde{l}'0, \tilde{l}0}^{\tilde{l}0} C_{l'(m_j-\tilde{s}), \tilde{l}0}^{\tilde{l}(m_j-\tilde{s})} \theta_{\tilde{l}0}(|\mathbf{p}_c|). \quad (\text{C.5}) \end{aligned}$$

Diese Gleichung gelte es zu lösen, wenn keine weiteren Annahmen gemacht würden. Da wir uns aber in den Betrachtungen auf skalare Mesonen beschränken, können wir Gleichung B.4 anwenden und erreichen dadurch

$$\tilde{l}' = l \quad l' = \tilde{l} \quad \tilde{l}' = l \quad l' = l. \quad (\text{C.6})$$

Um die resultierende Gleichung weiter vereinfachen zu können, muß nun die Struktur des Q -Operators vereinfacht werden. Wie in Abschnitt 3.3.3 angeführt, muß Q in l diagonalisiert werden. Dadurch bleibt auch $j = l \pm 1/2$ konstant und nach Einsetzen erhält man die Gleichung

$$\begin{aligned} M_{ba}^{jl} = V_{ba}^{jl} \Leftrightarrow \sum_c \frac{im_N |\mathbf{p}_c|}{4(2\pi)^2 E_N E_M} \times \\ \times M_{bc}^{jl} V_{ca}^{jl} \underbrace{\sum_{\tilde{s}\tilde{l}} \left[\frac{2\tilde{l} + 1}{4\pi} \right]^{1/2} C_{l(m_j-\tilde{s}), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{jm_j} C_{l(m_j-\tilde{s}), \frac{1}{2}\tilde{s}}^{jm_j} C_{l0, \tilde{l}0}^{l0} C_{l(m_j-\tilde{s}), \tilde{l}0}^{l(m_j-\tilde{s})} \theta_{\tilde{l}0}(|\mathbf{p}_c|)}_f. \quad (\text{C.7}) \end{aligned}$$

Hier wurde bereits der im Vergleich zur Entwicklung aus [Feu98] zusätzliche Term f identifiziert, der einzig auf das PAULI-Blocking zurückgeht.

Die Entwicklung der Stufenfunktion lautet:

$$\theta_{\tilde{l}0}(|\mathbf{p}_c|) = \int d\Omega_c Y_{\tilde{l}0}^*(\Omega_c) \theta(|\mathbf{p}_c| \Leftrightarrow p_F(\Omega_c)). \quad (\text{C.8})$$

Die winkelabhängige FERMI-Impuls-Funktion resultiert, wenn man die FERMI-Kugel aus dem Laborsystem in das Schwerpunktsystem, in dem obige Ableitung erfolgte, transformiert. Die hierfür benötigten Kugelflächenfunktionen lassen sich einfach durch die LEGENDRE-Polynome ausdrücken:

$$Y_{i0}(\Omega_c) = \sqrt{\frac{2\ddot{l} + 1}{4\pi}} P_i(\cos \vartheta_c) \quad (\text{C.9})$$

Wenn man nun die Näherung aus 3.35 einsetzt, findet man entsprechend Gleichung 3.36 $\ddot{l} = 0$ und damit ergibt sich für f :

$$f = \sum_{\ddot{s}} \sqrt{\frac{1}{4\pi}} C_{l(m_j-\ddot{s}), \frac{1}{2}\ddot{s}}^{jm_j} C_{l(m_j-\ddot{s}), \frac{1}{2}\ddot{s}}^{jm_j} C_{l0,00}^{l0} C_{l(m_j-\ddot{s}),00}^{l(m_j-\ddot{s})} \theta_{00}(|\mathbf{p}_c|) \quad (\text{C.10})$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_c \theta(|\mathbf{p}_c| \Leftrightarrow p_F(\Omega_c)). \quad (\text{C.11})$$

Hierbei wurden die CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten eingesetzt und die Identität

$$\sum_m C_{l_1(m_j-m), l_2 m}^{jm_j} C_{l_1(m_j-m), l_2 m}^{j'm_j} = \delta_{jj'}$$

benutzt.

