Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades der Philosophie
des Fachbereiches Psychologie und Sportwissenschaft
der Justus-Liebig-Universität Gießen

vorgelegt von
Daniel Sinner

Gießen

2011

1. Berichterstatter:	Prof. Dr. Marco Ennemoser
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. Kristin Krajewski

Datum der Disputation: 25.05.2011

Danksagung

Diese Arbeit wurde im Rahmen eines Stipendiums des Forschungsnetzwerks „Empirische Unterrichts- und Bildungsforschung“ der Justus-Liebig-Universität Gießen angefertigt und gefördert.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Menschen bedanken, die mich bei und während meiner Promotion unterstützt haben. Besonders möchte ich Prof. Dr. Marco Ennemoser danken, der mich zu dieser Arbeit anregte und der den theoretischen und inhaltlichen Hintergrund der Arbeit entscheidend mitprägte. Auch Prof. Dr. Kristin Krajewski danke ich für die Betreuung und den fachlichen Input gerade zum Ende der Promotionszeit.

Ein großer Dank geht an meinen Kollegen Jan Kuhl, der mich in mancher Diskussion entscheidend voran gebracht hat. Auch der Abteilung für Sonderpädagogische Psychologie, in der ich mich jederzeit gut aufgehoben und sehr wohl gefühlt habe, möchte ich herzlich danken.

All die Arbeit wäre nur schwer zu leisten gewesen, wenn ich bei der Förderung, Datenerhebung und Dateneingabe nicht tatkräftige Unterstützung durch die studentischen Hilfskräfte Thorsten Althaus, Sebastian Büsing, Fiona Imöhl, Nils Hartung, Franziska Hild und Sarah Hillebrand sowie durch meine Bürokollegin Diana Klein gehabt hätte. Sie haben die Arbeit erleichtert und verschönert. Danke!

Nicht zuletzt danke ich den Kindern, Lehrkräften und Schulen für ihre Bereitschaft zur Teilnahme an einer wissenschaftlichen Studie.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich bisher in jeder Lebensphase unterstützt haben und meiner Freundin Anja, die ein großer Rückhalt in meinem Leben ist. Ihnen ist diese Arbeit in besonderer Weise gewidmet.

Zusammenfassung

Vorschulische mathematische Basiskompetenzen, insbesondere das Verständnis dafür, dass Mengen mit Zahlen verknüpft werden können (Anzahlkonzept), gelten als bester Prädiktor für die spätere Mathematikleistung in der Grundschule. Deshalb wurden in den letzten Jahren die Förderangebote im Vorschulbereich sukzessive erweitert. Dennoch werden weiterhin viele Kinder mit nur unzureichenden mathematischen Lernvoraussetzungen eingeschult. Deshalb sollte in dieser Arbeit ein Training mathematischer Basiskompetenzen bei Erstklässlern, die noch Rückstände in ihren mathematischen Kompetenzen aufweisen, erprobt werden. Dazu wurde das ursprünglich für den Vorschulbereich konzipierte Programm *Mengen, zählen, Zahlen* (*MZZ*; Krajewski et al., 2007) für den Grundschuleinsatz adaptiert. Es sollte einerseits untersucht werden, ob mit dem Training die mathematischen Basiskompetenzen verbessert werden können (Wirksamkeit), und andererseits, ob das Training zu Transfereffekten auf Rechenleistungen in standardisierten und curricular validen Schulleistungstests führt (Transfer). Unter einem klassifikatorischen Aspekt interessierte weiterhin die Frage, ob die MZZ-Förderung die spätere Auftretenshäufigkeit von Rechenschwäche senken würde (Prävention). Schließlich sollte untersucht werden, ob das Training in die schulische Förderpraxis implementierbar ist, also unter ökologisch validen Bedingungen gleichermaßen funktioniert (Implementierbarkeit).

Nachdem in einer Pilotstudie die grundsätzliche Wirksamkeit des Trainings nachgewiesen wurde, sollte die umfängliche Evaluation in der Hauptstudie stattfinden. Dazu wurden 30 erste Klassen aus insgesamt 14 Grundschulen rekrutiert. Knapp 600 Erstklässler wurden zur Mitte ihres ersten Schuljahres mit einem Test zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen (MBK-1; Ennemoser et al., in Vorb.) überprüft. Im Anschluss wurden die Kinder, die zu den schwächsten 20% in diesem Test gehörten, als Risikokinder (N = 119) definiert und einer von vier Versuchsbedingungen zugeordnet. Zwei Gruppen erhielten das MZZ-Training, zwei Gruppen dienten als Vergleichsgruppen. Die MZZ-Fördergruppen wurden entweder durch wissenschaftliche Hilfskräfte (MZZ-Trainingsgruppe; N = 36) oder durch Lehrkräfte der jeweiligen Schule (MZZ-Implementierungsgruppe; N = 25) trainiert. Die Förderung umfasste 12 Sitzungen à 45 Minuten in Kleingruppen von zwei bis sechs Schülern. Von den Vergleichsgruppen erhielt eine ein Denktraining nach Klauer (1989) (Denktrainingsgruppe; N = 30), die andere diente als ungeförderte Kontrollgruppe (N = 28).

Unmittelbar nach der Förderphase wurde ein Nachtest durchgeführt. Zu Beginn des zweiten Schuljahres erfolgte eine erste Follow-Up-Erhebung, in der langfristige Trainingseffekte untersucht werden sollten. Mögliche Transfereffekte auf Rechenfertigkeiten wurden zum Nachtest und zum ersten Follow-Up mit dem *Deutschen Mathematiktest für erste Klassen* (*DEMAT 1+*; Krajewski et al., 2002) überprüft. 15 Monate nach der Förderung, am Ende des zweiten Schuljahres wurden die Rechenleistungen der Kinder im zweiten Follow-Up mit dem *Heidelberger Rechentest* (*HRT1-4*; Haffner et al., 2005) erhoben.

Zum Nachtest zeigte sich ein größerer Kompetenzzuwachs der beiden MZZ-Fördergruppen gegenüber den beiden Vergleichsgruppen, wobei die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke mit d = 1.34 in einem sehr hohen Bereich lag. Zum Follow-Up blieb dieser Effekt erhalten, die Effektstärke war nur unwesentlich geringer (d = 1.24).

Die Ergebnisse im DEMAT1+ belegen zudem einen Transfereffekt auf das schulische Rechnen. Die mit MZZ geförderten Schüler konnten sich hier zwischen dem Nachtest und der sechs Monate später durchgeführten Follow-Up-Erhebung stärker verbessern als die Vergleichsgruppenkinder (d = 0.77). Auch am Ende der zweiten Klasse zeigte sich im HRT1-4 noch ein Effekt zugunsten der MZZ-Fördergruppen (d = 0.37). Dieser ergab sich jedoch vor allem aus dem Vorsprung der MZZ-Implementierungsgruppe gegenüber den beiden Vergleichsgruppen.

Im Hinblick auf die Prävention von Rechenschwäche konnte festgestellt werden, dass der Anteil rechenschwacher Kinder in der Trainingsgruppe substanziell verringert werden konnte. So zählten am Ende der Studie noch 38% der Vergleichsgruppenkinder zur Gruppe der Risikoschüler, jedoch nur 16% der Schüler, die mit dem mathematischen Basiskompetenztraining gefördert wurden. Damit verminderte das Training die Auftretenshäufigkeit von Rechenschwäche.

Im Vergleich der vier Gruppen ergab sich zudem, dass sich die beiden MZZ-Fördergruppen in keinem Test signifikant voneinander unterschieden. Die Förderung war also gleichermaßen wirksam, wenn Lehrer sie unter schulalltäglichen Bedingungen einsetzten.

Schlüsselwörter: Mathematik, Basiskompetenzen, Förderung, Trainingsstudie, Prävention, Rechenschwäche, Risikoschüler

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

Seit einigen Jahren wird in Deutschland eine umfassende Bildungsoffensive gefordert. Verantwortlich für diese Entwicklung ist insbesondere das mäßige Abschneiden Deutschlands in der ersten PISA-Studie („PISA-Schock“). Hier erreichten ein Fünftel der 15-jährigen deutschen Schüler[1] in Mathematik und im Leseverständnis nur maximal die niedrigste Kompetenzstufe. Im Fach Mathematik verfügen diese Schüler beispielsweise lediglich über arithmetisches und geometrisches Wissen auf Grundschulniveau. Die PISA-Studie nennt diese Schüler *Risikoschüler*, da sie bei der Suche eines Ausbildungsplatzes und im späteren Berufsleben erhebliche Probleme haben werden. Eine Verringerung des Bildungsrückstandes dieser Risikoschüler muss deshalb als ein primäres gesellschaftliches Ziel angesehen werden. Nach einer aktuellen Studie der Bertelsmannstiftung (Wößmann & Piopiunik, 2009) würde durch die Beseitigung der unzureichenden Bildung bei 90% der Risikoschüler nicht nur ein persönlicher Gewinn jedes einzelnen Schülers, sondern auch ein immenser gesellschaftlicher Ertrag verbucht werden können. So kommt die Studie, die die Folgekosten fehlender Bildung durch ökonomische Wachstumsmodelle berechnet, zu dem Schluss, dass bei einer umfassenden Bildungsreform ein wirtschaftlicher Mehrwert von 2.8 Billionen Euro bis zum Jahr 2090 geschaffen werden könnte. Hessen ist dabei das Bundesland, für das über die nächsten 80 Jahre die größte Steigerung des Bruttoinlandsprodukts pro Kopf berechnet wird. Als unzureichende Bildung wird in der Bertelsmannstudie das Nichterreichen bzw. Verbleiben auf der untersten PISA-Stufe bezeichnet.

Heutige Schülergenerationen würden aber kaum Profit aus eventuellen Verbesserungen des Bildungssystems ziehen, da diese Berechnungen sehr langfristig angelegt sind und es selbst bei einer erfolgreichen Reform des Bildungssystems mehrere Jahre bis Jahrzehnte dauern würde, bis spürbare Erfolge messbar wären. Dass fehlende Kompetenzen teuer werden können, bekommen aber schon heutige Schüler und ihre Eltern zu spüren, wenn sie zur Aufarbeitung der Schwächen außerschulische Nachhilfe in Anspruch nehmen müssen. So kommt die Bertelsmannnachhilfestudie (Klemm & Klemm, 2010) zu dem Ergebnis, dass in Deutschland jährlich etwa 1 bis 1.5 Milliarden Euro für private Nachhilfe ausgegeben werden. Bis zum Alter von 17 Jahren hat jeder vierte Schüler mindestens einmal Nachhilfe in Anspruch genommen. Die Nachhilfestudie konstatiert deshalb, dass gute Konzepte zur individuellen Förderung der Schüler in den Schulen Voraussetzung dafür sind, dass jedes Kind unabhängig vom Haushaltseinkommen der Eltern bestmöglich bei der Entfaltung seines

[1] Die männliche Form „Schüler“ schließt Schülerinnen mit ein.

individuellen Bildungspotenzials unterstützt wird. Umfassende Konzepte dazu liegen allerdings bis jetzt noch nicht vor.
Eine wichtige Rolle kommt aber zweifelsohne einer möglichst frühzeitigen Förderung zur Prävention von Schulleistungsdefiziten zu. In den letzten drei Jahrzehnten standen vor allem die Schriftsprachentwicklung und die Lese-Recht-Schreibschwäche im Fokus der Forschung. Mit dem Konzept der Phonologischen Bewusstheit, dem Einblick der Kinder in die Lautstruktur der gesprochenen Sprache, wurde ein bedeutender vorschulischer Prädiktor für die Lese- und Rechtschreibleistung in der Schule identifiziert. Es wurden Erhebungsinstrumente entwickelt und Förderkonzepte erarbeitet, durch die das Auftretensrisiko einer Lese-Rechtschreibschwäche signifikant gemindert werden konnte.
Eine vergleichbare Erforschung der mathematischen Kompetenzentwicklung und daraus ableitbarer gezielter Interventionsmaßnahmen fristete dagegen lange ein stiefmütterliches Dasein. Erst in den letzten Jahren wird eine vermehrte Beschäftigung in diesem Bereich sichtbar. Es konnten schon im Kindergartenalter Basiskompetenzen identifiziert werden, die die Mathematikleistung am Ende der Grundschulzeit vorhersagen können (Krajewski & Schneider, 2006). Zudem existieren mittlerweile Trainingsprogramme, die diese frühen Kompetenzen gezielt fördern und den Kindern so einen guten Start in die Schulzeit ermöglichen. Von einer flächendeckenden Durchführung im Vorschulbereich, wie sie in einigen deutschen Gegenden für Förderung der Phonologischen Bewusstheit bereits existiert, ist man allerdings noch weit entfernt. So ist die Spannbreite der bei Schuleintritt vorhandenen mathematischen Kompetenzen sehr groß. Es gibt Schüler, die bereits auf dem Niveau eines durchschnittlichen Erstklässlers rechnen können, aber auch eine nicht zu unterschätzende Anzahl an Kindern, deren mathematische Basiskompetenzen nicht ausreichend entwickelt sind. Diese so genannten Risikokinder unterliegen einer erhöhten Wahrscheinlichkeit, früher oder später eine Rechenschwäche auszubilden. Nicht selten manifestieren sich die frühen Rückstände zu Defiziten, die in der gesamten Schullaufbahn bestehen bleiben.
Das Ziel dieser Arbeit ist es, bei diesen Risikokindern die Wirksamkeit einer kompetenzorientierten Fördermaßnahme im Bereich Mathematik zu untersuchen. So soll geprüft werden, ob durch eine frühzeitige Förderung mathematischer Basiskompetenzen im ersten Schuljahr die späteren Mathematikleistungen positiv beeinflusst werden können und das Auftreten einer Rechenschwäche unterbunden werden kann.

Die Arbeit besteht aus zwei Teilen, einem Theorie- und einem Empirieteil. Im Theorieteil, der die ersten 5 Kapitel umfasst, wird der aktuelle Forschungsstand über Rechenschwäche und mathematische Basiskompetenzen berichtet.

Im Kapitel 2 soll zunächst geklärt werden, was unter einer *Rechenschwäche* zu verstehen ist und wie diese gegenüber anderen Begriffen wie *Dyskalkulie* und *Akalkulie* abgegrenzt werden kann. Der Diskrepanzansatz, der der Diagnose von Dyskalkulie zu Grunde liegt, soll kritisch betrachtet werden. Ferner sollen Prävalenzraten, Symptomatik, Verlauf und mögliche Ursachenfaktoren berichtet werden.

Kapitel 3 widmet sich den so genannten *mathematischen Basiskompetenzen*. Zunächst wird die Entwicklung dieser Kompetenzen bis zum Schuleintritt skizziert, bevor ein aktuelles Modell dargestellt wird, das diese frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf drei Ebenen anordnet. Die Bedeutung der mathematischen Basiskompetenzen für spätere mathematische Leistungen wird anschließend anhand von Längsschnittstudien aufgezeigt.

In Kapitel 4 werden dann sowohl internationale als auch deutschsprachige Programme zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen vorgestellt. Ein besonderer Fokus wird hier auf das Programm *Mengen, zählen, Zahlen* (*MZZ*; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) gelegt, da dieses in der ab Kapitel 6 beschriebenen Förderstudie eingesetzt werden soll. Im Anschluss werden schulorganisatorische, mathematikdidaktische und entwicklungspsychologische Anforderungen an eine Mathematikförderung im Hinblick auf die geplante Förderung mit MZZ diskutiert.

In Kapitel 5 werden aus den bisherigen Darstellungen Fragestellungen abgeleitet und explizite Untersuchungshypothesen formuliert.

Der zweite Teil der Arbeit, der Empirieteil, beginnt ab Kapitel 6. Hier soll, aufbauend auf den Erkenntnissen des Theorieteils und unter Bezugnahme auf die Hypothesen, eine Studie vorgestellt werden, die die präventive Kraft einer Förderung mathematischer Basiskompetenzen zur Prävention von Rechenschwäche in der ersten Klasse untersucht.

Um geeignete Test- und Förderverfahren zu finden bzw. gegebenenfalls Überarbeitungen dieser zu ermöglichen, wurde zunächst eine Pilotstudie durchgeführt. Diese wird in Kapitel 6 vorgestellt. Nach Beschreibung der Methode und der Ergebnisdarstellung werden Implikationen für die Hauptstudie abgeleitet.

Die Hauptstudie, das Kernstück dieser Arbeit, wird schließlich in Kapitel 7 ausführlich beschrieben.

Im letzten Kapitel 8 werden die Hypothesen unter Bezugnahme auf die Ergebnisse der Hauptstudie diskutiert. Abschließend wird ein Ausblick auf weitere Forschungsaktivitäten im Bereich der Förderung mathematischer Basiskompetenzen gegeben.

2 Rechenschwäche

2.1 Begriffsvielfalt

Sowohl im öffentlichen Sprachgebrauch als auch in wissenschaftlichen Publikationen findet man eine Vielzahl an unterschiedlichen und verwirrenden Bezeichnungen für Schwierigkeiten beim Rechnen. Neben dem mittlerweile fast schon inflationär gebrauchten Begriff *Dyskalkulie* findet man vor allem die Bezeichnungen *Rechenschwäche* und *Rechenstörung* häufig vor. Aber auch *Akalkulie*, *Arithmasthenie*, *mathematische Lernstörung* oder *mathematische Lernschwäche* sind Ausdrücke, die hin und wieder auftauchen. Lorenz und Radatz (2008) zählen gar 40 verschiedene Bezeichnungen auf. Die englischsprachige Literatur kennt die Bezeichnungen *mathematical disabilities*, *learning disabilities in mathematics*, *arithmetic learning disabilities* oder *developmental dyscalculia*. Auch wenn jeder Terminus ein etwas anderes Erscheinungsbild beschreiben soll, so werden die Begriffe dennoch häufig synonym verwendet. Gemeinsam ist ihnen, dass sie alle ein „Versagen in grundlegenden Fertigkeiten des Rechnens" (Krajewski, 2003, S.15) bezeichnen. Sie beschreiben damit Schüler, die Schwierigkeiten im Umgang mit Mathematik haben und denen ein Aufbau des Verständnisses für Mathematik nicht gelingt.

Um dieses Begriffschaos zu entwirren schlägt Krajewski (2003) deshalb in Analogie zu neueren Ansätzen in der Lese-Rechtschreibforschung vor, nur noch drei Begriffe zu verwenden, nämlich *Rechenschwäche*, *Dyskalkulie* und *Akalkulie*. Alle anderen Bergriffe könnten einer dieser Kategorien zugeordnet werden.

Rechenschwäche meint dabei analog zur Lese-Rechtschreibschwäche das Auftreten schwacher Leistungen in Mathematik. Was dabei als schwache Leistung gesehen wird, ist auch abhängig von den Kriterien, die ein Untersucher anlegt. In dieser Arbeit werden die Schüler als rechenschwach bezeichnet, die zu den schwächsten 20% ihrer Altersgruppe in einem standardisierten Mathematiktest gehören.

Dyskalkulie soll hingegen nur dann verwendet werden, wenn eine Diskrepanz von mathematischer Leistung zur allgemeinen Intelligenz oder zur Lese-Rechtschreibkompetenz vorliegt. Das bedeutet, dass eine mindestens durchschnittliche Intelligenz oder eine mindestens durchschnittliche Rechtschreibleistung bei gleichzeitig unterdurchschnittlicher Rechenleistung vorhanden sein muss. Weniger kognitiv begabte Kinder, die in Mathematik schlechte Leistungen zeigen, wären somit nicht *dyskalkulisch*, sondern einfach nur *rechenschwach* (vgl. Krajewski 2003).

Akalkulie, ein Begriff, der von Henschen (1919) eingeführt wurde, bezeichnet dagegen schwache Rechenleistungen, die erst nach einer Hirnschädigung eingetreten sind. Im Gegensatz zur Dyskalkulie handelt es sich bei der Akalkulie also explizit nicht um eine entwicklungsbedingte Störung des Rechnens.

2.2 Kritik am Dyskalkuliebegriff

Die ICD-10, die zehnte Revision der Internationalen Klassifikation der Krankheiten (engl.: *International Classification of Diseases*), wurde von der Weltgesundheitsorganisation (WHO) konzipiert, um eine einheitliche Klassifikation von Krankheitsbildern vornehmen zu können. Dieses weltweit anerkannte Diagnoseklassifikationssystem führt signifikant schlechte Rechenleistungen als *Rechenstörung* (F81.2) und ordnet diese den umschriebenen Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten (F81) zu (vgl. Dilling, Mombour & Schmidt 2008). Umschriebene Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten, zu denen unter anderem die Lese- und Rechtschreibstörung (F81.1) zählt, sind Störungen, bei denen der normale Erwerb der Fertigkeiten von frühen Entwicklungsstadien an gestört ist und ein stetiger Verlauf zu erwarten ist.
Nach dieser Einteilung lautet die Definition der „Rechenstörung“ (F 81.2):

> Diese Störung beinhaltet eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine eindeutig unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnungen benötigt werden. (Dilling, Mombour & Schmidt, 2008, S. 301)

Für die Diagnose einer Rechenstörung nach ICD-10 gilt weiterhin, dass die Rechenleistungen eindeutig unterhalb des Niveaus liegen müssen, das aufgrund des Alters, der Intelligenz und der Schulklasse zu erwarten ist. Die Schwierigkeiten beim Rechnen dürfen außerdem nicht unmittelbar aus einer psychiatrischen oder anderen Krankheit resultieren. Ebenfalls dürfen sie nicht durch eine Schädigung der Sinnesorgane oder durch neurologische Störungen begründet sein. Von der *Rechenstörung* nach ICD-10 sind deshalb Rechenschwierigkeiten, die durch

Sinnesstörungen oder inadäquaten Unterricht zu Stande kommen, auszuschließen (Z65). Weitere Ausschlusskriterien bilden die *Akalkulie* (R48.8) und *kombinierte Störungen schulischer Fähigkeiten* (F81.3), also das gleichzeitige Auftreten von Rechen- sowie Lese- und Rechtschreibstörung.

Als ein wesentliches Kriterium für die Diagnose einer *Rechenstörung* nach ICD-10 wird häufig das Vorliegen einer Diskrepanz zwischen rechnerischen und intellektuellen Fähigkeiten eines Kindes von in der Regel mindestens 1.2 Standardabweichungen gesehen. Jacobs und Petermann schlagen gar eine Diskrepanz von 1.5 Standardabweichungen vor (2005, S. 72). Dieser Definition liegt das Verständnis zu Grunde, dass die Intelligenz die Fähigkeiten in Mathematik determiniert oder die Mathematikleistungen zumindest hervorragend vorhersagt. Dies ist aber kein allgemeingültiger Tatbestand. So werden in der Praxis meist nur mittlere Korrelationen von r = .3 - .5 (z.B. Schneider & Krajewski, 2005; Stern, 2003) vorgefunden. Diese lassen ebenso zu, dass intelligente Kinder schwache Rechner sind, wie unterdurchschnittlich intelligente Kinder gut im Rechnen sein können. Zudem sind Diskrepanzen zwischen Schulleistungen und der Intelligenz keinesfalls zeitlich stabil (Francis, Fletcher, Stuebing, Lyon, Shaywitz, B. & Shaywitz, S., 2005). Praktisch relevant wird diese Diskrepanzdefinition von Rechenstörungen im Zusammenhang mit Entscheidungen über ambulante Fördermaßnahmen im Sinne des § 35a KJHG[2] (Kinder- und Jugendhilfe-Gesetz). Danach haben nur die Kinder Anspruch auf ambulante Hilfen, was insbesondere finanzielle Unterstützung bei Therapieangeboten meint, bei denen aufgrund der Kriterien der ICD-10 eine Dyskalkulie festgestellt wurde. Moser-Opitz (2007, S. 19) gibt hier zu bedenken, dass weniger intelligente Kinder Gefahr laufen, nicht als rechenschwach diagnostiziert zu werden und somit keine Hilfen zu bekommen, da die Diskrepanz zwischen IQ und Rechenleistung zu gering sein könnte. Aus mathematikdidaktischer und pädagogisch-psychologischer Sicht wird der Dyskalkuliebegriff deshalb zumeist abgelehnt (z.B. Grube, 2008; Moser-Opitz, 2007, Schipper, 2002). Hier wird allgemein angenommen, dass, analog zur Lese-Rechtschreibschwäche (vgl. Weber, Marx & Schneider, 2002), alle Kinder von Fördermaßnahmen profitieren können, wodurch der Ausschluss aufgrund der Intelligenz als

[2] *§ 35a Eingliederungshilfe für seelisch behinderte Kinder und Jugendliche*
(1) Kinder oder Jugendliche haben Anspruch auf Eingliederungshilfe, wenn
1. ihre seelische Gesundheit mit hoher Wahrscheinlichkeit länger als sechs Monate von dem für ihr Lebensalter typischen Zustand abweicht, und
2. daher ihre Teilhabe am Leben in der Gesellschaft beeinträchtigt ist oder eine solche Beeinträchtigung zu erwarten ist.
Von einer seelischen Behinderung bedroht im Sinne dieses Buches sind Kinder oder Jugendliche, bei denen eine Beeinträchtigung ihrer Teilhabe am Leben in der Gesellschaft nach fachlicher Erkenntnis mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. […]

nicht gerechtfertigt anzusehen ist. Schipper (2002) fordert für den Paragraphen §35a deshalb, dass die Entscheidung zur Vergabe öffentlich finanzierter Fördermaßnahmen sich nicht an einer in Folge einer Dyskalkulie drohenden seelischen Behinderung, sondern am Schweregrad der Beeinträchtigung des Rechnens orientieren sollte.

In den USA ist man gerade dabei den Diskrepanzansatz zu überwinden und durch neuere Ansätze wie Response-to-Intervention (RTI) zu ersetzen (Ennemoser, in Druck). Hierbei wartet man nicht, bis der Schüler auffällig wird („Wait-to-Fail-Ansatz"), um ihm dann besondere Hilfen zukommen zu lassen, sondern man steuert durch gezielte Diagnostik- und Interventionsmaßnahmen frühzeitig den sich anbahnenden Lernrückständen entgegen (vgl. auch D. Fuchs, Mock, Morgan & Young, 2003; Hartmann & Müller, 2009). Seit dem IDEIA-Gesetz (Individuals with Disabilities Education Improvement Act) im Jahre 2004 wird eine Diagnostik mit Hilfe des RTI-Ansatzes neben dem traditionellen Vorgehen als vollwertig akzeptiert. Kinder gelten nunmehr als rechenschwach, wenn sie trotz der zunehmend intensivierten Fördermaßnahmen keine oder nur geringe Lernfortschritte zeigen.

2.3 Prävalenz

Die definitorischen Unklarheiten der Begriffe wirken sich auch auf eine Erfassung der Prävalenzraten der Rechenschwäche aus. Studien hierzu verwenden meist wieder das Diskrepanzkriterium der ICD-10. Jacobs und Petermann (2003) fanden in internationalen Veröffentlichungen Prävalenzraten von 1.3% (Lewis, Hitch & Walker, 1994) bis 6.6% (Hein, Bzufka & Neumärker, 2000). Gründe für die große Schwankungsbreite sind z.B. die verschiedenen Rechentestverfahren, die in der jeweiligen Erhebung eingesetzt wurden, vor allem jedoch der jeweils unterschiedlich interpretierte Dyskalkuliebegriff. So legten Lewis, Hitch und Walker (1994) in Großbritannien sehr strenge Kriterien für ihre Prävalenzstudie fest. Berücksichtigt wurden nur Kinder, deren Intelligenzquotient mindestens 90 betrug, deren Rechenleistung mehr als eine Standardabweichung vom Mittelwert der Normalverteilung abwich und bei denen keine Hinweise auf sensorische oder psychiatrische Störungen bestanden. Von Aster, Schweiter und Weinhold Zulauf (2007) verzichteten auf das Intelligenz-Diskrepanz-Kriterium und legten stattdessen eine negative Abweichung von 1.5 Standardabweichungen vom Mittelwert eines standardisierten Tests als Kriterium für Rechenschwäche fest. Es ergab sich eine Prävalenzrate von 6.0%, wobei es sich aber nur bei 1.8% um isolierte Rechenstörungen, beim Rest um kombinierte Rechen-/Lese-Rechtschreibstörungen handelte. Die Prävalenzrate der isolierten Rechenstörungen lag dabei deutlich unter der von isolierten Störungen des Schriftspracherwerbs (5.7%).

Während bei der Lese- und Rechtschreibstörung Jungen häufiger betroffen sind, ist das bei der Rechenschwäche nicht der Fall (Hasselhorn & Schuchardt, 2006). Es liegen sogar Hinweise vor, dass Rechenschwächen bei Mädchen gleich häufig (Shalev, 2004) oder sogar häufiger anzutreffen sind als bei Jungen (z.B. von Aster, Schweiter, & Weinhold Zulauf, 2007). Während die Befundlage im Vorschulalter noch uneindeutig ist, kann ab dem Schulbeginn davon ausgegangen werden, dass Jungen im Rechnen besser abschneiden. Diese Annahme deckt sich mit Forschungsergebnissen der großen internationalen Vergleichstudien, die sich unter anderem mit geschlechtsspezifischen Leistungsunterschieden in der Sekundarstufe befassten. Während in der TIMSS-Studie (Baumert, Bos & Lehmann, 2000) in einem Fünftel der teilnehmenden Länder Geschlechtsunterschiede zugunsten der Jungen gefunden wurden, werden in der weltweit durchgeführten PISA Studie (OECD, 2001) sogar für die Hälfte der teilnehmenden Staaten Vorteile der Jungen im Rechnen berichtet. Dabei ist der Unterschied zwischen Jungen und Mädchen nur noch in Österreich und Japan größer als in Deutschland, während beispielsweise in Island, Frankreich und Schweden keine signifikanten Differenzen gefunden werden konnten (Deutsches PISA-Konsortium, 2007).

2.4 Symptomatik

Wie schon bei den Begrifflichkeiten fällt es auch bei der Symptomatik schwer, ein einheitliches Störungsbild zu zeichnen. Eine Vielzahl von Einzelsymptomen, die mit Rechenschwäche in Verbindung gebracht werden, eröffnet die Frage, ob überhaupt von *der* Rechenschwäche gesprochen werden kann. Für Warnke (2000) besteht die Symptomatik der Rechenschwäche beispielsweise in Schwierigkeiten in der Zahlensemantik, worunter er versteht, dass Rechenoperationen nicht verstanden werden, Mengen nicht erfasst werden können und Mengenzuordnungen sowie das Schätzen nicht gelingen. Zudem sei der sprachliche Umgang mit Zahlen mangelhaft, was sich in fehlerhaftem Zählen, Schwächen im Einmaleins und Schwierigkeiten in Sach- und Textaufgaben bemerkbar mache. Das arabische Stellenwertsystem und syntaktische Regeln sowie die Rechenoperationen würden nur mangelhaft erworben, oftmals sei der Zehnerübergang eine unüberwindbare Hürde und es kämen häufig Zahlendreher vor.

In der pädagogisch-psychologischen Forschung gilt ein Defizit in basalen Rechenfertigkeiten als ein zentrales Merkmal rechenschwacher Kinder (Grube, 2008). Während Kinder mit

Rechenleistungen im Normalbereich im Laufe der Grundschulzeit ein großes Wissen über Rechenfakten (Rechenaufgaben mit ihren Lösungen) aufbauen, auf das sie schnell zurückgreifen können (Faktenabruf; vgl. Grube, 2006), bleiben rechenschwache Kinder beim Lösen von Aufgaben oft lange Zeit an Zählstrategien hängen, was zu langsameren und ungenaueren Lösungen führt und den Aufbau eines Faktenwissens erschwert (Geary, Brown & Samaranayake, 1991). Aber nicht nur der Aufbau von Rechenfakten fällt rechenschwachen Kindern schwer, sie haben zudem häufig Schwierigkeiten, beim Lösen von Rechenaufgaben diese Fakten aus dem Faktennetzwerk abzurufen (Geary & Hoard, 2001).
In der Mathematikdidaktik gilt das „zählende Rechnen“ ebenfalls als ein Hauptmerkmal rechenschwacher Schüler. Dies sei zunächst noch unbedenklich und ein normaler Entwicklungsschritt, aber spätestens wenn sich in der zweiten Klasse das Zählen als alleinige Rechenstrategie verfestige, dann werde es zum Problem (Lorenz & Radatz, 2008).
Jacobs und Petermann (2005) sehen fehlendes Mengen- und Größenverständnis, Zählfehler, Transkodierungsfehler, fehlendes Verständnis des Stellenwertsystems und Rechenfehler als häufigste Symptome. Da das Spektrum der Fehler jedoch sehr breit ist, stellen sie übereinstimmend mit Schulz (1995) und Krajewski und Schneider (2005) fest, dass sich rechenschwache Schüler nicht über typische Fehler identifizieren lassen, sondern über Häufigkeit, Vielfalt und Persistenz der Fehler.

2.5 Verlauf

In der Regel wird man auf Kinder mit Rechenschwäche erst im Verlauf der ersten Grundschuljahre aufmerksam. So weisen Kinder zwar bereits bei der Einschulung erhebliche Unterschiede in ihrem mathematischen Vorwissen auf (Rinkens & Hönisch, 1997; Selter, 1995), doch fehlen noch zeitökonomische Verfahren um diese Unterschiede zuverlässig aufdecken zu können. Außerdem greifen rechenschwache Kinder lange auf Ausgleichsstrategien wie das Abzählen von Rechenergebnissen mit den Fingern oder das Aufsagen von auswendig gelernten Fakten zurück, um zu Lösungen zu gelangen. Obwohl diese mit einem höheren Zeitaufwand behaftet und sehr fehleranfällig sind, reichen sie häufig dennoch aus, um die Anforderungen der ersten Grundschulklasse(n) zu bewältigen. Für den Unterricht am Ende der zweiten Klasse, in dem mit Zahlen bis 100 gerechnet wird, sind diese Strategien jedoch nicht mehr effektiv, und rechenschwache Kinder fallen in ihren Leistungen ab und damit auf (vgl. Petermann & Lemcke, 2005).

Über den dauerhaften Verlauf von Rechenschwäche liegen erst wenige fundierte Ergebnisse vor, da Erhebungen über einen längeren Zeitraum rar sind. Da aber die zeitliche Stabilität von Rechenleistungen recht hoch ist (Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Stern 2003), sollte dies für schwache Leistungen und somit für die Rechenschwäche auch gelten. So untersuchten Morgan, Farkas und Wu (2009) die Entwicklungsverläufe von knapp 6000 Kindergartenkindern. Diese wurden anlässlich einer großen nationalen Langzeitstudie in ihrem einjährigen Kindergartenjahr[3] und dann jeweils im ersten, dritten und fünften Schuljahr bezüglich der mathematischen Fähigkeiten untersucht. Dabei stellten Morgan et al. eine hohe Persistenz der Rechenschwäche fest. Von den Kindern, die im Kindergarten zu den schwächsten 10% gehörten, wurden in Klasse 3 noch 70% den Rechenschwachen zugeordnet, zwei Jahre später immerhin noch 65%. Demgegenüber fanden sich bei den rechenschwachen Kindern in Klasse 3 nur 4% der Kinder wieder, die im Kindergarten nicht zu den auffälligen Kindern gehörten.

In einer israelischen Langzeitstudie wurde die Stabilität von Dyskalkulie in der Mittelstufe über sechs Jahre untersucht. Von 123 Fünftklässlern, bei denen eine Dyskalkulie diagnostiziert wurde, gehörten in der achten Klasse knapp die Hälfte weiterhin zu den schwächsten 5% der Rechner, so dass man vom Fortbestand einer Dyskalkulie ausging (Shalev, Manor, Auerbach & Gross-Tsur, 1998). Weitere drei Jahre später traf dieses Kriterium immer noch auf 40% der untersuchten Schüler zu. Gar 95% gehörten noch zum unteren Quartil ihres Jahrgangs (Shalev, Manor & Gross-Tsur, 2005). Eine hohe Stabilität der Störung lässt sich demnach vermuten.

Im Verlauf der Rechenschwäche kann es zudem häufig zur Ausbildung weiterer Störungen kommen. Insbesondere internalisierende Störungen, wie Ängste und Depressionen, sind hier zu nennen, während externalisierende Störungen seltener sind. In Komorbidität tritt die Rechenstörung häufig zusammen mit der Lese-Rechtschreibstörung auf. Auch Aufmerksamkeitsdefizite sowie Störungen des Arbeitsgedächtnisses findet man gehäuft bei rechenschwachen Schülern (vgl. Jacobs & Petermann, 2005).

2.6 Ursachen

In der aktuellen Literatur wird eine Vielzahl von Verursachungsfaktoren für die Rechenschwäche diskutiert. Einigkeit herrscht lediglich bezüglich der Auffassung, dass es

[3] Der Kindergarten in den USA ist ein einjähriges Programm – die so genannte Klassenstufe „K“ –, in dem Grundfertigkeiten unter anderem im Lesen und Rechnen vermittelt werden. Sie sind kostenlos und freiwillig und fast immer den Grundschulen (*Elementary Schools*) angegliedert. Inhaltlich sind sie eher mit der deutschen Vorklasse/Vorschule als mit dem Kindergarten vergleichbar.

nicht eine einzige Ursache gibt, sondern dass mehrere, sich gegenseitig beeinflussende Faktoren die Rechenschwäche bedingen (z.B. Gaidoschik, 2008; Grissemann & Weber, 2004; Grube, 2009).

Jacobs und Petermann (2003, 2005) gehen von einem multikausalen Erklärungsmodell aus (vgl. Abbildung 1). In diesem wird zwischen primären Faktoren, die eine Rechenschwäche verursachen können, und sekundären Faktoren, die in einem ungünstigen Zusammenhang mit der Rechenleistung stehen, unterschieden. Zu den primären Faktoren zählen unter anderem eine abweichende Reifung des zentralen Nervensystems, psychosoziale (z.B. Angst vor dem Mathematikunterricht) und didaktische Faktoren (z. B. schlechter Unterricht). Außerdem nennen Jacobs und Petermann (2005) eine Reihe von neuropsychologischen Faktoren die sie als Ursachen einordnen. Dazu zählen unter anderem visuell-räumliche Wahrnehmungsstörungen, Beeinträchtigungen des Arbeitsgedächtnisses bzw. Gedächtnisstörungen, Aufmerksamkeitsstörungen sowie Störungen der Sprachentwicklung.

Von den neuropsychologischen Faktoren ist in den letzten Jahren insbesondere das Arbeitsgedächtnis als potentieller Verursachungsfaktor von Rechenschwäche in den Blick geraten (für einen Überblick siehe Raghubar, Barnes & Hecht, 2010). Nach dem Modell Baddeleys (1986; Baddeley & Hitch, 1974) unterteilt man das Arbeitsgedächtnis in die Subsysteme Phonologische Schleife (zuständig für die Verarbeitung und Speicherung auditiv-verbaler Informationen) und Visuell-Räumlicher Notizblock (zuständig für visuelle Informationen), sowie in die übergeordnete Zentrale Exekutive (zuständig für Steuerung, Koordination und Überwachung der Subsysteme). Für alle drei Komponenten sind Einflüsse auf die mathematische Entwicklung dokumentiert. Während ein Einfluss des Visuell-Räumlichen Notizblocks erst in neueren Studien untersucht und gefunden (Berg, 2008; Krajewski & Schneider, 2009b; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008; Rasmussen & Bisanz, 2005; Schuchardt & Mähler, 2010; Schuchardt, Mähler & Hasselhorn, 2010; Simmons, Singleton, & Horne, 2008) wurde, konnten frühere Studien vor allem einen Zusammenhang der Phonologischen Schleife mit Mathematikleistungen belegen (z.B. Andersson & Lyxell, 2007; Berg, 2008; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto, 2004; Grube & Barth, 2004; Schuchardt, Kunze, Grube & Hasselhorn, 2006) und insbesondere der zentralen Exekutive eine herausragende Bedeutung zuschreiben (z.B. Andersson & Lyxell, 2007; Bull & Scerif, 2001; de Rammelaere, Stuyven & Vandierendonck, 2001; de Smedt, Janssen, Bouwens, Verschaffel, Boets & Ghesquiere, 2009; Geary, Brown, & Samaranayake, 1991; Grube, 2006; Grube & Barth, 2004; Lee, S.F. Ng, E.-L. Ng, & Lim, 2004; Lemaire, Abdi, & Fayol, 1996; Passolunghi & Siegel, 2004; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007; Swanson, 2006;

Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Thomas, Zoelch, Seitz & Schumann-Hengsteler, 2006).
Neben dem Arbeitsgedächtnis ist für die Intelligenz ein Einfluss auf die Entwicklung der Rechenfertigkeiten nicht von der Hand zu weisen. Sie taucht zwar bei Jacobs und Petermann (2003; 2005) nicht als Ursache auf, da diese eine Diskrepanzdefinition von Rechenschwäche verwenden, was die Intelligenz per Definition als Ursache ausschließt. Ihr Einfluss auf mathematische Kompetenzen kann nicht geleugnet werden. Dabei suggerieren Studienergebnisse aber, dass die Intelligenz wohl keinen direkten Einfluss auf Mathematikleistungen nimmt, sondern eher indirekt, über frühe mathematische Basiskompetenzen und Vorwissen, auf die Rechenleistungen wirkt und sich der Einfluss zudem mit der Zeit abschwächt (Helmke & Weinert, 1997; Krajewski & Schneider 2006; 2009a)
Auch wenn ein Zusammenhang von Arbeitsgedächtnis und Intelligenz mit mathematischen Kompetenzen besteht, muss aber angemerkt werden, dass diese als unspezifische Einflussfaktoren angesehen werden, die allgemein in einem Zusammenhang mit schulischen Leistungen stehen, und somit nicht als spezifische Ursachen einer Rechenschwäche gelten können (Krajewski, 2003).
Als relativ abgesichert kann der Einfluss einer genetischen Komponente für die Rechenschwäche gelten, da in verschiedenen Studien eine familiäre Häufung der Rechenschwäche festgestellt wurde (z.B. Alarcon, de Fries, Light & Pennington, 1997; Shalev, Manor, Kerem, Ayali, Badichi, Friedlander & Gross-Tsur, 2001).

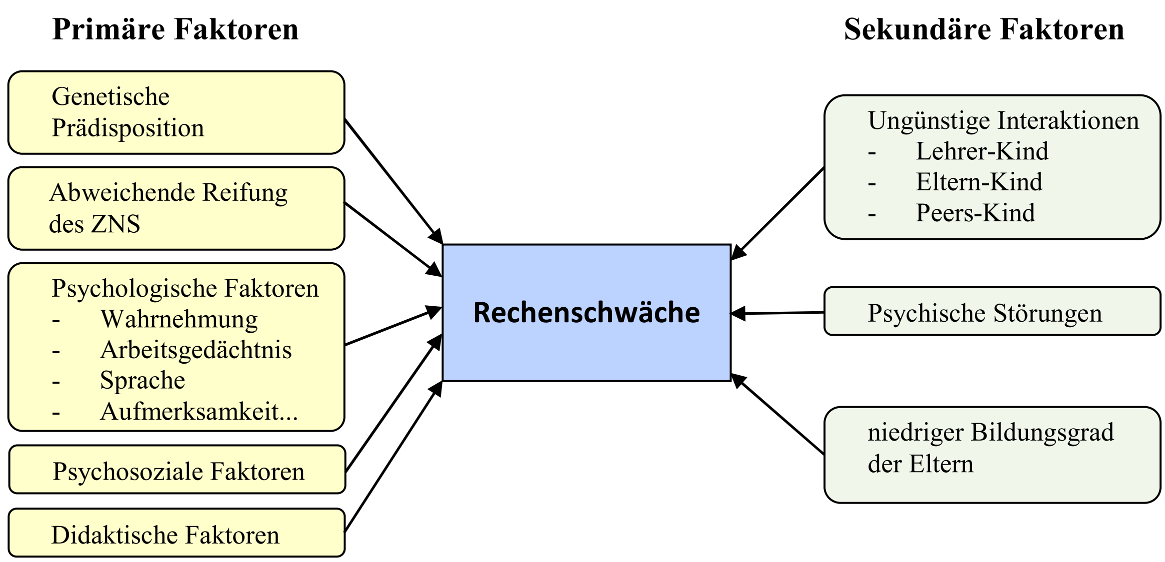


Abbildung 1: Multikausales Erklärungsmodell für Dyskalkulie (nach Jacobs & Petermann, 2003)

Als sekundäre Faktoren, also Einflüsse, die die Entwicklung einer Rechenschwäche befördern können, haben Jacobs und Petermann ungünstige Lehrer-Kind- sowie Eltern-Kind-Interaktionen ausgemacht, die dazu führen können, dass das Kind Lernbarrieren aufbaut und bei Rechenaufgaben Vermeidungsverhalten zeigt. Aber auch schlechte Erfahrungen mit Gleichaltrigen und psychische Störungen des Kindes können einen negativen Effekt haben. Darüber hinaus können sich eine geringe soziale Stellung und ein niedriger Bildungsgrad der Eltern negativ auf die Entwicklung des Kindes auswirken.

Betrachtet man die genannten Ursachen, so fällt auf, dass es sich bei keiner um einen spezifisch mathematikrelevanten Faktor handelt. Das Diagramm in Abbildung 1 könnte ebenso gut zur Erklärung der Entstehung einer Lese- Rechtschreibschwäche oder gar zu Störungen des Sozialverhaltens etc. herangezogen werden. Um von einer Ursache für die Rechenschwäche sprechen zu können, muss der Nachweis erbracht sein, dass die vermeintliche Ursache zeitlich vor dem Ausbruch der Rechenschwäche auftritt und in einem Zusammenhang mit dieser steht (Krajewski, 2003). Eine spezifische Ursache darf zusätzlich nur in einem Zusammenhang mit der Rechenschwäche stehen, nicht jedoch mit anderen Störungen. In den letzten Jahren konnte gezeigt werden, dass hier insbesondere mathematische Vorläuferfertigkeiten, sogenannte Basiskompetenzen, eine besondere Rolle für die spätere mathematische Leistungsfähigkeit spielen. Kinder, die hier frühzeitig Rückstände entwickeln, unterliegen einem besonderen Risiko, später eine Rechenschwäche auszubilden (Krajewski, 2003; vgl. Kapitel 3.4.1). Wie sich die Entwicklung dieser Basiskompetenzen vollzieht, wird im nächsten Kapitel nachzulesen sein.

2.7 Zusammenfassung

Rechenschwäche ist kein klar definierter Begriff. Um ihn von anderen Begriffen abzugrenzen, wird in Anlehnung an Krajewski (2003) unter *Rechenschwäche* das Auftreten schwacher Mathematikleistungen verstanden. Für die Diagnose einer *Dyskalkulie* ist dagegen eine Diskrepanz zu anderen Leistungsbereichen, insbesondere zur Intelligenz, festzustellen. Da die Zuweisung finanzieller Beihilfen für außerschulische Fördermaßnahmen von einer Dyskalkuliediagnose nach ICD-10 abhängig ist, wird der Dyskalkulie-Diskrepanzansatz von den meisten Mathematikdidaktikern, Pädagogen und Psychologen aber abgelehnt. Auch in dieser Arbeit sollen rechenschwache Kinder nur aufgrund ihrer Mathematikleistung, nicht aufgrund anderer Fähigkeitsbereiche, bestimmt werden.