Damit berechnet sich f einfach aus dem Winkelanteil, der durch das Ausschlußprinzip verboten ist, besitzt also insbesondere keine Struktur mehr bezüglich der Quantenzahlen der am Übergang beteiligten Teilchen.

Anhang D

Isospinformalismus

Isospin wird als Quantenzahl eingeführt, da die starke Wechselwirkung invariant ist unter Drehungen im Isospinraum. Protonen und Neutronen sowie π^+ , π^- und π^0 werden in diesem Formalismus als verschiedene Ladungszustände ein und desselben Teilchens, des Nukleons bzw. des Pions, beschrieben.

Der gesamte Isospin ergibt sich zu:

$$\mathbf{I} = \mathbf{t} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}. \quad (\text{D.1})$$

Hierbei ist \mathbf{t} der Isospinoperator isovektorieller Teilchen, und $\boldsymbol{\tau}$ (PAULI-Matrizen) der Operator der Nukleonen.

Matrixelemente sowie Streugleichung können wegen der Invarianz bezüglich des Gesamtisospins zerlegt werden:

$$T_{jl} = \sum_I P_I T_{jl}^I \quad (\text{D.2})$$

$$T_{jl}^I = \frac{V_{jl}^I}{1 \leftrightarrow i V_{jl}^I}. \quad (\text{D.3})$$

Betrachtet man sich die asymptotischen Mesonen, so sieht man, daß für isovektorielle Mesonen $I = 3/2$ und $I = 1/2$ und für isoskalare $I = 1/2$ ergeben kann.

P_I sind die Projektionsoperatoren [EW88] für isovektorielle Teilchen:

$$\begin{aligned} P_{1/2} &= \frac{1}{3}(1 \leftrightarrow \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}) \\ P_{3/2} &= \frac{1}{3}(2 + \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}). \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Damit ergibt sich, wenn die Matrixelemente von P in einer kartesischen Isospinbasis durch

$$\begin{aligned} \langle b_j | P_{1/2} | a_i \rangle &= \frac{1}{3} \tau_j \tau_i \quad \text{und} \\ \langle b_j | P_{3/2} | a_i \rangle &= \delta_{ji} \leftrightarrow \frac{1}{3} \tau_j \tau_i \end{aligned}$$

festgelegt sind, für die Matrixelemente aus (D.2) folgende Form für den Übergang zwischen zwei isovektoriellen Teilchen:

$$\langle b_j | T_{jl} | a_i \rangle = \frac{1}{3} \tau_j \tau_i T_{jl}^{1/2} + \left(\delta_{ij} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \tau_j \tau_i \right) T_{jl}^{3/2}. \quad (\text{D.5})$$

Hier wurden bereits die entsprechenden CLEBSCH-GORDAN-Koeffizienten angegeben. Für den Übergang von isoskalar nach isovektoriell ergibt sich nach Festlegung von

$$\langle b | P_{1/2} | a_i \rangle = \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_i, \quad (\text{D.6})$$

wobei hier der Konvention aus [Feu98] folgen, folgender Ausdruck:

$$\langle b | T_{jl} | a_i \rangle = \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_i T_{jl}^{1/2}$$

Setzt man diese Übergangs-Matrixelemente in die Streugleichung ein, so findet man, daß sie sich ohne zusätzliche Faktoren, entsprechend Gleichung (D.3), schreiben läßt.

Elektromagnetische Reaktionen können im Isospinformatismus behandelt werden, wenn man dem Photon, das keinen guten Isospin trägt einen isoskalaren und einen isovektoriellen Charakter zuschreibt. Das isovektorielle Photon trägt hierbei (aus Gründen der Ladungserhaltung) immer die Projektionsquantenzahl ($I_z = 0$). Die elektromagnetische Kopplung wird als Überlagerung dieser Beiträge formuliert:

$$\mathcal{L}_{\gamma NN} = g_s \underbrace{\bar{N} \gamma_\mu N A^\mu}_{\text{ISOSKALAR}} + g_v \underbrace{\bar{N} \gamma_\mu \tau_3 N A^\mu}_{\text{ISOVEKTORIELL}}. \quad (\text{D.7})$$

Für die Kopplungskonstanten an die Nukleonen ergibt sich somit:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Proton: } e = g_s + g_v \\ \text{Neutron: } 0 = g_s \Leftrightarrow g_v \end{array} \right\} g_s = g_v = \frac{1}{2} e,$$

wobei man die bekannten Kopplungsstärken ansetzt.

Gleiches läßt sich auch für isovektorielle Teilchen durchführen:

$$\left. \begin{array}{l} \rho^+: e = g_s + g_v \\ \rho^0: 0 = g_s \\ \rho^-: \Leftrightarrow e = g_s \Leftrightarrow g_v \end{array} \right\} \begin{array}{l} g_s = 0 \\ g_v = e \end{array}$$

Die Amplituden können nun wie im hadronischen Fall aufgespalten werden. Unter Verwendung der gleichen Basis wie in Gleichung (D.6) findet man:

$$\langle b_j | T_{jl} | \gamma \rangle = \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_j T_{jl}^0 + \frac{1}{3} \tau_j \tau_3 T_{jl}^{\frac{1}{2}} + \left(\delta_{j3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \tau_j \tau_3 T_{jl}^{\frac{3}{2}} \right) \quad (\text{D.8})$$

$$\langle b | T_{jl} | \gamma \rangle = T_{jl}^0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_3 T_{jl}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{D.9})$$

Literaturverzeichnis

- [AS90] ADELSECK, R. A. und B. SAGHAI: *Kaon photoproduction: Data consistency, coupling constants, and polarization observables.* Phys.Rev.C, 42:108, 1990.
- [BD65] BJORKEN, J.D. und S.D. DRELL: *Relativistische Quantenfeldtheorie.* BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1965.
- [BDS⁺95] BATINIC, M., I. DADIC, I. SLAUS, A. SVARC und B.M.K. NEFKENS: *$\pi N \rightarrow \pi N$ and $\eta N \rightarrow \eta N$ partial-wave T matrices in a coupled, three channel model.* Phys.Rev.C, 51:2310, 1995.
- [BMW⁺99] BENNHOLD, C., T. MART, A. WALUYO, H. HABERZETTL, G. PENNER und U. MOSEL: *Nucleon resonances in kaon photoproduction.* (nucl-th/9901066), 1999.
- [BMZ95] BENMERROUCHE, M., N. C. MUKHOPADHYAY und J. F. ZHANG: *Effective Lagrangian approach to the theory of η photoproduction in the N^* (1535) region.* Phys.Rev.D, 51:3237, 1995.
- [BS51] BETHE, H.A. und E.E. SALPETER. Phys.Rev., 84:1232, 1951.
- [BW75] BROWN, G. E. und W. WEISE: *Pion Scattering and isobars in nuclei.* Phys.Rep., 22:279, 1975.
- [CR89] CHEON, T. und F. REDISH: *Exact treatment of the Pauli exclusion operator in the nuclear matter Bethe-Goldstone equation.* Phys.Rev.C, 39:331, 1989.
- [DHL71] DOVER, C.B., J. HÜFNER und R.H. LEMMER: *Pions in Nuclear Matter - An Approach to the Pion-Nucleus Optical Potential.* Ann.Phys., 66:148, 1971.
- [Eff96] EFFENBERGER, MARTIN: *Gammaabsorption an Kernen.* Diplomarbeit, Universität Gießen, 1996.
- [EW88] ERICSON, T. und W. WEISE: *Pions and nuclei.* Clarendon Press, Oxford, 1988.