Die unterschiedlichen Begriffe und Definitionen führen zu unterschiedlichen Prävalenzraten. Während die Prävalenzrate einer Rechenschwäche definitionsgemäß vom jeweiligen Untersucher vorgegeben wird (in dieser Arbeit beispielsweise 20%), werden für die Dyskalkulie in verschiedenen Studien, abhängig von Testverfahren und Diskrepanzkriterien, Prävalenzraten von 1% bis 7% berichtet. Als Hauptsymptom rechenschwacher Kinder lässt sich vor allem eine hohe Quantität an Fehlern feststellen. Die Rechenschwäche ist zeitlich stabil und wächst sich gegenüber früheren Annahmen mit dem Alter nicht aus. Als Ursachen einer Rechenschwäche werden verschiedenste Faktoren diskutiert, allerdings wurden nur frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen, die mathematischen Basiskompetenzen, als mathematikspezifische Vorläuferfertigkeiten identifiziert.

3 Mathematische Basiskompetenzen

3.1 Entwicklungspsychologische Aspekte

Einer der Ersten, der sich systematisch mit der Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kindesalter befasste, war der Schweizer Entwicklungspsychologe Jean Piaget. Für ihn beginnt das Verständnis der Zahl mit dem Verständnis der *Zahlinvarianz* (Piaget & Szeminska, 1975; Original 1941). Zahlinvariant ist ein Kind, wenn es die Fähigkeit besitzt zu verstehen, dass die Anzahl der Elemente einer Menge gleich bleibt, auch wenn sich die räumliche Ausdehnung der Elemente dieser Menge verändert. Der Erwerb der Zahlinvarianz vollzieht sich nach Piaget in drei Stadien. Im ersten Stadium (im Alter unter 5 Jahren) ist das Kind noch nicht invariant. Es ist damit nicht in der Lage eine Gleichwertigkeit zweier gleichmächtiger Mengen zu erfassen, wenn keine visuelle Gleichheit zwischen beiden Mengen besteht. Hat man beispielsweise zwei Reihen mit je sechs Perlen und vergrößert in einer Reihe die Abstände zwischen den Perlen, dann wird ein Kind, das noch nicht die Fähigkeit zur Invarianz besitzt, die Menge mit den größeren Abständen als mächtiger empfinden. Eine Eins-zu-Eins-Zuordnung zwischen den Elementen zweier Mengen ist für ein Kind auf dieser Stufe noch nicht möglich. Sollte es die Aufgabe gestellt bekommen, zu einer vorgegebenen Reihe Bauklötzchen eine zweite Reihe mit identischer Anzahl Klötzchen zu legen, dann wird es so viele Klötze hinlegen, bis die Länge der Reihe der Reihenlänge der schon liegenden Menge entspricht, ohne jedem Klotz der ersten Reihe ein Klötzchen der zweiten Reihe zuzuordnen.

Im zweiten Stadium (etwa 5-6 Jahre) hingegen ist dem Kind die Eins-zu-Eins-Zuordnung möglich, allerdings ist es noch nicht invariant.

Dieses Verständnis der Zahlinvarianz erlangt das Kind mit sechs bis sieben Jahren im dritten Stadium. Das Kind erkennt nun die Gleichwertigkeit zweier Mengen, unabhängig von ihrer räumlichen Ausdehnung.

Piaget und Szeminska (1975) stellen zwei Bedingungen bzw. Leistungen heraus, die sie für den Erwerb der Zahlinvarianz und folglich des Zahlbegriffs für notwendig erachten, die *Klasseninklusion* und die *Seriation*. Unter Klasseninklusion verstehen sie das Zuordnen von Teilklassen zu Gesamtklassen, sowie das Verständnis dafür, dass eine Menge aus verschiedenen ineinander verschachtelten Teilmengen besteht. Folglich ist die Klasse mit einem Element in der Klasse mit zwei Elementen und diese wiederum in der Klasse mit drei Elementen enthalten. Piaget und Szeminska (1975) sehen hierin die kardinale Funktion einer

Zahl, also das Wissen um die Anzahl der in der Menge enthaltenen Elemente. Unter der Seriation ist die Reihung von Elementen nach auf- oder absteigender Größe, bzw. das Einordnen von Elementen an die richtige Position innerhalb einer Reihe zu verstehen. Das Kind erkennt, dass das erste Element kleiner ist als das zweite, dieses wiederum kleiner ist als das dritte Element usw. Dadurch begreift es die Zahl in ihrer ordinalen Funktion: Zahlen markieren jeweils einen bestimmten Ordnungsrang, beispielsweise bedeutet die Zahl 8 die achte Stelle der Reihe (vgl. Krajewski, 2003).

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass nach Piaget das Verständnis der Zahl vom Verständnis der Klasseninklusion und der Seriation abhängig ist. Das Kind muss demnach die Zahl in ihrer ordinalen und kardinalen Funktion erfassen, um überhaupt Invarianzaufgaben lösen zu können. Erste Rechenaufgaben sind nach Piaget erst im Alter von sechs bis sieben Jahren lösbar (vgl. Krajewski, 2003).

Seit Anfang der 1980er Jahre kam Kritik an Piagets Theorie zur Zahlbegriffsentwicklung auf (vgl. Moser-Opitz, 2002, 47-62). So gilt es mittlerweile als Konsens, dass die Invarianz keine notwendige Voraussetzung für den Erwerb des Zahlbegriffs ist. Zudem sind Kinder schon viel früher in der Lage, Mengen zu vergleichen, Zahlen als Kardinalzahlen zu gebrauchen und einfache Rechenoperationen zu lösen, als Piaget dies annahm. So deuten einige Forscher ihre Studienergebnisse in dem Sinne, dass erste Kompetenzen im Umgang mit Mengen schon angeboren bzw. im Säuglingsalter erworben werden (z.B. Antell & Keating, 1983; Gao, Levine & Huttenlocher, 2000; Kobayashi, Hiraki, Mugitani & Hasegawa, 2004; Starkey, Spelke & Gelman, 1990; Wynn, 1992). Diese nativistische Sichtweise steht dem empiristischen Ansatz Piagets, der alle Erkenntnisse den gemachten Erfahrungen des Kindes zuschreibt, entgegen.

Ein weiterer zentraler Kritikpunkt an Piagets Theorie befasst sich mit der Bedeutung des Zählens für die Zahlbegriffsentwicklung. Während Piaget dem Zählen keine Bedeutung für die Zahlbegriffsentwicklung beimaß, rückte es später in den Mittelpunkt vieler Untersuchungen. Insbesondere Gelman und Gallistel (1978) befassten sich intensiv mit dem Zählen. Um das Zählen zu verstehen und Mengen abzählen zu können, ist nach ihnen die Verinnerlichung dreier Zählprinzipien von Nöten. Als erstes muss die *Eins-zu-Eins-Zuordnung von Objekt zu Zahl* beherrscht werden. Das zweite Prinzip ist das *Prinzip der stabilen Reihenfolge*. Die Kinder müssen erkennen, dass jede Zahl nur einmal vorkommt und das stets in der gleichen Reihenfolge. Das dritte nötige Zählprinzip beinhaltet die Erkenntnis, dass die letzte Zahl beim Auszählen einer Menge die Mächtigkeit der Menge angibt (*Kardinalitätsprinzip*). Die genannten Prinzipien bezeichnen Gelman und Gallistel als *how-to-*

count-Prinzipien, da diese festlegen, wie richtig gezählt wird. Sie unterscheiden zwei weitere *what-to-count*-Prinzipien, die als Voraussetzungen für die ersten drei Prinzipien gelten können. Diese sind das *Abstraktionsprinzip*, das besagt, dass jede Anzahl von Objekten zählbar ist, und das *Prinzip der Irrelevanz der Anordnung*, das besagt, dass die Anordnung der Objekte für den Zählakt unerheblich ist. Da Gelman und Gallistel davon ausgehen, dass diese Prinzipien angeboren werden, zählt man ihre Theorie zu den *principles-before-Theorien*. Dieser Theorie widersprechen die *principles-after-Theorien* (z.B. Briars & Siegler, 1984; Fuson, 1988; Wynn, 1990), für die die Zählerfahrungen eine bedeutende Rolle spielen. Für sie können die Zählprinzipien erst verinnerlicht werden, „nachdem imitiertes Zählverhalten und die angeborene Sensibilität für Quantitäten im kleinen Bereich kombiniert werden“ (Stern, 1998, S. 64).

Ein weiterer Diskussionspunkt in Bezug auf Gelman und Gallistels Theorie besteht in ihrer Annahme, Zählen stehe immer in Verbindung mit dem Auszählen bestimmter Mengen. Fuson (1988) betrachtete die Entwicklung des Zählens genauer und stellte dabei jedoch fest, dass Kinder die Zahlen zunächst losgelöst von Mengen aufsagen. Sie identifizierte fünf unterschiedliche Phasen in der Ausbildung von Zählfertigkeiten. Die erste Phase (*String level*) ist hierbei sehr kurz und nicht bei allen Kindern zu beobachten. In dieser nehmen die Kinder im Alter von ungefähr zwei Jahren die Zahlenfolge als ein undifferenziertes Wortganzes wahr. Die einzelnen Zahlwörter werden nicht voneinander getrennt, sondern die Zahlfolge wird immer als ein Ganzes, wie ein zusammenhängendes Wort, aufgesagt. Es ist ersichtlich, dass in dieser ersten Phase die Eins-zu-Eins-Zuordnung von Zahlwort und Objekt noch nicht funktioniert.

Auf der zweiten Stufe (*Unbreakable list level*) geben die Kinder die Zahlfolge zwar immer noch als Ganzes wieder, nehmen die Zahlen aber schon als separate Wörter wahr. Da die eindeutige Zuordnung von Zahlwort und Objekt jetzt gelingt, können nun Mengen ausgezählt werden. Außerdem erkennen Kinder im Verlauf dieser Zählstufe, dass die zuletzt genannte Zahl beim Zählvorgang die Mächtigkeit der ausgezählten Menge angibt.

In der folgenden Phase (*Breakable chain level*), etwa im Alter von vier Jahren, können die Kinder die Zahlenreihe aufbrechen. Sie sind nun in der Lage, irgendwo in der Zahlenfolge einzusteigen und von dort aus weiterzuzählen. Der Kardinalwert der Startzahl wird dabei schon als Teilmenge wahrgenommen. Fängt ein Kind bei *drei* an zu zählen, schließt es also schon drei Objekte mit ein. Außerdem können Kinder nun Vorgänger und Nachfolger von Zahlen angeben und rückwärts zählen.

In der vierten Phase (*Numerable chain level*) begreifen Kinder die Zahlenfolge als numerische Kette. Die Zahlen werden als einzelne Einheiten im numerischen Sinne erfasst, die selbst zählbar sind. So können bereits einfache Rechenaufgaben gelöst werden, indem die Kinder mithilfe ihrer Finger hoch- und runterzählen. Ein wahres Verständnis für die unterschiedlichen Rechenoperationen wird jedoch in dieser Phase noch nicht erzielt.

Die letzte Phase (*Bidirectional Chain*) wird von den meisten Kindern erst nach dem Schulbeginn erreicht. Die Zahlenfolge kann nun flexibel als Vorwärts-Rückwärts-Kette eingesetzt werden. Die Kinder erkennen die trianguläre Struktur von Gesamtmenge und Teilmengen (*Teil-Ganzes-Schema*) und können Additions- und Subtraktionsaufgaben durch die entsprechenden Zählprozeduren lösen und ineinander überführen. Sie haben jetzt sowohl ein ordinales als auch ein kardinales Verständnis der Zahl entwickelt. So werden die von Piaget aufgestellten Voraussetzungen für ein wahres kardinales Zahlenverständnis bereits zu diesem Zeitpunkt erfüllt (vgl. Fuson, 1992).

Es wird deutlich, dass sich die von Fuson beschriebenen fünf Stufen qualitativ voneinander unterscheiden. Während in den frühen Zählvorgängen die Zahlen noch nicht mit den dazugehörigen Mengen in Verbindung gebracht werden, macht diese Einsicht die numerische Kompetenz der späteren Phasen aus. Diese Verknüpfung von Zählzahlen und den dahinter stehenden Mengen bzw. Anzahlen ist eine der wichtigsten Erkenntnisse in der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen (vgl. Krajewski, 2005).

Auch Resnick (1989) konstatiert, dass die Integration des Zählens (bzw. des Aufsagens von Zahlenwörtern) mit den bestehenden protoquantitativen Schemata der Kinder einen wichtigen Hauptschritt zum Aufbau mathematischer Kompetenzen darstellt. Sie beschreibt drei protoquantitative Schemata, das *protoquantitative Vergleichsschema*, das *protoquantitative Zu- und Abnahmeschema* und das *protoquantitative Teil-Ganzes-Schema*, die Kinder unabhängig vom Zählen herausbilden.

Wie sich diese Schemata entwickeln und mit der Entwicklung des Zählens verknüpft werden, versucht Krajewski (2008a, 2008b; vgl. Ennemoser & Krajewski, 2007; Krajewski, 2005; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007, 2008; Krajewski & Schneider, 2006; siehe Abbildung 2) in einem Modell herauszuarbeiten. Dabei werden die oben dargestellten Theorien und Studienbefunde verknüpft, erweitert und in eine Ordnung gebracht, die die natürliche Entwicklung früher Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf drei Kompetenzebenen beschreiben soll. So wird der mathematische Entwicklungsverlauf durch den Erwerb numerischer Basisfertigkeiten (Ebene I), des Anzahlkonzepts (Ebene II) und des Verständnisses für Anzahlrelationen (Ebene III) gekennzeichnet.

3.2 Ebenenmodell früher Mengen-Zahlen-Kompetenzen nach Krajewski

Ebene I

Auf der ersten Kompetenzebene steht zunächst die Ausbildung des unpräzisen Mengenbegriffs im Vordergrund. Bereits Säuglinge verfügen über ein grundlegendes quantitatives Wissen. Auch wenn noch nicht endgültig geklärt ist, ob sie schon präzise Anzahlen wahrnehmen können, so kann zumindest als gesichert gelten, dass Säuglinge die Fähigkeit haben, numerisch unbestimmte Mengen zu unterscheiden und zu vergleichen, indem sie physikalische Eigenschaften wie die Ausdehnung oder den Umfang der Mengen betrachten (Clearfield & Mix, 1999; Feigenson, Carey & Spelke, 2002). Für Resnick (1989) basieren diese Vergleiche auf dem *protoquantitativen Vergleichsschema*, das auf basalen perzeptuellen Prozessen beruht, nicht auf konkreten (Ab-)Messungen. Ein nächster Entwicklungsschritt wird vollzogen nachdem sich die Kinder sprachlich ausdrücken können. Sie entwickeln nun ein großes Repertoire an nichtnumerischen Mengenbegriffen *wie groß, klein, viel* und *wenig.* So können sie Mengenvergleiche jetzt auch durch Begriffe wie *mehr* und *weniger* sprachlich durchführen (ebenda). Die Unterscheidung diskreter Mengen gelingt ihnen zu diesem Zeitpunkt jedoch noch nicht. Die Kinder sind also noch nicht in der Lage zwischen einzelnen Stückzahlen zu differenzieren.

Parallel zu diesem protoquantitativen Vergleichsschema, aber völlig isoliert und unabhängig davon, entwickelt sich ab dem Alter von zwei Jahren der *Erwerb der Zahlwortfolge*. Dabei lernen Kinder zunächst die Zahlwortfolge, die, wie später die Buchstabenfolge, auswendig aufgesagt werden kann, ohne dass den einzelnen Wörtern eine besondere Bedeutung beigemessen wird (vgl. Fuson, 1988). Zu diesem Zeitpunkt sehen die Kinder die Zahlwort-folge jedoch nur in ihrer Ordnungsfunktion (ordinaler Zahlaspekt), mithilfe derer die Zahlen in eine feste Reihenfolge gebracht werden. Der Mengenbezug wird hier noch nicht erkannt, es liegt also noch kein kardinales Verständnis der Zahl vor.

Ebene II

Die Mengenbewusstheit von Zahlen erwerben die Kinder auf der zweiten Kompetenzebene. Sie verstehen also, dass jede Zahl mit einer bestimmten Menge verknüpft ist und folglich Mengen durch Zahlen quantifiziert werden können (*Anzahlkonzept*). Krajewski nimmt an, dass die Kinder in zwei Phasen zu diesem Anzahlkonzept gelangen.

Zunächst erwerben sie ein *unpräzises Anzahlkonzept (Ebene IIa)*. Hier funktioniert die Mengen-Zahlen-Zuordnung nur bei der Zuordnung von Zahlen zu groben, verbalen Mengenkategorien (*wenig, viel, sehr viel*). Kinder ordnen so z.B. Zahlwörter, wie *drei* oder *fünf*, in die Kategorie *wenig* ein, *20* oder *36* in die Kategorie *viel* und *100* oder *1000* in die Kategorie *sehr viel*, ohne dass sie in der Lage sind, bis zu diesen Zahlen zu zählen. Diese Zuordnungen resultieren zum Beispiel aus der Erfahrung, dass zum Erreichen großer Zahlen viel länger gezählt werden muss als bei kleinen Zahlen. Die Dauer des Zählens korrespondiert also mit der Größe der Zahl. Die Kinder sind zu diesem Zeitpunkt in der Lage zwischen Anzahlen, die verschiedenen Mengenkategorien zugeordnet sind, zu unterscheiden (*unpräzises Anzahlkonzept*). So können sie folgenden Gedankengang führen: *Fünf* gehört zur Kategorie *wenig,* da man bis fünf nur ganz kurz zählen muss. *20* gehört zur Kategorie *viel*, da man bis *20* sehr lange zählen muss. Also ist *fünf* weniger als *20*. Die Unterscheidung exakter Anzahlen, die sich in derselben Mengenkategorie befinden, funktioniert allerdings noch nicht. So gehören *23* und *24* beide in die Kategorie viel, da man aber zu beiden ungefähr genauso lange zählen muss, kann ein Kind noch nicht entscheiden, welche Zahl mehr ist.

Dazu müssen die Kinder erst das *präzise Anzahlkonzept (Ebene IIb)* erwerben. Dies geschieht dadurch, dass die auf Ebene I gelernte exakte Zahlwortfolge mit der Fähigkeit zur Seriation von numerisch unbestimmten Mengen gekoppelt wird. Dadurch können die Kinder verstehen, dass die Zahlenfolge exakte, aufsteigende Quantitäten repräsentiert. Nun erkennen sie, dass beim Abzählen verschiedener Mengen einerseits die letzte Zählzahl die Mächtigkeit der Menge angibt und andererseits, dass die Dauer des Auszählens exakt mit der Mächtigkeit der zu zählenden Menge übereinstimmt. Erst jetzt sind sie in der Lage, Zahlen, die eng beieinander liegen oder zunächst in einer der groben Mengenkategorien zusammengefasst waren, der Größe nach zu ordnen und zu entscheiden, welche Zahl größer oder kleiner ist. Diese Fülle an Erkenntnissen führt zu einem präzisen Anzahlkonzept bzw. dem Kardinalverständnis der Zahlen und befähigt zur Anzahlseriation und Anzahlvergleichen.

Unabhängig vom Anzahlkonzept entwickelt sich das Verständnis für unbestimmte Mengen (ohne Zahlbezug) im Alter von drei bis fünf Jahren weiter fort. So begreifen die Kinder, dass durch die Zu- bzw. Abnahme von gleichartigen Elementen aus einer Menge die Menge größer bzw. kleiner wird als zuvor. Die Kinder beherrschen also das *protoquantitative Zunahme-Abnahme-Schema* (vgl. Resnick, 1989). Sie wissen damit, dass Mengen sich nur dann verändern, wenn man etwas hinzufügt oder wegnimmt, nicht jedoch durch Manipulation der räumlichen Ausdehnung (vgl. Piaget & Szeminska, 1975: *Zahlinvarianz*). In dieser Phase festigt sich ein erstes grundlegendes Verständnis für die Addition und Subtraktion. Ebenso kommen die Kinder zu der Erkenntnis, dass sich Mengen in einzelne Teilmengen zerlegen lassen und dass man diese wieder zusammensetzen kann (vgl. Resnick, 1989: *protoquantitatives Teil-Ganzes-Schema*). Sie können nun also Vergleiche zwischen Mengen und Teilmengen anstellen. Sie wissen beispielsweise, dass eine ganze Tafel Schokolade mehr ist, als jedes ihrer Teile.

Ebene III

Auf der dritten Entwicklungsebene werden nun die Kompetenzen, die auf der zweiten Ebene erworben wurden, miteinander verknüpft. So führt die Integration des präzisen Anzahlkonzepts in das aufgebaute Verständnis für unbestimmte Mengen dazu, dass Mengen nicht nur in numerisch unbestimmte Mengen zerlegt werden können, sondern dass diese Mengen auch mit Zahlen und somit durch eine diskrete Anzahl darstellbar sind („fünf Elemente lassen sich in drei und zwei Elemente aufteilen"; *Anzahlzerlegung*). Außerdem sind die Kinder nun in der Lage, den Unterschied zweier Mengen, welcher wiederum durch eine dritte Menge dargestellt wird, mit einer genauen Zahl zu bestimmen („fünf Elemente sind *zwei mehr* als drei Elemente"; *Anzahldifferenzen).* Das erworbene *relationale Zahlkonzept* erlaubt nun erste einfache Rechenoperationen, wie beispielsweise das Zusammenzählen zweier Mengen nicht nur durchzuführen, sondern auch die zugrundeliegende mathematische Bedeutung zu verstehen.

Während die Kompetenzen der ersten beiden Ebenen als mathematische Vorläuferkompetenzen anzusehen sind, spiegelt sich damit beim Übergang auf die dritte Ebene bereits ein erstes arithmetisches Verständnis wieder.

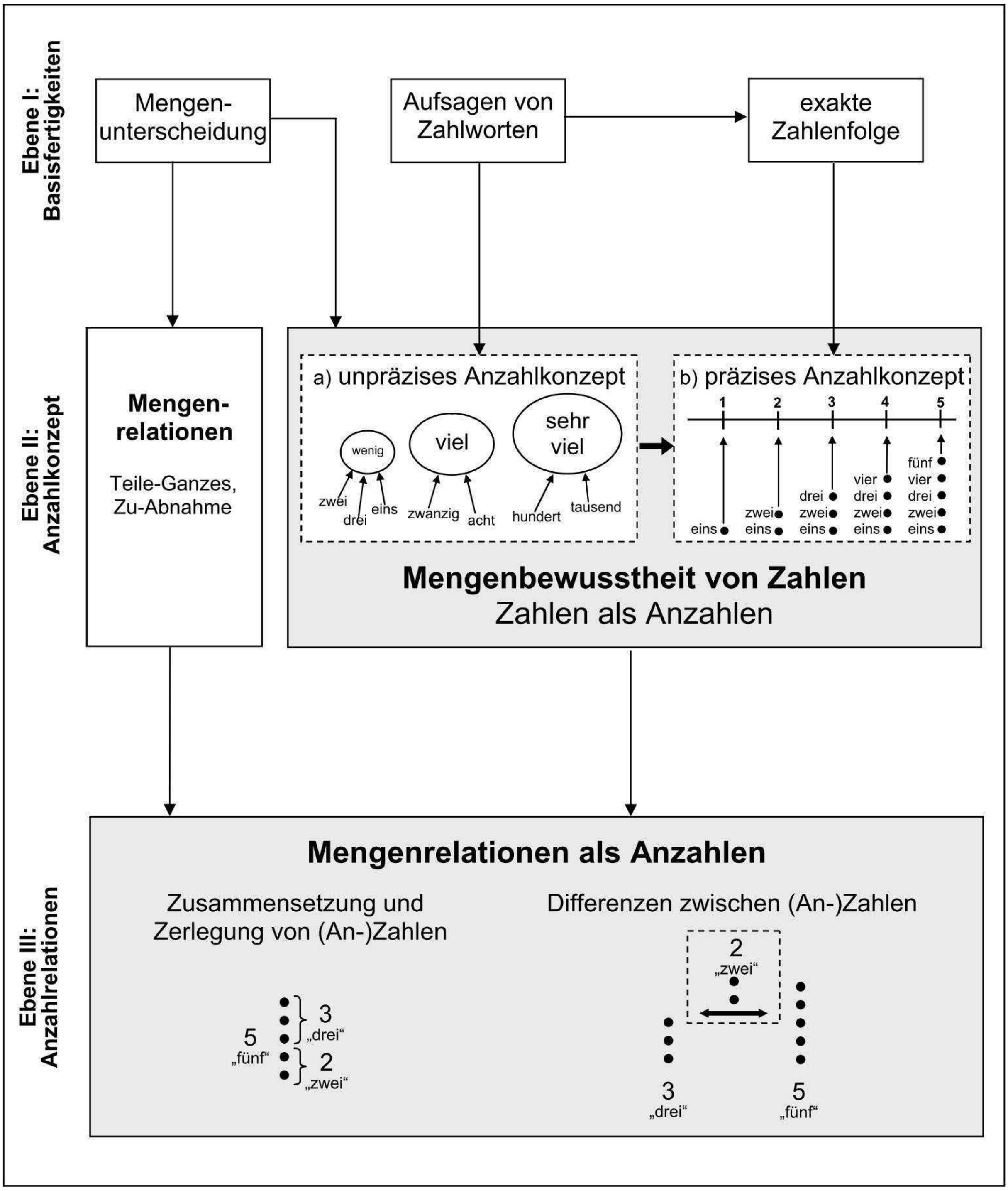


Abbildung 2: Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen (nach Krajewski, 2008a)

Auch wenn das hier aufgezeigte Modell einen immer gleichen Entwicklungsablauf suggeriert, finden sich nach Angaben der Autorin in der interindividuellen und sogar in der intraindividuellen Entwicklung jedes Kindes Verschiebungen und Abweichungen davon. Beispielsweise werden die Kompetenzebenen für die verbalen Zählzahlen und die arabischen Ziffern nicht zwangsläufig gleichzeitig durchlaufen. Kinder können sich so mit den verbalen

Zählzahlen auf einer höheren Kompetenzebene befinden, während sie mit den visuellen Ziffernzahlen noch nicht so vertraut sind und sich auf einer niedrigeren Stufe bewegen (zu den verschiedenen internalen Repräsentationsmodi von Zahlen siehe Dehaene, 1992). Zudem werden die höheren Ebenen mit kleineren Zahlen früher erreicht als mit größeren. Ein Kind kann sich demnach für verschiedene Teile der Zahlwortreihe gleichzeitig in verschiedenen Entwicklungsphasen befinden. Außerdem können Zahlen bei der Zuordnung zu den groben Mengenkategorien auf der Ebene IIa mit der Zeit die Kategorie wechseln. So wird *20* anfangs als *vie*l wahrgenommen, nach der Erweiterung des Anzahlkonzepts auf größere Zahlenräume aber vielleicht als *wenig*. Diese Verschiebungen der Kompetenzen innerhalb einer und zwischen den Kompetenzebenen machen es nach Krajewski schwierig, einem Kind einen genauen Standort auf nur *einer* Kompetenzebene zuzuweisen.

Ein weiterer Punkt, der gegen eine genaue Verortung eines Kindes auf einer Kompetenzebene spricht, ist, dass die Beherrschung verschiedener Kompetenzen von der jeweiligen dargebotenen Repräsentationsform abhängen kann (vgl. Aebli, 1976; Kutzer, 1999). So kann es sein, dass Kinder in der Lage sind Aufgaben zu lösen, für die Kompetenzen der Ebene III benötigt werden, wenn diese an konkreten Darstellungsmitteln veranschaulicht werden, aber an den gleichen Aufgaben scheitern, wenn diese bildlich oder symbolisch gestellt werden. Beispielsweise könnte eine Aufgabe zum Teil-Ganzes-Verständnis mit Zahlbezug lauten: „Du hast 5 Murmeln. Ich nehme dir 3 davon weg. Wie viele Murmeln hast du übrig?“. Ein Kind, dass noch sehr auf Darstellungsmittel angewiesen ist, kann diese Aufgabe lösen, wenn es die Murmeln direkt vor sich liegen hat (Aebli, 1976: konkrete Handlung). Es kommt aber zu keinem oder einem falschen Ergebnis, wenn die Aufgabe bildlich, symbolisch oder nur verbal gestellt wird. Es kann nach Krajewski sogar vorkommen, dass Aufgaben einer höheren Modellebene mit Hilfe von konkreten Veranschaulichungsmaterialien gelöst werden, Aufgaben einer darunterliegenden Ebene auf bildlicher oder symbolisch-abstrakter Zeichenebene jedoch noch nicht. Ein Beispiel: Das Kind löst obige Murmelaufgabe mit konkreten Materialien (Ebene III), scheitert aber an einer Aufgabe zur Invarianz (Ebene II), die bildlich dargeboten wird.

3.3 Number Sense

Die frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen, die im deutschsprachigen Raum auch unter dem Begriff *mathematische Basiskompetenzen* zusammengefasst sind, lassen sich im Englischen am besten durch den Terminus *Number Sense* (= Zahlensinn) charakterisieren. Der Begriff wird seit Anfang der 1980er Jahre zunehmend gebraucht und bezeichnete zunächst noch relativ global und allgemein die arithmetischen Fähigkeiten eines Menschen, unabhängig von dessen Alter (McIntosh, B.J. Reys & R.E. Reys, 1992). Erst in den letzten Jahren ist der Number Sense als eine spezifische vorschulische Vorläuferkompetenz für mathematische Schulleistungen, analog der phonologischen Bewusstheit als Prädiktor für die Schriftsprachentwicklung, in den Mittelpunkt gerückt (Gersten & Chard, 1999). Problematisch ist allerdings, dass im Gegensatz zur Phonologischen Bewusstheit keine eindeutige Definition von Number Sense vorliegt. Jeder Forscher hat eine eigene Vorstellung, was unter Number Sense zu verstehen ist (Gersten, Jordan & Flojo, 2005). So sieht der Neuropsychologe Dehaene (1997; 1999) Number Sense als angeborene Fähigkeit, Zahlen auf einem mentalen Zahlenstrahl zu repräsentieren und zu manipulieren. Robinson, Menchetti und Torgesen (2002) sehen Number Sense dagegen weniger als internen Prozess, sondern als eine Fähigkeit oder Wissen, das durchaus förderbar ist. Gersten, Jordan und Flojo (2005) konstatieren, dass Number Sense aus zwei Komponenten zusammengesetzt ist, die bei Vorschulkindern noch nicht gut miteinander in Verbindung stehen. Die erste Komponente enthält das Zählen und einfaches Rechnen, die zweite Komponente Mengenverständnis und die Benutzung mentaler Zahlenstrahlen. Sie sehen ein wichtiges Förderziel in der Herstellung einer Verbindung zwischen den beiden Komponenten. Für Resnick (1989) liegt der Number Sense in der Fähigkeit zur Zusammensetzung und Zerlegung von Mengen und dem Erkennen von Beziehungen zwischen Zahlen. Siegler und Booth (2005) reduzieren Number Sense gar auf eine einzige Fähigkeit, nämlich die Fähigkeit Mengen und Größen so durch Zahlen abzuschätzen, dass diese Zahlen nahe am wahren Wert liegen (z.B. *28 * 31 ist ungefähr 900* oder *60000 Zuschauer sahen das Fußballspiel*). Berch (2005) sammelt in seinem Literaturüberblick 30 Kompetenzen, die von verschiedenen Forschern dem Number Sense zugeschrieben werden. Er unterscheidet zwischen einem eher biologisch determinierten Number Sense niederer Ordnung, dem elementare Intuitionen über Mengen, das Subitizing[4], der unpräzise Mengenvergleich und Zählfertigkeiten angehören, und einem Number Sense höherer Ordnung, der diese Komponenten ebenfalls enthält, aber zudem auch komplexe Relationen zwischen Zahlen und mathematische Prinzipien umfasst und nur durch Erfahrung erworben werden kann. Jordan, Kaplan, Oláh und Locuniak (2006) systematisieren diese Aufstellung von Number Sense-Kompetenzen in untenstehender Tabelle 1.

[4] Subitzing bezeichnet die Fähigkeit, die Anzahl von mehreren Objekten zu erfassen, ohne diese abzählen zu müssen. Die Obergrenze liegt hierbei bei ungefähr vier bis fünf Objekten

Tabelle 1: Key Competencies of number sense (nach Jordan, Kaplan, Oláh & Locuniak, 2006)

Area	*Components*
Counting	Grasping one to one correspondence Knowing stable order and cardinality principles Knowing the count sequence
Number knowledge	Discriminating and coordinating quantities Making numerical magnitude comparisons
Number transformation	Transforming sets through addition and subtraction Calculating in verbal and nonverbal contexts Calculating with and without referents (physical or verbal)
Estimation	Approximating or estimating set sizes Using reference points
Number patterns	Copying number patterns Extending number patterns Discerning numerical relationships

Die Ausführungen zeigen, dass *Number Sense* ein sehr unscharf und uneinheitlich definierter Begriff ist. Im wissenschaftlichen Diskurs ist es aber essentiell notwendig, sich auf wohldefinierte und abgrenzbare Konstrukte verständigen zu können. Der Begriff *Number Sense* taugt deshalb nicht, die spezifischen vorschulischen mathematischen Vorläuferfähigkeiten zu umschreiben. Krajewski führt stattdessen den Terminus *Quantity-Number-Competencies (QNC)* ein. Dieser ist als englischsprachige Entsprechung von *Mengen-Zahlen-Kompetenze*n bzw. *Mathematischen Basiskompetenzen* gedacht.

Wenn im weiteren Verlauf der Arbeit der Begriff *Number Sense* auftaucht, dann kann er im Sinne von *Quantity-Number-Competencies (QNC)* bzw. *Mathematischen Basiskompetenzen*[5] interpretiert werden.

[5] In dieser Arbeit werden unter *mathematischen Basiskompetenzen* ausschließlich jene Kompetenzen verstanden, die den frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen zuzuordnen sind (vgl. z.B. Krajewski, 2008a; Krajewski & Schneider, 2006; siehe auch Gaupp, Zoelch & Schumann-Hengsteler, 2004). Die Begriffe *frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen* und *mathematische Basiskompetenzen* können deshalb in dieser Arbeit als synonym gelten. Es soll jedoch angemerkt werden, dass der Begriff *mathematische Basiskompetenzen* von anderen Autoren auch in Kontexten benutzt wird, in denen es nicht explizit um frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen geht (z.B. Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; Spörer, 2009).

3.4 Die Forschung zur Bedeutung mathematischer Basiskompetenzen

3.4.1 Längsschnittstudien

Die Bedeutung der mathematischen Basiskompetenzen (Mengen-Zahlen-Kompetenzen) bzw. des Number Sense zeigt sich in internationalen Längsschnittstudien, in denen diese im Vorschulalter erhobenen mathematischen Kompetenzen die späteren Mathematikleistungen in der Schule hervorragend vorhersagen konnten. Nachdem bis zur Jahrtausendwende so gut wie keine Forschungsergebnisse hierzu vorlagen, hat sich die Evidenzlage in den letzten Jahren merklich verbessert. Im Folgenden werden die wichtigsten Längsschnittstudien und ihre Ergebnisse vorgestellt. Die Kompetenzen, die in den jeweiligen Studien als Prädiktoren dienten, werden dabei jeweils den Stufen des oben vorgestellten Ebenenmodels zugeordnet. Eine tabellarische Zusammenfassung aller Studien findet sich im Anhang (Anhang A, Tabelle 19).

Eine der ersten Längsschnittstudien zu diesem Thema wurde in Finnland durchgeführt (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). In dieser Studie sollte durch halbjährliche Messungen untersucht werden, wie sich die Mathematikleistungen von knapp 200 Kindern von der Vorschule bis zur zweiten Klasse entwickeln[6]. Die Mathematikleistungen wurden durch einen finnischen Basiskompetenztest (Ikäheimo, 1996) erhoben. Dieser enthielt die Subtests Ordinalzahlkonzept (beispielsweise den dritten aus einer Reihe von gleichartigen Gegenständen bestimmen; Ebene I), Kardinalzahlkonzept (entsprechend viele Bälle wie in Vorgabe zeichnen; Ebene II), mathematische Basiskonzepte (Anzahlrelationen, Zu- und Abnahmen, z.B.: „Zeichne 3 Bälle mehr als in dieser Abbildung.“; Ebene III), Zahlenkenntnis (entsprach hier der Überprüfung des Anzahlkonzepts: zu einer vorgegebenen Anzahl die richtige Zahl finden beziehungsweise zu einer Zahl die entsprechende Anzahl an Bällen zeichnen; Ebene II), Textaufgaben (die mündlich präsentiert wurden: z.B. „Du hast sieben Bonbons und bekommst drei dazu. Wie viele hast du jetzt?“; Ebene III) und arithmetisches Faktenwissen (Additions-, zu späteren Zeitpunkten auch Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben). Zu jedem Messzeitpunkt wurde die Anzahl und Schwierigkeit der Aufgaben erhöht. Neben der visuellen Aufmerksamkeit, der Metakognition und dem Leseverstehen wurde als weitere Kontrollvariable die Zählfähigkeit (z.B. Vorwärtszählen, Weiterzählen von einer Startzahl, Rückwärtszählen; Ebene I) erhoben.

[6] In Finnland beginnt die Schule für Kinder in dem Jahr, in dem sie das siebte Lebensjahr beenden. Im Jahr zuvor nehmen nahezu alle Kinder an einem Vorschulunterricht teil, in dem zwar nicht explizit Mathematik gelehrt, aber der Kontakt mit Zahlen angebahnt wird (Aunola et al., 2004).

Die Studie konnte zeigen, dass die mathematische Leistungsentwicklung von der Vorschule bis zum Ende der zweiten Klasse einem stabilen Muster folgt. Die Mathematikleistung am Ende der zweiten Klasse korrelierte mit den Vorschultestungen im mittleren (r = .58, Mitte Vorschuljahr) bis hohen Bereich (r = .66, Ende Vorschuljahr). Weiterhin konnte durch Strukturgleichungsmodelle ein Schereneffekt belegt werden. Kinder, die auf einem höheren Niveau im Kindergarten starteten, verzeichneten größere Zuwächse als Kinder, die schon zu Beginn der Studie zu den Low-Performern gehörten. Für die Zählfähigkeit galt ähnliches. Der Einfluss der Zählfähigkeit überragte zudem den Einfluss aller anderen Kontrollvariablen.

In einer Fortführung der Studie (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007) wurden bei noch 178 Kindern am Ende der vierten Klasse die Rechen- und Lesefertigkeiten erhoben. Die Rechenfertigkeit wurde durch zwei Maße erfasst. Zum einen wurde die Rechengeschwindigkeit bei der Addition und Multiplikation einstelliger Zahlen gemessen. Zum anderen wurde die prozedurale Rechenfähigkeit durch 28 komplexere Grundrechenaufgaben mit mehrstelligen Zahlen erfasst. Zudem wurde die Abrufgeschwindigkeit aus dem Langzeitgedächtnis durch das schnelle Benennen von Objekten bestimmt und die Lesegeschwindigkeit gemessen. Aus den Messungen im Kindergarten wurden die Ebene-II-Kompetenzen Ordinalkonzept und Kardinalzahlkonzept ausgewählt, sowie die Anzahlrelationsaufgaben (Ebene III). Diese wurden zu einer Variable *Mengen-Zahlen-Konzept* zusammengefasst. Zusätzliche Einflussfaktoren waren vorschulisch erhobene Zählfähigkeiten (Ebene I) sowie weitere Kontrollvariablen. Mittels Strukturgleichungsmodell sollte untersucht werden, welche der Variablen einen Einfluss auf die Rechenleistungen am Ende der vierten Klasse haben. Die Rechengeschwindigkeit beim Addieren und Multiplizieren einstelliger Zahlen wurde dabei signifikant von den vorschulischen Zählfähigkeiten vorhergesagt (β = .47). Lediglich das schnelle Benennen von Objekten (β = -.24) stand noch in Beziehung zur Rechengeschwindigkeit, während alle anderen Variablen, inklusive den Zahlkonzepten, keinen Einfluss ausübten. Die Autoren führen zwei Gründe für den Zusammenhang der Zählfähigkeit mit der Rechengeschwindigkeit an. Zum einen komme Kindern eine gute Zählfähigkeit beim Rechnen zunächst entgegen, solange sie noch keine Abrufstrategien entwickelt haben. So stehe die Fähigkeit, von einer Startzahl weiterzuzählen ganz klar im Zusammenhang mit der *counting-on-Strategie*[7] (vgl. Secada, Fuson & Hall, 1983). Zum anderen könnten Faktenabrufprozesse und Zählen als sehr ähnliche Prozesse verstanden werden. So könne beispielsweise das Lernen von Multiplikationsaufgaben als ähnlicher Prozess wie das Lernen verschiedener Zählsequenzen angesehen werden. Bei beiden werde eine Reihenfolge von (Zahl-) Wörtern

[7] Bei der Counting-on-Strategie wird eine Aufgabe wie 5 + 3 gelöst, in dem der erste Summand als Ausgangswert festgesetzt wird, und der zweite Summand nur noch aufgezählt wird: „5…6, 7, 8.“

aneinandergereiht im Gedächtnis abgespeichert und später abgerufen („zwei mal vier = acht"; „eins, zwei, drei…"; „zwei, vier, sechs…"). Der Zusammenhang der Rechengeschwindigkeit mit dem schnellen Abruf von Objektnamen aus dem Langzeitgedächtnis ist dagegen offensichtlich, da beides einen schnellen Abruf sprachbasierter Fakten erfordert (vgl. Dehaene & Cohen, 1997).

In einem zweiten Strukturgleichungsmodell gelang die Vorhersage der prozeduralen Rechenfertigkeit in einem ersten Schritt durch das Mengen-Zahlen-Konzept, die phonologischen Bewusstheit, die Buchstabenkenntnis, die visuelle Aufmerksamkeit, die kognitive Fähigkeit und die Bildung der Mutter, wobei das Mengen-Zahlen-Konzept den größten Einfluss ausübte (β = .29). Die vorschulische Zählfähigkeit hatte ebenfalls keinen unerheblichen Einfluss. Dieser wurde jedoch durch die Rechengeschwindigkeit in Klasse 4 mediiert, da unter deren Einbezug der direkte Einfluss des Zählens nicht mehr signifikant wurde. Im finalen Modell wurde die prozedurale Rechenfertigkeit schließlich nur durch die vorschulischen Mengen-Zahlen-Konzepte (β = .26), die Bildung der Mutter (β = .20) und die Rechengeschwindigkeit in Klasse 4 (β = .38) erklärt. Die Autoren erklären die Relevanz vorschulischer Mengen-Zahlen-Konzepte für spätere Rechenfertigkeiten dadurch, dass eine gute Ausbildung der Kompetenzen wie Zahlzusammensetzung und Zahlzerlegung sowie Zahlbeziehungen Kinder besser befähigen, vielfältige Strategien zu erlernen, die für das Lösen komplexer Rechenaufgaben benötigt werden. Damit scheint sich der oben im Ebenenmodell dargestellte Entwicklungsverlauf mathematischer Kompetenzen zu bestätigen.

In einer amerikanischen Studie untersuchten Baker, Gersten, Flojo und Katz (2002, zitiert in Gersten, Jordan & Flojo, 2005) die prädiktive Validität einer Number-Sense-Batterie hinsichtlich der späteren Rechenperformanz. Mehr als 200 Kinder wurden in ihrem letzten Kindergartenjahr mit dem *Number Knowledge Test* (NKT, Okamoto & Case, 1996) untersucht, der hauptsächlich Kompetenzen der Ebenen II (Anzahlkonzept, Mengenvergleich) und III (Anzahlzusammensetzung, Anzahldifferenzen) erfasst. Außerdem wurde die Fähigkeit zum Anzahlvergleich (Ebene II), die Zahlenkenntnis (Zahlendiktat, Ebene I), das Arbeitsgedächtnis (Zahlenspanne vor- und rückwärts) sowie weitere Kontrollvariablen separat erhoben. Ein Jahr später wurden die zwei mathematischen Subtests des *Stanford Achievement Test–Ninth Edition* (SAT-9; Harcourt Educational Measurement, 2001), einem standardisierten Schulleistungstest, durchgeführt. Auch der NKT wurde wiederholt. Die höchste Korrelation mit dem Schulleistungstest wies dabei die Vormessung des NKT auf (r = .72). Zahlenspanne rückwärts (r = .47), Zahlendiktat (r = .47) und Anzahlvergleich (r = .54) zeigten mittlere

Zusammenhänge. Nicht mathematikspezifische Messungen, wie phonematische Segmentierung, Buchstabenkenntnis und schneller Faktenabruf aus dem Langzeitgedächtnis korrelierten dagegen nur um r = .40. Die Zusammenhänge der NKT-Vorschultestung mit der Wiederholungsmessung des NKT lagen in einem ähnlichen Bereich.
Damit können die mit dem NKT erhobenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen als spezifische Prädiktoren späterer Mathematikleistungen gelten.

Chard und Kollegen (Chard, Clarke, Baker, Otterstedt, Braun & Katz, 2005) wollten anschließend herausfinden, ob die höheren Kompetenzen (Ebene II und III), die mit dem NKT erhoben werden, von basaleren Kompetenzen der Ebene I vorhergesagt werden konnten. Dazu wurden im Herbst in zwei diskreten Stichproben, 168 Kindergartenkinder und 207 Erstklässler, Zählfähigkeiten (Zählen bis 20, Weiterzählen, Zählen in Zweier- Fünfer-, Zehnerschritten), Kenntnis der Zahlen bis 20 (im Kindergarten nur bis 10), ein Zahlendiktat und das Ausfüllen von Lücken in der Zahlenreihe (alles Ebene I) erhoben. Außerdem sollte von zwei schriftlich präsentierten Zahlen die größere genannt oder gezeigt werden (vgl. Anzahlvergleich, Ebene II). Im darauffolgenden Frühjahr wurde in beiden Kohorten der NKT durchgeführt. Während im Kindergarten die Zählfähigkeiten mit ca. r = .40 mit dem NKT ein halbes Jahr später korrelierten, war die Korrelation in der ersten Klasse nur sehr gering und kleiner als r = .20. Die Zusammenhänge mit dem Zahlendiktat (Kiga r = .57, erste Klasse r = .54), der Zahlenkenntnis (r = .58, r = .58), dem Anzahlvergleich (r = .50, r = .53) und den Zahlenlücken (r = .64, r = .61) waren dagegen im Kindergarten und in der ersten Klasse fast identisch. In einer multiplen Regressionsanalyse konnten im Kindergarten Zahlenlücken und Anzahlvergleich als prädiktiv für die höheren Kompetenzen des NKT herausgestellt werden. In der ersten Klasse spielte zusätzlich die Zahlenkenntnis eine Rolle. Die Ergebnisse geben damit Hinweise darauf, dass die Basiskompetenzen der niedrigeren Ebenen höhere Kompetenzen vorhersagen können.

Lembke und Foegen (2009) konnten ähnliches zeigen. Sie untersuchten in zwei Stichproben zu Beginn des letzten Kindergartenjahres bzw. des ersten Schuljahres die Ausprägung der Basiskompetenzen Zahlenkenntnis (Ebene I), Zahlenlücken (Ebene I), Anzahlvergleich (Ebene II) und Anzahlzusammensetzung (Benennen der Anzahl einer Punktmenge, die sich aus zwei kleinen Teilmengen zusammensetzte; Ebene III). Ein halbes Jahr später ließen sie die Lehrer die Mathematikleistungen ihrer Schüler bewerten und führten zudem mit den Kindern einen standardisierten Mathematiktest durch (*TEMA-3;* Ginsburg & Baroody, 2003), der sowohl Basiskompetenzen als auch erste Rechenfertigkeiten erfasste. Wie die

Korrelationen zeigten, waren besonders die Items der ersten Ebene (Zahlenkenntnis und Zahlenlücken) gute Prädiktoren für die Mathematikleistungen ein halbes Jahr später (vgl. Anhang A, Tabelle 19).

Auch bei Passolunghi, Vercelloni & Schadee (2007) konnten die Mathematikleistungen bei 170 Schülern am Ende von Klasse 1 hauptsächlich durch Kompetenzen der Ebene I (Zählfähigkeiten), die zu Beginn der Schulzeit erhoben wurden, vorhergesagt werden. Von den erhobenen unspezifischen Faktoren konnte nur die Zentrale Exekutive des Arbeitsgedächtnisses zusätzlich zur Varianzaufklärung in der Mathematikleistung beitragen, während die Phonologische Bewusstheit und die Intelligenz keinen bzw. keinen direkten Einfluss ausübten. Diese Studie bestätigt also, dass es vor allem spezifische Vorläuferkompetenzen sind, die die spätere Mathematikleistung beeinflussen.
Angemerkt werden muss, dass Passolunghi et al. auch Zahlenkenntnis und Anzahl- und Mengenvergleiche untersuchten. Diese hingen nicht bedeutend mit den Mathematikleistungen zusammen, wobei der Grund hierfür aber wohl in starken Deckeneffekten bei den Messungen zu sehen ist.

Die Bedeutung des Number Sense untersuchte die Forschungsgruppe um Nancy Jordan im US-Bundesstaat Delaware in einem über mehrere Jahre angelegten Forschungsprojekt. In einer ersten Längsschnittstudie (Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007) wurde der Number Sense bei ursprünglich 477 Kindern zu Beginn ihres Kindergartenjahres gemessen. Diese Messung wurde noch dreimal im Kindergarten sowie im September und November des ersten Schuljahres wiederholt. 277 Kinder durchliefen alle Testungen. Abschließend wurden am Ende des ersten Schuljahres die Mathematikleistungen erhoben. Die *Number Sense Batterie* bestand aus Aufgaben zum Zählen, zu Zählprinzipien und Zahlenkenntnis, zum Bestimmen von Nachfolgern und Vorgängern (Ebene I), zum Anzahlvergleich (Ebene II), zum Rechnen mit konkretem Material, zu Textaufgaben und zum Rechen ohne Material (Ebene III). Die Mathematikleistung in der ersten Klasse wurde durch die zwei Subtests Rechnen (Calculation) und angewandte Mathematikprobleme (Applied Problems) des *Woodcock-Johnson III* (WJ-III; McGrew, Schrank, & Woodcock, 2007) bestimmt. Die *Number Sense Batterie* korrelierte zu allen sechs Erhebungszeitpunkten hoch mit der Mathematikleistung am Ende des Erhebungszeitraums (mindestens r = .66). Die einzelnen Subtests unterschieden sich aber in ihrer Vorhersagekraft. Insbesondere die Zählfähigkeiten hingen nur schwach mit den späteren Mathematikleistungen zusammen, zudem nahm ihr

Einfluss langsam ab (von $r = .36$ auf $r = .28$). Einen hohen Einfluss hatten dagegen die Kompetenzen der dritten Ebene, was auch dadurch erklärt werden kann, dass sie den Aufgaben des Mathetests nicht unähnlich waren. Auffällig war, dass die weitere Entwicklung des Number Sense mit Beginn der Beschulung nicht sprunghaft ansteigend, sondern weiter linear verlief. Die Number-Sense-Kompetenzen zu Beginn des Kindergartens sowie deren Anstieg konnten 66% der Varianz in der Mathematikleistung am Ende von Klasse 1 erklären.

Locuniak und Jordan (2008) führten diese Studie fort. Bei 198 Kindern, deren Number-Sense-Kompetenzen im Frühjahr ihres Kindergartenjahres erhoben wurden, und von denen die Ergebnisse in weiteren Kontrollvariablen (frühes Leseverständnis, Arbeitsgedächtnis, Zahlenspanne Vorwärts und Rückwärts, Wortschatz und Schlussfolgerndes Denken in der ersten Klasse) vorlagen, wurde im zweiten Schuljahr die Rechengeschwindigkeit erfasst. Diese wurde durch je 25 Plus- und Minusaufgaben im Zahlenraum bis 18 erhoben, für die jeweils eine Minute Berechnungszeit zur Verfügung stand. Wie erwartet korrelierten alle Number-Sense-Subtests positiv mit der Rechengeschwindigkeit, wobei die höchsten Korrelationen diejenigen Subtests erzielten, die bereits ein erstes Verständnis für Addition und Subtraktion im Kindergarten erforderten (Zahlzusammensetzung $r = .57$, Textaufgaben $r = .51$ und Rechnen mit konkreten Materialien $r = .51$). Die Korrelationen mit den Zählfähigkeiten sowie den kognitiven Maßen lagen um $r = .30$, das (An-)Zahlenwissen der Ebenen I und II korrelierte mit $r = .45$.

In einer Regressionsanalyse konnten (An-)Zahlenwissen, Zahlzusammensetzung und nonverbales Rechnen zusammen mit der Zahlenspanne Rückwärts 42% der Varianz in der Rechengeschwindigkeit aufklären, während alle anderen Variablen keinen weiteren signifikanten Beitrag leisten konnten.

Die bisher eingesetzte Number-Sense-Batterie verkürzten Jordan, Glutting, und Ramineni (2010) zu einem Screening (*NSB: Number Sense Brief*), mit dem valide spätere Mathematikleistungen vorhergesagt werden sollten. Dazu wurde bei 279 Kindern, die zu Beginn der ersten Klasse dieses Number-Sense Screening durchlaufen hatten, am Schuljahresende die Rechenleistungen bei schriftlichen Aufgaben und mündlich gestellten mathematischen Problemlöseaufgaben untersucht. Zwei Jahre später, am Ende von Klasse 3, konnte diese Testung bei 175 Kindern wiederholt werden. Die Korrelationen der Number Sense Testung mit diesen Rechenleistungen lagen dabei in einem hohen Bereich ($r = .72$ in Klasse 1, $r = .70$ in Klasse 3). In einem zweiten Schritt konnte in Regressionsanalysen die Number-Sense-Batterie als bedeutsamster Prädiktor der Mathematikleistung am Ende von

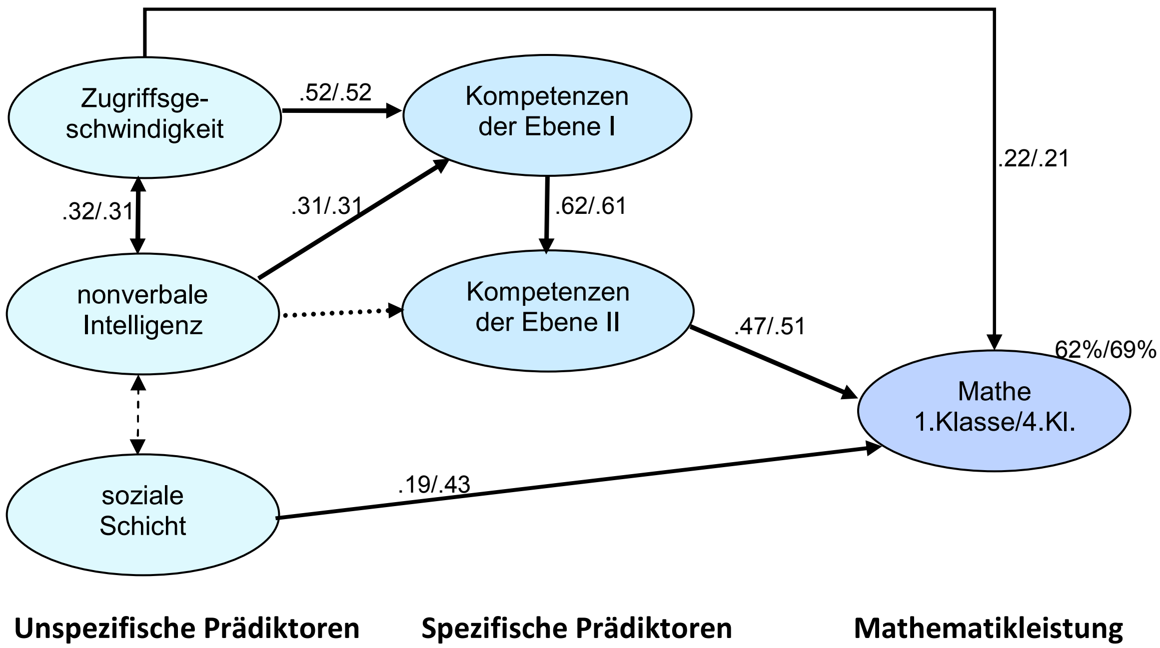
Klasse 1 (f^2 = .29)[8] und Klasse 3 (f^2 = .21) herausgestellt werden, wobei der Effekt auf die mathematischen Problemlöseaufgaben (f^2 = .44 in Klasse 1 bzw. f^2 = .45 in Klasse 3) noch größer war als auf schriftliches Rechnen (f^2 = .26 bzw. f^2 = .10).

Nicht nur internationale Studien weisen den Einfluss mathematischer Basiskompetenzen auf spätere schulische Mathematikleistungen nach, auch im deutschsprachigen Raum stellt sich mittlerweile eine breite Evidenz für diesen Befund ein. Eine der ersten Längsschnittstudien dazu führte Krajewski (2003) durch. Hier wurden bei insgesamt 153 Kindern im letzten Kindergartenhalbjahr zu zwei Zeitpunkten frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen erfasst. Dies waren Kenntnis der Zahlwortfolge und Ziffernkenntnis (Ebene I), Anzahlseriation, Anzahlvergleich und Mengenvergleich (Ebene II) sowie Anzahldifferenz und erste Rechenfertigkeiten (Ebene III). Zusammengefasst wurden sie zu den beiden Faktoren Mengenvorwissen (Seriation, Mengenvergleich, Anzahldifferenz) und Zahlenvorwissen (Zahlenfolge, Ziffernkenntnis, Anzahlvergleich, Rechenfertigkeiten). Die beiden Kompetenzbereiche zeigten zunächst innerhalb des letzten Kindergartenhalbjahres eine mittlere bis sehr hohe Stabilität. Zum Ende des ersten und zweiten Schuljahres wurden die Schulleistungen jeweils mit den deutschen Mathematiktests (DEMAT) erhoben. Diese korrelierten im mittleren bis hohen Bereich mit den vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen. So betrugen die Korrelationen des DEMAT 1+ (Krajewski, Küspert & Schneider, 2002) mit dem Mengenvorwissen r = .51 (zur Mitte des Kindergartens) bzw. r = .53 (mit dem Mengenvorwissen kurz vor der Einschulung) und mit dem Zahlenvorwissen r = .65 bzw. r = .61. Die Korrelationen mit dem DEMAT 2+ (Krajewski, Liehm, Schneider & 2004) lagen nur unwesentlich niedriger und betrugen für das Mengenvorwissen zu den zwei Messzeitpunkten r = .46 und r = .45 sowie für das Zahlenvorwissen r = .50 und r = .59. Alle Zusammenhangskoeffizienten lagen damit jeweils deutlich über den Zusammenhangsmaßen der Rechenleistungen mit den unspezifischen Prädiktoren Gedächtnis, räumliches Vorstellungsvermögen, Sprachverständnis, Konzentration und soziale Schicht. Lediglich die zum Schulanfang erhobene Intelligenz korrelierte in einem ähnlich hohen Bereich (r = .49 mit DEMAT 1+, r = .37 mit DEMAT 2+). Weiterhin konnte gezeigt werden, dass sich durch schwach ausgeprägte Mengen-Zahlen-Kompetenzen spätere Rechenschwächen bedeutend besser vorhersagen lassen, als durch eine unterdurchschnittliche Intelligenz. So konnten je nach Messzeitpunkt 47% - 67% der Kinder, die am Ende von Klasse 1 und 2 zu den schwächsten

[8] Nach Cohen (1988) indiziert f^2 = 0,02 einen kleinen Effekt, f^2 = 0,15 einen mittleren und f^2 = 0,35 einen starken Effekt.

Rechnern gehörten, schon durch die vorschulisch erhobenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen bestimmt werden.

In einer Fortführung dieser Längsschnittstudie (Krajewski & Schneider, 2006) sollte herausgefunden werden, wie gut die Mengen-Zahlen-Kompetenzen der Ebenen I (Zahlenfolge) und II (Anzahlseriation und Mengenvergleich) spätere schulische Mathematikleistungen bis in die vierte Klasse vorhersagen können. Zudem wurden weitere potentielle unspezifische Einflussfaktoren in die Analysen einbezogen. Um die abhängige Variable Mathematikleistung zu erfassen, wurde zum Ende der ersten Klasse der DEMAT 1+ und zum Ende der vierten Klasse der DEMAT 4 (Gölitz, Roick & Hasselhorn, 2006) eingesetzt. Um Aussagen über die spezifische Vorhersagekraft der frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf Mathematikleistungen machen zu können, kamen zeitgleich Rechtschreib-Verfahren zur Anwendung.
Alle Prädiktoren, die mit der Mathematikleistung zumindest mit $r = .30$ korrelierten, wurden mittels theoretisch gestützter Annahmen bezüglich ihrer Wirkung auf die Mathematikleistungen in zwei Strukturgleichungsmodellen, eines für die erste und eines für die vierte Klasse, genauer analysiert (vgl. Abbildung 3). Ein Einfluss der Intelligenz auf die Mathematikleistungen war dabei nur indirekt über die Kompetenzen der Ebene I und die Kompetenzen der Ebene II zu beobachten. Diese Mengen-Zahlen-Kompetenzen der ersten Ebene konnten weitaus besser durch die Zugriffsgeschwindigkeit auf das Langzeitgedächtnis erklärt werden und erklärten selbst knapp 40% der Varianz der höheren Kompetenzen der Ebene II. Diese waren wiederum selbst der beste Prädiktor für die schulischen Mathematikleistungen und klärten knapp 25% der Varianz in den Schulleistungen auf. Zudem hatte die soziale Schicht eine mit dem Alter zunehmende Bedeutung. Während sie keinen signifikanten Einfluss auf Vorläuferfertigkeiten und auf die Mathematikleistung in Klasse 1 nahm, sagte sie in der vierten Klasse beachtliche 18% der Unterschiede im DEMAT 4 vorher.



Anmerkung: Nicht signifikante Pfade sind gestrichelt bzw. bei marginalen Zusammenhängen nicht dargestellt.

Abbildung 3: Strukturgleichungsmodelle zur Vorhersage der Mathematikleistungen in der 1. Klasse/4. Klasse (nach Krajewski & Schneider, 2006)

Zur Überprüfung der spezifischen Vorhersagekraft der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf Mathematikleistungen wurden mit den Prädiktoren Regressionsanalysen zur Vorhersage der Rechtschreibleistungen berechnet. Weder in der ersten noch in der vierten Klasse klärten die Mengen-Zahlen-Kompetenzen hier Varianz auf. Damit bestätigten sie sich als spezifische mathematische Vorläuferfertigkeiten.

Mit knapp der Hälfte der ursprünglichen Stichprobe konnte am Ende des neunten Schuljahres ein weiteres Follow-Up durchgeführt werden (Krajewski & Ennemoser, 2009). Dabei wurden Aufgaben aus einem Mathematiktest für Berufsschüler (Hinze & Probst, 2007) eingesetzt und die Ergebnisse mit den vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen korreliert. Es zeigte sich immer noch ein mittlerer Zusammenhang, was darauf hindeutet, dass die vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen selbst auf die Mathematikleistungen zum Ende der Sekundarstufe I einen prädiktiven Effekt haben.

In einer neueren Studie (Krajewski, Schneider & Nieding, 2008) wurde unter anderem die Prädiktivität der Früherfassung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen (*MBK-0*; Krajewski, in Vorb.) erneut untersucht. Diese Aufgabensammlung setzte sich aus Subtests zur Zahlwortfolge und zur Zahlenkenntnis (Ebene I), zur Anzahlseriation, zum Mengenvergleich, zum

Anzahlvergleich und zum Anzahlkonzept (Ebene II) sowie zur Anzahldifferenz und dem Rechnen mit konkreten Materialien (Ebene III) zusammen. Sie wurde zu Beginn des letzten Kindergartenjahres bei 108 Kindern eingesetzt. Am Ende des ersten Schuljahres konnte mit 96 Kindern der DEMAT1+ durchgeführt werden. Die Korrelation zwischen MBK-0 zu Beginn des letzten Kindergartenjahres mit dem DEMAT1+ betrug $r = .61$ und war damit höher als die Korrelationen von Arbeitsgedächtnis ($r = .56$) und Intelligenz ($r = .45$) mit den DEMAT-Ergebnissen. Die spezifische Vorhersage der Mathematikleistungen zeigte sich in der deutlich geringeren Korrelation von MBK-0 mit dem Rechtschreibtest DERET 1-2 (Stock & Schneider, 2008) von $r = .40$. In einem Strukturgleichungsmodell konnten die basalen Kompetenzen der Ebene I (hier: Zahlenfolge & Ziffernkenntnis) 38% der Varianz der höheren Mengen-Zahlen-Kompetenzen der Ebene II (hier: Anzahlseriation und Anzahlkonzept) erklären, welche sich wiederum für die Aufklärung von 71% der Unterschiede in den knapp zwei Jahre später erhobenen Mathematikleistungen verantwortlich zeigten.

Mit 91 Kindern konnte zu Beginn des dritten Schuljahres ein Follow-Up mit dem DEMAT 2+ durchgeführt werden (Krajewski & Schneider, 2009b). Auch hier zeigte sich die spezifische prädiktive Validität des MBK-0. So korrelierten die Kompetenzen der Ebene I mit $r = .64$ und die Kompetenzen der Ebenen II und III mit $r = .66$ mit den Mathematikleistungen zu Beginn des dritten Schuljahres, während die Rechtschreibleistungen (DERET 1-2) nur Korrelationen von $r = .45$ (Ebene I) bzw. $r = .45$ (Ebene II und III) und das Leseverstehen (ELFE; Lenhard & Schneider, 2006) Korrelationen von $r = .52$ (Ebene I) bzw. $r = .45$ (Ebene II und III) aufwiesen. In einem Strukturgleichungsmodell konnten die Kompetenzen der Ebene I 22% der Varianz in den Kompetenzen der Ebene II und III und 14% der Varianz in den Mathematikleistungen zu Beginn der dritten Klasse erklären, die Kompetenzen der Ebenen II und III sagten sogar 27% der Unterschiede in den Mathematikleistungen vorher, während die ebenfalls vorschulisch erhobenen Arbeitsgedächtnisleistungen nicht direkt zur Varianz-aufklärung beitragen konnten.
In den Studien von Krajewski und Kollegen stellt sich damit der Nachweis der hierarchischen Abfolge der Entwicklung mathematischer Kompetenzen als kohärenter Befund ein. Die frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen der niedrigeren Ebenen sagen also die Leistung in den höheren Ebenen vorher, welche wiederum einen großen Teil der Varianz in den späteren mathematischen Schulleistungen erklären können.

Andere Arbeitsgruppen konnten ebenfalls die Bedeutung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen replizieren. Weißhaupt, Peucker und Wirtz (2006) testeten beispielsweise 129

Vorschulkinder ein halbes Jahr sowie zwei Monate vor Einschulung mit einem Diagnostikum zur Entwicklung des Zahlkonzepts (DEZ), das von den Kindern folgende Kompetenzen verlangte: Zählkenntnisse (Ebene I), Mengenvergleich, Mengeninvarianz, Subitizing, Anzahlkonzept, Seriation (Ebene II), Zahlzusammensetzung, Teil-Ganzes und Textaufgaben (Ebene III). Die schulischen Mathematikleistungen wurden mit dem DEMAT1+ erhoben. In einem Strukturgleichungsmodell zeigte sich, dass die Intelligenz ein signifikanter Prädiktor für die erfassten mathematischen Basiskompetenzen ein halbes Jahr vor Schulbeginn war (β = .51). Die Basiskompetenzen erwiesen sich als hoch stabil bis zur Einschulung (β = .89) und erlaubten dann mit 50% Varianzaufklärung eine sehr gute Vorhersage späterer Mathematikleistungen am Ende der ersten Klasse (β = .70). Die Intelligenz konnte hierbei nicht weiter zur Varianzaufklärung beitragen. In einer Klassifikationsanalyse von 51 Kindern konnten alle drei Kinder, die im DEMAT 1+ zu den schlechtesten 15% gehörten, durch die vorschulischen Basiskompetenzen identifiziert werden.

Eine Schweizer Längsschnittstudie (siehe von Aster, Schweiter, Weinhold Zulauf, 2007; von Aster, Bzufka & Horn, 2009) hatte ebenfalls zum Ziel, mit Hilfe der numerischen Basisfertigkeiten im letzten Kindergartenjahr die Rechenleistungen am Ende der zweiten Klasse vorherzusagen. Dazu wurde sechs bis zwölf Monate vor der Einschulung bei 381 Kindern die Kindergartenversion der *Neuropsychologischen Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern* (ZAREKI-K; von Aster, Bzufka & Horn, 2009) durchgeführt. Diese prüft mathematische Vorläuferfertigkeiten in folgenden Aufgaben: Zählaufgaben (mündliches Vorwärts- und Rückwärtszählen, Zählen in Zweier-Schritten, Benennen des Vorläufers oder Nachfolgers einer Zahl, Abzählen von Punkten; Ebene I) simultanes Erfassen (Subitizing) und Schätzen von Mengengrößen, Mengeninvarianz, Zuordnung von Zahlen zu analogen Positionen auf einem Zahlenstrahl und die Einschätzung der relativen, auf einen Kontext bezogenen Größe einer Zahl (Ebene II) sowie einfache Textaufgaben, Verändern von Mengen (Ebene III), Kopfrechnen und die Arbeitsgedächtnisaufgabe Zahlenfolgen nachsprechen. Durch Auffälligkeiten in diesen vorschulisch erhobenen Basisfertigkeiten konnten 61.5% der Kinder, die am Ende der zweiten Klasse von einer Rechenschwäche betroffen waren (was hier einem PR < 6.8 in der ZAREKI-R [von Aster, Weinhold Zulauf & Horn, 2006] entsprach) identifiziert werden.

An dieser Stelle soll noch auf eine weitere Studie eingegangen werden, die LOGIK-Studie (**LO**ngitudinalstudie zur **G**enese **I**ndividueller **K**ompetenzen**;** Weinert, 1998; Weinert & Schneider, 1999). Hier wurde zwar nicht explizit auf mathematische Basiskompetenzen fokussiert, dafür machen die Ergebnisse aber deutlich, wie langfristig die Vorhersage mathematischer Leistungen durch mathematische Kompetenzen in der Grundschule gültig sein kann. Stern (2003) untersuchte an 58 Elftklässlern, die ein Gymnasium oder eine Fachoberschule besuchten, die Vorhersagekraft gesammelter Daten aus den Bereichen Textaufgaben, Rechnen und Intelligenz ab der zweiten Klasse. Die Textaufgaben bestanden in der Grundschule aus komplexen Vergleichsaufgaben (z.B.: „Peter hat fünf Murmeln. Susanne hat drei Murmeln mehr als Peter. Wie viele Murmeln haben Susanne und Peter zusammen?“) und erforderten ein Verständnis für Anzahlrelationen (Ebene III). Zudem sollten Rechenaufgaben aus zwei Operanden bearbeitet werden. Die Intelligenz wurde in der zweiten und dritten Klasse durch nonverbale, ab der vierten Klasse durch sprachliche Intelligenztests erhoben. In der elften Klasse wurden beide Arten von Tests vorgegeben und zu einem Wert zusammengefasst. Außerdem wurde in der elften Klasse der für die Mittelstufe konzipierte *TIMSS-Test* (Third International Mathematics and Science Study; Baumert, Bos & Lehmann 2000) eingesetzt, um die mathematische Leistung der Schüler zu bestimmen.

Besonders beachtenswert sind die Zusammenhänge der Leistungen zum Anfang und Ende des Untersuchungszeitraums. Hier korrelierte die in der zweiten Klasse erhobene Fähigkeit, Textaufgaben zu lösen mit $r = .58$ mit der Mathematikleistung in der elften Klasse, die Korrelationen von Intelligenz und Rechenfertigkeit mit der Mathematikleistung neun Jahre später waren jedoch nicht signifikant. Über die gesamte Studie blieb die Vorhersagewirkung der gelösten Textaufgaben in der zweiten Klasse besser als die der Intelligenz. Selbst der in Klasse 11 gemessene Intelligenzwert korrelierte nur mit $r = .41$ mit den gleichzeitig gemessenen Ergebnissen im TIMSS-Test.

Für die Vorhersagekraft der Fähigkeit für Anzahlrelationen sprach auch, dass es keine Kinder gab, die in der elften Klasse überdurchschnittliche Leistungen zeigten, wenn sie nicht schon in der zweiten Klasse überdurchschnittliche Leistungen im Bereich Textaufgaben gezeigt hatten. Auf der anderen Seite gab es Kinder, die in der zweiten Klasse überdurchschnittliche Leistungen erbrachten, aber im weiteren Verlauf nur noch durchschnittliche bis unterdurchschnittliche Ergebnisse erzielen konnten. Stern kommt deshalb zu dem Ergebnis, dass die mathematischen Leistungen in Klasse 11 vor allem auf das kumulierte mathematische Wissen zurückzuführen sind, nicht auf die Intelligenz.

3.4.2 Retrospektive Analysen

Die Ergebnisse der im letzten Abschnitt dargestellten Längschnittstudien, die die besondere Vorhersagekraft mathematischer Basiskompetenzen für die späteren Rechenleistungen herausstellen, werden durch Studien bestätigt, die die Basiskompetenzen von rechenschwachen Kindern untersuchen. So gibt es zahlreiche Studien, die retrospektiv die vorschulischen Basiskompetenzen von rechenschwachen Schülern mit Schülern, deren Mathematikleistung im Durchschnittsbereich liegt, vergleichen. Krajewski & Schneider (2009a) teilten beispielsweise Viertklässler nach ihren Ergebnissen im DEMAT 4 in eine Low-Performance- (schwächste 35%) und in eine Kontrollgruppe mit unauffälligen Rechenfähigkeiten. Es zeigte sich, dass die Subgruppe der Low-Performer bereits in den vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen signifikant schwächer abgeschnitten hatte als die Kontrollgruppe (d = 0.85 bzw. 0.82 für die beiden vorschulischen MZP). Ähnliche Unterschiede zeigten sich nur in der Abrufgeschwindigkeit aus dem Langzeitgedächtnis (d = 0.74 bzw. 0.92), während sich die Gruppen bezüglich der Intelligenz (d = 0.64) und dem sozioökonomischem Status (d = .51) nicht so stark unterschieden. Selbst für Schüler der neunten Klasse (Krajewski & Ennemoser, 2009) zeigte ein retrospektiver Mittelwertvergleich, dass die Schüler mit geringeren Mathematikleistungen in Klasse 9 (PR < 35) signifikant schlechter in den vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen abgeschnitten hatten als die besseren Rechner.

Auch von Aster et al. (2007) sowie Mazzocco & Thompson (2005) konnten Ähnliches zeigen. In ihren Studien schnitten Kinder mit Rechenschwächen in der zweiten und dritten Klasse in den vorschulischen Mathekompetenzen signifikant schlechter ab als Kinder ohne Rechenschwäche. Die betroffenen Bereiche umfassten dabei alle drei Kompetenzebenen.

3.4.3 Mathematische Basiskompetenzen bei schwachen Rechnern in Grund- und Sekundarstufe

Rechenschwache Kinder schneiden aber nicht nur in den vorschulisch erhobenen Basiskompetenzen schlechter ab als ihre Altersgenossen, sie zeigen auch im weiteren Verlauf der Schulzeit noch gravierende Schwächen in mathematischen Basiskompetenzen. In einer Studie mit bayrischen Dyskalkulikern der dritten und vierten Jahrgangsstufe (Gaupp, Zoelsch, Schumann-Hengsteler, 2004) konnte beispielsweise gezeigt werden, dass Kinder mit einer diagnostizierten Dyskalkulie noch am Ende der Grundschulzeit in einigen der untersuchten Basiskompetenzen signifikant schlechter abschneiden als normal rechnende Kinder. Die beeinträchtigten Bereiche betrafen das Vergleichen von Zahlen (Ebene II), das Lokalisieren von Zahlen auf einem Zahlenstrahl (Ebene II), das Schätzen von Objektmengen (Ebene II) sowie komplexe Zählaufgaben (Ebene I).

Geary, Hamson und Hoard (2000) konnten Defizite bei rechenschwachen Erst- und Zweitklässlern in numerischen Basiskompetenzen wie Zahlen erkennen und Zahlen nach Diktat schreiben (Ebene I), Anzahlvergleich (Ebene II) sowie Zählfertigkeiten (Ebene I) feststellen. Landerl, Bevan und Butterworth (2004) untersuchten 8- und 9-jährige Schüler, die entweder eine Rechenschwäche, eine Rechen- und Leseschwäche oder nur eine Leseschwäche hatten oder unauffällig waren. Während sich die vier Gruppen hinsichtlich ihrer Fehlerrate und der Antwortgeschwindigkeit beim Zahlendiktat von zweistelligen Zahlen und beim Größenvergleich nicht signifikant unterschieden, gab es Unterschiede beim Zahlenerkennen, beim Anzahlvergleich, beim Wiedergeben von verschiedenen Zählsequenzen und beim Abzählen von kleinen Punktmengen. Die Unterschiede zeigten sich jedoch nicht in der Fehlerhäufigkeit. Diese war generell recht niedrig. Stattdessen benötigten die beiden Gruppen mit Mathedefiziten signifikant länger für ihre Antworten als die Leseschwäche- und die Kontrollgruppe. In Belgien konnten Rousselle und Noël (2007) diese Ergebnisse in einer ähnlich angelegten Untersuchung replizieren. Hier zeigten sich Unterschiede in der Antwortgeschwindigkeit beim Anzahlvergleich zwischen Kindern mit Rechenschwäche und den Kindern der Kontrollgruppen. Zusätzlich konnte eine gering höhere Fehlerrate bei rechenschwachen Kindern beobachtet werden. Die Differenzen begrenzten sich aber auf den symbolischen Ziffernbereich. Beim Vergleich von bildlich dargestellten Mengen konnten keine Unterschiede gefunden werden.

Moser-Opitz (2005) konnte sogar in der fünften und achten Klasse zeigen, dass rechenschwache Schüler spezifische Aspekte des Lernstoffes der ersten vier Schuljahre, die auf dem Verständnis von Anzahldifferenzen und dem Teil-Ganzes-Verständnis (Ebene III) beruhen, nicht oder nur teilweise erworben haben. Sie schnitten aber nicht nur bei Aufgaben zum Verdoppeln, Halbieren oder zur Zahlzerlegung schlechter ab als die Kontrollgruppe, sondern auch bei diversen Zählaufgaben (Ebene I).

Auch Krajewski und Ennemoser (2010b) untersuchten, wie die Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei Sekundarstufenschülern ausgebildet sind. Dafür legten sie Fünft- bis Achtklässlern die gleichen Aufgaben wie schon in den diversen Studien im Vorschulalter (vgl. Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider 2009a, 2009b) vor, transformierten diese aber auf höhere Zahlenräume. Sie stellten fest, dass insbesondere Haupt- und Realschüler oft substantielle Rückstände in ihren mathematischen Basiskompetenzen aufweisen. So verfügten beispielsweise bereits gymnasiale Fünftklässler über signifikant bessere Basiskompetenzen als Haupt- und Realschüler am Ende der 8. Klassenstufe.

3.5 Zusammenfassung

Die Entwicklung *mathematischer Basiskompetenzen* (bzw. von *Mengen-Zahlen-Kompetenzen*), im englischen Sprachraum auch als *Number Sense* oder *Quantity-Number Competencies* bezeichnet, beginnt mit der Geburt und ist beim Schuleintritt keinesfalls abgeschlossen. Nach einem aktuellen Modell von Krajewski (2008a) vollzieht sich diese Entwicklung auf drei Ebenen. Während auf Ebene I grundlegende Fertigkeiten, wie das Vergleichen von numerisch unbestimmten Mengen oder das Aufsagen der Zahlenreihe, unabhängig voneinander erlernt werden, steht die Verknüpfung dieses Mengen- und Zahlenwissens auf Ebene II im Vordergrund. Mit dem Erwerb des Anzahlkonzepts, dem Verständnis, dass jede Zahl einer Menge zugeordnet werden kann und umgekehrt, werden Kinder fähig, Anzahlen in aufsteigender Reihenfolge zu sortieren und zu vergleichen. Auf Ebene III werden schließlich erste Grundlagen für das abstrakte Rechnen gelegt. Die Kinder sind nun in der Lage, Beziehungen zwischen Mengen anhand von Zahlen darzustellen und erste Rechenoperationen, wie das Zusammenzählen aller Elemente aus zwei Mengen oder das Bestimmen von Anzahlunterschieden zwischen Mengen, zu verstehen.

In verschiedenen internationalen Längsschnittstudien haben sich frühe mathematische Basiskompetenzen als bester Prädiktor für spätere mathematische Schulleistungen herausgestellt. Gleichzeitig zeigt sich, dass selbst ältere Grundschüler noch häufig Probleme bei Aufgaben haben, für die explizit solche Kompetenzen benötigt werden. Eine frühe Förderung mathematischer Basiskompetenzen scheint deshalb unerlässlich, um allen Schülern ein stabiles Fundament für die spätere Grundschulmathematik mitzugeben.

4 Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Die im letzten Kapitel berichteten Befunde sind auf der einen Seite ermutigend, denn sie belegen eindrucksvoll, dass bereits Hinweise auf eine sich anbahnende Rechenschwäche frühzeitig entdeckt werden können. Auf der anderen Seite belegen sie aber auch, dass viele Kinder mit unzureichend entwickelten Mengen-Zahlen-Kompetenzen nicht hinreichend genug im regulären Unterricht gefördert werden können, damit sie nicht rechenauffällig werden. Abhilfe können hier Förderprogramme bieten, die sich explizit diesen Kompetenzrückständen zuwenden. Die meisten der vorliegenden Programme sind jedoch weniger für die Schule, sondern eher für das letzte Kindergartenjahr konzipiert worden. Das folgende Kapitel soll über verfügbare Programme informieren. Dazu werden zunächst vor allem englischsprachige und im Besonderen amerikanische Förderkonzepte vorgestellt, denen lange Zeit eine Vorreiterrolle zukam, bevor auf aktuelle deutschsprachige Programme eingegangen werden soll. Neben den Förderinhalten sollen auch die Ergebnisse von Evaluationsstudien zu den Programmen berichtet werden, was jedoch leider nicht durchgängig möglich ist, da zu vielen Programmen eine wissenschaftliche Überprüfung fehlt. Eine besondere Stellung in diesem Kapitel nimmt das Programm *Mengen, zählen, Zahlen* (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) ein, da es im empirischen Teil dieser Arbeit eingesetzt wurde und deshalb hier etwas ausführlicher dargestellt werden wird. Eine tabellarische Übersicht über alle Förderprogramme und Evaluationsstudien findet sich im Anhang (Anhang B, Tabelle 20).

4.1 Internationale Förderansätze

4.1.1 Förderung im Vorschulbereich

In den USA wurde im letzten Jahrzehnt viel Geld in die Hand genommen, um Kindern, insbesondere aus sozioökonomisch benachteiligten Familien, den Übergang vom Kindergarten in die Grundschule zu erleichtern. Im Lernbereich Mathematik führten diese Anstrengungen zur Entwicklung gleich mehrerer Förderkonzepte, die aber alle das gleiche Ziel verfolgen, nämlich die mathematischen Basiskompetenzen (bzw. den Number Sense) der Kinder zu verbessern. Diese Programme sind meist an den Standards des *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) orientiert. Diese Standards gelten als grundlegende Leitlinien für den Mathematikunterricht vom Kindergartenalter bis zur High School. Für die mathematische Grundbildung, die von der Pre-K-Stufe[9] bis zum zweiten Grundschuljahr reicht, werden hier beispielsweise im Bereich Zahlen und Operationen als Ziele das Verstehen von Zahlen, Zahlrepräsentationen, Zahlbeziehungen und Zahlsystemen angegeben. Im Einzelnen wird unter anderem erwartet, dass alle Schüler folgende Kompetenzen erwerben sollten:

- Zählen und Abzählen;
- Verständnis für Ordinal- und Kardinalzahlen und ihre Beziehungen, sowie Größe und Position von ganzen Zahlen;
- Verständnis für ganze Zahlen, flexible Benutzung, Zahlbeziehungen, Zahlzusammensetzungen und Zahlzerlegungen;
- Mengen-Zahl-Zuordnungen, Umgehen mit verschiedenen Modellen und Repräsentationen;
- Verständnis für das Stellenwertsystem. (vgl. NCTM, 2000)

Viele amerikanische Programme, die an diesen Standards orientiert sind, sind zudem auf die Förderung von sozial benachteiligten Schülern ausgerichtet, so auch das aus dem *Berkeley Math Readiness Project* vorgegangene *Preschool Mathematics Curriculum (PMC;* Klein, Starkey & Ramirez, 2002).
Das PMC ist ein Konzept zur Förderung vier- bis fünfjähriger Kinder (Pre-K) in den USA und zielt auf die Bereiche Numerik und Geometrie. Im Mittelpunkt stehen Kompetenzen, die den beiden ersten Kompetenzebenen von Krajewskis Modell (2008a; vgl. Abbildung 2) zugeordnet werden können, wie das Zählen und das Vergleichen von Mengen. Zudem werden geometrische Aspekte, wie das Ergänzen von Mustern, behandelt. Das Programm wird in Kleingruppen durchgeführt und von einem Lehrer begleitet. Eine Anpassung an individuelle Voraussetzungen ist möglich. Auch die Eltern werden ermutigt, bestimmte Übungen zu Hause mit ihren Kindern durchzuführen. In einer ersten Evaluation (Klein & Starkey, 2004; vgl. auch Starkey, Klein & Wakeley, 2004) bei der insgesamt 163 Pre-K Kinder beteiligt waren, konnten signifikante Verbesserungen bei den geförderten Kindern festgestellt werden. Kinder aus Familien mit niedrigem sozioökonomischen Status (socio economic status = SES) profitierten dabei mehr als Kinder aus Familien mit hohem SES. In einer zweiten größeren

[9] Pre-Kindergarten (Pre-K) beginnt in den USA im Alter von 4 bis 5 Jahren und soll auf den eher verschulten Kindergarten (K) vorbereiten. Der Besuch der Pre-K-Stufe ist nicht verpflichtend, häufig soll er aber benachteiligte Kinder auf ein besseres Ausgangsniveau verhelfen.
Kindergarten (K) ist dagegen am ehesten mit dem in Deutschland nicht obligatorischen Vorschuljahr (bzw. der Vorklasse) zu vergleichen. Der Kindergarten gilt als erstes Jahr der formalen Bildung und ist dem Schulsystem zugehörig.

Studie mit 278 Kindern, in der neben den Übungen im Kindergarten und zu Hause auch computerbasierte Trainingsaufgaben durchgeführt wurden, wurde eine Effektstärke von *d* = .55 gegenüber einer Kontrollgruppe, die den normalen Unterricht erhalten hatte, festgestellt (Klein, Starkey, Clements, Sarama, Iyer, 2008).

Das Förderprogramm *Building Blocks* (Clements & Sarama, 2007a), das in den USA ab der PreK-Stufe eingesetzt werden kann, umfasst ebenfalls die beiden Bereiche visuell-räumliche Geometrie und numerische Kompetenzen und wurde schon seit der Entwicklungsphase umfassend evaluiert (vgl. Clements & Sarama, 2007b),

Die Förderung im numerischen Bereich erfolgt hier auf allen drei Ebenen des Krajewski-Modells, von der Zahlenkenntnis bis zum Verstehen von Anzahlunterschieden. Die Förderung wird dabei in den Alltagsunterricht integriert. Die Schüler beschäftigen sich einmal pro Woche in der Kleingruppe und viermal pro Woche in der Großgruppe für je 10-15 Minuten mit Spielen, Büchern, Arbeitsblättern oder materialgebundenen Anschauungsgegenständen, anhand derer die mathematischen Kompetenzen vermittelt werden sollen. Zudem werden zweimal wöchentlich Computerübungen mit jedem Kind durchgeführt. Auch bei *Building Blocks* bekommen die Eltern wöchentliche Rückmeldungen und Anregungen für Übungen, die sie zu Hause durchführen können.

In einer Wirksamkeitsstudie (Clements & Samara, 2008) mit 250 Kindern verzeichneten die Kinder, die an dem Programm teilgenommen hatten, nach einem 26-wöchigen Training einen substantiellen Vorsprung (*d* = 0.47) vor einer Vergleichsgruppe, die ein anderes Programm (das oben vorgestellte PMC) erhalten hatte, sowie einer unspezifisch geförderten Kontrollgruppe (*d* = 1.07). Die in Building Blocks enthaltene PC-Trainingssoftware wurde mittlerweile in andere Förderprogramme eingearbeitet (z.B. *Number Worlds*, s.u.).

Das Programm *Number Worlds (Griffin, 2008; vgl. auch Griffin, 2004a, 2005)* wurde seit Beginn der 90er Jahre entwickelt, um Kindergartenkinder vor späteren Rechenproblemen in der Schule zu schützen. Zunächst wurden drei Module für Pre-K-Kinder, Kindergartenkinder und Erstklässler vorgelegt. Jedes Programmmodul ist für ein tägliches Training von 45 Minuten über einen Zeitraum von 30 Wochen ausgelegt. Ziel des Programms ist es, erstens die drei Welten *Zählzahlen*, *Mengen* und *formale Zahlsymbole* zu verbinden, zweitens den Kindern die Kontexte näher zu bringen, in denen Mengen und Zahlen Verwendung finden, und drittens Lernumgebungen zur Verfügung zu stellen, in denen Kinder die gewünschten Fähigkeiten handelnd und interaktiv entwickeln können. Für jede Klassenstufe existieren fünf

„Länder“. Im *Object-Land* befassen sich die Kinder mit realen Mengendarstellungen, im *Picture-Land* werden stilisierte Repräsentationen von Mengen und Zahlen wie Punktemuster, Würfelbilder oder andere Mengenabbildungen genutzt. Im *Line-Land* werden Zahlen auf einer Linie angeordnet (ordinale Darstellung). Zudem muss hier die Verbindung zwischen der physikalischen Addition und Subtraktion von Zahlen sowie dem Vor- und Rückwärtsspringen am Zahlenstrahl hergestellt werden. Während im Line-Land die Zahlen horizontal angeordnet sind, werden im *Sky-Land* die Zahlen vertikal betrachtet und ihre Funktion für Messungen erarbeitet. Im *Circle-Land* wird schließlich eine kreisförmige Struktur der Zahlen, wie sie in Kuchendiagrammen eine Rolle spielt, angesprochen. Der Ablauf der Fördersitzungen verläuft stets gleich. Nach einer Warm-Up-Phase, in der in der jeweiligen Welt gezählt wird, schließen sich Klein- oder Großgruppenaktivitäten an, die von den Kindern je nach Leistungsstand auch selbstständig durchgeführt werden können. Als Arbeitsmaterialien stehen Spiele, Arbeitsblätter, Karten und weitere Requisiten zur Verfügung. Die Kinder werden durch Nachfragen der Lehrer angehalten, über die Inhalte zu reflektieren und so Problemlösestrategien zu entwickeln. Zum Abschluss gibt es eine Wrap-Up-Phase, in der die Kinder beschreiben sollen, was sie gemacht und was sie gelernt haben. Hierzu soll auch vorsichtiges Nachfragen des Lehrers beitragen, um das Verständnis der Kinder zu festigen und zu vertiefen (vgl. Griffin, 2004a, 2005).

Griffin (2004b) spricht von sehr guten Evaluationsergebnissen für das Programm Number Worlds. So konnten geförderte Kinder Rückstände im Number Sense aufholen und gar auf einem höheren Niveau in die Schule starten als ihre Mitschüler. Leider werden hier jedoch keine kompletten statistischen Daten berichtet.

In einer weiteren Studie (vgl. Griffin, 2005) stellte sich heraus, dass Kinder ($N = 23$), die das *Number Worlds*-Programm im Kindergarten durchlaufen hatten, ein höheres Zahlenwissen erreichten als die Kontrollgruppe ($N = 24$). So erreichten 87% der Kinder im *Number Knowledge Test* (NKT, s.a. Kapitel 3.4.1, S. 29) unauffällige Werte, allerdings nur 25% der Kontrollgruppe. In einem Follow-Up am Ende der ersten Klasse konnte jeweils knapp die Hälfte der Kinder noch einmal getestet werden. Es gab noch immer tendenzielle Unterschiede im NKT, die aufgrund von Deckeneffekten aber nicht mehr signifikant ausfielen. Allerdings zeigte die geförderte Gruppe signifikant bessere Leistungen in mündlichen Rechenaufgaben sowie in ungeübten Textaufgaben.

Mittlerweile existieren Fortführungen von Number Worlds bis zur Klasse 8. Diese sollen bei Schülern eingesetzt werden, die ein bis zwei Jahre hinter den Anforderungen ihrer Klassenstufe zurückbleiben. Das Programm ist in einigen Gegenden der USA schon institutionalisiert. In Florida wird es beispielsweise flächendeckend im Rahmen des RTI-Ansatzes als zweite und dritte Förderstufe eingesetzt[10].

Big Math for Little Kids (BMLK; Ginsburg, Balfanz & Greenes 2003) ist ein weiteres amerikanisches Programm, das entwickelt wurde, um vier- bis sechsjährigen (Pre-K und K) Kindern die Grundzüge der Mathematik zu vermitteln. Den Erziehern und Lehrern wird eine strukturierte Abfolge von Aktivitäten und den zugehörigen Verbalisierungen zur Verfügung gestellt. So liegen standardisierte Instruktionen vor und die Förderung kann sowohl in großen und kleinen Gruppen als auch in Einzelförderung durchgeführt werden. Es gibt Spiele, Aktivitäten, aber auch individuell zu bearbeitende Aufgabenblätter. Das Programm sollte 20 bis 30 Minuten pro Tag in den beiden Vorschuljahren angewendet werden.
BMLK besteht aus sechs verschieden Bereichen: Im Bereich *Zahlen* wird den Kindern das Zählen und die Ziffernkenntnis vermittelt. Die Kinder sollen vor allem lernen, dass Eigenschaften der Mengen (Farbe, Form, Funktion) nichts mit der Quantität zu tun haben. Die Aufmerksamkeit wird zudem auf unterschiedliche Repräsentationen einer Zahl gerichtet (symbolisch, auditiv, quantitativ). Im Bereich *Zahloperationen* wird auf den Aufbau des Teil-Ganzes-Verständnisses und auf Relationen zwischen Zahlen fokussiert. Außerdem wird hier auf eine mathematisch adäquate Sprache großer Wert gelegt. Weitere Förderbereiche umfassen *Formen, Messen, Muster und Logik* sowie *Raum* (Lagebeziehungen). Greenes, Ginsburg und Balfanz (2004) stellen in ihrem Artikel zum Programm fest, dass aufgrund von Beobachtungen davon auszugehen ist, dass Kinder nicht nur in ihrer mathematischen Entwicklung vom Programm profitieren, sondern auch ihre Sprachentwicklung positiv beeinflusst werden könnte. Obwohl in diesem Artikel weitere Forschungsaktivitäten in Aussicht gestellt werden, fehlt bis heute eine veröffentlichte empirische Überprüfung des Programms. Unveröffentlichte Befunde (vgl. Ginsburg, Lewis & M. Clements, 2008) berichten zwar von einer Effektstärke von d = .43 gegenüber einer untrainierten Kontrollgruppe, wobei die Unterschiede aber nicht signifikant ausfielen.

In den letzten Jahren wurden jedoch nicht nur umfangreiche Förderprogramme entwickelt, die möglichst großflächig in Kindergärten zum Einsatz kommen sollen. Viele Forscher haben auch Konzepte nach ihren eigenen Vorstellungen umgesetzt oder versucht mit vorhandenen Materialien die mathematischen Basiskompetenzen von Vorschülern anzuheben.