- [Feu98] FEUSTER, THOMAS: *Photon- und meson-induzierte Reaktionen am Nukleon*. Doktorarbeit, Universität Gießen, 1998.
- [FLW98] FRIMAN, B., M. LUTZ und G. WOLF: *Masses of hadrons in nuclei*. (nucl-th/9811040), 1998.
- [FM98] FEUSTER, T. und U. MOSEL: *A unitary model for meson-nucleon scattering*. Phys.Rev.C, 58:457, 1998.
- [FM99] FEUSTER, T. und U. MOSEL: *Photon- and meson-induced reactions on the nucleon*. Phys.Rev.C, 59:460, 1999.
- [Gro98] GROUP, PARTICLE DATA: *Review of particle physics*. Euro.Phys.Jour.C, 3, 1998.
- [GW64] GOLDBERGER, M.L. und K.M. WATSON: *Collision Theory*. Wiley, New York, 1964.
- [Hab97] HABERZETTL, H.: *Gauge-invariant theory of Pion photoproduction with dressed hadrons*. Phys.Rev.C, 56:2041, 1997.
- [Höh93] HÖHLER, G.: *Determination of πN Resonance Pole Parameters*. Pi N Newsletter, 9:1, 1993.
- [Höh97] HÖHLER, G.: *Status of the Nucleon Resonances*. Pi N Newsletter, Seite 320, 1997.
- [HKLM79] HIRATA, M., J.H. KOCH, F. LENZ und E.J. MONIZ: *Isobar-hole doorway states and $\pi \Leftrightarrow^6 O$ scattering*. Ann.Phys., 120:205, 1979.
- [HLY77] HIRATA, M., F. LENZ und K. YAZAKI: *Excitation of Δ -nuclear states in $\pi \Leftrightarrow^4 He$ scattering*. Ann.Phys., 108:116, 1977.
- [HTL80] HORIKAWA, Y., M. THIES und F. LENZ: *The Δ -nucleus spin-orbit interaction in π -nucleus scattering*. Nucl.Phys.A, 345:386, 1980.
- [KDL95] KNÖCHLEIN, G., D. DRECHSEL und L. TIATOR: *Photo- and electroproduction of eta mesons*. Z.Phys.A, 352:327, 1995.
- [KKB⁺94] KONDRATYUK, L.A., M.I. KRIVORUCHENKO, N. BIANCHI, E. DE SANCITIS und V. MUCCIFORA: *Suppression of nucleon resonances in the total photoabsorption on nuclei*. Nucl.Phys A, 579:453, 1994.
- [LA99] LAHIFF, A. D. und I. R. AFNAN: *Solution of the Bethe-Salpeter equation for pion-nucleon scattering*. (nucl-th/9903058), 1999.
- [Leg78] LEGINDGAARD, W.: *Solution of the Bethe-Goldstone equation in a rapidly convergent polynomial expansion*. Nucl.Phys.A, 297:429, 1978.

- [MBBD85] MAHAUX, C., P.F. BORTIGNON, R.A. BROGLIA und C.H. DASSO: *Dynamics of the Shell Model*. Phys.Rep., 120:1, 1985.
- [Mes90] MESSIAH, A.: *Quantenmechanik*, Band 2. de Gruyter, Berlin, 1990.
- [Mig67] MIGDAL, A.B.: *Theory of finite Fermi systems and application to finite nuclei*. Wiley, New York, 1967.
- [MS92] MANLEY, D.M. und E.M. SALESKI: *Multichannel resonance parametrization of πN scattering amplitudes*. Phys.Rev.D, 45:4002, 1992.
- [NB80] NATH, L.M. und B.K. BHATTACHARYYA. Z.Phys.C, 5:9, 1980.
- [Oht89] OHTA, K.: *Electromagnetic interactions of extended nucleons*. Phys.Rev.C, 56:1335, 1989.
- [OS87] OSET, E. und L. L. SALCEDO: *Delta self-energy in nuclear matter*. Nucl.Phys.A, 468:631, 1987.
- [OSS85] OSET, E., L. L. SALCEDO und D. STROTTMAN: *A theoretical approach to pion nuclear reactions in the resonance region*. Phys.Lett., 165B:13, 1985.
- [PB93] PRESTON, M.A. und R.K. BHADURI: *Structure of the nucleus*. Addison-Wesley, 1993.
- [Pec69] PECCEI, R.D.: *Chiral Lagrangian model of single-pion photoproduction*. Phys.Rev., 181:1902, 1969.
- [Pen97] PENNER, GREGOR: *Elektroproduktion von Pionen und pioneninduzierte Dileptonenerzeugung am Nukleon*. Diplomarbeit, Universität Gießen, 1997.
- [Per87] PERKINS, Z.: *Introduction to high-energy physics*. Addison-Wesley, Menlo Park, 1987.
- [PJ91] PEARCE, B.C. und B.K. JENNINGS: *A relativistic, meson exchange model of pion-nucleon scattering*. Nucl.Phys.A, 528:655, 1991.
- [Pos98] POST, MARCUS: *Vektormesonen in Kernmaterie: Eigenschaften und Observable*. Diplomarbeit, Universität Gießen, 1998.
- [PPL⁺98] PETERS, W., M. POST, H. LENSKE, S. LEUPOLD und U. MOSEL: *The Spectral Function of the Rho Meson in Nuclear Matter*. Nucl.Phys.A, 632:109, 1998.
- [PS96] PESKIN, M.E. und D.V. SCHROEDER: *An introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, 1996.
- [Ros50] ROSENBLUTH, M.N. Phys.Rev., 79:615, 1950.