[10] Informationen hierzu unter http://www.flnumberworlds.com/ [zuletzt geprüft am 06.12.2010]

Ramani und Siegler (2008) konnten beispielsweise zeigen, dass das Spielen von Brettspielen (insgesamt 4 x 15-20 Minuten im Zeitraum von zwei Wochen), bei denen auf die Benennung der Zahlen, die auf den Spielfeldern stehen, Wert gelegt wird, bei fünfjährigen Kindern zu signifikanten Kompetenzsteigerungen im Zählen, in der Ziffernkenntnis, bei Anzahlvergleichen und beim Einordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl führt. Diese Kompetenzsteigerungen der Ebenen I und II blieben neun Wochen später erhalten (vgl. auch Siegler, 2009). Whyte und Bull (2008) konnten diesen Befund auch für unter 4-Jährige bestätigen.

Eine Förderung von Arnold, Fisher, Doctoroff und Dobbs (2002) hatte zum Ziel die mathematischen Kompetenzen von Kindergartenkindern zwischen 3.5 und 5.5 Jahren zu steigern. Das entwickelte Programm sollte den Kindern Spaß bereiten und den Lehrern eine große Auswahlmöglichkeit an Übungen bieten, die sie an die Vorerfahrungen ihrer Kinder anpassen konnten. Die ersten drei Wochen beinhalteten Übungen für den Stuhlkreis, die letzten drei Wochen Kleingruppenaktivitäten. Die Aktivitäten, die z.B. Spiele, Musik, Bücher und Diskussionen umfassten, enthielten Übungen zum Zählen, Zahlen erkennen und schreiben, Eins-zu-Eins-Zuordnungen, Vergleiche und Mengen-Zahl-Zuordnungen, also Kompetenzen der Ebenen I und II. Eine Evaluationsstudie mit 103 Kindern erbrachte einen signifikanten Fördereffekt in einem standardisierten Test (TEMA; Ginsburg & Baroody, 2003). Zudem gaben die geförderten Kinder an, dass sie mehr Freude bei mathematischen Aktivitäten verspürten. Die Lehrer berichteten, dass sie zum einen nun mehr Spaß am Mathematikunterricht hätten und zum anderen sich ihre Förderkompetenz gesteigert habe.

In den Niederlanden begann man sich schon zu Beginn der 90er Jahre mit der Förderung entwicklungsverzögerter Kinder zu beschäftigen. Van Luit und van de Rijt (1995) entwickelten ein Programm (*Additional Early Mathematics; AEM*), mit dem mathematische Basiskompetenzen und verschiedene Strategien zum Lösen einfacher arithmetischer Probleme vermittelt werden sollten. Es verbindet die klassischen Operationen Seriation, Klasseninklusion und Invarianz (vgl. Piaget & Szeminska, 1975) mit der Entwicklung des Zählens. Das Programm richtet sich an 4-7-Jährige Vorschulkinder[11] mit Problemen in diesen Kompetenzen und besteht aus 26 halbstündigen Sitzungen in denen die Zahlen *1* bis *20* erlernt werden sollen. Die Vermittlung erfolgt in alltäglichen Kontexten. Van de Rijt und van Luit (1998) beschreiben beispielsweise ein Post-Spiel. Hierbei müssen die Kinder zählen, wie viele Briefe ein Postbote auszutragen hat, wie viele Briefmarken für eine bestimmte Menge an Briefen benötigt werden usw. Im Programm finden zwei- und dreidimensionale Gegenstände

[11] In den Niederlanden ist die Vorschule in die Grundschule integriert. Alle Kinder im Alter von 5 Jahren besuchen diese „Basisschool“. Im Alter von 4 Jahren sind es immerhin 97% (van Luit & van de Rijt, 1998).

Verwendung. In einer Studie (van de Rijt & van Luit, 1998) wurde das Programm in zwei verschiedenen Formen bei einer ausgelesenen Stichprobe von Risikokindern (N = 136 von 505 Kindern) ausprobiert, einmal eher entdeckenlassend und einmal mit strukturierten Instruktionen. Beide Programmformen schnitten sowohl zum Nachtest als auch im sieben Monate später durchgeführten Follow-Up besser ab als die ungeförderten Kontrollgruppen, zudem konnten die geförderten Gruppen im Gegensatz zu den Kontrollgruppen den Anschluss an die restlichen Kinder herstellen. Die Form der Trainingsdurchführung schlug sich nicht im Ergebnis nieder, wobei in einer qualitativen Auswertung die Lehrerkommentare zur strukturierten Instruktion positiver ausfielen.

L. Fuchs, D. Fuchs und Karns (2001) führten in einer großen Studie mit mehr als 200 Kindergartenkindern in den USA ein mathematisches Basiskompetenztraining durch. Als Methode wählten sie dafür das Peer-Assisted-Learning (PALS = Peer-Assisted-Learning Strategies). Hierbei arbeiten immer zwei Kinder zusammen, wobei ein Kind die Rolle des Tutors und das andere Kind die Rolle des Tutanden annimmt. Die Lehrer ersetzten durch das PALS-Programm mit 15-minütigen Einheiten, die zweimal pro Woche über 15 Wochen stattfanden, alle sonstigen Mathematikaktivitäten. Inhaltlich wurden Zahlenkenntnis, Anzahlkonzept, Anzahlvergleiche, Zahlzusammensetzungen und Anzahlrelationen geübt. Dazu wurde ein Programm, das die Grundlage für das oben dargestellte *Number Worlds* bildete, für PALS adaptiert. Die Kontrollgruppe bekam die übliche Mathematikzuwendung des Kindergartens. Als Ergebnis konnte festgehalten werden, dass die mit PALS geförderten Kinder ihre mathematischen Kompetenzen stärker verbessern konnten als die Kontrollgruppe (d = 0.24), wobei dieser Effekt für Kinder des ganzen Kompetenzspektrums galt, mit Ausnahme der Kinder, die im Vortest am besten abgeschnitten hatten (was eventuell auf Deckeneffekte zurückzuführen ist). Diese profitierten jedoch vor allem in Transferaufgaben (höherer Zahlenbereich, komplexere Additions- und Subtraktionsaufgaben, Stellenwertsystem), so dass das Training mathematischer Basiskompetenzen durch PALS als sinnvoll für alle Kinder im Kindergarten angesehen werden kann.

4.1.2 Förderung im Grundschulalter

Während für das Kindergartenalter eine stattliche Anzahl an Förderkonzepten existiert, liegen für den Beginn der Grundschule nur wenige Ansätze vor, die explizit auf mathematische Basiskompetenzen fokussiert sind. Dowker (2005) nennt lediglich zwei Programme. Das *Mathematics Recovery Programm* (Wright, Martland & Stafford, 2000) wurde in Australien entwickelt und findet mittlerweile auch in England Anwendung (Willey, Holliday &

Martland, 2007). Es handelt sich um ein intensives Training für rechenschwache Erstklässler, bei dem in einem Zeitraum von 12-14 Wochen eine halbe Stunde täglich im individuellen Setting mit den Kindern geübt wird. Die Kinder werden dabei vor der Förderung getestet und anhand dieser Ergebnisse wird die Förderung abgestimmt. Die Übungen umfassen alle Kompetenzebenen und reichen vom Einüben der Zahlwortfolge, dem Abzählen von Objekten und dem Erlernen der Ziffernschreibweise über Übungen des Teil-Ganzes-Verständnisses bis zum Bearbeiten von arithmetischen Grundproblemen. Die meisten Übungen werden in mündlichen Interaktionen zwischen Schüler und Förderer bearbeitet, es gibt aber auch Materialien, beispielsweise Spielkarten.

Es wird berichtet, dass die teilnehmenden Kinder nach der Förderung oft altersangemessene Leistungen erzielten. Zudem äußerten sich die Lehrer positiv über das Programm und wendeten im Anschluss viele Prinzipien selbst in ihrem Unterricht an. Die Kompetenzsteigerungen traten auch bei einer verkürzten Trainingsdauer von nur 20 Sitzungen ein (vgl. Willey, Holliday & Martland, 2007). Leider fehlt eine Kontrollgruppenstudie um die Höhe der Effekte zu quantifizieren.

Das zweite englischsprachige Programm, das Dowker (2005) beschreibt, ist das von ihr entwickelte *Numeracy Recovery* (Dowker, 2001), das ebenfalls für Risikokinder konzipiert wurde. Diese werden, nachdem sie von ihren Lehrern als rechenschwach identifiziert wurden, einer maximal 30-wöchigen Förderung zugeführt. Die Förderung dauert eine halbe Stunde pro Woche und umfasst die Bereiche Zählprinzipien, Ziffernkenntnis, Stellenwertaufgaben, Textaufgaben, Beziehungen zwischen den Repräsentationsebenen (konkret-bildlich-symbolisch), Ableitstrategien und Faktenabruf sowie arithmetisches Schätzen. Die Förderung findet damit auf allen Ebenen statt, kann aber zum größten Teil der Ebene III zugeordnet werden. Geförderte Schüler, hauptsächlich aus Klasse 2, konnten ihre Standardwerte in standardisierten Tests nach der Förderung steigern und die Steigerung über mindestens ein Jahr halten (Dowker, 2005, 2007). Leider existierte aber keine echte Kontrollgruppe.

Ebenfalls mit einer ausgelesenen Stichprobe von rechenschwachen Erst- und Zweitklässlern beschäftigte sich eine Studie der Universität Austin in Texas (D. P. Bryant, B. R. Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008). Die Kinder wurden über 18 Wochen fast täglich in Kleingruppen für 15 Minuten in ihren mathematischen Basiskompetenzen gefördert. Die Förderung umfasste Zählen, Zahlenkenntnis, Anzahlvergleiche, Teil-Ganzes-Verständnis sowie Aufgaben zum Stellenwertsystem und Addition und Subtraktion. Die Inhalte waren in beiden Klassenstufen ähnlich, nur der behandelte Zahlenraum war für Zweitklässler größer.

Weil eine Kontrollgruppe fehlte, wurde der Lernfortschritt durch den Vergleich mit den unauffälligen Mitschülern beobachtet. Hier stellte sich heraus, dass sich für die geförderten Zweitklässler eine steilere Lernkurve als bei ihren ungeförderten Mitschülern nachweisen ließ, sie also von der Förderung profitiert hätten. Für die Erstklässler zeigte sich dieser Befund jedoch nicht. Die Autoren stellten zudem fest, dass trotz einer Förderung der Abstand zu den Mitschülern nicht geschlossen werden konnte und deshalb intensivere Interventionen benötigt würden.

Dass eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen bei Drittklässlern noch indiziert sein kann, zeigten Kaufmann, Handl und Thöny (2003) in einer österreichischen Studie. Sie förderten bei sechs Drittklässlern, bei denen eine Dyskalkulie diagnostiziert worden war, über sechs Monate intensiv (drei Sitzungen à 25 Minuten pro Woche) neben arithmetischem Faktenwissen und prozeduralem Rechenstrategiewissen auch grundlegende Basiskompetenzen (Zählen, Anzahlkonzept, Anzahlvergleich). Die Kinder mit Dyskalkulie verbesserten sich in den geförderten Bereichen so stark, dass sie sich nach der Förderung nicht mehr von einer Kontrollgruppe von Kindern mit Rechenfertigkeiten im Normalbereich unterschieden.

Eine Meta-Analyse zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen liegt bisher nicht vor. Kroesbergen und van Luit (2003) nahmen in ihre Meta-Analyse *Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs* aber 13 Förderstudien auf, die sogenannte *preparatory skills* im Vorschulalter bzw. in der ersten Klasse untersuchten. Sie ermittelten eine durchschnittliche Effektstärke von $d = .92$. Es muss aber angemerkt werden, dass die geförderten Kompetenzen zwischen den einzelnen Studien zum Teil stark variierten, so dass das Ergebnis der Meta-Analyse nicht direkt als Beleg, sondern eher als Hinweis für die Wirksamkeit der Förderung mathematischer Basiskompetenzen gesehen werden kann.

4.1.3 Transfereffekte auf Rechenfertigkeiten

Da mathematische Basiskompetenzen als spezifische Vorläuferfertigkeit der späteren Rechenleistung gelten, sollte eine wirksame Basiskompetenzförderung nicht nur die geförderten Kompetenzen steigern, sondern sich auch auf die Rechenleistungen der Kinder positiv auswirken. Nur wenige Studien befassen sich aber explizit mit diesen Transfereffekten, die eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen auf arithmetische Anwendungen wie beispielsweise dem kleinen Einspluseins haben sollte.

Baroody, Eiland und Thompson (2009) konnten bei 4- bis 5-jährigen Kindern eine Steigerung von mathematischen Vorläuferfertigkeiten sowie einen Transfer auf simple arithmetische

Aufgaben nach einem neunmonatigen Number Sense Training nachweisen, ein Transfer auf Kopfrechnen konnte jedoch nicht nachgewiesen werden.

Kaufmann, Delazer, Pohl, Semenza und Dowker (2005) evaluierten ein Basiskompetenztraining bei 17 österreichischen Kindergartenkindern im letzten Halbjahr vor ihrer Einschulung. Jeden Tag wurden 15 Minuten lang auf spielerische Weise Zahlsequenz, Zählprinzipien, Ziffernsymbole, Mengenvergleiche, Schätzaufgaben und Textaufgaben mit konkreten Objekten eingeübt. Die Kontrollgruppe bestand ebenfalls aus 17 Kindern und erhielt nur ein unstrukturiertes Training. Die geförderten Kinder schnitten nach dem Training nicht nur in einer Basiskompetenzbatterie besser ab (und hier besonders in der Zahlenfolge), sondern auch im Kopfrechnen (Subtest Rechnen aus *K-ABC*; Melchers, Preuß & Kaufmann, 2006). Dies betraf sowohl die Rechengenauigkeit als auch die Geschwindigkeit. Die Autoren begründen den beobachteten Transfereffekt dadurch, dass die Kinder ihr verbessertes Verständnis des Zahlenraums nutzen konnten, um zeitsparende Problemlösestrategien auszubilden und ein erstes Abrufwissen zu generieren.

Eine der ersten Studien, die sich mit der Förderung mathematischer Basiskompetenzen befasste, führte Fischer (1990) in den USA durch. Sie konnte zeigen, dass sich eine Gruppe Kindergartenkinder, die ein Curriculum zur Zahl- und Ziffernkenntnis, zum Anzahlkonzept und zum Teil-Ganzes-Verständnis durchlaufen hatte, stärker in den trainingsnahen Kompetenzen verbesserte, als eine Kontrollgruppe, die lediglich Übungen zur Ziffernkenntnis und zum Anzahlkonzept erhalten hatte. Darüber hinaus zeigte sich, dass die Experimentalgruppe ihre Fähigkeit im Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben im Vergleich zur Kontrollgruppe signifikant steigerte und zudem fähig war, Wissen auf den Zahlenraum über 10 zu transferieren, obwohl dieser gar nicht Trainingsgegenstand war.

Die Ausführungen zeigen, dass Transfereffekte nur selten untersucht werden. Dies ist verwunderlich, da die Verbesserung der späteren mathematischen Schulleistung als ein Hauptgrund eines mathematischen Basiskompetenztrainings gilt. Wenn Transfereffekte festgestellt werden, dann handelt es sich zudem meist um unmittelbare Effekte. Interessant sind jedoch vor allem zeitverzögerte Transfereffekte, da davon auszugehen ist, dass ein Transfer nicht spontan nach einer Förderung auftritt, sondern erst nach einer gewissen Zeit, wenn die Kinder ihre erworbenen Kompetenzen einsetzen und auf arithmetische Probleme übertragen.

4.2 Deutsche Förderansätze

Im Folgenden werden Förderprogramme aus Deutschland vorgestellt, die konzipiert wurden, um das mathematische Niveau von Kindern zu heben. Es sind sowohl Vorschulprogramme darunter, als auch Programme, die sich an rechenschwache Erst- und Zweitklässler richten. Auffällig ist, dass die Programme entweder für den Praktiker nicht zugänglich sind oder keine gut evaluierten Befunde für die Wirksamkeit vorliegen.

4.2.1 Förderung im Vorschulbereich

Ein im Kindergarten häufig anzutreffendes Förderkonzept ist das *Zahlenland*. Dieses Konzept geht wahrscheinlich auf die Arbeiten von Zoozmann (1950) zurück und ist getragen von der Idee, den Kindern die Zahlen auf ganzheitliche Weise beizubringen. Dabei werden nicht arithmetische Aspekte in den Mittelpunkt gestellt, sondern die Zahlen werden in die Alltagswelt integriert, in geometrische Formen verpackt und in Reime oder Lieder eingebettet. Heute sind daraus zwei Programme hervorgegangen, *Entdeckungen im Zahlenland* (z.B. Preiß, 2007) und *Komm mit ins Zahlenland* (Friedrich & de Galgoczy, 2004), welches im Folgenden dargestellt werden soll.

Das Programm *Komm mit in das Zahlenland* versteht sich als ein Frühförderansatz, der ganzheitlich angelegt ist, und neben mathematischen Basisfähigkeiten Bereiche der Wahrnehmung, der Merkfähigkeit, der Motorik, der Musik und vor allem der Sprache implizit mitfördern will. Die Darstellung des Zahlenraums geschieht dabei nicht auf numerisch-abstrakte, sondern auf emotional-narrative Weise. Der Zahlenraum bis zehn soll als Raum verstanden werden, in dem die Zahlen zu Hause sind, was durchaus wörtlich zu verstehen ist. So werden die Zahlen als beseelte Wesen dargestellt, die in Häusern mit Gärten wohnen und in personalisierter Form ihre mathematischen Eigenschaften kundtun, in dem sie sprechen, Zahlenlieder singen und in Zahlengeschichten eingebunden werden (vgl. Abbildung 4). Die Autoren begründen diese Herangehensweise unter anderem mit Befunden der Entwicklungspsychologie, die Kindern im Alter von drei bis sechs Jahren eine eigene altersbedingte kognitive Erlebnis- und Denkweise unterstelle, in der die Dinge weniger rational, sondern eher emotional wahrgenommen würden (Friedrich & Munz, 2006). So würden in diesem Alter Gegenständen Gefühle, Leben und Absichten unterstellt, klare Trennungen zwischen Gut und Böse gezogen und magische Erklärungen akzeptiert (ebenda), was durch die Personifzierung der Zahlen aufgegriffen werden soll.

Das Training findet in Gruppen von neun bis zehn Kindern statt, die sich einmal wöchentlich für ca. 50-60 Minuten treffen. Jede Woche steht eine Zahl im Mittelpunkt und jeder Termin beginnt mit dem Singen eines Zahlenliedes und dem Erzählen einer Zahlgeschichte, woran man den Anspruch einer ganzheitlichen Förderung erkennen kann. Daran schließen sich Spiele und andere Aktivitäten an, die die jeweilige Zahl behandeln.

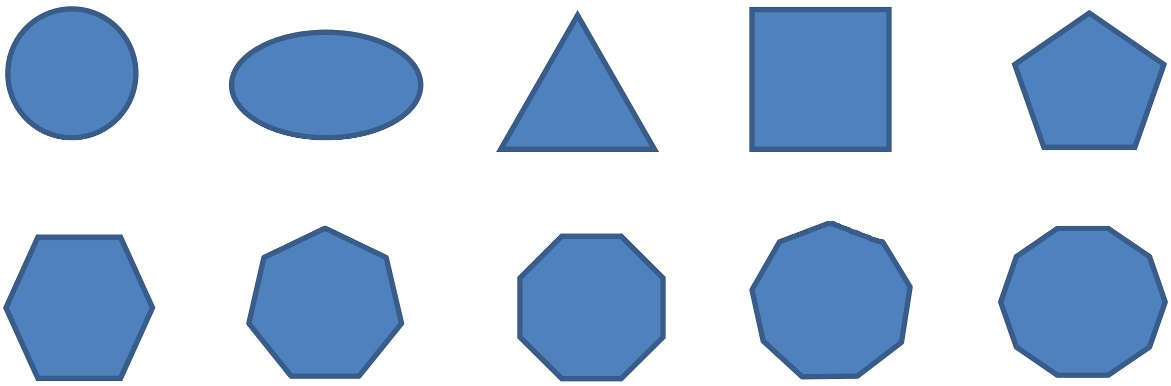


Abbildung 4: Formen der Zahlengärten aus *Komm mit ins Zahlenland* (Friedrich & de Galgoczy, 2004)

In einer Evaluationsstudie (Friedrich & Munz, 2006) konnte nach einem zehnwöchigen Training mit 46 drei- bis sechsjährigen Kindergartenkindern ein bedeutender Zuwachs in verschiedenen Subtests des *Kieler Einschulungsverfahrens* (Fröse, Mölders und Wallrodt, 1986) und der *Diagnostischen Einschätzskalen* (Barth, 1998) gegenüber einer untrainierten Kontrollgruppe gefunden werden. Die Testverfahren waren jedoch sehr breit gefasst und bezogen sich hauptsächlich auf Denk-, Gedächtnis- und Wahrnehmungsaufgaben. Lediglich zwei von 13 Aufgaben behandelten mathematikspezifische Kompetenzen. Friedrich und Munz konstatieren deshalb, dass das Training nicht lediglich auf die Entwicklung des Zahlbegriffs reduziert werden dürfe, sondern dass es sich um ein umfassendes Förderprogramm handele (Friedrich & Munz, 2006). Sie schreiben zwar, dass sich am Ende des ersten Schuljahres höhere Ergebnisse im DEMAT1+ bei trainierten Kindern finden ließen, allerdings präsentieren sie hierzu keine genaueren Daten.

In einer großen Studie (Pauen & Pahnke, 2008) wurde *Komm mit ins Zahlenland* bei 200 Kindern zwischen 4 und 5 Jahren eingesetzt. Es zeigten sich signifikante Verbesserungen in Kompetenzen der Ebenen I und II. Allerdings verbesserten sich die Kinder auch geringfügig, aber signifikant, in einfachen Additions- und Subtraktionsaufgaben. Im Vergleich zu einem

Kontrollprogramm (Übungen aus *Mathe 2000*; Müller & Wittmann, 2002) ergaben sich jedoch keine Unterschiede. Aufgrund einer fehlenden ungeförderten Kontrollgruppe können die Autoren deshalb nicht ausschließen, dass es sich bei den beobachteten Kompetenzsteigerungen nicht lediglich um natürliche Entwicklungsprozesse handelte. Deshalb sollte in einer weiteren Studie eine Gruppe mit Zahlenland-Förderung mit einer ungeförderten Kontrollgruppe vergleichen werden (Pauen, 2009). Dabei konnte gezeigt werden, dass sich die 36 Kinder, die am Zahlenland teilgenommen hatten, beim Zählen, bei der Ziffernkenntnis, bei der Kenntnis der Zahlenreihe und dem Abzählen von Spielsteinen, also bei Kompetenzen der Ebenen I und II, signifikant im Vergleich zum Vortest verbessert haben. Leider wurden aber keine statistischen Vergleiche zur vorhandenen Kontrollgruppe angestellt. Zudem konnten keine Verbesserungen im Bereich höherer Kompetenzen (Mengenzerlegungen, Zahloperationen) beobachtet werden.

In einer Studie von Krajewski, Nieding und Schneider (2008) wurden Effekte verschiedener Vorschulprogramme auf die Rechenleistung überprüft. Dabei schnitten die Kinder, die im Kindergarten mit dem Zahlenland-Ansatz gefördert wurden, am Ende der ersten Klasse allerdings schwächer als alle anderen Gruppen ab, sogar schwächer als die ungeförderte Kontrollgruppe.

Insgesamt steht damit ein klarer Wirksamkeitsnachweis für das Programm *Komm mit ins Zahlenland* auf die mathematische Leistungsentwicklung von Kindern noch aus. Insbesondere höhere Kompetenzen wie Zahlzusammensetzungen und Anzahlrelationen können mit dem Programm nicht hinreichend gefördert werden. Als Grund hierfür wird in der Literatur insbesondere die Beseelung des Zahlenraums gesehen. Krajewski (2008a) argumentiert, diese nehme den Zahlen ihren abstrakten Sinn und berge die Gefahr, dass Kinder die Zahlen auch mental als beseelte Wesen repräsentieren. Die Ausbildung von Ebene-III-Kompetenzen mit diesem Konzept sei nicht zu leisten, da weder die Charakteristiken der Zahlenpuppen, die eine Zipfelmütze (1) oder zwei Brillengläser (2) tragen, bzw. drei Wünsche (3) erfüllen können, noch die Form der Zahlengärten, wie Kreis (1), Oval (2), Dreieck (3), Viereck (4), etc., noch die Inhalte der Zahlengärten, z.B. ein Mond (1) oder vier Beine (4) und auch nicht die Zahlengeschichten die Veranschaulichung des Zunahme-um-Eins-Prinzips zuließen. Relationen zwischen Zahlen könnten durch diese Materialien ebenso nicht dargestellt werden.

Das Förderprogramm *FEZ* (*FEZ - Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter*; vgl. Peucker & Weißhaupt, 2002) möchte den Kindern grundlegende

Kenntnisse im Zahlenraum bis *10* vermitteln. Konkrete Ziele sind der Aufbau bzw. die Sicherung

- quantitativer Zahlvorstellungen als strukturierte Zahlenbilder im Zehnerraum, an denen besonders wichtige Zahlbeziehungen veranschaulicht werden können, sowie
- des Teil-Ganzes-Konzepts (Peucker & Weißhaupt, 2007).

Die Erarbeitung der Konzepte erfolgt in jeder Förderstunde erst an konkretem, anschließend an bildlichem und zuletzt an symbolischem Material. Narrativer Kontext des FEZ ist ein Zoo, in dem verschiedene Tiere leben, um die sich die Kinder kümmern müssen.

Das Förderprogramm gliedert sich in die drei Bereiche Kardinalzahlkonzept, Zahlvorstellung und Teil-Ganzes-Prinzip. Für jeden Bereich wird der Zahlenraum schrittweise erweitert. Zunächst wird der Zahlenraum *1* bis *5* eingeführt, dann im Zahlenraum 6 bis 10 gearbeitet, bevor der komplette Zahlenraum von *1 bis 10* zum Gegenstand wird.

Im ersten Schwerpunkt *Kardinalzahlkonzept* (Ebene II) sollen beispielsweise Mengen zu Zahlen zugeordnet, Mengen hergestellt sowie Eins-zu-Eins-Zuordnungen und Mengenvergleiche durchgeführt werden. Aber auch das sichere Zählen als Voraussetzung für die Mengen-Zahl-Zuordnung ist Gegenstand dieses Förderbereichs.

Im zweiten Förderbereich *Zahlvorstellungen* ist das Erarbeiten und Verinnerlichen strukturierter Punktebilder im Zehnerraum das Hauptziel. Dabei wird zunächst Wert auf Vorkenntnisse und Eigeninitiative der Kinder gelegt. Würfelbilder oder Eierkartons dienen hier als konkrete Veranschaulichungen der Zahlen, bevor der Zehnerrahmen als wichtigstes Darstellungsmittel eingeführt wird. Dabei werden die Zahlen als zweizeilige Punktemuster dargestellt, an denen Beziehungen zur *5* und zur *10*, sowie Verdoppeln und Halbieren verdeutlicht werden können.

Im dritten Förderbereich soll das *Teil-Ganzes-Konzept* erlernt werden. Die Kinder sollen durch verschiedene Spiele wie beispielsweise Kegeln Zahlbeziehungen und Zahlzerlegungen entdecken (Ebene III).

Das Programm wurde für Kindergärten und Grundschulförderklassen[12] entwickelt. Es wird in Kleingruppen von sechs Kindern zwei Mal pro Woche in Sitzungen à 45 Minuten durchgeführt und dauert zehn Wochen.

In einer ersten Evaluation (Peucker & Weißhaupt, 2005) konnte gezeigt werden, dass die geförderten Kindergartenkinder einen höheren Leistungszuwachs im zugehörigen Test (*DEZ-Diagnostikum zur Entwicklung des Zahlkonzepts*; vgl. Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006) erzielten, als die Kontrollgruppe. In einer zweiten Evaluation (vgl. Peucker & Weißhaupt,

[12] Eine Grundschulförderklasse ist der Name der Vorklasse in Baden-Württemberg. Vorklassen werden in der Regel von Kindern besucht, die von der regulären Einschulung zurückgestellt wurden und durch vorgeschaltete Unterrichtsmaßnahmen besser auf die kommenden Anforderungen in der Grundschule vorbereitet werden sollen.

2007) wurde gezeigt, dass der Fördererfolg in Kindergarten und Grundschulförderklasse nahezu identisch ist. Die Effektstärke zwischen Vor- und Nachtest der geförderten Kinder lagen hier bei d = 1.30 bzw. d = 1.18. Allerdings wurden keine ungeförderten Kontrollgruppen hinzugezogen, weshalb nicht ausgeschlossen werden kann, dass auch hier die Effekte nur auf die natürliche Entwicklung zurückzuführen sind.

Leider ist das Programm, mit dem viele wichtige Basiskompetenzen gefördert werden können, nur in einer hochschulinternen Fassung der PH Freiburg veröffentlicht (vgl. Peucker & Weißhaupt, 2002) und somit für interessierte Erzieher und Lehrer nicht zugänglich.

Die Autoren des Programms *Spielend Mathe* (Quaiser-Pohl, Meyer & Köhler, in Vorb.) wollen verschiedene mathematische Vorläuferfertigkeiten fördern, die sie einem der fünf Bereiche *visuelle Differenzierung und Umgang mit Symbolen*, *Mengenauffassung*, *Zahlbegriff*, *einfache Rechenoperationen* sowie *Raumvorstellung* zuordnen. Zu jedem Bereich wurden zwei Fördereinheiten entwickelt, in denen das mathematische Denken spielerisch und in Verbindung mit der konkreten Lebenswelt angeregt werden soll (Quaiser-Pohl, 2008). Dabei sollen meist mehrere Fähigkeiten aus den unterschiedlichen Bereichen verknüpft gefördert werden, so dass die Reihenfolge der Förderbereiche relativ flexibel gehandhabt werden kann. Das Förderprogramm richtet sich zwar an alle Kinder, die Förderkleingruppen sollten aber relativ begabungshomogen zusammengesetzt sein.

Der erste Förderbereich *visuelle Differenzierung und Umgang mit Symbolen* umfasst basale Fähigkeiten, wie das Zuordnen von Symbolen zu realen Gegenständen, die Differenzierung verschiedener Symbole oder die Klassifikation ähnlicher Dinge und kann damit eher als allgemeine kognitive Förderung angesehen werden. Im zweiten Bereich *Mengenauffassung* geht es um grundlegende Kompetenzen im Umgang mit Mengen, wie unpräziser Mengenvergleich (Ebene I), Seriation, präziser Mengenvergleich oder Invarianz (Ebene II). Im Förderbereich *Zahlbegriff* werden Kompetenzen wie das Wissen über Zahlbilder und –wörter, die Zählfertigkeit (Ebene I) und besonders Mengen-Zahl-Zuordnungen (Anzahlkonzept, Ebene II) gefördert. Aber auch das Verständnis von Teil-Ganzes-Beziehungen (Ebene III) wird hier schon angesprochen. Im Bereich *Rechenoperationen* werden Zahlzusammensetzungen und Teil-Ganzes-Beziehungen (Ebene III) anhand konkreter Materialien, beispielsweise dem Einkaufspiel in einem Kaufmannsladen, geübt. Der letzte Förderbereich umfasst das *räumliche Vorstellungsvermögen*. Dieses gilt einerseits als eine wichtige Voraussetzung für den Geometrieunterricht, wird in letzter Zeit aber auch als bedeutend für die Zahl- und Mengenrepräsentation von Kindern und Jugendlichen angesehen (de Hevia & Spelke, 2009;

Hubbard, Piazza, Pinel & Dehaene, 2005). Durchgeführt werden hier Aufgaben wie das Nachbauen von Figuren aus Pappdreiecken oder das Nachbauen von zweidimensional präsentierten Figuren mit Bauklötzen.

Das Programm beinhaltet also sowohl spezifische Kompetenzen, wie sie in den Förderbereichen 2-4 angesprochen werden, als auch eher unspezifische Kompetenzen, für die ein kausaler Nachweis auf spätere Mathematikkenntnisse letztlich noch aussteht. Eine Evaluation (Quaiser-Pohl, 2008) wurde mit 190 Kindern im letzen Kindergartenjahr durchgeführt, wobei knapp die Hälfte an *Spielend Mathe* teilnahm, die andere Hälfte keine spezifische Förderung erhielt. Die Förderung fand in Kleingruppen von drei bis fünf Kindern einmal pro Woche statt, wobei für jede der zehn Fördereinheiten 30-45 Minuten Zeit zur Verfügung stand. Ein signifikanter Fördereffekt konnte im OTZ nachgewiesen werden, wobei die Gruppenbedingung 15% der Varianz aufklären konnte. Weiterhin erhielten die Kinder, die an *Spielend Mathe* teilgenommen hatten, zu Beginn des ersten Schuljahres im Zahlbegriff und bei einfachen Rechenoperationen eine signifikant bessere Bewertung von ihren Lehrern. Zudem schätzten ihre Lehrer sie im Vergleich zu ihren Klassenkameraden als weniger schul- und prüfungsängstlich ein. Zur Mitte des ersten Schuljahres schnitten die Förderkinder zudem in einigen Subtests des HRT besser ab als die Kontrollgruppe. Die Ergebnisse der Studie liefern damit ermutigende Hinweise, dass eine frühe Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen zu langfristigen Verbesserungen der Mathematikleistungen führen kann. Leider fehlte in dieser Studie jedoch eine Kontrollgruppe mit einem Alternativtraining, so dass nicht gänzlich ausgeschlossen werden kann, dass es sich bei den Befunden nur um Zuwendungseffekte (vgl. Klauer, 2001b) handelt.

Eine Einzelförderung anhand individueller Förderpläne führten Grüßing und Peter-Koop (2008) durch. Von 947 Kindern, die im letzten Kindergartenjahr mit dem OTZ und dem *Elementarmathematischen Basisinterview* (*EMBI*; Peter-Koop, Wollring, Spindeler, & Grüßing, 2007) getestet wurden, wurden 73 als auffällig identifiziert. Davon wurden 14 Schüler von Studierenden im Rahmen einer Einzelförderung einmal wöchentlich über einen Zeitraum von fünf Monaten gefördert. Der Förderung zu Grunde lagen individuelle Förderpläne, die alle vier bis sechs Wochen angepasst wurden. 53 Kinder wurden von ihren Erzieherinnen zu flexiblen Zeiten im Kindergartenalltag gefördert.

Die Förderung umfasste Zählfertigkeiten, Simultanerfassung von Mengen, Umgang mit Ziffern und Mengen, mathematisches Sprachverständnis und Raumvorstellung (Nachbauen von Würfelbauwerken; vgl. Grüßing, May & Peter-Koop, 2007). Direkt vor Schulbeginn konnten die geförderten Kinder einen signifikanten Zugewinn in ihren Mengen-Zahlen-Kompetenzen (EMBI) zeigen. Durch den Verzicht einer Kontrollgruppe konnte aber nicht geklärt werden, ob es sich um normale Entwicklungen handelte, die auch ohne Förderung abgelaufen wären, oder ob eine trainingsinduzierte Verbesserung stattgefunden hatte (vgl. auch Peter-Koop, Grüßing & Schmittmann, 2008). Bei einem Follow-Up zum Ende des ersten Schuljahres zeigten die geförderten Kinder allerdings eine um fast eine Standardabweichung schwächere Leistung im DEMAT 1+ als ihre Klassenkameraden. Die Hälfte der geförderten Kinder gehörte weiterhin zum untersten Quartil. Auffällig war, dass die Kinder, die im Kindergarten schon einmal getestet wurden, knapp aber signifikant bessere Leistungen zeigten als ihre Klassenkameraden, die neu zur Studie hinzu gestoßen waren. Die Autoren folgern daraus, dass allein das Wissen um den Stand der Kompetenzentwicklung im Kindergarten zu messbaren schulischen Leistungsunterschieden führen kann. Ein zweites Follow-Up (Grüßing, 2008) zum Ende von Klasse 2 mit dem DEMAT 2+ bestätigte die Ergebnisse des Vorjahres.

Positiv hervorzuheben an dieser Studie ist, dass versucht wurde, die Kompetenzentwicklung der Kinder über einen langen Zeitraum weiterzuverfolgen, um potentielle Langzeitwirkungen der Förderung feststellen zu können. Da jedoch keine echte Kontrollgruppe vorhanden war, kann man weder Aussagen über das Vorliegen noch das Nicht-Vorliegen von Langzeiteffekten der mathematischen Basiskompetenzförderung treffen.

Den eben dargestellten deutschsprachigen Programmen zur mathematischen Basiskompetenzförderung im Kindergarten sollen im nächsten Abschnitt Programme gegenübergestellt werden, die diese Kompetenzen bei Risikoschülern in der Grundschule fördern wollen.

4.2.2 Förderung im Grundschulalter

Das Förderprogramm *Kalkulie* (Gerlach, Fritz, Ricken & Schmidt, 2007) richtet sich an rechenschwache Grundschulkinder des ersten bis dritten Schuljahres. Das Programm funktioniert als Baukastensystem: Nach einer genormten Lernstandsdiagnose, die im Gruppentest durchgeführt werden kann, und einem darauf aufbauenden Einzeltest zur Bestimmung des genauen Standes, wird die Auswahl des durchzuarbeitenden Bausteins vorgenommen. Die drei Bausteine orientieren sich dabei am fünfstufigen Modell der Entwicklung mathematischer Kompetenzen (vgl. Fritz & Ricken, 2008; Fritz & Ricken, 2009), das wiederum deutlich an Krajewskis Modell (Kapitel 3.2; Krajewski, 2008a; Krajewski & Schneider, 2006; siehe auch Krajewski, 2005) angelehnt ist. In Baustein 1 werden frühe bereichsspezifische Voraussetzungen wie die Beherrschung der Zahlwortreihe, die Seriation, der Mengenvergleich, das Vermehren und Vermindern von Mengen, das Erfassen der Mächtigkeit von Mengen sowie erste relationale Beziehungen wie das Teil-Ganzes-Verständnis gefördert. Im zweiten Baustein wird der Zahlenraum bis 20 erarbeitet. Durch Mengenzerlegungen sollen die Kinder den Übergang vom Zählen zum Rechnen schaffen. Baustein 3 befasst sich schließlich mit nicht-zählenden Rechenstrategien. Dazu werden Zerlegungen, Verdoppeln und Halbieren geübt und damit Beziehungen zwischen den Zahlen hergestellt. Zudem sollen Rechenfakten erworben werden. Innerhalb eines Bausteins gibt es einen festen Ablauf, der die Reihenfolge der Aufgaben festlegt und in Durchführungsmanualen festgehalten ist. Es gibt Übungsmaterialien wie Rechenschiffchen, Rechenrahmen, Rechenkette, Zwanzigerfeld oder Zahlenstrahl. Dennoch sind die Aufgaben als exemplarisch zu verstehen und können ebenso wie das Material beliebig vervielfacht und ausgetauscht werden. Großer Wert wird auf die sprachliche Verbalisierung der Aufgaben und Ergebnisse gelegt. Die verschiedenen Repräsentationsebenen sollen so weit wie möglich miteinander kombiniert werden. Ein wichtiges Prinzip ist zudem die Behandlung von Sachaufgaben. Durch diese, die Bestandteil jedes Bausteins sind, sollen die mathematischen Konzepte Anwendung finden. Die Förderung teilt sich in Phasen der Erarbeitung und der Übung. In der ersten Phase werden Einsichten und Basiswissen vermittelt bzw. erarbeitet, die in der folgenden Phase geübt und flexibilisiert werden. Für alle Aufgaben werden Instruktionen vorgegeben, die aber der Situation angemessen abgewandelt werden können. So sind Lernformen von direkter Instruktion bis zu autonom-entdeckenlassenden Vermittlungsformen möglich.

Die Förderung sollte ein bis zwei Stunden pro Woche in Kleingruppen von drei bis vier Kindern stattfinden. Die Dauer der Förderung ist dabei nicht festgelegt. Sie orientiert sich am

Entwicklungsstand und Fortschritt des jeweiligen Kindes. Evaluationsstudien zu Überprüfung der Wirksamkeit von *Kalkulie* liegen bisher nicht vor (vgl. Fritz & Ricken, 2008; Ricken, 2009).

Ein anderes Programm zur Förderung in der Grundschule ist das *Dortmunder Zahlbegriffs-training* (*ZBT*; Moog & Schulz, 2005). Es wurde über einen Zeitraum von sieben Jahren aus den praktischen Erfahrungen mit rechenschwachen Schülern entwickelt und richtet sich an Regelschüler ab Ende der 1. Klasse, die beim einfachen numerischen Rechnen noch auf das Fingerzählen oder auf andere konkrete Anschauungshilfen angewiesen sind, sowie an rechenschwache Zweit- und Drittklässler der Förderschule für Lernhilfe. Voraussetzung für die Teilnahme an der Förderung ist, dass die Kinder bis *15* zählen können, die Zahlen verbal und als Ziffern kennen und wissen, wie man Zahlen zum Abzählen benutzen kann. Sie sollten also prinzipielle Kompetenzen der ersten beiden Entwicklungsebenen schon erworben haben. Nicht mehr geeignet ist das Zahlbegriffstraining dagegen für Kinder, die das kleine Einspluseins beherrschen und nicht mehr auf konkrete Anschauungsmittel angewiesen sind.
Das Zahlbegriffstraining gliedert sich in drei Bereiche:

1. Zähl- und Abzählfertigkeiten trainieren und automatisieren,
2. Mengen- und Zahlrelationen, Mengenoperationen und
3. Vertiefung und Anwendung bisheriger Lerninhalte auf numerische Additionsaufgaben.

Die Lernziele des ZBT sind der Ausbau von Zählfertigkeiten, eine von konkretem Material unabhängige Zählweise und die Sicherung eines Zahlbegriffs, der vor allem relationale und kardinale Aspekte betont (Moog, 1995), sowie numerisches Rechnen im Zahlbereich bis 20. Der Schüler soll von anschauungsgebundenen Rechenstrategien weggeführt werden, der Abzählvorgang soll internalisiert werden. Der Umfang des Trainings beträgt 19 halbstündige Sitzungen in acht Stufen, für die detaillierte Ziele, Instruktionen und Arbeitmaterialien vorgegeben werden. Die Übungen erfolgen meist in alltagsnahen Kontexten und auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen (konkret-gegenständlich, bildlich und abstrakt-symbolisch). Um Lernfortschritte zu dokumentieren gehört ein Test (*Dortmunder Rechentest für die Eingangsstufe*) zum Training, mit dem die geförderten Kompetenzen in Einzeltestungen überprüft und Lernfortschritte abgebildet werden können.
Das Training konnte zwar in mehreren Studien positiv evaluiert werden (dargestellt in Schulz, 2000; vgl. auch Moog, 1995; Moog & Schulz, 1997), allerdings wurde in den einzelnen Untersuchungen nur mit sehr kleinen Stichproben gearbeitet (Gruppengrößen zwischen fünf und zehn Kindern) und lediglich in einer Studie konnten noch fünf bis sechs Wochen nach

dem Training Effekte abgesichert werden. Ob die trainierten Kinder langfristig in Bezug auf die weiteren Anforderungen des kommenden Unterrichts profitierten, ist nicht untersucht worden.

Gaidoschik (2001, S. 6) kritisiert an dem Training, dass es den Kindern lediglich ökonomische Zähltechniken vermittele. Kinder lernten ungeordnete Mengen durch konzentriert-geordnetes „Abtasten mit den Augen" zu zählen, ohne Finger zu zählen oder das Zählen in Zweierschritten. Das anfängliche „Zählen mit den Fingern" werde in ein „Zählen im Kopf" umgewandelt, welches mehr Konzentration erfordere und viel mehr Fehler mit sich bringe. Die zugrunde liegende Zahlenauffassung, die dieses zählende Rechnen verursache, bleibe jedoch auf der Strecke (vgl. ebenda).

Diese Kritik scheint zwar gerechtfertigt, doch muss dem Zahlbegriffstraining zu Gute gehalten werden, dass besonders im zweiten Teil auch Zahlzusammensetzungen und Zahlzerlegungen erarbeitet werden, die zu einem fortgeschrittenen konzeptuellen Wissen gehören, das benötigt wird, um nicht mehr zählend zu rechnen (Gaidoschik, 2009).

Das Förderprogramm *Kieler Zahlenbilder* (Rosenkranz, 1992) ist ein Programm für Kinder, die auf Grund einer Teilleistungsschwäche im Rechnen versagen. Es beruht auf der Beobachtung der Autorin, dass es rechenschwachen Kindern nicht gelinge, eine Vorstellung von Mengen und Zahlen aufzubauen. Als mögliche Ursachen hierfür führt sie Störungen in der visuellen und auditiven Wahrnehmung, in der Reizverarbeitung sowie Defizite im taktil-kinästhetischen Bereich an. Auch Störungen im Richtungs- und Orientierungssinn werden als Ursachen von Rechenschwächen gesehen (vgl. Rosenkranz, 1992). Dies will das Förderprogramm berücksichtigen, indem es Materialien anbietet, welche dreidimensional und taktil-kinästhetisch begreifbar sind. Zudem soll mit Gesten gearbeitet werden und der ganze Körper in die Förderung einbezogen werden.

Die Förderung kann im Einzel- oder Kleingruppensetting durchgeführt werden. Es stehen verschiedene Materialien, Kopiervorlagen und Spiele und eine schematische Darstellung des Programms zur Verfügung. Die Förderung gliedert sich in verschiedene Abschnitte. Der Einstieg und die Verweildauer in einem Abschnitt sind dabei vom Entwicklungsstand der Kinder abhängig. Die geförderten Inhalte umfassen das Kennenlernen der Zahlen (Ebene I), Mengen-Zahl-Zuordnungen (Ebene II), Teil-Ganzes-Verständnis und die Zerlegung von Zahlen (Ebene III) bis hin zum Zehnerübergang und der Einführung der Rechenoperationssymbolik (+ und -).

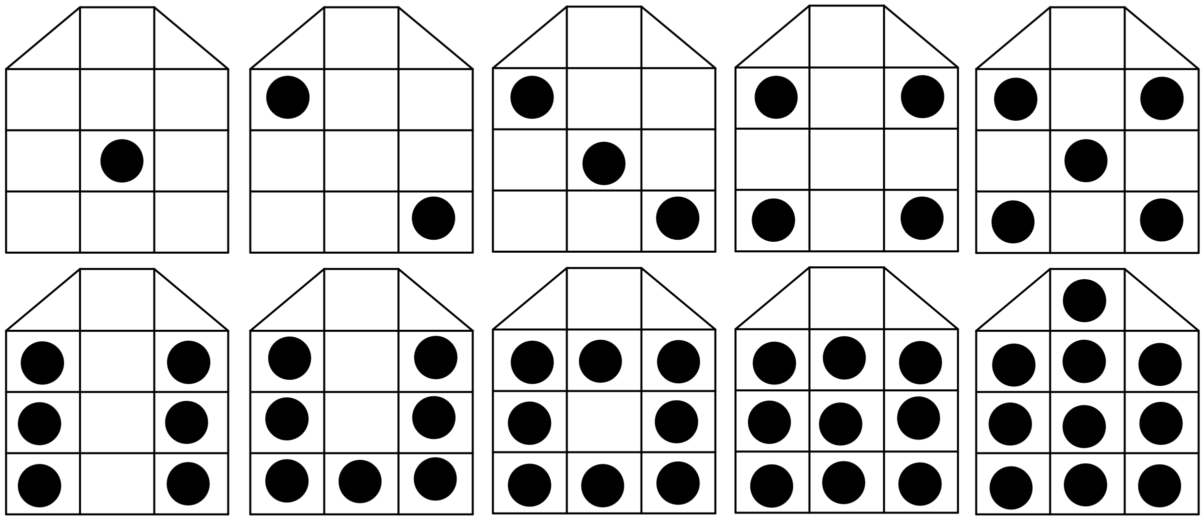


Abbildung 5: Zahlenhaus aus Kieler Zahlenbilder (nach Rosenkranz, 1992, S. 34)

Das Zahlenhaus (vgl. Abbildung 5) ist das wichtigste Anschauungsmaterial des Förderprogramms, in ihm befinden sich die fest strukturierten Zahlenbilder *1* bis *10*. Diese Zahlenbilder tauchen auch in anderen Materialien, wie dem Steckbrett, dem Hüpfteppich oder später in Form von Handkarten, wieder auf. Die festgelegten Formen der Zahlenbilder werden spielerisch als Vorstellungsbilder eingeübt, indem sie auf dem Teppich gehüpft, ins Steckbrett gesteckt und mit den Fingern nachgetippt werden. So sollen sie auf allen Sinneskanälen verinnerlicht werden. Zusätzlich werden festgelegte Reime zu jedem Mengenbild gesprochen. Das Programm stellt folglich ein Ganzheitliches dar, welches visuelle, auditive und taktile Wahrnehmungskanäle aktiviert und dadurch verschiedene Lerntypen berücksichtigen soll.

Das Zahlenhaus an sich ist jedoch kritisch zu betrachten. Die aufbauenden Teilmengen verändern teilweise Lage und Struktur, so dass sie das Zunahme-um-Eins-Prinzip nicht wiedergeben. Das Material ist damit nicht geeignet, um den abstrakten Zahlenraum konkret abzubilden. Rechenoperationen können nicht konkret dargestellt werden. Die Reime und Vorstellungsbilder wie z.B. „7er-U", „8er-Quadrat", oder das „Neunerpaket", helfen dem Schüler zunächst das Zahlenbild einzuprägen, jedoch ist dies beim abstrakten Umgang und beim Rechnen mit den Zahlen keine Hilfe.

Obwohl die Zahlenbilder mittlerweile seit fast 20 Jahren in Unterricht und Förderung Verwendung finden, ist keine Studie zu den Wirkungen des Programms bekannt.

Im nächsten Abschnitt soll mit *Mengen, zählen, Zahlen* ein Programm vorgestellt werden, das, eigentlich für den Vorschulbereich entwickelt, ebenfalls in der Schule eingesetzt werden kann.

4.2.3 Das Trainingsprogramm Mengen, zählen, Zahlen (MZZ)

Das Trainingsprogramm *Mengen, zählen, Zahlen* (*MZZ*) von Krajewski, Nieding und Schneider (2007) ist ein schulvorbereitender Förderansatz, der in Kindergärten und Vorschulen durch die Vermittlung mathematischer Vorläuferkompetenzen frühe Defizite der Kinder ausgleichen und die Grundlage für das Verständnis der Schulmathematik schaffen soll. Der Konzeption des MZZ-Trainings liegt das in Kapitel 3.2 beschriebene Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen zu Grunde.

MZZ legt ein Hauptaugenmerk auf die Förderung von Anzahlkonzept und Zahlrelationen im Zahlenraum bis zehn. Die abstrakte Struktur der Zahlen und des Zahlenraumes sollen dabei anhand verschiedener Darstellungsmittel für die Kinder greif- und sichtbar gemacht werden. Mathematische Erkenntnisse können so direkt am Gegenstand vollzogen werden. Die Kinder sollen die Gesetzmäßigkeiten der Zahlen und der numerischen Handlungen aber nicht nur visuell erfassen, sondern sie sollen diese auch verbal ausdrücken und reflektieren.

Das Förderprogramm behandelt, angelehnt an die Kompetenzebenen nach Krajewski, drei Themenschwerpunkte. Im ersten Schwerpunkt *Zahlen als Anzahlen* werden numerische Basisfertigkeiten (siehe Ebene I), wie Zahlenkenntnis, Zählfertigkeiten und Mengenverständnis vermittelt. Die Zahlen werden dabei gleichzeitig als verbale Zählzahlen und als visuelle Zifferzahlen eingeführt und sofort mit den zugehörigen Mengen verknüpft (Ebene II: Anzahlkonzept). Das Hauptziel dieses ersten Schwerpunktes ist deshalb, die Einsicht zu erlangen, dass Zahlen Mengen repräsentieren.

Der zweite Schwerpunkt *Anzahlordnung* zielt auf das Verständnis der Zahlen als Folge aufsteigender Anzahlen und markiert damit den zentralen Kern von Ebene II. Das Hauptziel dieses Schwerpunktes ist, dass die Kinder nachvollziehen können, dass Zahlen aufgrund ihrer Mächtigkeit in eine Reihenfolge gebracht und miteinander verglichen werden können. Dazu ist es hilfreich, bereits hier zu verdeutlichen, dass von einer Zahl zur nächsten Zahl immer genau eins dazu kommt (Zunahme-um-Eins-Prinzip, Ebene III). Dafür werden die Zahlen anhand von Materialien veranschaulicht, die sich zwar in ihrer Stückzahl, aber nicht in ihrer Art, Form oder Farbe voneinander unterscheiden.

Im dritten Förderschwerpunkt *Teil-Ganzes-Beziehungen und Anzahlunterschiede* sollen die Kinder erkennen, dass sich Zahlen in andere Zahlen zerlegen und wieder zusammensetzen lassen und der Unterschied zwischen zwei Zahlen wieder eine Zahl ist (s. Ebene III: Zahlzerlegung, Zahldifferenz). Das Hauptziel dieses Schwerpunktes besteht im Erlangen der Einsicht, dass Beziehungen zwischen Mengen mit Zahlen dargestellt werden können. Auch hier wird auf die Verwendung einheitlicher Materialien für alle Zahlen geachtet, damit die Zahlbeziehungen für die Kinder klar sichtbar und nachvollziehbar werden.

Das Programm umfasst insgesamt 24 Sitzungen à 30 Minuten und sollte dreimal wöchentlich in Kleingruppen von maximal vier bis sechs Kindern durchgeführt werden. Der Ablauf der Übungen ist in einem strukturierten Zeit- und Inhaltsplan vorgegeben, für jede Sitzung sind angestrebte Ziele und Leitfragen formuliert. Des Weiteren werden Formulierungsweisen vorgegeben, die von den Kindern so exakt wie möglich wiedergegeben werden sollen, um eventuelle Schwierigkeiten in der Ausdrucksweise zu vermeiden. Für fortgeschrittene Kinder werden Übungsvarianten angeboten, so dass ein gewisses Maß an Differenzierung ermöglicht wird.

Die Einübung aller Kompetenzen im Rahmen des MZZ-Programms ist an gleich bleibende, abstrakte Darstellungsmaterialien gekoppelt. Diese Anschauungsmittel heben das numerisch Wesentliche eines mathematischen Inhaltes hervor und machen die abstrakte Struktur der Zahlen sichtbar. Das zentrale Darstellungsmittel ist dabei die Zahlentreppe (vgl. Abbildung 6), durch die die Vermittlung verschiedener Kompetenzen der Ebenen II bis III ermöglicht wird.

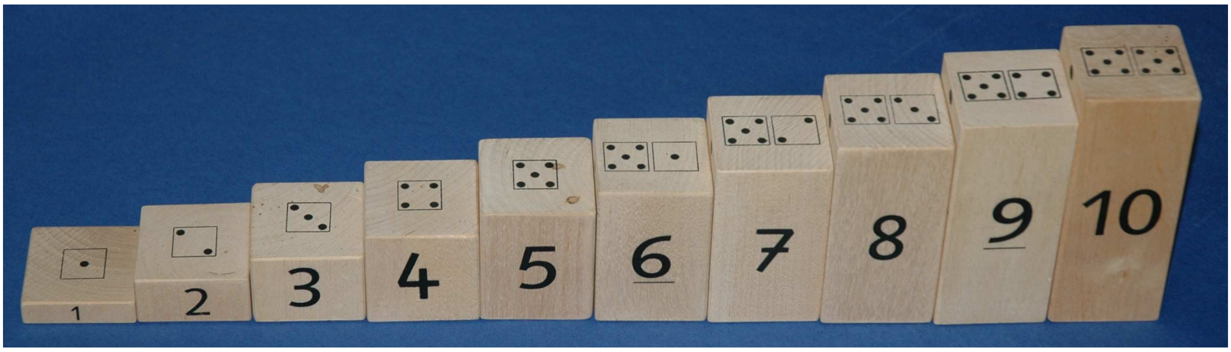


Abbildung 6: Zahlentreppe aus Mengen, zählen, Zahlen (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007; auch Krajewski, 2008d)

Durch die Zahlentreppe kann zum Beispiel die aufsteigende Größe der Zahlen veranschaulicht werden. Die Einteilung der einzelnen Stufen in abzählbare Abschnitte und die weiteren zugehörigen Materialien können den Kindern die quantitative Ordnung der Zahlenfolge (Ebene IIb) vermitteln. Des Weiteren können die Zahlzerlegung und Zahldifferenzen (Ebene

III) mit der Zahlentreppe verdeutlicht werden. Krajewski et al. (2007) haben bei der Zusammenstellung der MZZ-Materialien darauf geachtet, dass sie aufeinander abgestimmt sind. So finden sich die einzelnen Seiten der Zahlentreppe auf Bildkärtchen wieder (Abbildung 7). Das erleichtert die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der Materialien und zeigt den Kindern, dass sich die Prinzipien der Zahlen unabhängig von den verwendeten Materialien zeigen. Ein weiteres Prinzip der Materialien, die Verwendung von Dingen gleicher Art, die sich einzig in ihrer Stückzahl unterscheiden, führt dazu, dass Kinder von quantitativ irrelevanten Merkmalen des Materials, wie Form oder Farbe, absehen, und ihre Aufmerksamkeit ausschließlich auf den numerischen Aspekt richten.

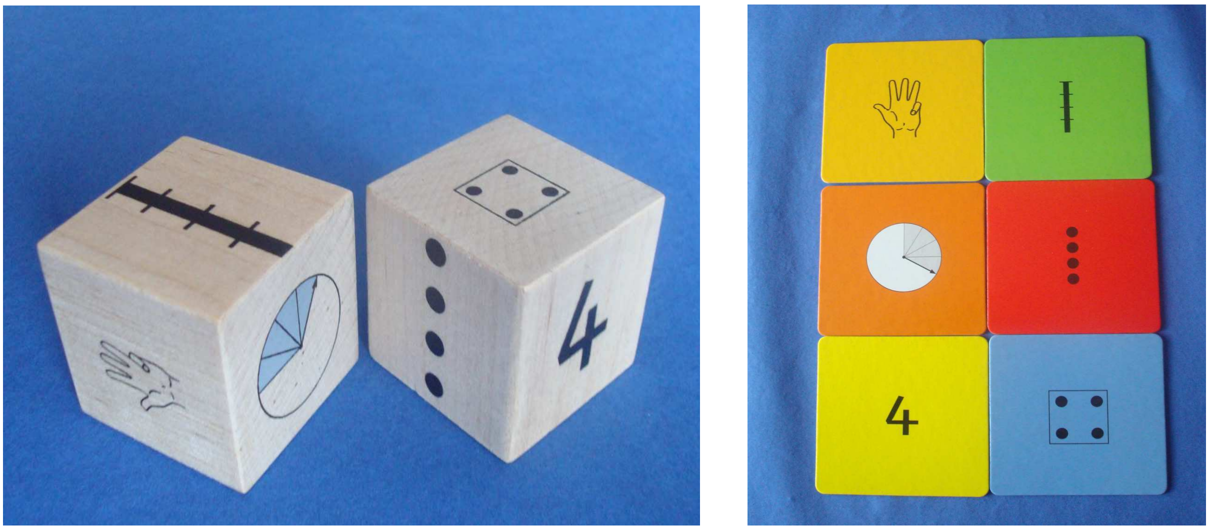


Abbildung 7: Zahlenstufe 4 und zugehörige Treppenkarten aus Mengen, zählen, Zahlen (Krajewski et al, 2007)

Die Förderung erfolgt in spielerischer Form, der Lehrer beziehungsweise der Erzieher führt die entsprechende Handlung vor und verbalisiert den Inhalt. Die Kinder werden durch gezieltes Nachfragen zur Selbstinstruktion und Reflektion ihrer Handlungen angeleitet. Durch diese Verbalisierungen sollen sie sich die mathematischen Handlungen immer wieder ins Bewusstsein rufen und auf analoge Fragestellungen übertragen.

Kritisch an MZZ wird gesehen, dass die Bedeutung der *Null* explizit nicht thematisiert wird (Landerl & Kaufmann, 2008). Krajewski et al. (2007) begründen den Verzicht auf die *Null*, da sie keine wahrnehmbare Anzahl darstelle, das Förderkonzept aber ausdrücklich auf die Verknüpfung von Zahlworten mit Anzahlen abziele und die Null deshalb zunächst zur Verständnishürde werden könnte. Dahingegen betonen Landerl und Kaufmann (S. 197), dass es sich bei der *Null* um ein alltagsrelevantes Konzept handele, dem sowohl im frühen Erwerb des Zählens und Rechnens, als auch im späteren Aufbau des Stellensystems eine wichtige Funktion zukomme.

4.2.4 Bisherige Evaluationsstudien zu MZZ

Das Förderprogramm *Mengen, zählen, Zahlen* wurde bisher in verschiedenen Kontexten eingesetzt und evaluiert. In einer ersten Pilotierung (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008) sollten die Effekte des Trainings im Kindergarten überprüft werden. Dazu wurden 260 Kindergartenkinder zu Beginn ihres letzten Kindergartenjahres einer von drei Versuchsbedingungen zugewiesen. 71 Kinder bildeten die Trainingsgruppe, die zehn Wochen lang von den Erzieherinnen täglich eine halbe Stunde in Kleingruppen mit bis zu neun Kindern mit dem MZZ-Programm gefördert wurde. 45 Kinder bildeten die erste Kontrollgruppe, die im gleichen Zeitraum mit dem *Denktraining für Kinder I* von Klauer (1989) zur Förderung der intellektuellen Fähigkeiten gefördert wurden. Die restlichen 144 Kinder fungierten zunächst als ungeförderte Kontrollgruppe. Allerdings nahm ein Teil der Kinder aus der ungeförderten Kontrollgruppe zwischen dem Nachtest und der Follow-Up-Erhebung an einem anderen mathematischen Trainingsprogramm, *Komm mit ins Zahlenland* (Friedrich & de Galgoczy; 2004; siehe oben), teil, das unter unkontrollierten Bedingungen eingesetzt wurde. Diese 36 Kinder können damit als eigenständige Versuchsgruppe betrachtet werden.

Alle Versuchsgruppen wurden direkt vor und nach der Durchführung von MZZ bzw. des Denktrainings im Hinblick auf mathematische und unspezifische Vorläuferkompetenzen getestet. Die Follow-Up-Erhebung zur Identifizierung von potentiellen Langzeiteffekten folgte sieben Monate nach dem Nachtest unmittelbar vor der Einschulung. Des Weiteren wurden die schulischen Mathematik- und Deutschleistungen der getesteten Kinder am Ende des ersten Schuljahres erhoben, um mögliche Transfereffekte des Trainings auf die Schulleistung nachweisen zu können.

Die Ergebnisse der Untersuchung zeigten im Nachtest signifikant höhere Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei den Kindern der Trainingsgruppe im Vergleich zu allen anderen Kontrollgruppen, wobei die Effektstärken bei d = .25 (zur ungeförderten Kontrollgruppe) bzw. d = .34 (zur Denktrainingsgruppe) lagen. Nach Ablauf der Förderung entwickelten sich die Kompetenzen der Gruppen parallel weiter, so dass sich die Effekte beim Follow-Up-Test als stabil erwiesen, wie Effektstärken zwischen d = 0.25 (im Vergleich zur Zahlenlandförderung) und d = 0.42 (zum Denktraining) zeigten. Die MZZ-Trainingsgruppe erreichte somit kurz- und langfristig signifikant höhere Leistungen in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen als die anderen Versuchsgruppen.

Bei Betrachtung der untersuchten unspezifischen Variablen (Arbeitsgedächtnis, Zugriff aufs Langzeitgedächtnis, Intelligenz, Sprache, phonologische Bewusstheit, Buchstabenkenntnis, Deutschleistungen) ließen sich zwischen den Versuchsgruppen keine Unterschiede feststellen, so dass die Förderung als inhaltsspezifisch zu bezeichnen war.
In Bezug auf mögliche Transfereffekte kam die Studie zu dem Ergebnis, dass sowohl die untrainierte Kontrollgruppe als auch die MZZ-Gruppe gegenüber der Versuchsgruppe mit unkontrollierter Zahlenland-Förderung signifikant höhere Mathematikleistungen am Ende der ersten Klasse erreichten. Andererseits konnten bei der MZZ-Gruppe keine stärkeren Transfereffekte auf die spätere Mathematikleistung gegenüber der untrainierten Kontrollgruppe und der Denktrainingsgruppe nachgewiesen werden. Die Autoren vermuteten, dass dieses Ergebnis mit der langen Wartezeit zwischen MZZ-Förderung und Schuleintritt zusammenhängt und empfehlen daher eine derartige Förderung möglichst zeitnah zum Schulbeginn stattfinden zu lassen. Landerl und Kaufmann (2008) geben allerdings zu bedenken, dass die verschiedenen Förderbedingungen in dieser Studie nicht vergleichbar seien, da die Intensität der Förderung in allen Gruppen unterschiedlich war.

In einer ergänzenden Analyse (Krajewski, Renner, Nieding & Schneider, 2008) sollte herausgefunden werden, ob sich, je nach Alter der geförderten Kinder, differenzielle Effekte der MZZ-Förderung ergeben. Dazu wurden die Kinder, die der MZZ-Fördergruppe und der ungeförderten Kontrollgruppe angehört hatten, in die drei Altersgruppen „Jüngere" (58-63 Monate), „Mittlere" (64-68 Monate) und „Ältere" (69-78 Monate) eingeteilt.
Untersucht wurden die Ergebnisse in den mathematischen Basiskompetenzen für jede Ebene des Entwicklungsmodells gesondert zu zwei Zeitpunkten, zu Beginn des letzten Kindergartenjahres und kurz vor der Einschulung.
Die differenzierte Betrachtung der Ergebnisse für unterschiedliche Altersgruppen ergab, dass die geförderten jüngeren Kinder einen signifikant größeren Zuwachs als die Kontrollgruppe auf der ersten Ebene erzielten, während die mittlere Altersgruppe signifikant höhere Leistungen auf den Ebenen I und II erreichte und die älteren Vorschulkinder signifikant stärker auf der dritten Ebene abschnitten. Die Autoren deuteten diese differenzierten Alterseffekte als Bestätigung des Entwicklungsmodells von Krajewski (2008a), da bei jüngeren Kindern eine Förderung basaler Mengen-Zahlen-Kompetenzen am fruchtbarsten erscheint, während bei älteren Kindern, die diese Kompetenzen schon stärker verinnerlicht haben, der Fördererfolg bei höheren Kompetenzen der Ebene III, wie Anzahlrelationen und Teil-Ganzes-Verständnis, am größten ist.

Ennemoser (2010) führte eine Förderung mit *Mengen, zählen, Zahlen* bei Kindern in Vorklassen durch, also bei Kindern, die vom Schulbesuch für ein Jahr zurückgestellt wurden. Insgesamt 20 Kinder wurden in ihren mathematischen Basiskompetenzen untersucht. Davon wurden 10 im Anschluss unterrichtsintegriert mit MZZ gefördert, die anderen 10 Kinder durchliefen den normalen Mathematikvorklassenunterricht. Nach der Hälfte und zum Abschluss des Kurses wurden die Kompetenzen der Kinder noch einmal untersucht.
Während auf Ebene I keine Fördereffekte feststellbar waren, zeigten die mit MZZ geförderten Kinder auf Ebene II schon nach der Hälfte der Förderung einen signifikanten Vorsprung (d = 0.77), der bis zum Ende der Förderung fortbestand (d = 1.29). Ähnliches zeigte sich auf Ebene III (Hälfte: d = 1.18, Ende: d = 0.94). Auch diese Studie belegt damit, dass ältere Kinder eher auf den höheren Ebenen der Kompetenzentwicklung profitieren und ein Training in diesem Altersbereich deshalb immer noch absolut gerechtfertigt scheint.

Diese Schlussfolgerung war ein Grund, warum Ennemoser und Krajewski (2007) das Programm MZZ erstmals in der Schule erprobten und sich hierbei zunächst auf die Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses (Ebene III) beschränkten. An der Studie nahmen 128 Erstklässler teil. Die Schüler wurden zwei Monate vor Ende des ersten Schuljahres mithilfe eines standardisierten Mathematiktests (DEMAT 1+) überprüft. Anhand dessen wurden insgesamt 30 Kinder als rechenschwache Erstklässler identifiziert. Diese Kinder wurden zu gleichen Teilen auf zwei Versuchsgruppen aufgeteilt. Die Experimentalgruppe wurde mit Teilen des MZZ gefördert, während die Kontrollgruppe an einer Leseförderung teilnahm. Die Fördermaßnahmen erstreckten sich über einen Zeitraum von drei Wochen, wobei die Kinder sechs Sitzungen à 45 Minuten in Kleingruppen (fünf Kinder) absolvierten. Der Schwerpunkt der mathematischen Förderung mit MZZ lag auf den Teil-Ganzes-Beziehungen von Zahlen bis zehn. Die Kinder sollten zu der Erkenntnis gelangen, dass sich größere (An-) Zahlen aus kleineren (An-) Zahlen zusammensetzen lassen. Nach Ablauf der Förderung erfolgte eine erneute Überprüfung anhand des DEMAT 1+, um die Trainingseffekte zu ermitteln. Die varianzanalytische Auswertung zeigte, dass die Experimentalgruppe (MZZ) im Verlauf der Förderung einen signifikant größeren Leistungszuwachs in Mathematik zu verzeichnen hatte als die Kontrollgruppe mit Lesetraining (d = 0.58). Differenziertere Analysen auf Subtest-ebene ergaben weiter, dass der beschriebene Trainingseffekt vor allem auf eine größere Leistungssteigerung im Bereich des Teil-Ganzes-Verständnisses (trainingsnaher Effekt) sowie in den Sachaufgaben (Transfereffekt) zurückzuführen war. Die Transfereffekte auf die

Leistung in Sachaufgaben begründeten die Autoren mit der Tatsache, dass die Aufgaben während des Trainings zum größten Teil verbal vorgegeben wurden.
Im Hinblick auf die diskriminante Trainingsvalidität konnte schließlich auch bestätigt werden, dass die Fördereffekte spezifisch auf den Bereich mathematischer Kompetenzen beschränkt bleiben. In der Lesekompetenz ergaben sich keinerlei signifikante Leistungszuwächse im Untersuchungszeitraum.
Insgesamt konnte festgehalten werden, dass die Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit Rechenschwächen zumindest kurzfristig als effektiv einzuschätzen ist. Dieses Ergebnis war aufgrund der Kürze dieser Maßnahme beachtenswert und gibt Anlass zur Hoffnung, dass eine intensivere Förderung von Risikokindern in der Grundschule tatsächlich zur Prävention von Rechenschwäche beitragen kann.

4.3 Zusammenfassung

Mittlerweile existieren viele Ansätze zur Förderung früher mathematischer Kompetenzen im Vorschulbereich. Vorreiter in diesem Bereich waren Programme, die in den USA entwickelt wurden, um besonders Kindern aus sozialschwachen Familien, die häufig in ihrer Kompetenzentwicklung zurückhängen, Lernerfahrungen zu ermöglichen und sie auf einen erfolgreichen Schulstart vorzubereiten. Neben mehreren internationalen Publikationen gibt es seit wenigen Jahren auch einige deutschsprachige Programme, die sich die Förderung mathematischer Basiskompetenzen zur Aufgabe machen. Die meisten dieser Programme fokussieren auf das Vorschulalter, aber auch für schwache Grundschüler in den ersten Schuljahren liegen mittlerweile verschiedene Trainings vor.
Trotz vieler ermutigender Ansätze sind jedoch, insbesondere aus wissenschaftlicher Sicht, einige Punkte kritisch zu sehen, die hier knapp skizziert werden sollen:

Keine Wirksamkeitsstudien

Für die meisten der hier vorgestellten Konzepte zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen liegen Wirksamkeitsüberprüfungen vor. Es gibt jedoch auch Ausnahmen, die zwei deutschsprachige Programme betreffen. Während für das Programm *Kalkulie* gerade erst eine standardisierte Fassung erarbeitet wird, die dann unter Experimentalbedingungen evaluiert werden kann (vgl. Ricken, 2009), werden die *Kieler Zahlenbilder* schon seit 20 Jahren eingesetzt, ohne dass ihre Wirksamkeit wissenschaftlich überprüft wurde. Aber selbst wenn zu einem Programm Wirksamkeitsstudien vorliegen, ist dies noch keine Gewähr dafür, dass die vorgelegten Befunde etwas über die Wirksamkeit eines Programms aussagen.

Keine Kontrollgruppen

In viele Studien beschränken sich die Autoren bei der Überprüfung der Wirksamkeit auf ein Ein-Gruppen-Design (z.B. Baroody, Eiland & Thompson, 2009) Bei der Ergebnisbewertung bleibt dabei die natürliche Entwicklung der Kinder unberücksichtigt, wodurch der Fördereffekt deutlich überschätzt werden kann (so bei *FEZ,* Peucker & Weißhaupt, 2005; den *Zahlenland*-Studien von Pauen, 2009 und Pauen & Pahnke, 2008; sowie der Förderstudie von Grüßing & Peter-Koop, 2008). Abhilfe können beim Fehlen einer Kontrollgruppe zwar Vergleiche mit Standardwerten aus normierten Testverfahren bieten (siehe Dowker, 2005, 2007; Willey, Holliday & Martland, 2007). Sie können aber keine echte Kontrollgruppe ersetzen.
Die Interpretation von Fördereffekten in Förderstudien wird zudem häufig dadurch erschwert, dass zwar eine Kontrollgruppe vorhanden ist, diese aber kein Alternativtraining erhält, so dass Fördereffekte nicht von unspezifischen Zuwendungseffekten abgegrenzt werden können (vgl. Klauer, 2001b).

Kleine Stichproben

Ein weiteres Problem einiger Evaluationsstudien sind zu kleine Stichproben. Ein Beispiel hierfür sind die Studien zum *Dortmunder Zahlbegriffstraining,* einem strukturierten Training, das viele wichtige Basiskompetenzen vermittelt und schon mehrere Evaluationsstudien durchlaufen hat. Die Stichprobengrößen lagen dabei jedoch meist um N = 10, was für inferenzstatistische Schlüsse nicht ausreicht. Auch das in den USA sehr weit verbreitete *Number Worlds* wurde nur mit relativ geringen Stichprobengrößen evaluiert (s. auch unten).

Keine Untersuchung langfristiger Effekte

Wenn zu den Programmen Evaluationsstudien vorliegen, beschränken diese sich zumeist auf klassische Prä- und Posttest-Designs, während Untersuchungen, die langfristige Effekte der Trainingsmaßnahmen unter die Lupe nehmen, rar sind. Die niederländische Studie aus der Arbeitsgruppe um van de Rijt und van Luit (1998) bildet hierbei eine Ausnahme. Diese konnten mit ihrem Programm noch sieben Monate nach Ablauf der Förderung eine signifikante Steigerung mathematischer Basiskompetenzen belegen. Auch für das Vorschulprogramm *Number Worlds* wurden langfristige Effekte am Ende des ersten Schuljahres untersucht. Diese waren jedoch aufgrund einer kleinen Stichprobe und einem Deckeneffekt des Messinstruments nur noch tendenziell feststellbar. Während Untersuchungen langfristiger Effekte vor allem bei deutschen Programmen eher die Regel sind (*Dortmunder Zahlbegriffstraining*, Schulz, 2000; *MZZ*, Krajewski, Nieding & Schneider, 2008; *Spielend Mathe*, Quaiser-Pohl, 2008; *Komm mit ins Zahlenland*, Friedrich & Munz, 2006; Grüßing & Peter-

Koop, 2008), wobei die Qualität der Daten zwischen den einzelnen Untersuchungen jedoch erheblich schwankt und belastbare Ergebnisse nicht gefunden wurden, fehlen Follow-Up-Untersuchungen gerade bei den großen amerikanischen Programmen und bei fast sämtlichen berichteten Förderstudien. Dies ist umso verwunderlicher, da das langfristige Ziel der Förderprogramme eine Verbesserung der mathematischen Schulleistungen bzw. eine Prävention von Rechenschwäche sein sollte.

Keine Untersuchung von Transfereffekten

Nicht nur die Untersuchung langfristiger Effekte fehlt häufig, es gibt ebenfalls nur wenige Studien, die trainingsferne Leistungen in den Blick nehmen. So wird in den meisten Evaluationsstudien lediglich analysiert, ob die trainierten mathematischen Basiskompetenzen verbessert wurden. Es ist jedoch mindestens genauso wichtig zu untersuchen, ob die Kinder ihre erworbenen Kompetenzen auch bei Aufgabentypen anwenden können, die explizit Rechenfertigkeiten erfordern und die in der Schule einen großen Umfang der Aufgaben ausmachen. Nur wenige der vorgestellten Studien haben sich mit solchen unmittelbaren Transfereffekten eines Basiskompetenztrainings befasst (z.B. Fischer, 1990; Fuchs et al., 2001; Kaufmann et al., 2005). So konnte Fischer (1990) beispielsweise zeigen, dass nach einer Förderung von Basiskompetenzen sowohl das Lösen von Basisrechenaufgaben als auch der Umgang in einem erweiterten Zahlenraum leichter gelingen können.

Neben diesen Punkten, die zeigen, dass viele Programme nur unzureichend evaluiert wurden, existieren auch konzeptionelle Probleme bei manchen Ansätzen. So werden die *Kieler Zahlenbilder* zwar seit mittlerweile 20 Jahren bei der Förderung rechenschwacher Grundschüler eingesetzt. Trotzdem erscheint das eingesetzte Material eher ungeeignet, um wichtige Kompetenzen höherer Ebenen daran zu vermitteln. Weniger geeignet erscheinen zudem Ansätze wie *Komm mit ins Zahlenland*. Auch wenn damit einige Aspekte der Mengen- und Zahlentwicklung ansprechend vermittelt werden können, so steht die Beseelung des Zahlenraums doch dem Aufbau einer Vorstellung des abstrakten Zahlenraums entgegen.

Ein anderes Hindernis bei der Auswahl eines geeigneten Förderprogramms stellt die Verfügbarkeit dar. So erscheinen *Spielend Mathe* und *FEZ* geeignete Kindergartenförderprogramme zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen zu sein. Beide fokussieren auf viele relevante Kompetenzen und es liegen jeweils erste Belege für ihre Wirksamkeit vor. Beide Programme sind aber (bisher noch) nicht kommerziell zu erwerben.

Mit *Mengen, zählen, Zahlen* liegt dagegen ein Programm vor, mit dem man unter der Prämisse der Entwicklungsorientierung mathematische Kompetenzen im Vorschulbereich fördern kann, wie die Ergebnisse verschiedener Evaluationsstudien belegen. Ob *Mengen, zählen, Zahlen* auch in ersten Klassen erfolgreich eingesetzt und zur Prävention von Rechenschwäche verwendet werden kann, soll im Folgenden herausgefunden werden.

4.4 Anforderungen an die Konzeption einer Fördermaßnahme für Risikokinder in der ersten Klasse

Die im empirischen Teil dieser Arbeit dargestellte Fördermaßnahme sollte sich explizit an Kinder richten, die noch zur Mitte des ersten Schuljahres Probleme in ihren mathematischen Basiskompetenzen aufwiesen.
Nach Kretschmann (2003) handelte es sich damit um eine Maßnahme der sekundären Prävention, also eine Unterstützungsmaßnahme für in ihrer Entwicklung gefährdete Kinder. Es konnte zwar erwartet werden, dass diese sekundärpräventive Maßnahme ähnlich wirksam ist, wie die primäre Prävention im Kindergarten (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008), allerdings war diese Annahme keinesfalls trivial. So konnte es durchaus sein, dass Risikokinder im ersten Schuljahr schon nicht mehr auf eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen ansprechen, da sie das Förderniveau durch den erfolgten Mathematikunterricht bereits überschritten haben.
Um gute Voraussetzungen für eine erfolgreiche Förderung zu schaffen, sollten deshalb einige Punkte bei der Konzeption der Maßnahme bedacht werden. So unterliegt eine Mathematik-Förderung in der Schule, neben den nicht zu vernachlässigenden organisatorischen Anforderungen, bestimmten mathematikdidaktischen sowie entwicklungspsychologischen Anforderungen. Diese sollten größtenteils erfüllt sein, um einen möglichst großen Fördererfolg zu erzielen. Im Folgenden soll überprüft werden, ob die angedachte Förderung mit *Mengen, zählen, Zahlen* diesen Anforderungen entspricht.

4.4.1 Organisatorische Anforderungen

Lorenz und Radatz (2008, S. 114f) sehen derzeit zwei Möglichkeiten des Förderns in der Grundschule, den fördernden Unterricht im Klassenverband und die Förderung im ausgegliederten Förderunterricht. Sie sehen allerdings in beiden Formen Probleme. So sei ein fördernder Unterricht im Klassenverband nur durchführbar, wenn neben günstigen Rahmenbedingungen, insbesondere kleinen Klassen und Lehrer-Doppelbesetzungen, der Lehrer über differenziertes Wissen über die Lernausgangslagen der Schüler verfüge und darauf aufbauende geeignete didaktische Modelle vorlägen. Einen solchen differenzierten Unterricht, der von einer Lehrkraft alleine durchgeführt wird, halten sie aufgrund fehlender überzeugender Konzeptionen derzeit für kaum umsetzbar. Lorenz und Radatz sehen deshalb im Moment noch keine Alternative zu einer zeitlich begrenzten Einzelförderung rechenschwacher Grundschüler. Sie geben aber zu bedenken, dass es in einer solchen Förderung oft zu wenig sinnvollen und ineffektiven Maßnahmen komme, da der Förderunterricht nicht in der Hand des Klassen- oder Fachlehrers liege und durch mangelnde Absprachen und fehlenden Informationen der Förderlehrer nicht in der Lage sei, adäquat auf den Lernstand des Schülers einzugehen. Zudem befürchten sie, dass sich bei Schülern in solchen Fördermaßnahmen durch übermäßiges Üben immer gleicher Aufgabentypen ohne vorheriges Erarbeiten des begrifflichen und operativen Verständnisses eingeschlichene Fehlertechniken verfestigen. Außerdem geben sie zu bedenken, dass eine Ausgliederung aus dem Klassenunterricht eine frühe Maßnahme der externen Differenzierung sei, die häufig nicht zeitlich begrenzt werde und sich über die Grundschulzeit ohne nennenswerte Erfolge manifestieren könnte.

Die in dieser Arbeit angedachte Förderung mit *Mengen, zählen, Zahlen* (*MZZ*; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) sollte diese Bedenken zerstreuen. Sie sollte

- in Kleingruppen von max. 6 Kindern stattfinden.
- durch eine der Förderung vorausgehenden Diagnostik die fördernde Person in Kenntnis des aktuellen Entwicklungsstandes des Kindes setzen.
- der fördernden Person einen genauen Förderplan an die Hand geben.
- den Fokus nicht auf das exzessive Üben von Aufgaben, sondern auf das Verständnis legen.
- zeitlich begrenzt sein.
- im Erfolg messbar sein.

4.4.2 Anforderungen aus mathematikdidaktischer Sicht

Die Wahl der Darstellungsmittel ist eine der wichtigsten Entscheidungen bei der Erstellung einer Fördermaßnahme. *Mengen, zählen, Zahlen* enthält verschiedene Materialien, wie Holzchips, Zahlenstreifen, Würfelbilder und als zentrales Mittel die Zahlentreppe. Gemeinsam ist den Materialien, dass sie den meisten didaktischen Kriterien, die Radatz, Schipper, Ebeling und Dröge (1996) an Arbeitsmittel anlegen, genügen. So erlauben sie die simultane Zahlauffassung und Zahldarstellung bis vier und die quasi-simultane Zahlauffassung bis 10, wobei diese durch eine deutlich erkennbare Fünfergliederung (Krauthausen, 1995: *Kraft der Fünf*) gewährleistet wird. Das Material erlaubt weiter

Handlungen, die an das kindliche Verständnis der mathematischen Operationen Addieren, Subtrahieren, Verdoppeln und Halbieren, Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen anknüpfen und dieses Verständnis stabilisieren und erweitern. Die Übersetzung der Handlungen in Bilder und Symbole ist für die Kinder zudem unmittelbar möglich. Das Material ermöglicht zählendes Rechnen, unterstützt aber gleichzeitig die Ablösung von diesem, beispielsweise dadurch, dass eine Seite der Zahlentreppe nur die symbolische Ziffer präsentiert, während die anderen Seiten mit Mengendarstellungen arbeiten.

Das MZZ-Material beschränkt sich allerdings auf den Zahlenraum bis zehn. Die Forderung, strukturgleiche Fortsetzungen für das Rechnen im Zahlenraum bis 100 zur Verfügung zu stellen, wird daher nicht erfüllt. Zumindest im Zahlenraum bis zehn kann mit den Darstellungsmitteln, insbesondere mit der Zahlentreppe, aber einer weiteren Anforderung, nämlich der Entwicklung heuristischer bzw. operativer Strategien des Rechnens (Verdoppeln, Halbieren, Zerlegen, gegensinniges oder gleichsinniges Verändern), Rechnung getragen werden. Das Erlernen heuristischer Strategien wie Ableitungen und Analogien ($4 + 4 = 8 \rightarrow 4 + 5 = 9$) erachten Lorenz und Radatz (2008) als zentral in der Förderung mathematischen Verständnisses. Schüler, die keine heuristischen Strategien erlernten, müssten nämlich Kompensationsstrategien wie Auswendiglernen oder zählendes Rechnen nutzen. Gerade in der Verfestigung des zählenden Rechnens sehen Lorenz und Radatz aber ein Hauptproblem rechenschwacher Kinder. Dabei wird nicht das Zählen per se als Problem erkannt, sondern ein zu langes Festhalten an diesem als einziger Rechenstrategie. So argumentieren sie, dass sich spätestens nach der Zahlenraumerweiterung Rechenfehler häufen würden, da das Arbeitsgedächtnis durch permanentes internales Zählen überlastet werde und der Fokus nicht auf die eigentliche Operation gelegt werden könne. Außerdem müsse das Zählen auch bei fortgeschrittenen Verfahren wie der Multiplikation und der Division Anwendung finden, wenn Zerlegungstechniken nicht erlernt bzw. erkannt werden. Der Erwerb heuristischer Strategien spielt deshalb eine zentrale Rolle bei der Prävention von Rechenschwäche und die MZZ-Materialien scheinen geeignet, diesen Erwerb positiv zu begünstigen.

4.4.3 Anforderungen aus entwicklungspsychologischer Sicht

Krajewski (2008a, 2008b, 2008c) nennt drei wichtige Prinzipien, die ein mathematisches Frühförderprogramm befolgen sollte. Es sollte

- auf mathematische Inhalte fokussiert sein (inhaltsspezifische Förderung).
- einen systematischen Aufbau mathematischer Kompetenzen gewährleisten.

- strukturorientierte Darstellungsmittel unter Verwendung einer „mathematischen“ Sprache einbeziehen.

Fokussierung auf mathematische Inhalte (inhaltsspezifische Förderung)

Im Bereich der Schriftsprachförderung ist seit längerer Zeit bekannt, dass man inhaltsspezifisch fördern muss, wenn man bedeutsame Fördereffekte erzielen will (u.a. Grünke, 2006; Scheerer-Neumann, 2008; von Suchodoletz, 2010). Im Hinblick auf die Förderung mathematischer Fertigkeiten beruft sich Krajewski (2008a) auf die Befunde in diesem Bereich und plädiert deshalb auch hier gegen eine inhaltsunspezifische Förderung wie beispielsweise einem Training der visuellen oder auditiven Wahrnehmung oder einem Konzentrationstraining. Sie befürwortet dagegen ein Training von spezifischen mathematischen Fähigkeiten. Auch Schulz (1995, S. 84f) kritisiert in ihrem Ansatz zum Verhindern von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht inhaltsunspezifische Trainingsprogramme. Rechenschwache Kinder könnten durch ein solches Training weder Vorkenntnislücken abbauen, noch lernten sie die eingeübten Verfahren und Techniken auf die speziellen Unterrichtsinhalte zu übertragen, weil sie deren Relevanz in anderen Zusammenhängen nicht erkennen würden. Krajewski (2008a) konstatiert, dass nur inhaltsspezifische Trainings auch eine spezifische Wirkung zeigten. Wenn man mathematische Einsichten fördern wolle, müsse man auch explizit mathematische Inhalte zur Förderung heranziehen. Von Aster (2009) stützt dies. Für ihn müssen Therapie- und Fördermaßnahmen den konkreten Problemen eines Kindes Rechnung tragen und individuell angepasst werden. Trainings, die sich pauschal auf die Verbesserung von Wahrnehmung, Psychomotorik oder Sprache bezögen, könnten keine Steigerung numerischer Kompetenzen bewirken.

Systematischer Aufbau mathematischer Kompetenzen

Nach Auffassung von Ennemoser und Krajewski (2007) ist die schulische Förderpraxis noch überwiegend performanz- und produktorientiert. Dabei soll durch kleinschrittiges und intensives Üben ein umfangreiches Faktenwissen aufgebaut werden, welches sich positiv auf die Produktion richtiger Lösungen auswirken soll (vgl. Stern, 1998; Stern, Hasemann & Grünke, 2004). Grundlegende mathematische Strukturen werden dadurch jedoch häufig nicht verstanden und Einsichten in mathematische Zusammenhänge verschließen sich durch das exzessive Einüben von Faktenwissen weiterhin, die zugrunde liegenden Probleme werden maximal über einen beschränkten Zeitraum kompensiert. Wesentlich sinnvoller erscheint deshalb eine Förderung, die auf das konzeptuelle Verständnis der hinter den Rechenaufgaben und Algorithmen stehenden Prinzipien abzielt, also auf die zum Rechnen benötigten

Kompetenzen (Stern, 1998). Eine solche kompetenzorientierte Förderung sollte berücksichtigen, wie sich die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Allgemeinen vollzieht, sich also eng an aktuellen Entwicklungsmodellen orientieren um daraus gezielt die zu fördernden Kompetenzstufen ableiten zu können (vgl. Ennemoser & Krajewski, 2007).

Einbezug strukturorientierter Darstellungsmittel unter Verwendung „mathematischer" Sprache

Bei der Auswahl von Darstellungsmaterialien ist darauf zu achten, dass es sich um Modelle handelt, die das mathematische Skelett einer Handlung deutlich machen und die abstrakte, klare Struktur des Zahlenraums betonen (Krajewski, 2008a). Mithilfe derartiger Modelle soll den Kindern das numerisch Wesentliche sichtbar gemacht und irrelevante Aspekte in den Hintergrund gerückt werden. Dies erscheint besonders vor dem Hintergrund wichtig, dass Kinder mit Problemen im Rechnen schwächere Arbeitsgedächtnisleistungen zeigen (z.B. Berg, 2008; Bull, Espy & Wiebe, 2008; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto, 2004; Grube & Barth, 2004; Krajewski & Schneider, 2009b; McLean & Hitch, 1999; Simmons, Singleton, & Horne, 2008; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Thomas, Zoelch, Seitz-Stein, & Schumann-Hengsteler, 2006). Geeignete Darstellungsmittel können deshalb helfen, die begrenzten und kaum trainierbaren Gedächtnisressourcen (Mähler & Hasselhorn, 2001) der Kinder zu entlasten (Krajewski & Ennemoser, 2010a). Der Qualität des verwendeten Darstellungsmaterials kommt damit eine hohe Bedeutung zu, da es einerseits den Kindern als externe Repräsentation des Zahlenraums dient, auf deren Grundlage die Kinder einerseits eine Vorstellung der Zahlenstruktur, also eine mentale Repräsentation des Zahlenraums, entwickeln und da es andererseits als externe Gedächtnisstütze dienen kann (vgl. Krajewski, 2008a). Von emotionalen Bezügen (beispielsweise in Form von Geschichten zu den einzelnen Zahlen) rät Krajewski (2008c) deshalb ab. Diese könnten Assoziationen bei Kindern auslösen, welche oft mit den Zahlen und Mengen nichts zu tun hätten. Hierdurch bestehe die Gefahr, dass der Blick auf die Struktur der Zahlen (z.B. Zunahme-um-Eins-Prinzip) völlig verstellt werde.

Ein weiterer wichtiger Punkt, der im Rahmen mathematischer Förderung berücksichtigt werden sollte, ist die Notwendigkeit von Verbalisierungen (Krajewski, 2008a). Während einige Kinder sich mithilfe geeigneter Materialien die Struktur der Zahlen intuitiv aneignen, brauchen andere Kinder Denkanstöße und Beschreibungen des Numerischen seitens der Lehrperson. Diese Kinder sollten durch die visuelle Veranschaulichung mithilfe des Materials immer wieder dazu angeregt werden, mathematische Situationen mit Worten zu beschreiben, was zu einem tiefen Verständnis der geltenden Regeln und Gesetze der Zahlen beitragen soll (vgl. Krajewski, Nieding & Schneider, 2007). Dass eine Versprachlichung mathematischer Tätigkeiten keine Überforderung der Kinder darstellt, wurde in amerikanischen Programmen selbst bei Kindergartenkindern festgestellt (vgl. Kapitel 4.1.1, *Number Worlds*),

Das für die Förderung vorgesehene Programm *Mengen, zählen, Zahlen* erfüllt die eben formulierten entwicklungspsychologischen Anforderungen an eine mathematische Förderung. So werden im Rahmen des MZZ-Trainings mathematische Basiskompetenzen durch numerische Übungen systematisch aufgebaut, womit die Forderung nach Inhaltsspezifität als erfüllt betrachtet werden kann. Des Weiteren orientiert sich der gesamte Aufbau des Förderkonzeptes an dem Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen von Krajewski (Entwicklungsorientierung). Schließlich werden im MZZ strukturorientierte Darstellungsmittel wie die Zahlentreppe genutzt, um auf anschauliche und abstrakte Art und Weise den Kindern den Aufbau des Zahlenraums näher zu bringen. Der Umgang mit derartigem Anschauungsmaterial wird zudem von entsprechenden Verbalisierungen seitens der Lehrperson und der Kinder begleitet.

5 Fragestellung

5.1 Begründung der Fördermaßnahme

In den vorangegangenen Kapiteln wurde ausführlich die Bedeutsamkeit mathematischer Basiskompetenzen für die mathematische Entwicklung herausgestellt. Da diese als einflussreichster Prädiktor für die spätere Mathematikleistung gelten, kann eine frühe Förderung dieser Kompetenzen bedeutende Implikationen haben. Auf den Punkt gebracht bedeutet dies: Steigert ein Kind seine mathematischen Basiskompetenzen, dann sollten sich als Konsequenz auch seine schulischen Mathematikleistungen verbessern. Diverse Programme zur Förderung dieser Kompetenzen wurden in den letzten Jahren entwickelt. Die meisten dieser Programme fokussieren auf den Vorschulbereich und sind in ihrer Wirksamkeit unmittelbar nach der Programmdurchführung evaluiert. Insbesondere das Programm *Mengen, zählen, Zahlen* kann im deutschsprachigen Raum als ein wirksames Programm zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulbereich angesehen werden. Allerdings zeigte sich bei einer groß angelegten Evaluationsstudie (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008), dass die geförderten Kinder keinen langfristigen Transfer auf das schulische Rechnen vollziehen konnten. Als Grund diskutierten die Autoren, dass der zeitliche Abstand zwischen dem Training im Vorschulzeitraum und ersten schulischen Rechenaufgaben wohl zu groß sei, so dass die Kinder ihre erworbenen Kompetenzen nicht sofort auf die schulischen Inhalte übertragen könnten und sie wieder verlören, bevor sie sie anwenden könnten. Da zudem nicht aus dem Blick gelassen werden sollte, dass die zentrale Verantwortung für die Vermittlung und Förderung mathematischer Kompetenzen sowieso nach wie vor bei der Schule liegt, wo Probleme in Mathematik meist auch erstmals offensichtlich zutage treten, erscheint es sinnvoll, ein mathematisches Basiskompetenztraining auch hier einzusetzen, um Risikokindern den unmittelbaren Transfer auf Arithmetikprobleme im Unterricht zu ermöglichen.