- [Sau96] SAUERMAN, CHRISTIANE: *Photoproduktion von η -Mesonen an Protonen und Deuteronen*. Doktorarbeit, Technische Hochschule Darmstadt, 1996.
- [SMC98] SCHILLER, E., H. MÜTHER und P. CZERSKI: *Pauli exclusion operator and binding energies of nuclear matter*. (nucl-th/9812011), 1998.
- [SRT98] SWART, J. J., M. C. M. RENTMEESTER und R. G. E. TIMMERMANS: *The status of the pion-nucleon coupling constant*. (nucl-th/9802084), 1998.
- [Tay72] TAYLOR, JOHN R.: *Scattering Theory*. Wiley, New York, 1972.
- [War50] WARD, C. Phys.Rev., 78:182, 1950.
- [Wat65] WATSON, H. D. D.: *K-Matrix treatment of absorptive effects in the peripheral model*. Phys. Letters, 17:72, 1965.
- [WK83] W.B. KAUFMANN, W.R. GIBBS: *Nuclear medium effects in pion elastic scattering and charge exchange*. Phys.Rev.C, 28(3):1286, 1983.
- [WNP92] WORKMAN, R.L., H.W.L. NAUS und S.J. POLLOCK: *Form factors and gauge invariance in pion photoproduction*. Phys.Rev.C, 45:2511, 1992.
- [Won90] WONG, S.S.M.: *Introductory nuclear physics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei denen bedanken, die mir bei der Anfertigung dieser Arbeit zur Seite standen.

An erster Stelle danke ich Herrn Prof. Dr. U. Mosel für die Aufnahme an sein Institut und für die interessante Themenstellung. Sein Interesse und seine Anregungen haben wesentlich zum Fortgang dieser Arbeit beigetragen.

Prof. Dr. H. Lenske ist zu verdanken, daß ich im Lauf der Anfertigung aus (mindestens) einer Sackgasse geleitet wurde und in der Endphase viel von seinem Engagement profitierte.

Thomas Feuster danke ich für die detaillierte Einführung in die K-Matrix-Theorie und für den ausgesprochen gut gepflegten Source-Code, der mir das Programmieren angenehm gemacht hat.

Meinem Zimmergenossen Gregor Penner sei für viele förderliche Diskussionen über Theorie und Code gedankt; er hat mich viel von seinem Wissen profitieren lassen.

Wolfram Peters, Martin Effenberger, Marcus Post und Jürgen Lehr ist für “das offene Ohr” und viele Anregungen zu danken. Jürgen hat sich darüberhinaus noch um die Korrektur des Manuskriptes verdient gemacht.

Allen Mitgliedern des Instituts sei für die vielen lehrreichen Einblicke in die Kern- und Hadronenphysik und die “Good-New-Physics” gedankt.

In diesem Zusammenhang sei auch die gute Arbeitsatmosphäre am Institut erwähnt: Neben der fachlichen Inspiration war auch immer Zeit für interessante, erheiternde oder herausfordernde Gespräche. Hierfür bin ich allen zu Dank verpflichtet.

Insbesondere sei hier auch Carsten Lichtblau erwähnt, mit dem ich so manche, mich neu besinnende, Mittags- oder Abendstunde verbrachte.

Elke Jung sei besonders erwähnt, da sie bei administrativen Problemen immer zur Stelle war und mir so viel Arbeit abgenommen hat.

Schließlich -und nicht zuletzt- möchte ich mich bei meinen Eltern und Freunden dafür bedanken, daß sie immer für mich da waren und mich auch in schwierigen Zeiten wieder ermutigten . . .