5.2 Forschungsfragen

Die oben dargelegten Befunde sind einerseits ermutigend und geben Anlass zur Vermutung, dass mit einem Training mathematischer Basiskompetenzen im ersten Schuljahr noch Effekte erzielt werden können, andererseits bleibt aber eine Reihe von Fragen offen. Diese können den drei Bereichen *Wirksamkeit, Wirkmechanismus* und *Implementierbarkeit* zugeordnet werden können.

Wirksamkeit

Zur Wirksamkeit des Trainings stellen sich mehrere Fragen:

1. a) Verbessert ein Training mathematischer Basiskompetenzen bei Schülern mit einem Risiko für eine Rechenschwäche im ersten Schuljahr tatsächlich die Basiskompetenzen?

Wie oben erwähnt, ist es keinesfalls trivial anzunehmen, dass eine mathematische Basiskompetenzförderung bei Erstklässlern noch Effekte produziert. So könnte es nämlich durchaus sein, dass die Risikokinder im ersten Schuljahr nicht mehr auf die basale Förderung ansprechen, da sie das Förderniveau durch den erfolgten Mathematikunterricht bereits überschritten haben.

1. b) Sind eventuell erzielte Effekte über die Zeit stabil?

Die Frage der Stabilität von Effekten früher Mathematikförderungen ist bisher noch zuwenig untersucht (siehe Kapitel 4.3), obwohl sie besonders wichtig ist, da eine Förderung streng genommen nur als erfolgreich gelten kann, wenn die Kinder auch langfristig etwas davon haben und die Effekte nicht nach kurzer Zeit wieder verpuffen (vgl. Brezing, 2000).

1. c) Wirkt die Förderung spezifisch auf mathematische Leistungen oder gibt es einen breiten Effekt auf andere Leistungsbereiche?

Diese Frage nimmt die Spezifität der Förderung in den Blick. Da das Programm MZZ vorgibt, mathematische Basiskompetenzen zu fördern und diese als spezifischer Prädiktor mathematischer Schulleistungen gelten (Krajewski & Schneider, 2006), kann erwartet werden, dass auch nur Effekte in mathematischen Leistungen, nicht aber z.B. im Rechtschreiben oder in kognitiven Fähigkeiten wie der Intelligenz auftreten.

Ebenfalls zur Überprüfung der Wirksamkeit gehört die Untersuchung von Transfereffekten, was zu der folgenden Frage führt:

2. Gibt es unmittelbare, zeitverzögerte und/oder langfristige Effekte des Trainings mathematischer Basiskompetenzen auf Rechenleistungen?

Bisher ist nicht hinreichend belegt, dass eine frühe Förderung mathematischer Basiskompetenzen tatsächlich eine Verbesserung arithmetischer Fertigkeiten nach sich zieht. Es gibt zwar einzelne Befunde, die in diese Richtung deuten (z.B. Fischer, 1990; Fuchs et al., 2001). Diese gelten jedoch nur für Transfereffekte unmittelbar nach dem Training. Es liegen jedoch keine Studien vor, die zeitverzögerte und langfristige Effekte einer vorschulischen mathematischen Förderung bis in die Schulzeit nachweisen. Die wenigen Studien, die

Transfereffekte auf die schulischen Rechenleistungen überprüften, konnten diesen Transfer bislang nicht belegen (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008; Grüßing & Peter-Koop, 2008). Die langfristige Verbesserung der mathematischen Leistung sollte aber gerade das Ziel einer Interventionsmaßnahme sein. Die Frage nach dem langfristigen Transfer muss deshalb als zentrale Frage der Wirksamkeitsuntersuchung gelten.

Bei der Wirksamkeitsüberprüfung interessiert schließlich die Frage nach dem präventiven Effekt der Förderung:
3. Kann die Teilnahme an einem mathematischen Basiskompetenztraining die Auftretenshäufigkeit einer Rechenschwäche vermindern?
Diese Frage ist nicht redundant zu den obigen Fragen nach den Effekten, denn ein Vergleich auf Ebene der Gruppenmittelwerte in den verschiedenen Testverfahren, wie ihn die obigen Fragen implizieren, reicht eigentlich nicht aus, um einem Training präventive Effekte zu bescheinigen. So ist es denkbar, dass die geförderten Kinder ihre Leistungen im Gegensatz zur Vergleichsgruppe zwar verbessern, sie aber trotzdem weiterhin zu den rechenschwachen Schülern gehören, also nicht zum Durchschnittsbereich aufschließen können. Weiterhin unterliegt man bei ausschließlicher Analyse von Mittelwerten der Gefahr, die Variation innerhalb der Förderstichprobe zu unterschätzen. So ist es möglich, dass die gesteigerten Leistungen auf einige wenige Kinder zurückzuführen sind, die besonders stark profitieren konnten, während der Großteil kaum Verbesserungen zeigt.
Um die Frage nach den präventiven Effekten des Trainings zu beantworten, sollen deshalb nicht nur mittelwertbasierte Statistiken herangezogen werden, sondern auch klassifikatorische Ansätze Berücksichtigung finden, die den Trainingsprofit jedes einzelnen Kindes mit einbeziehen (vgl. Hager, 2000a, 2000b).

Wirkmechanismus

Während der erste Fragenblock die Wirksamkeit des Programms, also das Erreichen der zuvor definierten Programmziele in den Mittelpunkt stellt, zielt die Überprüfung des Wirkmechanismus darauf ab, die registrierten Effekte zu erklären (vgl. Ennemoser, 2006). Auch wenn die an praktischen Gesichtspunkten orientierte Überprüfung der Wirksamkeit eine bedeutendere Rolle in der Evaluationspraxis einnimmt als die Analyse des Wirkmechanismus, die eher der Grundlagenforschung zuzuordnen ist, sollte letztere nicht ausgespart werden (vgl. ebenda). Denn durch die Analyse von Wirkmechanismen können letztlich auch Aussagen über Theorien getätigt werden, die zur Erstellung neuer oder zur Optimierung bestehender Trainingsprogramme beitragen können.

Im konkreten Fall stellt sich hier folgende Frage:

4. Sind eventuelle Transfereffekte auf arithmetische Fertigkeiten tatsächlich auf gesteigerte mathematische Basiskompetenzen zurückzuführen?

Diese Frage wurde bisher noch nicht in einer Trainingsstudie untersucht. Wie viele Ergebnisse aus Längsschnittstudien zeigen (vgl. Kapitel 3.4.1), ist zwar anzunehmen, dass eine Verbesserung der mathematischen Basiskompetenzen tatsächlich eine Verbesserung arithmetischer Fertigkeiten induziert, ein kausaler Nachweis dafür steht aber noch aus und ist eigentlich unabdingbar, wenn man begründen möchte, warum man mathematische Basiskompetenzen fördert und nicht gleich Rechenfertigkeiten oder den Abruf von Fakten.

Implementierbarkeit

5. Ist eine Förderung unter schulalltäglichen Bedingungen durch Lehrpersonal der Schule gleichermaßen effektiv wie eine Förderung durch geschulte Universitätsmitarbeiter?

Diese Frage betrifft einen weiteren Punkt, der in vielen Evaluationsstudien nicht beachtet wird, aber von immenser Wichtigkeit ist: die Implementierbarkeit einer Fördermaßnahme in den Schulalltag. Denn oftmals ist es so, dass Fördermaßnahmen erfolgreich im isolierten und gut kontrollierbaren Rahmen einer begrenzten Interventionsstudie durchgeführt werden können, eine weitere Umsetzung in der Schule aber scheitert. Gründe dafür sind vor allem organisatorischer und administrativer Art. So kosten die Fördermaßnahmen zusätzliche Unterrichtszeit und Lehrpersonal und können deshalb in vielen Schulen nicht oder nur unzureichend angeboten werden. Zudem können willkürliche oder in Anbetracht der alltäglichen Rahmenbedingungen notwendige Änderungen an Programminhalten und –Abläufen dazu führen, dass die Wirksamkeit von Programmen nicht mehr gegeben ist. Zudem sind wissenschaftliche Mitarbeiter möglicherweise intensiver geschult als die Lehrkräfte, die sich die Programmdurchführung selbst aneignen oder in einem Crashkurs nebenbei lernen müssen (vgl. Ennemoser, 2006). Aus den genannten Gründen ist es wichtig, festzustellen, ob ein Trainingsprogramm auch unter Alltagsbedingungen noch funktioniert, also in die Praxis implementierbar ist.

Aus den formulierten Fragen ergeben sich die im nächsten Abschnitt formulierten Hypothesen, die durch die nachfolgende(n) Studie(n) untersucht werden sollen.

5.3 Hypothesen

Wirksamkeit

(1) Wirksamkeit:

a. Spezifische Wirksamkeit: Die Kinder, die ein umfassendes Training mathematischer Basiskompetenzen erhalten, schneiden in einem mathematischen Basiskompetenztest besser ab als die Kinder, die ein Kontroll- oder kein Training erhalten.

b. Stabilität: Die erwarteten Effekte bleiben auch ein halbes Jahr nach der Förderung (1. Follow-Up) bestehen

c. Unspezifische Wirksamkeit

i. Es gibt keine Effekte auf Rechtschreibleistungen.

ii. Es gibt keine Effekte auf kognitive Fähigkeiten.

(2) Transfer: Die mathematische Basiskompetenzförderung transferiert auf schulische Rechenleistungen, d.h. die Kinder, die ein umfassendes Training mathematischer Basiskompetenzen erhalten, zeigen einen

a. unmittelbaren Transfer:

i. Sie erzielen bessere Leistungen in einfachen Rechenaufgaben im Nachtest.

ii. Sie erzielen bessere Leistungen in einem curricular validen Test im Nachtest.

b. zeitverzögerten Transfer:

i. Sie erzielen bessere Leistungen in einfachen Rechenaufgaben im 1. Follow-Up.

ii. Sie erzielen bessere Leistungen in einem curricular validen Test im 1. Follow-Up.

c. langfristigen Transfer: Sie erzielen bessere Leistungen in einem Rechentest am Ende von Klasse 2 (2. Follow-Up).

(3) Prävention: Die Förderung mathematischer Basiskompetenzen vermindert die Auftretenshäufigkeit von Rechenschwäche zu späteren Zeitpunkten.

Wirkmechanismus

(4) Mediation: Die etwaigen Effekte auf die schulische Mathematikleistungen sind auf eine trainingsbedingte Verbesserung mathematischer Basiskompetenzen zurückzuführen.

Implementierbarkeit

(5) *Implementierbarkeit*: Das Training ist in die alltägliche schulische Förderpraxis implementierbar und unter den dort vorgefundenen Bedingungen gleichermaßen wirksam, d.h. es zeigen sich keine Unterschiede zwischen der von Universitätsangehörigen geförderten Gruppe (MZZ-Trainingsgruppe) und der von Lehrkräften der Schule geförderten Gruppe (Implementierungsgruppe).

6 Pilotstudie

Um die Hypothesen in einer Hauptstudie gezielt untersuchen zu können, musste zunächst eine Pilotstudie durchgeführt werden. Diese hatte das vorrangige Ziel, die Diagnostika, insbesondere das Testverfahren *Mathematische Basiskompetenzen im ersten Schuljahr* (MBK-1; Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorb.), sowie das Fördermaterial *Mengen, zählen, Zahlen* (MZZ; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) zu erproben. MZZ wurde eigentlich für den Vorschulbereich konzipiert, die präventiven Potenziale sollten nun jedoch in der Grundschule überprüft werden. Dafür waren aber kleine Modifikationen erforderlich, die die Durchführbarkeit und die Wirksamkeit des Programms beeinflussen konnten. Deshalb sollte zunächst einmal erprobt werden, ob ein modifiziertes MZZ grundsätzlich noch in der Grundschule funktioniert, bevor man es in einer größeren Hauptstudie umfassend evaluiert. Auf Grundlage der Erfahrungen im Rahmen der Pilotstudie sollten dann die Programminhalte und die verwendeten Materialien für den Einsatz in der Hauptstudie optimiert werden.

Neben Erkenntnissen bezüglich Durchführbarkeit und etwa notwendiger Modifikationen sollte die Pilotstudie zudem erste Hinweise bezüglich der Hypothesen 1a (Wirksamkeit), 1b (Stabilität), 2a (unmittelbarer Transfer), 2b (zeitverzögerter Transfer) und 4 (Mediation) liefern. Die restlichen Fragestellungen wurden in der Pilotstudie nicht adressiert.

6.1 Methode

Um die Effekte des mathematischen Basiskompetenztrainings MZZ zu untersuchen, wurde ein Zwei-Gruppen-Prä-Post-Follow-Up-Design verwendet. Da die Gruppen nicht zufällig zusammengesetzt werden konnten, sondern die Zugehörigkeit zu einer Schulklasse die Einteilung in Förder- bzw. Kontrollgruppe determinierte, handelt es sich um kein echtes Experiment, sondern um eine quasi-experimentelle Felduntersuchung (Bortz & Döring, 2002).

6.1.1 Stichprobe

Für die Pilotstudie wurden fünf Grundschulen in Mittelhessen mit insgesamt 13 ersten Klassen rekrutiert. Nach dem Einholen der Einverständniserklärungen durften insgesamt 238 Schüler, 127 Jungen und 111 Mädchen, im Dezember 2006 am Vortest teilnehmen. Dieser fand als Gruppentest statt und dauerte insgesamt zwei Schulstunden. Nach dessen Auswertung wurden die Kinder ausgewählt, die im durchgeführten mathematischen Basiskompetenztest einen Prozentrang kleiner als 25 hatten, also zum unteren Quartil gehörten. Dies betraf 66 Kinder, die auf zwei Gruppen, eine Experimental- und eine Kontrollgruppe aufgeteilt wurden. Aufgrund von Umzug oder Krankheit konnten 64 Kinder an allen drei Messzeitpunkten teilnehmen. Davon entfielen 32 Kinder, 16 Mädchen und 16 Jungen, auf die Kontrollgruppe. Auf die Fördergruppe entfielen ebenfalls 32 Kinder, ebenfalls je 16 Mädchen und Jungen.

6.1.2 Durchführung

Nach dem Vortest im Dezember 2006 erhielt die Fördergruppe ab Ende Januar 2007 über einen Zeitraum von fünf Wochen eine Förderung mit einer modifizierten Version des Programms *Mengen, zählen, Zahlen* (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007). Diese umfasste insgesamt zehn Sitzungen à 45 Minuten. Die Gruppengröße betrug drei bis sieben Schüler, die Förderung wurde von Lehramtsstudierenden der Universität Gießen durchgeführt.

Wie oben schon angemerkt, musste das Programm MZZ für den Grundschuleinsatz etwas modifiziert werden. Dies betraf zwei Punkte, nämlich

- die Auswahl der für Erstklässler notwendigen Einheiten und
- das Anpassen einer Sitzung auf die Länge einer Schulstunde.

Da davon auszugehen war, dass die Schüler zur Mitte ihres ersten Schuljahres die Zahlen bis zehn schon kennen, wurden die einführenden Übungen zur Vermittlung der Ziffernkenntnis und der Zahlenfolge ausgespart. Als Startpunkt wurde die Einheit *2.3* gewählt, in der es um das Bestimmen von Nachfolgern und der Erkenntnis, dass von einer zur nächsten Zahl immer eins dazukommt, geht. Ab dieser Einheit wurde jede folgende Einheit in einer Fördersitzung abgehandelt, so dass insgesamt sechs Sitzungen zum präzisen Anzahlkonzept (Ebene IIb), und je zwei Sitzungen zu Zusammensetzung und Zerlegung von Mengen und Zahlen und zu Differenzen zwischen Zahlen (Ebene III) durchgeführt wurden. Um die Länge einer Sitzung von ursprünglich 30 Minuten auf die Länge einer Schulstunde von 45 Minuten auszuweiten, wurden die Inhalte der vorangegangenen Stunde zu Beginn jeder Sitzung in einer 10- bis 15-minütigen Warm-Up-Phase rekapituliert. Die Inhalte und Ziele der einzelnen Sitzungen sind im Anhang dokumentiert (Anhang D).

Die Kontrollgruppe erhielt kein zusätzliches Training. Die Lehrer wurden über die Ergebnisse der Schüler informiert und diese nahmen dann an dem in den Förderstunden der jeweiligen Schule zusätzlich angebotenem Unterricht teil. Die Ausgestaltung der Förderstunden lag aber in der Hand der jeweiligen Förderkraft.

Nach Abschluss des Trainings wurden die mathematischen Basiskompetenzen der geförderten Kinder im März 2007 erneut erhoben (Nachtest). Um die Stabilität der Effekte zu überprüfen, folgte im Juni, also kurz vor Ende des ersten Schuljahres, eine dritte Erhebung (Follow-Up).

6.1.3 Erhebungsinstrumente

6.1.3.1 Mathematische Basiskompetenzen

Für die Messung mathematischer Basiskompetenzen wurde in der hier durchgeführten Studie ein Testverfahren benötigt, das folgende Kriterien erfüllt:
Es sollte
- den üblichen Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität genügen.
- entwicklungsorientierte Kompetenzen erfassen (nicht Rechenperformanz).
- die relevanten Vorläuferfähigkeiten erfassen und eine hohe prädiktive Validität haben (die erhobenen Kompetenzen sollten also tatsächlich mit späteren Mathematikleistungen zusammenhängen).
- möglichst früh im ersten Schuljahr einsetzbar sein und im unteren Leistungsbereich gut differenzieren können.
- ökonomisch einsetzbar sein, d.h. es sollte sich um ein gruppentaugliches Verfahren handeln, das mit zumutbaren Testzeiten im Klassenverband durchgeführt werden kann.

Zum Studienbeginn existierten zwar einige Verfahren, die konzipiert wurden, um frühe mathematische Kompetenzen zu messen. Allerdings lag kein Verfahren vor, das alle wichtigen Kriterien erfüllte.
Insbesondere zwei Kriterien führten zum Ausschluss bisher vorhandener Tests als Screeningverfahren während des ersten Schuljahres: entweder es handelte sich um unökonomische Einzeltests oder es handelte sich um Verfahren, die sich eher an der Rechenperformanz orientierten und damit keine spezifischen Vorläufer im Sinne mathematischer Basiskompetenzen erfassten und zudem erst gegen Ende des ersten Schuljahres und damit zu spät für die vorliegenden Zwecke einsetzbar waren.
Um zeitökonomisch eine Vielzahl von Kindern in der Gruppe testen zu können, wurde deshalb zur Identifikation der Risikokinder eine Vorversion des Tests *Mathematische Basiskompetenzen ab Schuleintritt* (*MBK-1*; Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorbereitung; siehe auch Sinner, Ennemoser & Krajewski, 2011) herangezogen. Die theoretische Grundlage für dieses Verfahren liefert das Ebenenmodell der mathematischen

Kompetenzentwicklung von Krajewski (siehe Kapitel 3.2). So gibt der Test neben einem Gesamtscore auch Punktwerte für die drei Kompetenzebenen aus.
Maximal konnten in dieser Vorversion des MBK-1 35 Punkte erreicht werden. Die Gütekriterien dieser Testfassung in dieser Pilotstudie waren zufriedenstellend. So lag die Reliabilität mit der Konsistenzschätzung über Cronbachs Alpha bei $\alpha = .88$, die Retest-Reliabilität lag bei $r = .68$. Die Konstruktvalidität, erfasst über die Korrelation zum Lehrerurteil in Mathematik, betrug $r = -.66$. Die diskriminante Validität war ebenfalls gegeben, da die Korrelation zur Deutschnote ($r = -.53$) und die Korrelation zur nonverbalen Intelligenz ($r = .39$) betraglich unter diesem Wert lagen.
Die Testung erfolgte klassenweise als Paper-Pencil-Test und nahm 50 - 60 Minuten in Anspruch. Folgende Aufgaben wurden abgeprüft:

Ebene I (numerische Basisfertigkeiten), maximal 9 Punkte

Zahlendiktat: Den Schülern wurden zehn Zahlen zum Aufschreiben diktiert. Zwei Zahlen entstammten dem Zahlenraum bis 10, fünf Zahlen entstammten dem Zahlenraum bis 20 und drei Zahlen entstammten dem Zahlenraum bis 100 (*34, 45* und *72*).
Zahlenlücken: Mit Hilfe einer gegebenen Vorgängerzahl und einer Nachfolgerzahl sollten die Schüler die Zahl ermitteln, welche in die Zahlenlücke gehörte. Jedes der vier Items lag im Zahlenraum bis 20.

Ebene II (Anzahlkonzept), maximal 14 Punkte

Mengen-Zahlen: Hier sollten in einer Aufgabe zu einer vorgegeben Menge an Mädchen entsprechend viele Bälle gemalt werden (Eins-zu-Eins-Zuordnung), in einer zweiten Aufgabe sollte aus vier Reihen mit Punkten diejenige herausgesucht werden, die die meisten Punkte enthält.
Zahlenstrahl: An einem Zehner-Zahlenstrahl mit Markierungen in Einserschritten sowie den vorgegebenen Zahlen *0*, *5* und *10* sollten zunächst zwei fehlende Zahlen ergänzt werden. In einem weiteren Schritt wurde die Markierung der Einerschritte ausgelassen. Es galt nun die Position einer vorgegebenen Zahl auf dem Zahlenstrahl zu bestimmen. Ein letzter Zahlenstrahl umfasste den Zahlenraum bis 100. Vorgegeben waren die markierten Zehnerschritte, sowie die Orientierungszahlen *0, 50* und *100*. Zugewiesen werden sollte die Zahl *20*.
Anzahlseriation: Hier wurden Reihen von Kärtchen vorgegeben, die jeweils das gleiche Objekt in steigender Anzahl zeigten und aufsteigend sortiert waren. Ein Kärtchen fehlte. Aus vier Auswahlmöglichkeiten sollten die Schüler das passende Kärtchen aussuchen und markieren.

Anzahlvergleich: Im Zahlenraum bis 50 sollten jeweils zwei Zahlen mit den Relationszeichen (>, <, =) verglichen werden.

Ebene III – Anzahlrelation, maximal 12 Punkte

Zahlzerlegung: In diesem Untertest sollten Additionsaufgaben mit fehlendem Summanden korrekt ergänzt werden (z.B. *2 + __ = 3*).
Teil-Ganzes: Vorgegeben wurden zwei Dominosteine mit je zwei Augenzahlen. In jeder Aufgabe fehlte jedoch eine Augenzahl auf einem Dominostein. Diese sollte so ergänzt werden, dass die Summe der Augen auf den zu vergleichenden Dominosteinen gleich wurde.
Textaufgaben: Der Testleiter trug vier Aufgaben vor, welche die Schüler (mit Hilfe einer bildlichen Veranschaulichung) im Kopf berechnen sollten. Es handelte sich um Kombinations-, Austausch- und Vergleichsaufgaben im Zahlenraum bis 10 (vgl. Riley, Greeno & Heller, 1983; Stern, 1998).

6.1.3.2 Elementare Rechenfertigkeiten

Um ein Maß für die elementare Rechenfertigkeit zu haben, wurde die Schnelligkeit des Abrufes arithmetischer Fakten erhoben. Dazu wurde auf die *Rechentreppen* (vgl. Krajewski, 2003) zurückgegriffen, die als Zusatztests im MBK-1 enthalten sind. Hierbei mussten die Kinder innerhalb von 80 Sekunden maximal 20 Aufgaben des kleinen Einspluseins im Zahlenraum bis 10 lösen, anschließend hatten sie die gleiche Zeit um 10 Minusaufgaben in diesem Zahlenraum zu bearbeiten. Im Nachtest und Follow-Up wurde die Zeitvorgabe halbiert, um Deckeneffekte zu vermeiden. Für die Auswertung wurden die Anzahl richtig bearbeiteter Aufgaben pro Minute berechnet.

6.1.3.3 Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit

Die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit bzw. der *Zahlenspeed* (Krajewski, 2003) der Kinder wurde durch eine Aufgabe erfasst, bei der die Zahlen von *1* bis *10* schnellstmöglich miteinander in der richtigen Reihenfolge verbunden werden sollten. Für die insgesamt drei Blöcke hatten die Kinder 40 Sekunden Zeit, jede richtige Verbindung wurde mit einem Punkt bedacht, so dass maximal 27 Punkte zu erreichen waren (Krajewski, 2003).
Die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit wurde als Kontrollvariable erfasst, um die Speed-komponente beim Lösen der Rechenaufgaben kontrollieren zu können.

6.1.3.4 Intelligenz

Neben den mathematischen Kompetenzen wurde im Rahmen der vorliegenden Studie mithilfe des *Culture Fair Intelligence Test* (*CFT-1*; Weiß & Osterland, 1997) auch ein Indikator für allgemeine kognitive Fähigkeiten erhoben. Im Gegensatz zu den anderen Verfahren wurde die Intelligenz aber nur einmalig erfasst und diente nur als Kontrollvariable.

Der CFT-1 ist ein üblicher Intelligenztest für Kinder im Alter von 5;3 bis 9;5 Jahren, der als Gruppentest eingesetzt werden kann. Er erfasst relativ sprachfrei durch figurale Aufgaben den fluiden Anteil der Intelligenz.

In dieser Studie wurde die Kurzform des CFT-1 eingesetzt, die aus den folgenden drei der fünf Subtests besteht: Klassifikationen, Ähnlichkeiten und Matrizen. Die Split-Half-Reliabilität für beide Paralleltestformen liegt bei $r = .90$ bzw. $r = .91$.

6.1.4 Statistische Methoden

6.1.4.1 Kovarianzanalysen in Trainingsstudien

Da in der Literatur für Trainingsstudien vor allem Kovarianzanalysen (ANCOVAs) mit dem jeweiligen Nachtestwert als abhängiger Variable und dem Vortestwert als Kovariate empfohlen werden (Dimitrov & Rumrill Jr, 2003; Jamieson, 2004; Rausch, Maxwell & Kelley, 2003), sollte dieses Verfahren auch hier eingesetzt werden. Zusätzlich bietet die ANCOVA die Möglichkeit durch die Kontrolle von weiteren Kovariaten (z.B. Intelligenz) die Power einer Analyse zu erhöhen.

Für die Gültigkeit der F-Tests aller varianzanalytischen Verfahren gelten bestimmte Voraussetzungen. So müssen erstens die Residuen (Abweichung eines Messwertes vom jeweiligen Stichprobenmittel) in jeder Treatmentstufe normalverteilt sein. Zweitens müssen die Varianzen der Residuen innerhalb der Stichproben gleich (homogen) sein. Und drittens müssen die Residuen voneinander unabhängig sein (vgl. Bortz, 1999, S. 274f). Die letzte Voraussetzung kann immer als erfüllt gelten, wenn den einzelnen Treatmentstufen verschiedene Stichproben zugeordnet sind (Bortz, 1999, S. 275). Dies ist in dieser Studie der Fall.

Die beiden ersten Voraussetzungen werden selten überprüft, da die Varianzanalyse selbst bei groben Verletzungen dieser Annahmen ein sehr robustes Verfahren darstellt (Bortz, 1999, 276). So ist bei größeren Stichproben eine hinreichende Normalverteilung durch die Wirkung des Zentralen Grenzwerttheorems gewährleistet. Dazu genügen bereits 10 bis 20 Messwerte pro Treatmentstufe (Stevens, 1999, S. 75). Auch die Varianzhomogenität kann vernachlässigt werden, wenn in allen Treatmentstufen etwa gleich große Stichproben vorliegen. Dies gilt bis zu einem Verhältnis von 1.5 zwischen größter und kleinster Treatmentfallzahl (Stevens, 1999, S. 75).

Bei einer ANCOVA gelten die gleichen Anwendungsvoraussetzungen wie bei einer ANOVA. Zusätzlich sollte die Ausprägung der Kovariaten aber auf jeder Faktorstufe identisch sein (Jamieson, 2004; Miller & Chapman, 2001). Miller und Chapman (2001) sehen aber auch trotz Gruppenunterschieden in Kovariaten die Möglichkeit eine ANCOVA durchzuführen, nämlich dann, wenn der Versuchsleiter darlegen kann, dass diese Unterschiede nicht auf die Gruppenaufteilung, sondern auf Zufall zurückgeführt werden können. Zu bedenken ist dann aber, dass es zu Verzerrungen der ANCOVA kommen kann (vgl. Lord's Paradox; Lord, 1967). Außerdem sollten in jeder Faktorbedingung homogene Regressionssteigungen der abhängigen Variable auf die Kovariate vorliegen. Verletzungen dieser Annahme sind allerdings bei gleichgroßen Stichprobengrößen vernachlässigbar (Hamilton, 1977; Rogosa, 1980). Selbst bei nichtgleichgroßen Stichproben sind Kovarianzanalysen robust, wenn sich die Regressionssteigungen nicht um mehr als .4 unterscheiden, falls die Fehlervarianzen zwischen den Gruppen homogen sind (Bortz, 1999, S. 357).

Als zentrale Voraussetzungen wurden deshalb in allen durchgeführten Kovarianzanalysen überprüft, *(1)* dass kein Zusammenhang zwischen Kovariate und Treatmentfaktor vorliegt, *(2)* dass die Regressionssteigungen in den Gruppen homogen sind (kein signifikanter Interaktionseffekt Kovariate x Gruppe) und dass *(3)* Varianzhomogenität zwischen den Gruppen herrscht.

Auf eine Überprüfung der Normalverteilungsannahme wurde verzichtet, da die Varianzanalyse sehr robust auf Verletzungen dieser reagiert und die Fallzahlen entsprechend groß waren, um eine hinreichende Normalverteilung anzunehmen (Stevens, 1999).

Die statistische Auswertung erfolgte mit dem Programm SPSS 15 (SPSS Inc., 2004).

6.1.4.2 Analysen in der Pilotstudie

Um die unmittelbaren Trainingseffekte zu überprüfen, wurden also Kovarianzanalysen mit dem jeweiligen MBK-1-Prätestwert, der Gruppenbedingung als Faktor und dem MBK-1-Posttestwert als abhängiger Variable gerechnet. Zusätzlich wurde die Intelligenz als weitere Kovariate aufgenommen. Die langfristigen Trainingseffekte wurden analog berechnet. Die abhängige Variable war hier allerdings der MBK-1-Follow-Up-Wert.

Zur Bestimmung von Transfereffekten wurden die Werte in den elementaren Rechenfertigkeiten (Basisrechnen) analysiert. Als zusätzliche Kontrollvariable diente zudem die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit. Dadurch sollte die Speedkomponente des Basisrechnens kontrolliert werden.

Im Anschluss an die Kovarianzanalysen wurden, im Falle nicht signifikanter Haupteffekte der Versuchsbedingung, Poweranalysen durchgeführt, um die Teststärke 1-β zu berechnen. β ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein vorkommender Unterschied zwischen den Bedingungen vom statistischen Test nicht erkannt wird. Die Teststärke oder auch Sensitivität des Tests gibt also an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Hypothese, dass ein Unterschied zwischen den Bedingungen existiert, angenommen wird, falls diese richtig ist (Rasch, Friese, Hofmann & Naumann, 2010). Die Poweranalysen wurden post-hoc mit dem Programm Gpower (Faul, Erdfelder, Lang, & Buchner, 2007) durchgeführt.
Zudem wurden um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärken[14] (Klauer, 1993) berechnet, um die praktische Bedeutsamkeit empirischer Ergebnisse zu bemessen. Dabei handelt es sich nach Cohen (1988) bei d = 0,2 um einen kleinen Effekt, bei d = 0,5 um einen mittleren und bei d = 0,8 um einen starken Effekt.

6.2 Ergebnisse

6.2.1 Deskriptive Statistiken für die unausgelesene Gesamtstichprobe

Tabelle 2 zeigt die deskriptiven Statistiken der Gesamtstichprobe in den untersuchten Variablen mathematische Basiskompetenzen (Punktzahl MBK-1) und Rechenfertigkeit (Richtige Aufgaben pro Minute) sowie in den Kontrollvariablen Intelligenz (Punktzahl CFT1) und Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (Anzahl richtiger Zahlverbindungen) zu allen drei Messzeitpunkten. Der durchschnittliche IQ in der Stichprobe betrug 103.

Tabelle 2: Deskriptive Statistiken der Gesamtstichprobe (Pilotstudie)

		Vortest			**Nachtest**			**Follow-Up**		
	max	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*
MBK-1	35	238	22.99	6.7	230	27.49	4.7	206	28.83	4.1
Rechenfertigkeit	11.25 / 22.5 [a]	238	7.00	2.5	230	9.19	2.1	206	16.51	4.1
CFT1	36				224	23.00	5.8			
Zahlenverbinden	27	238	21.48	6.0	230	24.27	4.2			

Anmerkungen: [a] Im Vor- und Nachtest waren maximal 11.25 Aufgaben pro Minute möglich, im Follow-Up 22.5, da die Testzeit halbiert wurde.

[14] Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke d wurde mit folgender Formel berechnet: $d_{kor} = d_{MZP2} - d_{MZP1}$ wobei $d = (M_{EG} – M_{KG}) / \sigma_{pooled}$ zum jeweiligen Messzeitpunkt mit $\sigma_{pooled} = \sqrt{[(N_{EG}-1)*s^2_{EG})+(N_{KG}-1)*s^2_{KG}) / (N_{EG}+N_{KG}-2)]}$.

Die Korrelationen der Messungen zwischen den Messzeitpunkten belegen die hohe Stabilität mathematischer Basiskompetenzen im ersten Schuljahr. So lag die Korrelation im MBK-1 zwischen Vortest und Nachtest bei $r = .67$ ($N = 224$; $p < .01$), zwischen Nachtest und Follow-Up bei $r = .67$ ($N = 200$; $p < .01$) und zwischen Vortest und Follow-Up bei $r = .62$ ($N = 196$; $p < .01$). Die Korrelation zwischen MBK-1 (Nachtest) und CFT1 betrug $r = .41$ ($N = 224$; $p < .01$). Die höchste Korrelation zwischen Rechenfertigkeit und MBK-1 betrug zum ersten Messzeitpunkt $r = .61$ ($N = 238$; $p < .01$), und nahm dann sukzessive ab.

6.2.2 Deskriptive Statistiken für die Risikostichprobe

Die Auswertung der Vortestergebnisse der Risikokinder ergab, dass zwischen den Gruppen keine signifikanten Unterschiede in den Ausgangsleistungen des MBK-1 ($t[62] = 1.51$; $p = .14$) und den Basisrechenfertigkeiten ($t[62] = -.21$; $p = .84$) vorlagen. Auch in den kognitiven Variablen Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (Zahlenverbinden) und Intelligenz (CFT1) konnten keine signifikanten Unterschiede beobachtet werden (Deskriptive Ergebnisse siehe Tabelle 3). Die durchschnittlich erreichten Punktzahlen im CFT1 entsprachen durchschnittlichen Intelligenzquotienten von 100 (Kontrollgruppe) bzw. 96 (Fördergruppe). Da zudem die Geschlechterverteilung in beiden Gruppen identisch war (je 16 Mädchen und 16 Jungen), kann davon ausgegangen werden, dass die Ausgangsvoraussetzungen in beiden Gruppen nahezu gleich waren.

Tabelle 3: Ausgangsvoraussetzungen der beiden Gruppen in den kognitiven Variablen (Pilotstudie)

	Fördergruppe		**Kontrollgruppe**		**t-Test**	**Signifikanz**
	M	*SD*	*M*	*SD*		*p*
CFT1	19.74	6.8	22.03	4.4	$t\,(51.2) = 1.58^{a}$	.12
Zahlenverbinden	17.59	5.8	18.75	7.1	$t\,(62) = -0.71$	.48

Anmerkung: [a] Wegen eines signifikanten Levene-Test auf Varianzgleichheit wurde die Zahl der Freiheitsgrade korrigiert.

6.2.3 Kurzfristige Trainingseffekte

Nachdem die Anwendungsvoraussetzungen als erfüllt gelten konnten, wurde zur Überprüfung der kurzfristigen Trainingseffekte eine Kovarianzanalyse mit den beiden Kovariaten mathematische Basiskompetenzen im Vortest und Intelligenz sowie einem Gruppenfaktor gerechnet. Dabei trugen die mathematischen Basiskompetenzen im Vortest signifikant zur Erklärung von Unterschieden in den mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest bei ($F[1,60] = 8.91$, $p < .01$). Die Intelligenz konnte keinen substantiellen Beitrag leisten ($F[1,60] = 2.14$, $p = .15$). Nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile wurden die verbleibenden Unterschiede in den mathematischen Basiskompetenzen des Nachtests zudem durch die Gruppenzugehörigkeit der Kinder erklärt (Faktor Gruppe: $F[1,60] = 4.02$, $p < .05$). Die Varianzaufklärung des Modells lag bei $R^2 = .19$, wobei die Varianzaufklärung des Gruppenfaktors $\eta^2 = .06$[15] betrug.
Die deskriptiven Ergebnisse in Tabelle 4 belegen, dass die Fördergruppe im Untersuchungszeitraum größere Fortschritte erzielte. Dies schlug sich in einer um Vortestunterschiede korrigierten Effektstärke zwischen Förder- und Kontrollgruppe von $d = 0.65$ nieder.

Differentielle Analysen für die drei Kompetenzebenen deuteten darauf hin, dass durch das Training mathematischer Basiskompetenzen insbesondere das Anzahlkonzept (Ebene II) verbessert werden konnte ($d = 0.53$; siehe Tabelle 4). Für einen signifikanten Effekt waren die erzielten Unterschiede auf den drei Ebenen aber zu gering, so dass erst nach der Kumulation der drei Ebenenwerte zu einem Gesamttestwert ein signifikanter Unterschied zwischen Förder- und Kontrollgruppe sichtbar wurde.

6.2.4 Langfristige Trainingseffekte

Nachdem die Anwendungsvoraussetzungen auch hier erfüllt waren, wurde zur Überprüfung der langfristigen Trainingseffekte ebenfalls eine Kovarianzanalyse mit den Kovariaten Basiskompetenzen im Vortest und Intelligenz sowie dem Gruppenfaktor gerechnet. Dabei trugen die mathematischen Basiskompetenzen im Vortest wieder signifikant zur Erklärung von Unterschieden in den mathematischen Basiskompetenzen im Follow-Up bei ($F[1,60] = 9.22$, $p < .01$). Die Intelligenz konnte erneut keinen substantiellen Beitrag leisten ($F[1,60] = 1.81$, $p = .18$). Allerdings verfehlte auch die Gruppenzugehörigkeit der Kinder die Signifikanz

[15] η^2 gibt den Anteil der durch einen Effekt verursachten Variabilität der Messwerte auf der Stichprobenebene an (Rasch et al., 2010). Nach Cohen (1988) handelt es bei $\eta^2 = .01$ um einen kleinen, bei $\eta^2 = .06$ um einen mittleren und bei $\eta^2 = .14$ um einen großen Effekt.

knapp (Faktor Gruppe: $F[1,60] = 3.93$, $p = .05$). Die Varianzaufklärung des Modells lag bei $R^2 = .19$, die Teststärke bei $1 - \beta = .50$. Damit kann man mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% davon ausgehen, dass kein Effekt der gefundenen Stärke ($\eta^2 = .06$) vorlag. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 89% kann man gar ausschließen, dass ein großer Effekt von $\eta^2 = .14$ vorlag.

Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke lag jedoch unverändert bei $d = 0.65$, so dass man zumindest tendenziell von langfristigen Trainingseffekten sprechen kann. Die deskriptiven Ergebnisse werden in Tabelle 4 wiedergegeben. Unten stehende Abbildung 8 veranschaulicht die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen über die drei Messzeitpunkte.

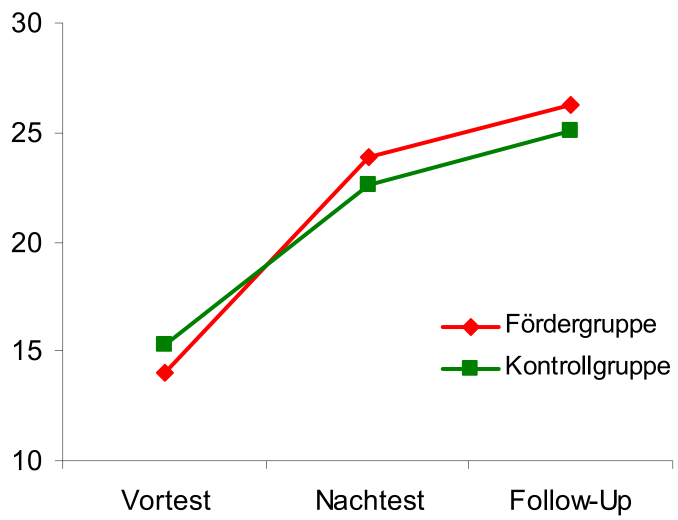


Abbildung 8: Durchschnittliche Entwicklung beider Gruppen im MBK-1 (Rohwerte) über alle Messzeitpunkte (Pilotstudie)

Langfristig schien sich die Förderung vor allem auf das Anzahlkonzept (Ebene II) auszuwirken, wo die korrigierte Effektstärke zwischen Vortest und Follow-Up bei $d = 0.77$ lag. Kovarianzanalysen bestätigten dies. Während auf Ebene I und auf Ebene III keine signifikanten Gruppeneffekte gefunden wurden, konnte auf Ebene II nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile (Kovariate MBK-1 Ebene I Vortest: $F[1,60] = 5.67$, $p < .05$; Kovariate Intelligenz: $F[1,60] = 0.13$, $p = .72$) die Gruppe einen signifikanten Beitrag zur Varianzerklärung leisten (Faktor Gruppe: $F[1,60] = 5.95$, $p < .05$).

Auch hier sind die deskriptiven Ergebnisse in Tabelle 4 zu finden.

Tabelle 4: Deskriptive Ergebnisse der Versuchsgruppen und kovarianzanalytische Haupteffekte der Versuchsbedingung zur Bestimmung der Trainingseffekte (Pilotstudie)

	Förder-gruppe		**Kontroll-gruppe**		**Haupteffekt der Gruppe**	**Effekt-stärke**
	M	*SD*	*M*	*SD*	Nachtest/Follow-Up	*d*
Summe MBK-1						
Vortest	14.00	3.44	15.31	3.53		$d_{12} = 0.65$
Nachtest	23.92	5.21	22.61	4.24	$F(1,60) = 4.02; p < .05$	$d_{23} = 0.00$
Follow-Up	26.26	4.09	25.09	4.45	$F(1,60) = 3.93; p = .05$	$d_{13} = 0.65$
Ebene 1: Basisfertigkeiten						
Vortest	4.53	1.89	4.63	2.41		$d_{12} = 0.37$
Nachtest	7.45	1.86	6.86	1.81	$F(1,60) = 1.97; p = .17$	$d_{23} = -0.21$
Follow-Up	7.92	1.56	7.75	1.61	$F(1,60) = 0.31; p = .58$	$d_{13} = 0.15$
Ebene II: Anzahlkonzept						
Vortest	5.38	1.64	5.81	1.89		$d_{12} = 0.53$
Nachtest	8.69	2.46	8.09	1.61	$F(1,60) = 1.55; p = .22$	$d_{23} = 0.23$
Follow-Up	9.41	2.05	8.34	2.06	$F(1,60) = 5.95; p < .05$	$d_{13} = 0.77$
Ebene III: Relationszahlkonzept						
Vortest	4.09	1.79	4.88	2.23		$d_{12} = 0.43$
Nachtest	7.78	2.62	7.66	2.76	$F(1,60) = 1.80; p = .19$	$d_{23} = -0.07$
Follow-Up	8.94	2.14	9.00	2.87	$F(1,60) = 0.55; p = .46$	$d_{13} = 0.36$
Rechenfertigkeit						
Vortest	5.21	2.80	5.06	2.20		$d_{12} = -0.15$
Nachtest	7.90	2.32	8.14	2.53	$F(1,60) = 1.34; p = .25$	$d_{23} = 0.67$
Follow-Up	15.98	3.63	13.57	4.85	$F(1,60) = 5.10; p < .05$	$d_{13} = 0.51$

6.2.5 Transfereffekte

6.2.5.1 Kurzfristige Transfereffekte

Um die Transfereffekte zu bestimmen, wurde nach obigem Vorgehen eine Kovarianzanalyse mit der abhängigen Variable Rechenfertigkeit im Nachtest berechnet. Als zusätzliche Kovariate ging die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit in die Analyse ein. Nach Prüfung der Anwendungsvoraussetzungen konnte nur eine der Kovariaten signifikant zur Varianzaufklärung der abhängigen Variable beitragen (Kovariate Rechnen Vortest: $F[1,59] = 29.98$, $p < .01$; Kovariate Intelligenz: $F[1,59] = 2.95$, $p = .09$; Kovariate Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,59] = 2.23$, $p = .14$). Auch die Versuchsbedingung konnte hier keinen signifikanten Beitrag leisten (Faktor Gruppe: $F[1,59] = 1.34$, $p = .25$). Die Teststärke lag bei 1-ß = .22, die Teststärke für einen mittleren Effekt ($\eta^2 = .06$) lag hier bei 1-ß = .53, die für einen hohen Effekt ($\eta^2 = .14$) bei 1-ß = .89. Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke lag bei $d = -.15$.

6.2.5.2 Längerfristige Transfereffekte

Die gleiche Kovarianzanalyse wurde mit der Rechenfertigkeit im Follow-Up-Test als abhängiger Variable berechnet. Nach Prüfung der Anwendungsvoraussetzungen konnte auch hier nur eine der Kovariaten signifikant zur Varianzaufklärung der Rechenfertigkeit zum Follow-Up beitragen (Kovariate Rechnen Vortest: $F[1,59] = 11.88$, $p < .01$; Kovariate Intelligenz: $F[1,59] = 0.01$, $p = .93$; Kovariate Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,59] = 0.13$, $p = .91$). Dafür leistete die Versuchsbedingung nun einen signifikanten Beitrag (Faktor Gruppe: $F[1,59] = 5.95$, $p < .05$). Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke lag hier bei $d = 0.51$. Damit kann von einer längerfristigen Steigerung der Rechenfertigkeiten durch die Basiskompetenzförderung ausgegangen werden. Da zum Nachtest noch keine Steigerung zu beobachten war, ist von einem zeitverzögerten Transfer zu sprechen. Sämtliche deskriptive Ergebnisse der Rechenfertigkeiten sind ebenfalls in Tabelle 4 zu finden. Abbildung 9 gibt die Entwicklung der Rechenfertigkeiten in den beiden Gruppen über die drei Messzeitpunkte grafisch wieder.

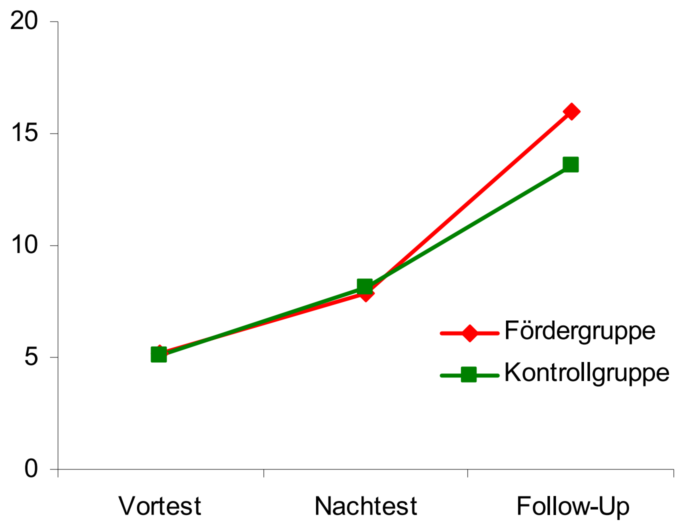
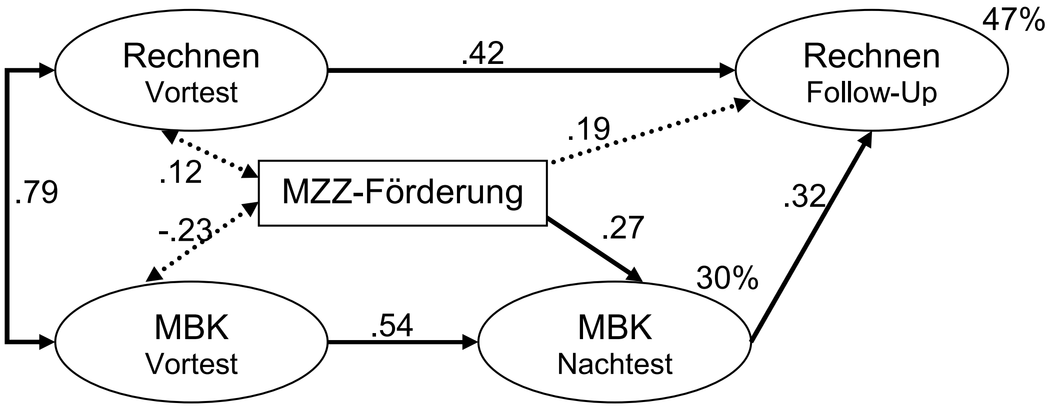


Abbildung 9: Durchschnittliche Entwicklung der Rechenfertigkeiten (richtige Aufgaben pro Minute) beider Gruppen über alle Messzeitpunkte (Pilotstudie)

6.2.6 Mediation des Transfereffekts

Um zu überprüfen, ob die Steigerung in der Rechenfertigkeit im Follow-Up auf die erhöhten mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest zurückzuführen sind, wurde mit der Software AMOS 4.0 (Arbuckle & Wothke, 1999) ein Strukturgleichungsmodell aufgestellt und mit den vorliegenden Daten empirisch überprüft.

Die Überprüfung der statistischen Voraussetzung der multivariaten Normalverteilung, die Voraussetzung für die Anwendung der Maximum-Likelihood-Schätzung ist, erfolgte durch den Test von Mardia (1970). Sie erbrachte für den Koeffizienten des multivariaten Exzess' eine Prüfgröße von -1.89, was einem critical ratio von c.r. = -0.54 entsprach. Ein critical ratio-Wert kann wie ein z-Wert interpretiert werden, er sollte deshalb zwischen -1.96 und 1.96 liegen, um die Normalverteilungsannahme nicht ablehnen zu müssen. Hier lag er also im tolerierbaren Bereich womit die Normalverteilungsannahme bestätigt werden konnte. Die latenten Konstrukte mathematische Basiskompetenzen (MBK) zum Vortest und zum Nachtest wurden jeweils durch zwei manifeste Variablen gebildet. Diese setzten sich aus Summen der geraden bzw. ungeraden Items des MBK-1 zusammen. Die latenten Konstrukte Rechenfertigkeiten zum Vortest und zum Follow-Up setzten sich jeweils aus den manifesten Variablen Additionsaufgaben und Subtraktionsaufgaben zusammen. Um die Anzahl der zu schätzenden Parameter aufgrund der geringen Stichprobengröße (N = 64) möglichst gering zu halten, wurden die latenten Variablen Rechnen zum Nachtest und mathematische Basiskompetenzen zum Follow-Up nicht in das Modell aufgenommen. Zudem wurden die Varianzen der Testhälften von MBK und Rechenfertigkeit für jeden Messzeitpunkt jeweils gleichgesetzt. Diese Restriktion erschien sinnvoll, da nicht davon auszugehen war, dass die Varianz bei geraden und ungeraden Items verschieden sein sollte. Sie führte tatsächlich nicht zu einer Verschlechterung des Modell-Fits (p = .34).



Anmerkung: Gestrichelte Pfade nicht signifikant.

Abbildung 10: Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Rechenfertigkeit zum dritten Messzeitpunkt (Pilotstudie)

Abbildung 10 zeigt das resultierende Strukturmodell. Das zugehörige Messmodell, welches die Faktorladungen der Indikatoren auf den latenten Variablen wiedergibt, findet sich in Tabelle 5. Die Modellanpassung kann als gut bewertet werden (vgl. Tabelle 5). Die Höhe der Faktorladungen war zufriedenstellend und bewegte sich zwischen λ = .38 und λ = .94, was dafür spricht, dass die Konstrukte durch die Indikatoren gut operationalisiert wurden. Insgesamt bestätigte das Modell die Hypothese, dass die nach der Förderung gesteigerten Basiskompetenzen zu einer Verbesserung der Rechenfertigkeiten führen. So wirkte sich der Einfluss der Förderung auf die Rechenfertigkeit nicht direkt aus (β = .19, p = .10), sondern wurde über die mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest mediiert. Dabei erklärte die Förderung knapp 8% der Varianz der Basiskompetenzen im Nachtest (β = .27, p < .05). Die Basiskompetenzen im Nachtest erklärten wiederum 10% der Varianz in der Rechenfertigkeit zum Follow-Up-Zeitpunkt (β = .32, p < .05). Das Nullsetzen der nichtsignifikanten Beziehungen führte zu einer signifikanten Modellverschlechterung, so dass das Modell in Abbildung 10 gleichzeitig das finale Modell darstellt.

Tabelle 5: Faktorladungen der Messmodelle und Anpassung des Strukturgleichungsmodells zur Vorhersage der Rechenfertigkeit zum dritten Messzeitpunkt (Pilotstudie)

Konstrukt	Indikatoren	Faktorladungen	Anpassungsindex [a]	Datenfit
MBK Vortest	gerade Items	.75	χ^2	28.09
	ungerade Items	.64	*df*	24
MBK Nachtest	gerade Items	.86	χ^2/df	1.17
	ungerade Items	.86	*p*	.26
Rechnen Vortest	Addition	.77	*CFI*	.974
	Subtraktion	.38	*RMSEA*	.052
Rechnen Follow-Up	Addition	.93		
	Subtraktion	.67		

Anmerkung: [a] Bei einer guten Datenpassung sollte der χ^2-Wert im Verhältnis zu den Freiheitsgraden (*df*) möglichst klein und das Signifikanzniveau *p* größer als .05 sein, der *CFI* > 0.95 und der *RMSEA* einen Wert von .05 nicht überschreiten (vgl. Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2008; Hoyle, 2000).

6.3 Implikationen für die Hauptstudie

Aus den Erfahrungen mit der Durchführung und den Befunden der Pilotstudie sollte abgeleitet werden, ob eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse überhaupt noch Erfolg versprechend Anwendung finden kann und falls ja, ob für die größer angelegte Hauptstudie noch Veränderungen an der eingesetzten Version von *Mengen, zählen, Zahlen* vorgenommen werden mussten.

Zunächst kann festgehalten werden, dass die Förderung reibungslos verlief. Die durchführenden Studierenden äußerten sich positiv über den hohen Grad an Strukturiertheit des Trainings und die Kinder nahmen zum großen Teil motiviert an den Sitzungen teil. Nur teilweise kamen Klagen, die sich hauptsächlich zu Beginn der Förderung auf die Einfachheit mancher Übungen bezogen. Weiterhin wurden sowohl die fünfwöchige Dauer der Förderung als auch die Länge einer Einheit von 45 Minuten als angemessen erachtet.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der Pilotstudie lieferten zunächst Hinweise, dass eine Förderung von Erstklässlern, die ein Risiko für eine Rechenschwäche besaßen, durch das Förderprogramm *Mengen, zählen, Zahlen* (MZZ; Krajewski et al., 2007) zu einer signifikanten Verbesserung der mathematischen Basiskompetenzen führte und dass diese Verbesserung auch, zumindest tendenziell, bis zum Schuljahresende erhalten blieb. Damit erschien MZZ, obwohl für den

Vorschulbereich konzipiert, eine sinnvolle Maßnahme zur Förderung von Risikokindern im ersten Schuljahr zu sein. Weiterhin konnte ein Transfer auf Basisrechenfertigkeiten, vermittelt über die gesteigerten Basiskompetenzen, festgestellt werden.

Mittelfristig wirkte sich das Training besonders positiv auf das Anzahlkonzept (Ebene II) der Kinder aus ($d_{MZP1\text{-}MZP3} = 0.77$). Fähigkeiten wie die Zuordnung von Zahlen zu Mengen, das Kardinalverständnis der Zahl, sowie Anzahlseriation und Anzahlvergleich konnten also durch die Förderung ausgebaut werden. Dieser Effekt kann durch den besonderen Fokus auf diesen Bereich bei der Förderung erklärt werden, da sechs der zehn Förderstunden Themen der Ebene II zum Inhalt hatten. Für die Ebene I, mit der Basiskompetenzen wie ein unpräziser Mengenbegriff, die Zählprozedur oder die exakte Zahlenfolge assoziiert sind, waren dagegen keine signifikanten Kompetenzsteigerungen zu beobachten. Allerdings wurden diese Inhalte auch nicht explizit in der Förderung behandelt. Ebenfalls nicht signifikant fiel die Verbesserung der geförderten Kinder auf Ebene III, die die Mengenbewusstheit von Zahlrelationen repräsentiert, aus. Entgegen der Vermutung hat das Training damit nicht zu einer Kompetenzsteigerung auf Ebene III geführt, obwohl diese Kompetenzen immerhin vier Stunden gefördert wurden. Dieses Ergebnis steht demnach nicht im Einklang mit der Studie von Ennemoser und Krajewski (2007), die durch eine relative kurze Trainingsmaßnahme des Teil-Ganzes-Verständnisses große Zuwächse beim Lösen von Textaufgaben feststellen konnten, für die Kompetenzen, die auf dieser dritten Entwicklungsebene verortet sind, benötigt werden.

Insgesamt lieferten die Ergebnisse der Pilotstudie Hinweise zur Bestätigung der Hypothesen 1a (Wirksamkeit), 2b(i) (zeitverzögerter Transfer auf einfache Rechenaufgaben) und 4 (Mediation). Aufgrund der Datenlage mussten dagegen die Hypothesen 1b (Stabilität) und 2a(i) (unmittelbarer Transfer auf einfache Rechenfertigkeiten) verworfen werden. Während diese Befunde in der Hauptstudie repliziert werden sollten, sollten alle weiteren Hypothesen, über die mit dem Design der Pilotstudie keine Aussagen getroffen werden konnten, explizit in der Hauptstudie untersucht werden. Das Design der Pilotstudie mit einer unkontrollierten Kontrollgruppe stellte zudem nicht sicher, dass die beobachteten Leistungssteigerungen nicht lediglich eine Folge von unspezifischen Zuwendungseffekten waren. Deshalb wurde in der Hauptstudie eine zusätzliche Kontrollgruppe, die ein allgemeines Training kognitiver Fähigkeiten erhalten sollte, hinzugezogen.

Zudem sollte die Implementierung unter schulalltäglichen Bedingungen erst in der Hauptstudie (Hypothese 6) evaluiert werden, da es keine Garantie gibt, dass Befunde aus (quasi-)

experimentellen Untersuchungen auch unter schulischen Alltagsbedingungen ihre Gültigkeit behalten.

Konsequenzen aus den Ergebnissen

Da gerade zu Beginn der Förderung einige Kinder über zu leichte Aufgaben klagten, wurden die Förderkräfte in der Hauptstudie angewiesen, in solchen Situationen verstärkt auf die im Manual dargestellten Differenzierungsmöglichkeiten einzugehen. Im Hinblick auf die zeitliche Organisation der Förderung sollten keine Änderungen durchgeführt werden, so dass auch in der Hauptstudie zwei Schulstunden pro Woche gefördert werden sollte, da eine intensivere Förderung mit mehr Terminen pro Woche aus schulorganisatorischer Sicht nicht zu bewerkstelligen wäre und nur ein Termin pro Woche den Förderzeitraum immens in die Länge gezogen hätte.

Inhaltlich sollte in der Hauptstudie die Förderung der Ebene-III-Kompetenzen ausgebaut werden, da hier in der Pilotstudie keine Effekte gefunden werden konnten. Insbesondere eine Erhöhung des Anteils an sogenannten *Vergleichsaufgaben* wurde hier angedacht, da diese im Grundschulalter besonders gut geeignet scheinen, um einen substanziellen Beitrag zur Kompetenzentwicklung auf Ebene III zu leisten (Stern, 1998).

Außerdem sollte den Kindern die Übertragung der an konkreten Darstellungsmitteln erarbeiteten Inhalte auf die bildliche und symbolische Ebene erleichtert werden. Dazu sollte in der Hauptstudie am Ende jeder Fördersitzung von jedem Schüler ein Arbeitsblatt bearbeitet werden, das die Inhalte der Sitzung aufgreift und auf eine andere Darstellungsebene überträgt, um dadurch den Anschluss an die Schulmathematik herzustellen (vom Konkreten zum Bildlichen zum Symbolischen, vgl. Aebli, 1976, Kutzer, 1999).

Beispiele der für die Hauptstudie entwickelten Arbeitsblätter werden im Anhang (Anhang E) abgebildet.

Weitere Anmerkungen zum Studiendesign

Stichprobengröße: Die post-hoc-Bestimmung der Teststärken ergab, dass für die erzielten mittleren Effektstärken ($\eta^2 = .06$ bzw. $d = 0.65$) die gewählte Stichprobengröße zu gering war, um eine entsprechend hohe Teststärke zu erzielen. Da Cohen (1988) in Wirksamkeitsstudien für β einen maximal viermal so hohen Wert wie für das Signifikanzniveau α.vorschlägt, sollte die Teststärke 1-ß bei einem α von 5% größer als 80% sein. Unter der Annahme, dass durch die Modifikation des MZZ-Trainingsprogramms eine etwas höhere Effektstärke von $\eta^2 = .08$ erzielt werden würde, ergab sich mit diesen Informationen ($\eta^2 = .08$; 1-ß = .80; $\alpha = .05$; 4

Gruppen) eine a priori benötigte Fallzahl von 130 Kindern, die auf die vier Bedingungen aufzuteilen wäre.

Instrumente: Die eingesetzte Version des Tests MBK-1 hat sich als geeignet erwiesen, um die Basiskompetenzen der Kinder sowie die Fördereffekte abzubilden. Allerdings sollte der Test für die Hauptstudie noch mal modifiziert werden. Insbesondere sollten zwei zusätzliche Subtests das Zunahme-um-Eins-Prinzip abtesten, das eine wichtige Kompetenz in der Entwicklung von Ebene II zu Ebene III darstellt und in MZZ als ein wichtiges Förderziel gilt. Zudem sollten die neuen Items die Differenzierungsfähigkeit des Tests weiter verbessern.

Der CFT-1 hat sich in der Pilotstudie als zeitökonomischer Intelligenztest bewährt und sollte deshalb ebenso wie die Aufgaben zur Basisrechenfertigkeit wieder eingesetzt werden.

Kontrollvariablen: In der Pilotstudie wurden lediglich die Intelligenz und die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit als Kontrollvariablen berücksichtigt. Das Arbeitsgedächtnis, für das vielfach Zusammenhänge mit der Mathematikleistung berichtet werden (vgl. Kapitel 2.6), wurde aus testökonomischen Gesichtspunkten nicht erfasst. Dies sollte in der Hauptstudie nun aber geschehen, wobei die Leistungen in allen drei Komponenten des Arbeitsgedächtnismodells von Baddeley (1986; Baddeley & Hitch, 1974) als Kontrollvariablen erhoben werden sollten.

7 Hauptstudie

Für die Hauptstudie waren insgesamt 650 Erstklässler vorgesehen. Diese Zahl ergab sich, um nach der notwendigen Selektion von Risikokindern (Prozentrang im mathematikspezifischen Vortest < 20) genügend Kinder zu erhalten, damit eine ausreichend hohe Teststärke erzielt werden konnte. Die dazu benötigten 130 Trainingsteilnehmer sollten auf vier Trainingsgruppen aufgeteilt werden. Eine randomisierte Aufteilung war jedoch nicht möglich, da die Förderung in Kleingruppen stattfinden sollte und die Kleingruppen aus Schülern einer Klasse bestehen sollten. Eine Aufteilung von Kindern einer Klasse auf verschiedene Trainingsgruppen hätte zu großen organisatorischen Schwierigkeiten geführt. Deshalb wurde für jede teilnehmende Schule schon im Vorhinein die Art der Förderung festgelegt. Insgesamt wurden zwei MZZ-Fördergruppen und zwei Vergleichsgruppen gebildet (siehe Abbildung 11). Die *MZZ-Trainingsgruppe* erhielt ein Präventionsprogramm auf Grundlage des MZZ, das Studierende der Universität Gießen durchführten. Eine weitere MZZ-Fördergruppe, die *Implementierungsgruppe*, sollte ebenfalls mit der adaptierten Fassung von MZZ gefördert werden. Allerdings sollte die Maßnahme hier durch Lehrkräfte der jeweiligen Schule erfolgen, welche im Rahmen einer Fortbildungsveranstaltung in die Durchführung des Förderprogramms eingewiesen wurden. Die erforderlichen personellen Ressourcen mussten von der Schule durch verfügbare Förderstunden abgedeckt werden.

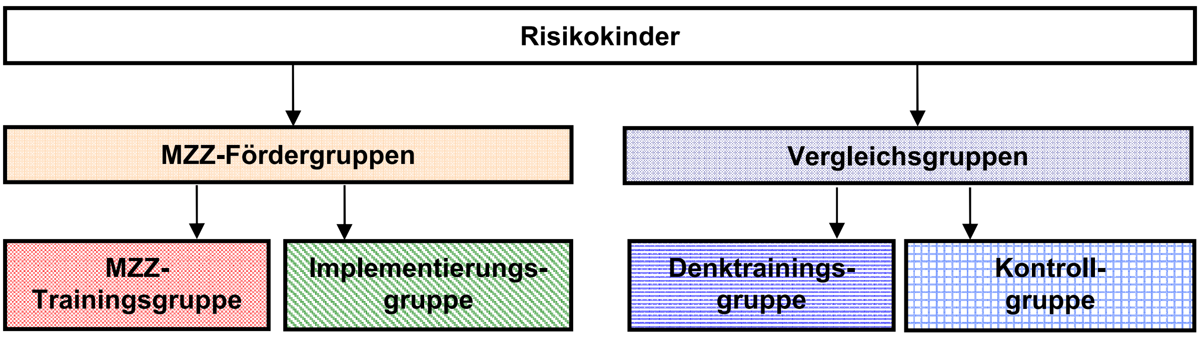


Abbildung 11: Gruppenaufteilung in der Hauptstudie

Die erste Vergleichsgruppe, die *Denktrainingsgruppe*, erhielt ein allgemeines Training kognitiver Fähigkeiten (Klauer, 1989) im gleichen zeitlichen Umfang wie beim MZZ-Training. Dadurch sollte überprüft werden, ob die mathematikspezifische Förderung einer allgemeinen kognitiven Förderung gegenüber überlegen ist. Zudem sollte dadurch ein unspezifischer Zuwendungseffekt des MZZ-Trainings (analog eines Placeboeffektes in medizinischen Studien) überprüft werden. Bei der zweiten Vergleichsgruppe handelte es sich um eine *Kontrollgruppe* ohne zusätzliche Interventionsmaßnahme. Durch diese sollte ein Vergleich der Fördereffekte mit der „normalen“ Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen möglich gemacht werden.

Nach der Förderung sollte mit allen Kindern ein Nachtest erfolgen, in dem neben den Basiskompetenzen auch schon die Mathematikleistungen mit curricular validen Tests erhoben werden, um etwaige Transfereffekte zu überprüfen. Die Nachhaltigkeit der Trainingseffekte sollte durch zwei Follow-up-Erhebungen zum Beginn und zum Ende des zweiten Schuljahres überprüft werden. Tabelle 6 gibt einen Überblick über den Ablauf der Studie.

Tabelle 6: Ablaufplan der Hauptstudie

Zeitraum	Schuljahr	Phase
11/07		Vorbereitung – Rekrutierung der Schulen, inkl. Genehmigungsverfahren – Adaptation des MZZ-Trainingsprogramms auf Grundlage der Erfahrungen aus der Pilotstudie
12/07 - 1/08	Mitte 1.Klasse	Vortest – Mathematische Basiskompetenzen (MBK-1; Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorb.) – Rechenfertigkeiten (Addition & Subtraktion) – Nonverbale Intelligenz (CFT1; Weiß & Osterland, 1997) – Rechtschreibleistungen (HSP 1; May, 2002) – Arbeitsgedächtnismaße & Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit
2/08 - 4/08		Trainingsphase (4 Versuchsgruppen) – MZZ-Trainingsgruppe: adaptiertes „Mengen, zählen, Zahlen“ (MZZ; Krajewski, Nieding, Schneider, 2007) – MZZ-Implementierungsgruppe: MZZ-Training durch Lehrkräfte der Schule unter schulalltäglichen Bedingungen – Denktrainingsgruppe: Training des induktiven Denkens (Klauer, 1989) – Kontrollgruppe: kein zusätzliches Training
4/08 - 5/08	Ende 1.Klasse	Nachtest – Mathematische Basiskompetenzen (MBK-1; Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorb.) – Rechenfertigkeiten (Addition & Subtraktion) – Nonverbale Intelligenz (CFT1) – Rechtschreibleistungen (HSP 1)
6/08		– Deutscher Mathematiktest 1+ (DEMAT 1+; Krajewski et al., 2002)
10/08 - 11/08	Anfang 2. Klasse	1. Follow-Up – Mathematische Basiskompetenzen (MBK-1; Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorb.) – Rechenfertigkeiten (Addition & Subtraktion) – Deutscher Mathematiktest 1+ (DEMAT 1+; Krajewski et al., 2002)
6/09 - 7/09	Ende 2. Klasse	2. Follow-Up – Heidelberger Rechentest 1-4 (HRT1-4; Haffner et al., 2005)

7.1 Methode

7.1.1 Stichprobe

Zur Mitte des ersten Schuljahres konnten 575 Schüler aus 31 Klassen in 14 hessischen Grundschulen rekrutiert werden. Die anvisierte Zahl von 650 Schülern wurde verfehlt, da zwei Klassen kurzfristig ihre Teilnahme an der Studie aufgrund von Elternbedenken komplett verweigerten und ca. 50 Kinder aus teilnehmenden Klassen wegen fehlenden Einverständnis-erklärungen nicht am Vortest teilnehmen konnten.

Im Anschluss an den Vortest wurden 119 Kinder, die im mathematischen Basiskompetenztest einen Prozentrang von unter 20 erzielten, als Risikokinder ausgewählt und einer Versuchs-bedingung zugeteilt. Die Gruppenzugehörigkeit wurde durch die Klassenzugehörigkeit determiniert. Für jede Klasse wurde im Vorhinein bestimmt, welcher Förderbedingung sie zugeteilt wird. Dies hatte den Vorteil, dass die Fördermaßnahmen frühzeitig organisiert werden konnten. Außer in zwei Schulen erhielten immer alle Klassen einer Schule dieselbe Förderung, um unerwünschte Diffusionseffekte zu vermeiden. Diese können auftreten, wenn beispielsweise eine Lehrkraft die Prinzipien eines Trainingsprogramms in einer anderen Klasse, die zu einer anderen Förderbedingung oder zur Kontrollgruppe gehört, anwendet. So nahmen elf Klassen aus fünf Schulen am MZZ-Training teil, in weiteren sieben Klassen aus drei Schulen wurde die MZZ-Förderung in den Schulalltag implementiert. Sechs Klassen aus vier Schulen erhielten die Förderung mit dem Denktraining, sieben Klassen aus vier Schulen fungierten als Kontrollgruppe.

Die leichte Ungleichverteilung zugunsten der MZZ-Trainingsgruppe resultierte daraus, dass eine Klasse, die der Implementierungsbedingung zugeteilt war, die Förderung aufgrund perso-neller Probleme nicht selbstständig durchführen konnte und somit der MZZ-Trainingsgruppe zugeordnet werden musste. Zudem waren die beiden Klassen, die kurzfristig die Teilnahme absagten, ursprünglich den Kontrollbedingungen zugeteilt.

7.1.2 Durchführung der Förderung

7.1.2.1 MZZ-Trainingsgruppe

Insgesamt gehörten der MZZ-Trainingsgruppe 36 Kinder aus elf Klassen an, die in sieben Fördergruppen à vier bis sieben Schüler mit dem Programm *Mengen, zählen, Zahlen* gefördert wurden. Die Förderung umfasste insgesamt zwölf Sitzungen und setzte bei der Sitzung 1.6 ein, um die Kinder mit dem Material vertraut zu machen und das Anzahlkonzept zu festigen.

Es folgten fünf Sitzungen des zweiten MZZ-Schwerpunktes „Anzahlordnung". Da sich in der Pilotstudie gezeigt hatte, dass manche Einheiten zu kurz für 45 Minuten waren, wurden an zwei Stellen je zwei Einheiten in einer Schulstunde durchgeführt (siehe Anhang D). Im Anschluss an den Schwerpunkt 2 wurden die vier Sitzungen des dritten Schwerpunktes „Teil-Ganzes-Beziehungen und Anzahlunterschiede" durchgearbeitet. In den beiden ausstehenden Sitzungen sollte dieses Verständnis durch Wiederholungen vertieft werden. Dazu wurden die Förderkräfte angehalten, die Übungen der vorherigen Sitzungen zu variieren. Für besonders starke Schüler wurden als Differenzierungsmöglichkeit zwei weitere Arbeitsblätter entwickelt (Arbeitsblätter 3.5 und 3.6), bei denen Aufgaben bearbeitet werden mussten, die ebenfalls auf das Verständnis von Anzahlrelationen abzielten, aber sich im Zahlenraum bis 20 bewegten.
Ein Ablaufplan der Förderung mit den Inhalten und Zielen der einzelnen Sitzungen findet sich im Anhang (vgl. Anhang D). Zum Abschluss jeder Fördersitzung sollten die Kinder noch die für die Hauptstudie entwickelten Arbeitsblätter bearbeiten. Diese hatten zum Ziel, die an konkreten Darstellungsmitteln erworbenen Kompetenzen auf die bildliche bzw. auf die symbolische Zeichenebene und damit auf eine höhere Abstraktionsebene zu transferieren. Die Kinder wurden beim Bearbeiten der Blätter dazu ermutigt, die Darstellungsmittel zum Lösen der Aufgaben zu verwenden, um den konkreten Bezug weiter vor Augen zu haben. Beispiel für die Arbeitsblätter befinden sich ebenfalls im Anhang (vgl. Anhang E).
Die Förderung wurde durch den Doktoranden sowie durch Lehramtsstudierende im Rahmen ihrer Examensarbeiten durchgeführt. Die Fördersitzungen wurden zumeist in freien Randstunden (fünfte oder sechste Stunde) durchgeführt.

7.1.2.2 Implementierungsgruppe

Die Implementierungsgruppe setzte sich aus 25 Schülern zusammen, die sieben verschiedenen Klassen aus drei Schulen entstammten. Insgesamt fünf verschiedene Kleingruppen zwischen zwei und sieben Schüler wurden durch Lehrer der jeweiligen Schule gefördert. Drei Gruppen wurden durch die Klassenlehrerinnen geleitet, die anderen beiden Gruppen durch zusätzliche Förderkräfte der jeweiligen Schule. Die beteiligten Lehrkräfte waren vorher durch den Doktoranden während einer zweistündigen Fortbildungsmaßnahme in das Förderprogramm eingeführt worden. Die Sitzungen wurden zumeist in vorhandenen Förderstunden durchgeführt, in manchen Fällen mussten aber auch zusätzliche Stunden eingerichtet werden. Generell galt, dass die Schulen die Organisation der Förderung selbst übernehmen sollten. Dies hatte aber zur Folge, dass in einer Gruppe lediglich eine Stunde pro Woche gefördert werden konnte, in zwei Kleingruppen musste die Förderung einige Male ausfallen, allerdings wurden die ausgefallenen Förderstunden jeweils nachgeholt, so dass sichergestellt werden konnte, dass alle Kinder die gleiche Anzahl an Förderstunden erreichten. Es resultierte damit allerdings eine Abweichung in Bezug auf den Zeitraum der Förderung, der in der Implementierungsgruppe schließlich für 18 der 25 Kinder um vier bis fünf Wochen länger ausfiel als in den anderen Gruppen.

7.1.2.3 Denktrainingsgruppe

Die erste Kontrollgruppe wurde mit dem *Denktraining für Kinder I* von Klauer (1989) gefördert. Dieses mathematikunspezifische Förderprogramm wurde verwendet, da es im zeitlichen Umfang dem MZZ-Programm entspricht und zudem ebenfalls Elemente der Selbstinstruktion und Metakognition enthält. Die Schüler wurden über einen Zeitraum von sechs Wochen zweimal wöchentlich in Kleingruppen mit einer Größe zwischen fünf und sieben Schülern von Lehramtsstudenten gefördert. Insgesamt nahmen 30 Schüler aus sechs verschiedenen Klassen in fünf Kleingruppen am Denktraining teil.

Theoretische Konzeption und praktische Durchführung des Denktraining für Kinder I

Das *Denktraining für Kinder I* von Klauer (1989) ist ein induktives Denktraining für Kinder im Alter von fünf bis acht Jahren, das prozessorientiert zentrale Denkprozesse fördern möchte. Kernziel dieses Programms ist der Auf- und Ausbau von Grundstrukturen des Denkens, bereichsspezifischer Fertigkeiten oder Paradigmen und deren Transfer auf unterschiedliche Anwendungsbereiche (vgl. ebenda). Nach Klauer (2007) sollen beim induktiven Denken Regelhaftigkeiten durch das Vergleichen von Objektmerkmalen oder Relationen zwischen Objekten entdeckt werden. Es gibt sechs Kernaufgaben des induktiven Denkens, die die Grundlage des Trainingsaufbaus bilden: Generalisierung, Diskrimination, Kreuzklassifikation, Beziehungserfassung, Beziehungsunterscheidung und Systembildung.

Insgesamt besteht das *Denktraining für Kinder I* aus 120 Aufgaben, die auf Bildkarten abgebildet sind und innerhalb von 10-12 Förderstunden bearbeitet werden sollen (ca. 10-12 Bildkarten pro Förderstunde). Die Bildkarten enthalten ausformulierte Fragestellungen, dennoch gibt es keine streng standardisierte Instruktion. Vielmehr obliegt es dem Förderer, die Instruktions- und Interaktionsform an die jeweilige Gruppe anzupassen. In jeder Lektion werden mindestens zwei der oben genannten Grundstrukturen, sowie vier verschiedene Abstraktionsstufen behandelt, das heißt, jede Lektion beginnt mit Aufgaben mit konkreten Dingen (z. B. Bauklötzchen), danach werden paradigmatische, sowie lebensnahe Bildaufgaben und abschließend Aufgaben mit Symbolen behandelt (vgl. Klauer, 1989). Der gleich während Aufbau der Sitzungen soll zu einer Automatisierung der Erkenntnisleistungen und Lösungsprozeduren führen (vgl. ebenda). Gleichzeitig sollen die Kinder lernen, ihr Vorgehen zu planen, zu steuern und zu überwachen, so dass sie am Ende des Trainings in der Lage sind ihre Lösungen selbst zu kontrollieren (vgl. Klauer, 2007). Das Klauer-Denktraining verfolgt demnach sowohl kognitive als auch metakognitive Ziele.

Das Förderprogramm und seine Fortsetzungen für ältere Schüler (Klauer, 1991; 1993) wurden in zahlreichen Trainingsstudien eingesetzt. Dabei zeigten sich neben Effekten auf die fluide Intelligenz noch größere Effekte (d = 0.7; Klauer, 2007) auf das schulische Lernen (Klauer, 2000; 2001a; 2007) und damit auch auf mathematische Leistungen (siehe bei Klauer & Phye, 2008). Klauer (2000) begründet dies dadurch, dass schulische Lehrstoffe zwar auch Regelhaftigkeiten wie Begriffe, Regeln und Gesetze enthalten, diese aber ein solches Resultat nicht allein hervorrufen könnten. Er ist deshalb der Ansicht, dass mit dem Training des induktiven Denkens zusätzlich etwas gefördert werde, was das schulische Lernen positiv unterstützt, beispielsweise das analytische Denken[16]. Theoretisch begründet werden könnte dies mit Klauers *Huckepacktheorem*, wonach beim Erlernen von mentalen Strategien ein asymmetrischer Transfer stattfindet. Dies bedeutet, dass das Erlernen einer allgemeinen Strategie ohne eine speziellere möglich ist, dass aber beim Erlernen einer spezielleren Strategie (induktives Denken) immer auch eine allgemeine (analytisches Denken) trainiert wird (vgl. Klauer, 2000). Zudem kann es sein, dass das induktive Denken selbst in anderen Situationen, beispielsweise im Mathematikunterricht, als eine Strategie zum Finden von Lösungen eingesetzt wird, wodurch die Leistungen nachhaltig steigen.

Durch den Einsatz des *Denktraining für Kinder I* als Kontrolltraining wird damit nicht nur überprüft, ob etwaige Effekte des MZZ-Programms nicht nur auf eine unspezifische Zuwendung zurückzuführen sind, sondern MZZ wird mit einem gut evaluierten und als wirksam befundenen Programm verglichen, d.h. die Wirksamkeitshypothese wird konservativ getestet.

7.1.2.4 Kontrollgruppe

Eine vierte Gruppe von 28 Schülern aus sieben verschiedenen Klassen erhielt keine spezielle Förderung. Die Lehrer wurden über die Leistungen ihrer Schüler informiert und konnten dann selbst über eigene Fördermaßnahmen entscheiden.

[16] Analytisches Denken umfasst Leistungen, die bei vielen kognitiven Anforderungen von Bedeutung sind, wie z.B. Elemente eines Sachverhalts auseinanderhalten, Beziehungen der Elemente registrieren, Merkmale und Relationen von Elementen aufmerksam prüfen. Daher handelt es sich um eine relativ allgemeine Strategie, die das induktive Denken mit einschließt (vgl. Klauer, 2000).

7.1.3 Erhebungsinstrumente

Generell wurden nur Verfahren ausgewählt, die als Gruppentest eingesetzt werden konnten und damit für das vorliegende Vorhaben hinreichend ökonomisch durchführbar waren. So konnten die Schüler immer klassenweise getestet werden. Im Vortest sollten sämtliche Tests mit allen Schülern durchgeführt werden. Beim Nachtest wurde der MBK-1 erneut in allen Klassen durchgeführt. Auch die ergänzenden Testverfahren wurden zum großen Teil klassenweise eingesetzt. Lediglich in einigen Klassen, in denen das MZZ- oder Denktraining durchgeführt wurde, wurden hierin nur die interessierenden Risikoschüler getestet, um möglichst wenig Unterrichtszeit zu beanspruchen.

In den beiden Follow-Up-Erhebungen wurden nur noch die Schüler der vier Versuchsbedingungen in Kleingruppen getestet, d.h. anders als zu den beiden vorhergehenden Messzeitpunkten wurden die Klassenkameraden dieser Risikokinder nicht mehr mituntersucht.

7.1.3.1 Mathematische Basiskompetenzen

Zur Erfassung der mathematischen Basiskompetenzen wurde der MBK-1 (Ennemoser, Krajewski & Sinner, in Vorb.; vgl. Kapitel 6.1.3.1) in seiner vorläufig finalen Version eingesetzt. Im Vergleich zur Pilotstudie entfiel der Subtest *Mengen-Zahlen* (Ebene II). Dieser wurde durch den Subtest *Anzahlkonzept* ersetzt. Dabei sollten die Schüler die entsprechenden Mengen an Bällen zu drei vorgegeben Zahlen malen. Im letzten Item des Subtests sollte aus vier Kästen mit Bällen wieder der herausgefunden werden, welcher die meisten Bälle enthält.

Zudem wurden zwei Subtests, die der Ebene III zugeordnet wurden, hinzugefügt:

Eins Mehr: Bei diesem Subtest wurde den Schülern ein Bild eines Kuchens vorgegeben, der eine bestimmte Anzahl an Kuchenstücken enthielt. Die Schüler sollten nun aus vier weiteren Kuchen denjenigen heraussuchen, der ein Kuchenstück mehr hat als der vorgegebene Kuchen. Im Anschluss sollten die Schüler diese Vorgehensweise auf vier Zahlen im Zahlenraum von bis *30* übertragen.

Eins Weniger: Ähnlich wie beim vorhergehenden Subtest erhielten die Schüler eine Vorlage, auf der Hände mit ausgestreckten Fingern abgebildet waren. Diesmal sollten die Schüler aus vier Auswahlmöglichkeiten die Hände erkennen, bei denen ein Finger weniger abgebildet war als bei der Vorlage. Im Anschluss sollen die Schüler diese Vorgehensweise auf vier Zahlen im Zahlenraum bis *30* übertragen, dass heißt, sie sollten immer die Zahl notieren, die „eins weniger“ hatte, als die vorgegebene Zahl.

Durch die zusätzlichen Subtests erhöhte sich die maximal mögliche Punktzahl auf 49 (Ebene I: 9 Punkte; Ebene II: 16 Punkte; Ebene III: 24 Punkte). Die Gütekriterien dieser MBK-1-

Fassung sind durchweg zufrieden stellend (Sinner, Ennemoser & Krajewski, 2011). So liegt die Retest-Reliabilität bei $r = .77$ und die interne Konsistenz bei $\alpha = .90$. Die Kriteriumsvalidität wird durch die Korrelation zu mathematikspezifischen Maßen wie einem Lehrerurteil und dem DEMAT 1+ (Krajewski et al., 2002) um $r = .60$ beziffert, während keine Zusammenhänge zu dem Lesetest ELFE (Lenhard & Schneider, 2006) berichtet werden.

7.1.3.2 Elementare Rechenfertigkeiten

Die Rechenfertigkeit wurde wie in der Pilotstudie mit den Rechentreppen (vgl. Krajewski, 2003; Kapitel 6.1.3.2) abgeprüft, bei denen in je 80 Sekunden 20 Aufgaben des kleinen Einspluseins und zehn Aufgaben des kleine Einsminuseins zu lösen waren. Im Nachtest wurde die Bearbeitungszeit auf 40 Sekunden pro Rechentreppe gesenkt, im Follow-Up wurde sie nochmals vermindert, so dass dann nur noch je 30 Sekunden pro Rechentreppe zur Verfügung standen. Um einen vergleichbaren Wert zu erhalten, wurde die Anzahl gelöster Aufgaben pro Minute errechnet. Maximal konnten so 11.25 Aufgaben pro Minute im Vortest, 22.5 Aufgaben im Nachtest und 30 Aufgaben im Follow-Up richtig gelöst werden.

7.1.3.3 Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit

Die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (schnelles Verbinden der Zahlen 1 bis 10) wurde in der Hauptstufe analog zur Pilotstudie überprüft (vgl. Kapitel 6.1.3.3; Krajewski, 2003). Für die insgesamt drei Blöcke hatten die Kinder im Vortest 40 Sekunden Zeit, im Nachtest und im Follow-Up nur noch 20 Sekunden. Jede richtige Verbindung wurde mit einem Punkt bedacht, so dass maximal 27 Punkte zu erreichen waren.

7.1.3.4 Intelligenz

Zur Erfassung der Intelligenz wurde der *Culture Fair Intelligence Test* (CFT-1; Weiß & Osterland, 1997; siehe Kapitel 6.1.3.4) eingesetzt. Zur Überprüfung von Effekten des Denktrainings sowie unspezifischen Trainingseffekten des mathematischen Basiskompetenztrainings wurde das Verfahren dieses Mal aber in Vor- und Nachtest eingesetzt.

7.1.3.5 Rechtschreibung

Die Rechtschreibleistung wurde durch die Hamburger Schreib-Probe für das erste Schuljahr (HSP 1+; May, 2002) erhoben. Diese ist ein standardisiertes und normiertes Testverfahren zur Erfassung von grundlegenden Rechtschreibleistungen ab der Mitte der ersten bis zur Mitte der zweiten Klasse. Sie kann als Gruppentest durchgeführt werden. Die Dauer beträgt weniger als 15 Minuten. Dabei werden vom Testleiter vier (Mitte erstes Schuljahr) bzw. acht (Ende erstes

Schuljahr) Einzelwörter und ein Satz diktiert. Die Auswertung der HSP 1+ erfolgte hier über die Auszählung richtig geschriebener Grapheme (= Graphemtreffer). Maximal konnten 40 Graphemtreffer zum Vortest und 63 Graphemtreffer zum Nachtest erzielt werden.

7.1.3.6 Arbeitsgedächtnis

Zur Erfassung der *Phonologischen Schleife* wurde die klassische Aufgabe *Zahlenspanne vorwärts* in Anlehnung an Krajewski (2003) eingesetzt Den Kindern wurden dabei Sequenzen von einsilbigen Zahlwörtern akustisch vorgegeben. Diese waren unmittelbar danach in der gleichen Reihenfolge schriftlich wiederzugeben. Die Länge der Zahlenfolgen wurde dabei sukzessive von zwei auf sechs Zahlwörter erhöht. Insgesamt konnten 12 Items gelöst werden, wobei für jede richtige Lösung ein Punkt vergeben wurde (siehe Anhang C).

Die *zentrale Exekutive* wurde über eine selbst konstruierte Zahlenspannenaufgabe erhoben. Es mussten nun ebenfalls Zahlenwortfolgen memoriert werden, sie sollten aber in geordneter Reihenfolge schriftlich wiedergegeben werden. Dabei wurde wieder sukzessive die Anzahl der Ziffern erhöht, von zwei auf maximal fünf Ziffern. Insgesamt konnten hier zehn Items gelöst werden (siehe Anhang C).

Obwohl Zahlenspannenaufgaben wahrscheinlich höher mit Mathematikkompetenzen korrelieren als beispielsweise das Nachsprechen von Pseudowörtern, wurden sie in dieser Studie trotzdem eingesetzt, auch wenn so die Gefahr bestand, dass der Einfluss des Arbeitsgedächtnisses überschätzt werden würde. Der Grund hierfür lag in der einfachen Notation von Ziffern, da diese den Kindern im ersten Schuljahr schon bekannt sind. So konnten die Tests als Gruppentests durchgeführt werden.

Der *visuell-räumliche Notizblock* wurde schließlich mittels einer Matrizen-Aufgabe in Anlehnung an Wilson, Scott und Power (1987) erfasst. Bei diesen Aufgaben wurde den Kindern jeweils für fünf Sekunden eine 3 x 3-Matrix präsentiert, deren Zellen teils schwarz ausgefüllt waren. Die Kinder mussten anschließend die gefärbten Felder auf ihrem Arbeitsbogen markieren. Insgesamt mussten 14 Items aufsteigender Schwierigkeit gelöst werden (siehe Anhang C).

7.1.3.7 Standardisierte Mathematiktests

Zur Erfassung der Mathematikleistungen am Ende der ersten und zu Beginn der zweiten Klasse wurde der DEMAT 1+ verwendet. Zur Erfassung der Leistungen am Ende der zweiten Klasse kam der HRT 1-4 zum Einsatz.

Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)

Der DEMAT 1+ (vgl. Krajewski et al., 2002) ist ein Test zur ökonomischen Erfassung der Mathematikleistungen am Ende des ersten und zu Beginn des zweiten Schuljahres. Der Test ist an den Lehrplänen aller deutschen Bundesländer orientiert.

Gegliedert ist das Verfahren in neun Subtests, die 36 Aufgaben in den Themenfeldern Mengen – Zahlen, Zahlenraum, Addition, Subtraktion, Zahlzerlegung – Zahlenergänzung, Teil-Ganzes, Kettenaufgaben, Ungleichungen und Sachaufgaben beinhalten. Für jede richtig gelöste Aufgabe erhält man einen Punkt, somit sind maximal 36 Punkte zu erreichen.

Der DEMAT 1+ ist standardisiert und normiert. Die Retest-Reliabilität wird mit r = .65 beziffert. Die kriteriumsbezogene Validität wurde durch Korrelationen mit anderen Verfahren ermittelt und beträgt mit dem DBZ I (Wagner & Born, 1994) r = .77, mit der Lehrerbeurteilung r = .66 und mit einem informellen Kopfrechentest r = .57. Der Zusammenhang mit dem CFT-1 ist erwartungsgemäß geringer, beträgt aber immerhin r = .50 (vgl. Schneider & Krajewski, 2005).

Heidelberger Rechentest für erste bis vierte Klassen (HRT 1-4)

Der HRT 1-4 (vgl. Haffner, Baro, Parzer, & Resch, 2005) ist ein normierter und standardisierter Speedtest. Er kann als Gruppentest ab Ende der ersten Klasse bis zum Ende der vierten Klasse innerhalb ca. einer Zeitstunde angewendet werden und soll differenziert den Leistungsstand in Mathematik erfassen. Er misst weitgehend sprachfrei und lehrplanunabhängig die Leistung in den Grundrechenarten, im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sowie die Fähigkeiten im numerisch-logischen und räumlich-visuellen Bereich.

Der HRT 1-4 besteht aus elf Untertests, die sich in die zwei Skalen Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Ergänzungsaufgaben, Größer-Kleiner-Vergleiche) und räumlich-visuelle Fähigkeiten (Zahlenreihen, Längenschätzen, Würfelzählen, Mengenzählen, Zahlenverbinden) unterteilen. Neben den Skalenwerten gibt er einen Gesamtwert aus. Für die Auswertung gilt, dass die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben für jeden Untertest als Rohwert ermittelt und in einen T-Wert transformiert wird. Für jede Skala und den Gesamtwert wird schließlich ein gemittelter T-Wert berechnet.

Die Gütekriterien sind weitgehend erfüllt. So beträgt die Retest-Reliabilität für den Gesamttest r = .93, die Kriteriumsvalidität als Korrelation des HRT mit der Mathematiknote liegt bei r = .67 und mit dem DEMAT 4 (Gölitz, Roick & Hasselhorn, 2006) bei r = .72.

7.1.4 Statistische Verfahren

Wie in der Pilotstudie sollten auch in der Hauptstudie vor allem Kovarianzanalysen zum Einsatz kommen, um die verschiedenen Trainingseffekte zu analysieren.

Im ersten Schritt sollte dazu zunächst eine Kovarianzanalyse mit der jeweiligen abhängigen Variable Nachtestwert, dem Faktor Gruppe und der Kovariate Vortestwert durchgeführt werden. Dadurch wurde zum einen gewährleistet, dass eine möglichst große Fallzahl berücksichtigt werden konnte, da manche Kinder in einigen Kontrollvariablen fehlende Werte aufwiesen (siehe nächster Abschnitt). Zum anderen wurde dadurch (zumindest für die Kovarianzanalysen der mathematischen Basiskompetenzen und des CFT1) die Anwendungsvoraussetzung streng eingehalten, dass es in einer Kovariate keine Gruppenunterschiede geben sollte (vgl. Kapitel 6.1.4.1).

In einem zweiten Schritt wurden neben dem jeweiligen Vortestwert noch weitere Kontrollvariablen in das Modell aufgenommen, um möglichst viele potentielle Störvariablen kontrollieren und viel Fehlervarianz aufklären zu können.

Da der Gruppenfaktor im Unterschied zur Pilotstudie nun nicht zweifach, sondern vierfach gestuft war, und ein globaler F-Test über diesen Faktor damit keine spezifischen Ergebnisse über Unterschiede interessierender Mittelwerte ausgibt, wurden a priori geplante Kontraste formuliert, auf denen die Prüfung der Hypothesen beruhen sollte (vgl. Bortz, 1999; Hager, 2000a). Folgende Kontraste wurden für jede Kovarianzanalyse berechnet:

Kontrast 1: MZZ-Trainingsgruppe vs. Implementierungsgruppe
Kontrast 2: MZZ-Fördergruppen vs. Vergleichsgruppen
Kontrast 3: MZZ-Fördergruppen vs. Denktraininggruppe

Durch Kontrast 1 sollte die Implementierungshypothese geprüft werden, Kontrast 2 gibt an, ob sich die mit MZZ geförderten Schüler in ihrer Leistung von den Schülern der Vergleichsgruppen unterscheiden, dieser Kontrast überprüft also die Wirksamkeit der Förderung. Kontrast 3 stellt eine konservativere Form der Wirksamkeitsüberprüfung dar, da durch diesen die MZZ-Gruppen nur mit der Vergleichsgruppe verglichen wird, die ein Denktraining bekommen und somit auch eine Zuwendung erhalten hat.

Hager (2000a; siehe auch Bortz, 1999) empfiehlt, Hypothesen, die sich auf positive Veränderungen in der abhängigen Variable beziehen, gerichtet zu testen. Dies betrifft hier alle Hypothesen, die eine Verbesserung der MZZ-Gruppen in mathematikspezifischen Variablen annehmen. Deshalb werden bei der Untersuchung solcher Variablen die entsprechenden

Kontraste 2 und 3 gerichtet getestet. Bei der Untersuchung der unspezifischen abhängigen Variablen werden diese Kontraste jedoch ungerichtet getestet, da die Hypothese hier lautet, dass es nicht zu Verbesserungen durch die Förderung kommt. Ebenfalls ungerichtet wird die Implementierungshypothese durch Kontrast 1 getestet, da diese annimmt, dass es keine Unterschiede zwischen MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe geben sollte.

Die berechneten Effektstärken beziehen sich immer, wenn nicht anders angegeben, auf den Kontrast 2, geben also jeweils den Unterschied zwischen MZZ-Fördergruppen und Vergleichsgruppen in gemittelten Standardabweichungen an.
Der Gruppeneffekt wird der Vollständigkeit halber zwar bei jeder Kovarianzanalyse angegeben, die Interpretation der Ergebnisse beruht aber ausschließlich auf den Ergebnissen der a priori geplanten Kontraste.

Die Präventionshypothese sollte mit Mitteln der medizinischen Statistik analysiert werden. Dabei werden die präventiven Effekte einer Therapie nicht durch mittelwertbasierte Auswertungen bestimmt, sondern es werden verschiedene Kennwerte berechnet mit denen Aussagen über die Wirksamkeit einer Intervention im Hinblick auf ein Kriterium getroffen werden können.
Zur Beantwortung der Mediationshypothese wurden Strukturgleichungsmodelle gerechnet.

7.2 Ergebnisse

7.2.1 Deskriptive Statistiken für die unausgelesene Gesamtstichprobe

Fehlende Werte

In einer Klasse lagen von den Klassenkameraden der Risikoschüler nur die Vortest-Ergebnisse im MBK-1 vor, da hier nur die Risikokinder aus Zeitgründen in den weiteren Variablen untersucht werden konnten. In einer weiteren Klasse konnten leider die Arbeitsgedächtnisleistungen, in einer anderen die Rechenfertigkeiten nicht erhoben werden, da die Lehrerinnen keine weitere Unterrichtszeit mehr zu Verfügung stellen konnten oder wollten.

Vor- und Nachtestergebnisse

Die Ergebnisse der Gesamtstichprobe in den Testverfahren zum Vor- und Nachtest werden in Tabelle 7 abgebildet. Am Vortest nahmen insgesamt 575 Kinder, 281 Jungen und 294 Mädchen, teil.

Der durchschnittliche IQ in der Stichprobe lag unter Bezug auf die CFT-Klassennormen aus dem Jahr 1995 zwischen 106 (Vortest) und 109 (Nachtest).

Tabelle 7: Deskriptive Statistiken der Gesamtstichprobe im Vor- und Nachtest (Hauptstudie)

		Vortest			Nachtest		
	max	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*
MBK-1	49	575	36.70	8.8	574	41.03	7.1
Rechenfertigkeit	11.25 / 22.5 [a]	539	8.26	2.6	480	17.05	4.1
CFT1	36	549	24.01	5.7	378	24.89	5.2
Zahlenverbinden	27 [b]	539	23.62	5.1	480	19.25	5.8
HSP 1+ Graphemtreffer	40 / 63	544	30.27	6.7	377	45.89	7.5
Phonologische Schleife	12	519	6.95	1.9			
Visuell-Räumliches AG	14	519	10.13	2.6			
Zentrale Exekutive	10	519	6.12	2.4			

Anmerkungen: [a] Im Vortest waren maximal 11.25 Aufgaben pro Minute möglich, im Nachtest 22.5.
[b] Beim Zahlenverbinden wurde zum Nachtest die Bearbeitungszeit halbiert.

Wie schon in der Pilotstudie so lag auch in dieser Stichprobe eine beachtliche Stabilität der mathematischen Basiskompetenzen zwischen Vor- und Nachtest von r = .70 vor. Außerdem zeigten die Basiskompetenzen erwartungsgemäße Zusammenhänge mit den Rechenfertigkeiten (MZP1: r = .41; MZP2: r = .29). Zudem zeigten die Basiskompetenzen deutliche Zusammenhänge mit den kognitiven Maßen Intelligenz (MZP1: r = .65; MZP2: r = .55) und Arbeitsgedächtnis (Phonologische Schleife: r = .38; visuell-räumlicher Notizblock: r = .43; zentrale Exekutive: r = .56). Aber auch die Korrelationen der mathematischen Basiskompetenzen mit dem mathematikunspezifischen Maß Rechtschreibleistung in der HSP 1+ (MZP1: r = .47; MZP2: r = .42) sind nicht zu vernachlässigen. Eine Übersicht über die wichtigsten Korrelationen findet sich im Anhang (Anhang F, Tabelle 22).

In der weiteren Darstellung der Studie werden nun nur noch die Daten der 119 Risikokinder betrachtet.

7.2.2 Deskriptive Statistiken für die Risikostichprobe

Als Risikokinder wurden jene Schüler identifiziert, die im MBK-1-Vortest einen Prozentrang ≤ 20 erzielten. Dies betraf 119 Risikokinder (56 Jungen und 63 Mädchen). Da es im Zuge der Gruppenzuweisung aus den genannten Gründen nicht möglich war, die vier Gruppen aufgrund der Vortestergebnisse zu parallelisieren, konnten Unterschiede zwischen den vier Gruppen in den Ausgangsbedingungen erst im Nachhinein analysiert werden. Hier zeigte sich zunächst, dass sich die Geschlechterverteilung nicht signifikant zwischen den Gruppen unterschied ($\chi^2[3] = 3.99$, $p = .26$). In der MZZ-Trainingsgruppe waren 20 Jungen und 16 Mädchen, in der Implementierungsgruppe waren es 8 Jungen und 17 Mädchen, in der Denktrainingsgruppe 16 Jungen und 14 Mädchen und in der Kontrollgruppe 12 Jungen und 16 Mädchen. Weiterhin lagen in der wichtigsten Variable, dem MBK-1-Ergebnis, keine signifikanten Gruppenunterschiede vor ($F[3; 115] = 0.10$, $p = .96$). Auf den einzelnen Ebenen der mathematischen Kompetenzentwicklung zeigten sich ebenfalls keine Gruppenunterschiede (Ebene I: $F[3; 115] = 2.01$, $p = .12$; Ebene II: $F[3; 115] = 1.67$, $p = .18$; Ebene III: $F[3; 115] = 1.73$, $p = .17$). Ebenso konnten keine Unterschiede in der Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (Zahlenverbinden) beobachtet werden (siehe Tabelle 8). Auch die etwas schwächeren Ergebnisse der Implementierungsgruppe im CFT1 ($F[3; 114] = 2.40$, $p = .07$) und der Denktrainingsgruppe im Test zur zentralen Exekutive (vgl. Tabelle 8) erreichten kein signifikantes Niveau. In den beiden anderen Arbeitsgedächtniskomponenten konnten mittels einer univariaten Varianzanalyse allerdings signifikante Unterschiede zwischen den Gruppen festgestellt werden. Post-hoc-Tests auf geringste signifikante Differenzen mit Bonferroni-Holm-Korrektur des Signifikanzlevels (Holm, 1979) zeigten, dass sowohl die Implementierungsgruppe als auch die Denktrainingsgruppe signifikant schwächere Werte in der Phonologischen Schleife und im Visuell-Räumlichen Notizblock erzielten als die MZZ-Trainingsgruppe (siehe Tabelle 8). Bei den Rechenfertigkeiten ergaben sich ebenfalls signifikante Gruppenunterschiede ($F[3; 112] = 11.01$, $p < .01$). Hier waren alle Unterschiede zwischen den Gruppen signifikant mit Ausnahme des Unterschiedes zwischen MZZ-Trainingsgruppe und ungeförderter Kontrollgruppe. Schließlich ergaben sich in der Rechtschreibleistung (HSP 1+ Graphemtreffer) Unterschiede ($F[3; 112] = 3.08$, $p < .05$), die auf tendenziell schwächere Leistungen der Implementierungsgruppe zurückzuführen waren, nach Bonferroni-Holm-Korrektur aber knapp nicht signifikant ausfielen. Die deskriptiven Ergebnisse werden in Tabelle 8 (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit und Arbeitsgedächtnis), Tabelle 9 (MBK-1) und Tabelle 10 (weitere abhängige Variablen) wiedergegeben.

Da nicht davon auszugehen war, dass sämtliche Gruppenunterschiede systematisch zu Stande kamen, sondern sie wahrscheinlich zufällig bedingt waren, wurden alle Variablen in den entsprechenden Kovarianzanalysen berücksichtigt (Miller & Chapman, 2001).

Fehlende Werte im Vortest

Aufgrund der oben genannten Gründe fehlten leider von drei Kindern der MZZ-Traininggruppe die Ergebnisse in den elementaren Rechenfertigkeiten sowie in der Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit, von zwei anderen Kindern der MZZ-Trainingsgruppe fehlten die Arbeitsgedächtnismaße und die Ergebnisse im Rechtschreiben. Aufgrund von Krankheit fehlt zudem bei einem Kind der Denktrainingsgruppe das Rechtschreibergebnis und bei einem weiteren Kind der MZZ-Trainingsgruppe das CFT1-Ergebnis.

Tabelle 8: Unterschiede zwischen den Gruppen in den Ausgangsbedingungen (MZP 1) – Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit und Arbeitsgedächtnis (Hauptstudie)

	MZZ-Fördergruppen						**Vergleichsgruppen**						
	Trainingsgr.			**Implementier.**			**Denktraining**			**Kontrollgruppe**			**Test**
	N	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*F*
Zahlen-verbinden	33	20.00	6.6	25	20.48	5.9	30	21.97	6.0	28	21.18	5.8	$F(3;112) = 0.60$, $p = .62$
Phonolog. Schleife	34	6.85	1.9	25	4.80	2.0	27	5.41	2.8	28	5.96	1.9	$F(3;110) = 4.95$, $p < .01$
Visuell-R. Notizblock	34	9.62	2.5	25	7.72	3.0	27	7.44	2.6	28	8.36	2.5	$F(3;110) = 4.10$, $p < .01$
Zentrale Exekutive	34	4.06	2.7	25	4.28	2.6	27	2.93	2.4	28	4.32	1.9	$F(3;110) = 2.06$, $p = .12$

Anmerkungen: Beim Zahlenverbinden konnten maximal 27 Punkte erzielt werden, in der Phonologischen Schleife 12, im Visuell-Räumlichen Notizblock 14 und in der Zentralen Exekutive 10.

Tabelle 9: Deskriptive Ergebnisse der Gruppen im MBK-1 zu allen Messzeitpunkten (Hauptstudie)

		MZZ-Fördergruppen						Vergleichsgruppen						
		Trainingsgruppe			Implementierung			Denktraining			Kontrollgruppe			Effektstärke
	max	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*d*
MBK-1 Gesamt														
Vortest	49	36	23.93	5.5	25	23.88	7.3	30	24.27	5.5	28	24.63	5.1	
Nachtest	49	36	38.89	6.0	25	36.30	6.5	30	28.60	6.9	28	30.43	7.2	$d_{12} = 1.34$
Follow-Up	49	34	42.41	5.9	24	41.06	7.2	28	35.79	6.7	26	33.15	5.7	$d_{13} = 1.24$
MBK-1 Ebene I														
Vortest	9	36	6.60	1.8	25	6.12	2.1	30	5.60	1.9	28	6.63	1.8	
Nachtest	9	36	7.72	1.8	25	7.62	1.2	30	6.90	1.9	28	6.96	1.6	$d_{12} = 0.29$
Follow-Up	9	34	8.82	0.7	24	8.56	0.9	28	7.93	1.7	26	7.08	2.0	$d_{13} = 0.68$
MBK-1 Ebene II														
Vortest	16	36	9.06	2.3	25	9.76	2.4	30	8.40	2.1	28	9.43	2.7	
Nachtest	16	36	12.89	1.9	25	11.88	2.2	30	10.77	1.9	28	11.18	2.9	$d_{12} = 0.49$
Follow-Up	16	34	13.62	1.8	24	13.50	2.4	28	12.82	1.9	26	12.42	2.1	$d_{13} = 0.28$
MBK-1 Ebene III														
Vortest	24	36	8.28	4.3	25	8.00	5.1	30	10.27	3.8	28	8.57	3.6	
Nachtest	24	36	18.28	4.3	25	16.80	5.7	30	10.93	5.2	28	12.29	5.3	$d_{12} = 1.50$
Follow-Up	24	34	19.97	4.7	24	19.00	5.0	28	15.04	5.6	26	13.65	4.9	$d_{13} = 1.33$

Anmerkung: [a] Für die Berechnung der um Vortestunterschiede korrigierten Effektstärke *d* wurden die beiden MZZ-Fördergruppen und die beiden Vergleichsgruppen zusammengefasst.

Tabelle 10: Deskriptive Ergebnisse der Gruppen in den weiteren abhängigen Variablen zu allen Messzeitpunkten (Hauptstudie)

		MZZ-Fördergruppen						**Vergleichsgruppen**						
		Trainingsgruppe			**Implementierung**			**Denktraining**			**Kontrollgruppe**			**Effektstärke**
	max	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*d*
Rechenfertigkeiten														
Vortest	11.25	33	6.30	2.4	25	4.47	2.1	30	8.34	3.1	28	6.21	2.2	
Nachtest	22.5	36	16.04	4.9	25	15.45	4.7	30	14.65	4.4	28	14.73	3.3	$d_{12} = 0.93$
Follow-Up	30	34	17.88	6.3	24	18.79	4.4	28	18.00	4.6	26	16.23	3.4	$d_{13} = 0.90$
CFT1														
Vortest	36	35	19.63	4.5	25	16.72	6.2	30	19.60	4.7	28	17.82	4.1	
Nachtest	36	36	22.56	4.9	25	20.96	5.6	30	21.73	4.5	28	20.07	4.8	$d_{12} = 0.26$
HSP1+ Graphemtreffer														
Vortest	40	34	27.56	7.1	25	21.84	9.3	29	26.41	9.9	28	27.79	5.8	
Nachtest	63	36	43.78	8.1	25	42.56	10.7	30	40.30	12.4	28	42.96	5.6	$d_{12} = 0.41$

Anmerkung: [a] Für die Berechnung der um Vortestunterschiede korrigierten Effektstärke *d* wurden die beiden MZZ-Fördergruppen und die beiden Vergleichsgruppen zusammengefasst.

7.2.3 Kurzfristige Trainingseffekte

Wie oben erwähnt, sollten die Trainingseffekte durch Kovarianzanalysen berechnet werden, die in zwei Schritten ausgeführt wurden. Zunächst wurde neben dem Faktor Gruppe nur der jeweilige Vortestwert als Kovariate hinzugefügt. Erst in einem zweiten Schritt wurden weitere kognitive Kontrollvariablen in das Modell aufgenommen, um möglichst viele potentielle Störvariablen zu kontrollieren und viel Fehlervarianz aufzuklären.

Da die Implementierungsgruppe einen verlängerten Förderzeitraum und damit einen späteren Nachtesttermin als die anderen Gruppen hatte (vgl. Kapitel 7.1.2.2), wurden abschließend die Kontrasteffekte noch einmal unter Berücksichtigung der Länge des Förderzeitraums berechnet. Dies geschah, da davon auszugehen war, dass Kinder in der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen und der Leistung im Basisrechnen und im Rechtschreiben am Ende des ersten Schuljahres enorme Fortschritte verzeichnen, weshalb ein späterer Nachtesttermin einiger Kinder schon zu Effekten hätte führen können.

Sämtliche deskriptiven Statistiken aller Gruppen zu den verschiedenen Messzeitpunkten finden sich oben in Tabelle 9 und Tabelle 10. Eine zusammenfassende Übersicht der Nachtest-Kovarianzanalysen bietet Tabelle 12 (S. 130).

7.2.3.1 Spezifische Trainingseffekte auf mathematische Basiskompetenzen

Leistungen im MBK-1-Gesamttest

Die unmittelbaren Trainingseffekte wurden in einer Kovarianzanalyse mit den mathematischen Basiskompetenzen im Vortest als Kovariate, einem Gruppenfaktor sowie den mathematischen Basiskompetenzen im Nachtest als abhängiger Variable bestimmt. Von allen 119 Risikokindern lagen Nachtestwerte im MBK-1 vor. Dabei trugen die mathematischen Basiskompetenzen im Vortest signifikant zur Erklärung von Unterschieden in den mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest bei ($F[1,114] = 39.84$, $p < .01$). Die verbliebenen Unterschiede in den mathematischen Basiskompetenzen des Nachtests wurden zudem durch die Gruppenzugehörigkeit der Kinder erklärt (Faktor Gruppe: $F[3,114] = 23.91$, $p < .01$). Die Varianzaufklärung des Modells lag bei $R^2 = .49$. Geplante Kontraste ergaben, dass sich die MZZ-Fördergruppen nicht signifikant voneinander unterschieden ($t[114] = -1.72$, $p = .09$) und dass die MZZ-Fördergruppen sowohl im Vergleich mit beiden Vergleichsgruppen ($t[114] = 7.91$, $p < .01$ [einseitig]) als auch im Vergleich nur mit der Denktrainingsgruppe ($t[114] = 7.16$, $p < .01$ [einseitig]) überlegen waren.

Nach Hinzunahme der anderen Kovariaten verringerte sich zwar die Fallzahl auf 111, allerdings konnten nun gar knapp 62% der Varianz in den Basiskompetenzen zum Nachtest erklärt werden. Während die Arbeitsgedächtniskomponenten keinen signifikanten Beitrag leisteten (Phonologische Schleife: $F[1,101] = 0.54$, $p = .46$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,101] = 1.63$, $p = .21$; Zentrale Exekutive: $F[1,101] = 2.80$, $p = .10$), konnte sowohl die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,101] = 5.40$, $p < .05$) als auch die Intelligenz ($F[1,101] = 12.27$, $p < .01$) zur Varianzaufklärung beitragen. Die mathematischen Basiskompetenzen zum Vortest ($F[1,101] = 18.73$, $p < .01$) und der Faktor Gruppe ($F[3,101] = 21.13$, $p < .01$) klärten jedoch den größten Varianzanteil auf. Das partielle η^2 für den Faktor Gruppe lag bei .39 und damit in einem sehr hohen Bereich. Bei der Betrachtung der Kontraste ergaben sich die gleichen Befunde wie oben. Damit kann festgehalten werden, dass beide MZZ-Fördergruppen signifikant besser als beide Vergleichsgruppen abgeschnitten haben (Kontrast 2: $t[101] = 7.90$, $p < .01$ [einseitig]). Die um Vortestunterschiede bereinigte Effektstärke (Klauer, 1993) für diesen Vergleich lag bei $d = 1.34$ und damit in einem sehr hohen Bereich. Zudem zeigten sich bedeutsame Unterschiede im Vergleich mit der Vergleichsgruppe, die das Denktraining erhalten hatte, so dass die Fördererfolge nicht auf einen bloßen Zuwendungseffekt zurückgeführt werden können (Kontrast 3: $t[101] = 6.69$, $p < .01$ [einseitig]). Weiterhin unterschieden sich die beiden MZZ-Fördergruppen nicht signifikant voneinander, was auf eine gelungene Implementierung des Programms hindeutet (Kontrast 1: $t[101] = -0.64$, $p = .52$).

Bevor die Transfereffekte dargestellt werden, soll untersucht werden, wie sich das Training auf den verschiedenen Ebenen des MBK-1 ausgewirkt hat.

Ebene I

Auf Ebene I konnte im ersten Schritt ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene I-Vortest beobachtet werden ($F[1,114] = 27.80$, $p < .01$). Zwar zeigte sich kein signifikanter Einfluss der Gruppe ($F[3,114] = 1.95$, $p = .13$), die Kontrastbedingung 2 war aber signifikant größer als 0 ($t[114] = 2.27$, $p < .05$ [einseitig]), was für einen Fördereffekt auf Ebene I spricht, der jedoch nicht von einem Zuwendungseffekt abgegrenzt werden kann, da sich keine signifikant bessere Leistung der MZZ-Gruppen gegenüber der Denktrainingsgruppe ergab ($t[114] = 1.36$, $p = .09$ [einseitig]). Zwischen den MZZ-Fördergruppen existierten keine signifikanten Unterschiede ($t[114] = 0.22$, $p = .83$).

Unter Hinzunahme der Kovariaten stieg R^2 lediglich von .24 auf .27. Keine der kognitiven Kovariaten hatte einen signifikanten Einfluss auf das Ebene I-Ergebnis im Nachtest (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,101] = 0.43$, $p = .84$; Intelligenz: $F[1,101] = 3.22$, $p = .08$;

Phonologische Schleife: $F[1,101] = 1.18$, $p = .28$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,101] = 0.46$, $p = .83$; Zentrale Exekutive: $F[1,101] = 0.22$, $p = .64$). Lediglich der Ebene I-Vortest-Wert konnte weiterhin signifikant zur Varianzaufklärung beitragen ($F[1,101] = 12.31$, $p < .01$). Auch die Versuchsbedingung verfehlte nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile die Signifikanz knapp ($F[3,101] = 2.39$, $p = .07$). Dennoch zeigte nun die Überprüfung der beiden Kontraste, durch die Fördereffekte untersucht werden sollten, signifikante Ergebnisse (Kontrast 2: $t[101] = 2.60$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[101] = 1.86$, $p < .05$ [einseitig]), womit die MZZ-Fördergruppen auf Ebene I wohl doch von der Förderung profitieren konnten ($d = 0.29$). Diese unterschieden sich wie erwartet aber nicht signifikant untereinander ($t[101] = -0.17$, $p = .86$).

Ebene II

Auf Ebene II wurde im ersten Schritt ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene II-Vortest beobachtet ($F[1,114] = 13.53$, $p < .01$). Zudem trug die Versuchsbedingung signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Ebene II-Nachtest-Ergebnissen bei ($F[3,114] = 5.80$, $p < .01$). Die Untersuchung der Kontrasteffekte erbrachte für alle drei Kontraste signifikante Ergebnisse (Kontrast 1: $t[114] = -2.20$, $p < .05$; Kontrast 2: $t[114] = 3.20$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[114] = 2.72$, $p < .01$ [einseitig]). Damit zeigte sich ein Fördereffekt, allerdings scheint die MZZ-Trainingsgruppe stärker profitiert zu haben als die Implementierungsgruppe.
Unter Hinzunahme aller Kovariaten stieg R^2 von .22 auf .40. Dieser Anstieg ist vor allem auf die kognitiven Kovariaten Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,101] = 6.39$, $p < .05$) und Intelligenz ($F[1,101] = 7.98$, $p < .01$) zurückzuführen, während Phonologische Schleife ($F[1,101] = 0.01$, $p = .90$), Visuell-Räumlicher Notizblock ($F[1,101] = 3.83$, $p = .05$) und Zentrale Exekutive ($F[1,101] = 0.03$, $p = .86$) keinen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung leisteten. Der Ebene II-Vortest-Wert trug weiterhin signifikant zur Varianzaufklärung bei ($F[1,101] = 7.55$, $p < .01$). Auch die Versuchsbedingung hatte nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile weiterhin einen signifikanten Einfluss ($F[3,101] = 4.92$, $p < .01$).
Die Überprüfung der Kontraste zeigte, dass sich die MZZ-Trainingsgruppen signifikant von beiden Vergleichsgruppen unterschieden ($t[101] = 3.42$, $p < .01$ [einseitig]; $d = 0.49$). Auch die strengere Überprüfung gegenüber der Denktrainingsgruppe fiel hochsignifikant aus ($t[101] = 2.84$, $p < .01$ [einseitig]), weshalb man auch auf Ebene II von einem Fördereffekt des MZZ-Trainings ausgehen kann Die Implementierungsgruppe unterschied sich nicht signifikant von der MZZ-Trainingsgruppe ($t[101] = -1.45$, $p = .15$).

Ebene III

Auf Ebene III konnte im ersten Schritt ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene III-Vortest beobachtet werden ($F[1,114] = 33.71$, $p < .01$). Zudem trug die Versuchsbedingung signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Ebene III-Nachtest-Ergebnissen bei ($F[3,114] = 23.85$, $p < .01$). Die Varianzaufklärung betrug hier immerhin 44%. Erwartungsgemäß waren die mit MZZ geförderten Kinder sowohl der Denktrainingsgruppe ($t[114] = 7.61$, $p < .01$ [einseitig]) als auch der zusammengefassten Vergleichsgruppe ($t[114] = 7.93$, $p < .01$ [einseitig]) überlegen. MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe unterschieden sich aber nicht signifikant ($t[114] = -1.13$, $p = .26$).

Unter Hinzunahme aller Kovariaten stieg R^2 sogar auf .55. Während die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,101] = 2.35$, $p = .13$) und das Arbeitsgedächtnis (Phonologische Schleife: $F[1,101] = 1.86$, $p = .17$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,101] = 0.61$, $p = .44$; Zentrale Exekutive: $F[1,101] = 2.91$, $p = .09$) keinen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung leisteten, konnte dieser Anstieg vor allem auf den Einfluss der Intelligenz zurückgeführt werden ($F[1,101] = 7.23$, $p < .01$). Der Ebene III-Vortest-Wert trug natürlich ebenso weiterhin signifikant zur Varianzaufklärung bei ($F[1,101] = 19.55$, $p < .01$) wie auch die Versuchsbedingung ($F[3,101] = 18.34$, $p < .01$).

An den Ergebnissen der Kontrastüberprüfungen änderte sich nichts. Die beiden MZZ-Fördergruppen schnitten sowohl signifikant besser ab als beide Vergleichsgruppen ($t[101] = 7.39$, $p < .01$ [einseitig]), wobei eine sehr große Effektstärke von $d = 1.50$ vorlag, als auch besser als die Denktrainingsgruppe ($t[101] = 6.50$, $p < .01$ [einseitig]), während sich zwischen den beiden MZZ-Gruppen keine Unterschiede ergaben ($t[101] = 0.12$, $p = .91$).

Demnach kann davon gesprochen werden, dass die Förderung mit MZZ tatsächlich wie erhofft vor allem auf Ebene III erfolgreich war.

7.2.3.2 Kurzfristige Transfereffekte auf Mathematikleistungen

Rechenfertigkeiten im Zahlenraum bis 10

Die Transfereffekte des mathematischen Basiskompetenztrainings wurden im ersten Schritt ebenfalls durch eine Kovarianzanalyse berechnet, die nur die Rechenfertigkeiten zum Vortest als Kovariate, die Gruppenbedingung als Faktor und die Rechenfertigkeiten zum Nachtest als abhängige Variable beinhaltete. Hierdurch konnten 116 Schüler in die Analyse einbezogen werden. Die Kovariate Rechenfertigkeit im Vortest hatte dabei einen signifikanten Einfluss ($F[1,111] = 30.93$, $p < .01$). Die Versuchsbedingung trug ebenfalls signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Rechenfertigkeiten zum Nachtest bei ($F[3,111] = 4.75$, $p < .01$). Die

Varianzaufklärung betrug 24%. Die Kontrasteffekte sprachen sowohl für einen Transfereffekt der MZZ-Förderung (Kontrast 2: $t[111] = 3.50$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[111] = 3.71$, $p < .01$ [einseitig]), als auch dafür, dass dieser Transfer in beiden MZZ-Fördergruppen vollzogen wurde (Kontrast 1: $t[111] = 0.64$, $p = .52$).

Im zweiten Schritt wurde hier ebenfalls eine Kovarianzanalyse berechnet, in die zusätzlich die kognitiven Kontrollvariablen hinzugefügt wurden. Ebenso wurden die mathematischen Basiskompetenzen zum Vortest aufgenommen, da diese als guter Prädiktor späterer Rechenleistung gelten. Während die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,100] = 0.80$, $p = .38$), die Phonologische Schleife ($F[1,100] = 1.76$, $p = .19$) und die Intelligenz ($F[1,100] = 0.57$, $p = .45$) keinen Einfluss zeigten, konnten Visuell-Räumlicher Notizblock ($F[1,100] = 7.24$, $p < .01$), Zentrale Exekutive ($F[1,100] = 11.96$, $p < .01$), mathematische Basiskompetenzen im Vortest ($F[1,100] = 4.02$, $p < .05$) und Rechenfertigkeiten im Vortest ($F[1,100] = 20.54$, $p < .01$) signifikant zur Varianzaufklärung beitragen. Nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile konnte die Versuchsbedingung zusätzliche Varianz aufklären ($F[3,100] = 3.92$, $p < .05$).

Bei der Überprüfung der Kontraste ergab sich dasselbe Befundmuster wie ohne Einbezug der Kontrollvariablen (Kontrast 1: $t[100] = -0.72$, $p = .42$; Kontrast 2: $t[100] = 3.25$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[100] = 2.94$, $p < .01$ [einseitig]).

Die Effektstärke zwischen MZZ-Förder- und Vergleichsgruppen betrug hier $d = 0.93$. Damit kann davon ausgegangen werden, dass die MZZ-Förderung zu einer großen Verbesserung der Leistung in einfachen Rechenaufgaben im Zahlenraum bis *10* geführt hat.

Leistungen in einem standardisierten Mathematiktest

Um die Transfereffekte des mathematischen Basiskompetenztrainings auf einen standardisierten und curricular validen Mathematiktest zu erfassen, wurde in den letzten Schulwochen vorm Schuljahresende der DEMAT 1+ eingesetzt. Aufgrund des knappen Zeitraums konnte bei zwei Kindern, die aufgrund von Krankheit nicht am DEMAT 1+ teilgenommen hatten, der Test vor den Sommerferien nicht mehr wiederholt werden, so dass von diesen keine Ergebnisse vorliegen.

Im ersten Schritt wurde eine univariate Varianzanalyse berechnet, da der DEMAT 1+ zum Vortest noch nicht eingesetzt werden konnte, und dementsprechend keine Vortestwerte vorlagen. Es zeigten sich keine Gruppenunterschiede in den Ergebnissen ($F[3,113] = 0.13$, $p = .94$; Kontrast 1: $t[113] = 0.61$, $p = .54$; Kontrast 2: $t[113] = 0.04$, $p = .48$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[113] = 0.14$, $p = 0.45$ [einseitig]). Die deskriptiven Ergebnisse sind in Tabelle 11 (Zeile Nachtest) wiedergegeben.

Tabelle 11: Deskriptive Ergebnisse der Gruppen im DEMAT 1+ (Hauptstudie)

	MZZ-Fördergruppen						Vergleichsgruppen						
	Trainingsgr.			Implementier.			Denktraining			Kontrollgruppe			Effektst.
	N	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*d*
Nachtest	36	19.78	6.0	25	20.84	8.0	29	20.10	6.9	27	20.41	5.9	d_{23} =
Follow-Up	33	25.70	5.8	24	25.20	7.4	28	20.43	7.1	26	20.61	5.8	0.77

Auch unter Hinzunahme von Kovariaten änderte sich an diesem Ergebnis nichts ($F[3,98] = 0.81$, $p = .49$; Kontrast 1: $t[98] = 1.17$, $p = .24$; Kontrast 2: $t[98] = 1.08$, $p = .14$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[98] = 1.14$, $p = 0.13$ [einseitig]). Von den Kovariaten konnte aber die Zentrale Exekutive ($F[1,98] = 4.69$, $p < .05$), die Intelligenz ($F[1,98] = 4.50$, $p < .05$) und die Rechenfertigkeiten im Vortest ($F[1,98] = 7.79$, $p < .01$) Varianz aufklären, während Phonologische Schleife ($F[1,98] = 0.28$, $p = .60$), Visuell-Räumlicher Notizblock ($F[1,98] = 0.00$, $p = .96$), Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,98] = 1.59$, $p = .21$) und Basiskompetenzen im Vortest ($F[1,98] = 1.98$, $p = .16$) keinen signifikanten Einfluss zeigten. Zusammenfassend kann damit festgehalten werden, dass die MZZ-Förderung kurzfristig nur auf die Leistung in einfachen Rechenaufgaben transferierte, die Leistungen in einem standardisierten Mathematiktest jedoch nicht unmittelbar verbessert wurden..

7.2.3.3 Unspezifische Trainingseffekte

Neben den erwarteten Effekten auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder sollte auch analysiert werden, ob das MZZ-Training Fördereffekte in anderen Kompetenzbereichen hervorruft. Es sollte also geprüft werden, ob MZZ nur mathematikspezifisch oder auch mathematikunspezifisch wirkt. Dazu wurde untersucht, ob die Gruppen unterschiedliche Zuwächse im Intelligenztest CFT1 und in der Hamburger Schreibprobe (HSP 1+) zu verzeichnen hatten. Die Berechnung der Effekte erfolgte auch hier durch Kovarianzanalysen mit dem jeweiligen Vortestwert als Kovariate, der Versuchsbedingung als Faktor, und dem jeweiligen Nachtestwert als abhängige Variable.

Kognitive Fähigkeiten

Für die CFT1-Nachtestergebnisse ergab sich ein signifikanter Einfluss des Vortestwerts ($F[1,113] = 69.32$, $p < .01$), nicht jedoch für den Faktor Versuchsbedingung ($F[3,113] = 1.24$, $p = .30$; Kontrast 1: $t[113] = -0.07$, $p = .94$; Kontrast 2: $t[113] = 1.84$, $p = .07$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[113] = 1.19$, $p = 0.24$ [einseitig]).

Dieses Ergebnis zeigt, dass die MZZ-Förderung keinen unspezifischen Effekt auf kognitive Fähigkeiten hatte. Überraschend erscheint an dieser Stelle aber auch, dass das Denktraining keine Effekte im CFT produzieren konnte, obwohl dies aufgrund der Forschungslage zu erwarten gewesen wäre (vgl. Klauer, 2007).

Eine grafische Veranschaulichung der Ergebnisse findet sich in Abbildung 12.

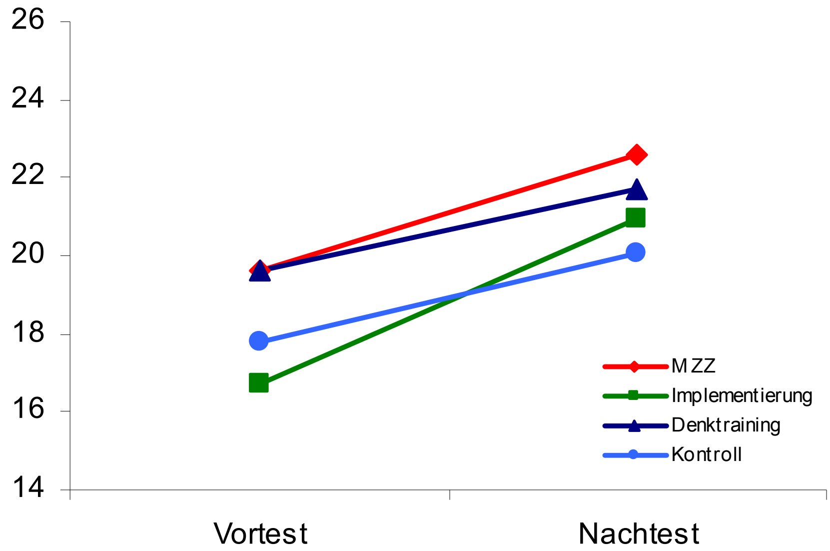


Abbildung 12: Durchschnittliche Leistung aller Gruppen im CFT-1 (Rohpunkte) zum Vor- und Nachtest (Hauptstudie)

Rechtschreibleistungen

Für die Graphemtreffer in der HSP 1+ zum Nachtest ergab sich zunächst ein signifikanter Einfluss der Kovariate Graphemtreffer zum Vortest ($F[1,111] = 66.53$, $p < .01$). Der Faktor Versuchsbedingung konnte zwar keine zusätzliche Varianz erklären ($F[113] = 2.04$, $p = .11$) und auch zwischen Implementierungsgruppe und MZZ-Trainingsgruppe ergab sich kein Unterschied ($t[111] = 1.09$, $p = .28$). Allerdings wurde sowohl der Kontrast zwischen den MZZ-Fördergruppen und den Vergleichsgruppen ($t[111] = 2.28$, $p < .05$ [einseitig]; $d = 0.41$), als auch der Kontrast zwischen den MZZ-Gruppen und der Denktrainingsgruppe signifikant

($t[111] = 2.18$, $p < .05$ [einseitig]), was darauf hindeutet, dass die MZZ-Förderung zu einem Anstieg der Rechtschreibfähigkeiten geführt hat.

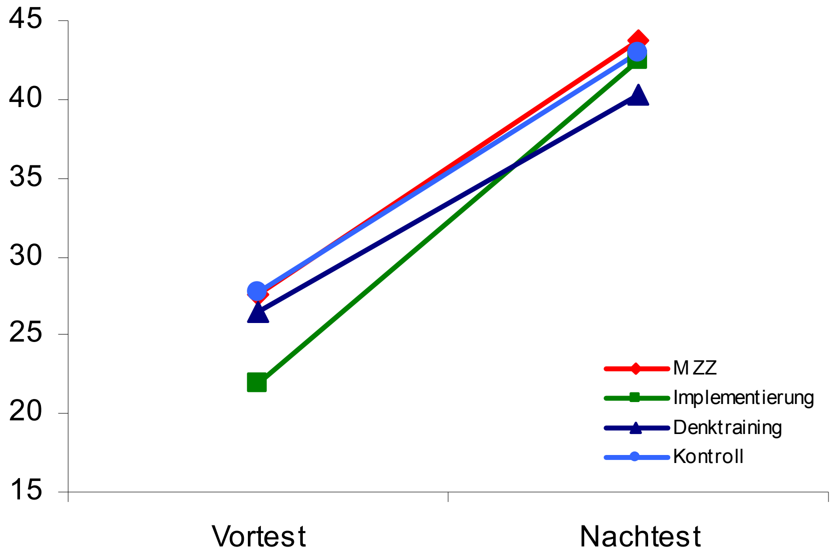


Abbildung 13: Durchschnittliche Leistung aller Gruppen in der Hamburger Schreibprobe 1+ (Graphemtreffer) zum Vor- und Nachtest (Hauptstudie)

7.2.3.4 Kontrolle der Länge des Förderzeitraums

Zum Abschluss der Betrachtung kurzfristiger Trainingseffekte sollte überprüft werden, ob die Effekte in den mathematischen Basiskompetenzen, in den elementaren Rechenfertigkeiten und im Rechtschreiben eventuell nur auf den längeren Förderzeitraum der Implementierungsgruppe zurückgeführt werden müssen. Dies war eine nahe liegende Vermutung, da bei 18 von 25 Kindern der Implementierungsgruppe der Trainingszeitraum um 4-5 Wochen länger war als in den anderen Versuchsgruppen, da hier einige Stunden ausfielen oder die Förderung nur einmal pro Woche stattfand und die ausgefallenen Stunden am Ende nachgeholt werden mussten. Damit lag aber auch der Nachtest wesentlich näher am Ende des ersten Schuljahres. Also war gerade der Zeitraum, in dem sich in der Regel die Mathematik- und Rechtschreibkompetenzen enorm verbessern, für diese Kinder verlängert. Um diese Variation in der Länge des Förderzeitraums zu berücksichtigen, wurde deshalb jeweils eine zusätzliche Kovarianzanalyse durchgeführt. Dabei wurde eine Kovariate Förderdauer hinzugefügt. Diese wurde für alle Kinder mit dem Wert 10 (für die durchschnittlichen 10 Wochen zwischen Vor-und Nachtest) belegt. Die 18 Kinder der Implementierungsgruppe, deren Förderzeitraum 4-5 Wochen länger war, bekamen den Wert 14 zugeordnet.

Auf Ebene I ergab sich nach Kontrolle der Förderdauer tatsächlich kein signifikanter Kontrasteffekt mehr (Kontrast 1: $F[100] = -1.33$, $p = .19$; Kontrast 2: $t[100] = 0.73$, $p = .23$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[100] = 0.53$, $p = .48$ [einseitig]). Auf Ebene II zeigte sich nun ein Vorsprung der MZZ-Trainingsgruppe gegenüber der Implementierungsgruppe (Kontrast 1: $F[100] = -2.71$, $p < .01$), der Vorsprung der zusammengefassten MZZ-Fördergruppen gegenüber den Vergleichsgruppen (Kontrast 2: $F[100] = 0.80$, $p = .21$; Kontrast 3: $F[100] = 0.89$, $p = .18$) fiel aber nicht mehr signifikant aus. Auf Ebene III (Kontrast 1: $F[100] = 0.13$, $p = .90$; Kontrast 2: $t[100] = 5.23$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[100] = 5.27$, $p < .01$ [einseitig]) und im MBK-1-Gesamttest (Kontrast 1: $F[100] = -1.40$, $p = .16$; Kontrast 2: $t[100] = 5.51$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[100] = 4.41$, $p < .01$ [einseitig]) änderte sich jedoch durch die Kontrolle der Förderdauer nichts an der Befundlage. Auch beim Transfer auf die Rechenfertigkeiten im kleinen Zahlenraum blieben die Fördereffekte erhalten (Kontrast 2: $t[99] = 4.45$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[99] = 4.24$, $p < .01$ [einseitig]). Allerdings konnte hier bei Kontrolle des Förderzeitraums nun sogar von einem größeren Transfer der Implementierungsgruppe gegenüber der MZZ-Trainingsgruppe ausgegangen werden (Kontrast 1: $F[99] = 2.08$, $p < .05$).

Gerade bei Betrachtung des unspezifischen Effekts auf die Rechtschreibleistung gibt die grafische Veranschaulichung in Abbildung 13 Anlass zur Vermutung, dass für den Effekt der MZZ-Förderung auf die Rechtschreibleistungen vor allem der starke Anstieg der Implementierungsgruppe verantwortlich zu sein scheint. Tatsächlich lieferte die Kovarianzanalyse unter Berücksichtigung der Förderdauer hier keinen signifikanten Kontrast mehr (Kontrast 1: $F[110] = 0.38$, $p = .71$; Kontrast 2: $t[110] = 1.35$, $p = .18$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[110] = 1.44$, $p = .15$ [einseitig]), d.h. möglicherweise kann der unspezifische Effekt des MZZ-Trainings auf die Rechtschreibleistung tatsächlich durch den längeren Förderzeitraum und dem damit verbundenen späteren Nachtesttermin der Implementierungsgruppe erklärt werden.

Tabelle 12: Zusammenfassung der Ergebnisse der Nachtest-Kovarianzanalysen (erklärte Varianz der abh. Variablen und Prüfung der a priori definierten Kontraste; Hauptstudie)

Abhängige Variable	**MBK Gesamt**		**Ebene 1**		**Ebene 2**		**Ebene 3**		**Rechnen**		**DEMAT**		**CFT**	**HSP1**
N	119	111	119	111	119	111	119	111	116	111	117	109	118	116
erklärte Varianz (η^2) durch:														
Intelligenz		.11**		.03		.07**		.07**		.01		.04*		
Phonologische Schleife		.01		.01		.00		.02		.02		.00		
Vis.-räuml. Notizblock		.02		.00		.04		.01		.07**		.00		
Zentrale Exekutive		.03		.00		.00		.03		.11**		.05*		
Zahlenverarbeitungsg.		.05*		.00		.06*		.02		.01		.02		
MBK Vortest												.02		
Rechnen Vortest												.07**		
Vortestleistung	.26*	.16**	.20**	.11**	.11**	.07**	.23**	.16**	.22**	.17**			.38**	.37**
Gruppe	.39**	.39**	.05	.07	.13**	.13*	.39**	.35**	.11**	.11*	.00	.02	.03	.05
R^2 (Gesamtvarianz)	.49	.62	.24	.26	.22	.40	.44	.55	.24	.39	.00	.27	.41	.39
Prüfung der Kontraste:														
I: MZZ vs. IMP	ns	ns	ns	ns	*	ns	ns	ns	ns	ns	ns	ns	ns	ns
II: MZZ+IMP vs. DT+KG	**	**	*	*	**	**	**	**	**	**	ns	ns	ns	*
III: MZZ+IMP vs. DT	**	**	ns	ns	**	**	**	**	**	**	ns	ns	ns	*

Anmerkungen: * = signifikant auf 5%-Niveau, ** = signifikant auf 1%-Niveau

7.2.4 Langfristige Trainingseffekte nach 6 Monaten

Im ersten Follow-Up wurde überprüft, inwieweit die beobachteten Effekte noch sechs Monate nach Beendigung der Fördermaßnahme registriert werden konnten, bzw. ob noch weitere zeitverzögerte Effekte aufgetreten waren. Hierbei wurde ebenso vorgegangen wie bei der Berechnung der Nachttesteffekte.

Insgesamt lagen von 112 der ursprünglich 119 Kinder Follow-Up-Testergebnisse vor, dies entspricht einer Drop-Out-Rate von 5.9%. Fünf Kinder waren verzogen (zwei Kinder aus der MZZ-Trainingsgruppe, zwei Kinder aus der Denktrainingsgruppe und ein Kind aus der Kontrollgruppe), ein Kind aus der Implementierungsgruppe war auf eine Förderschule für Lernhilfe gewechselt und ein Kind aus der Kontrollgruppe war längerfristig krank und konnte erst im zweiten Follow-Up wieder teilnehmen. Zudem wiederholten sechs Kinder die erste Klasse (zwei Kinder aus der Implementierungsgruppe, ein Kind aus der Denktrainingsgruppe und drei Kinder aus der Kontrollgruppe). Diese Kinder nahmen aber an allen Tests teil, da diese bereits nach Erstklassenbeschulung durchführbar waren.

Sämtliche deskriptiven Statistiken aller Gruppen zu den verschiedenen Messzeitpunkten finden sich auch hier in Tabelle 9 (S. 119, MBK-1), Tabelle 10 (S. 120, Rechenfertigkeiten) und Tabelle 11 (S. 126, DEMAT 1+). Eine zusammenfassende Übersicht der Follow-Up-Kovarianzanalysen bietet Tabelle 13 (S. 139).

7.2.4.1 Stabilität der spezifischen Trainingseffekte auf mathematische Basiskompetenzen

Leistungen im MBK-1-Gesamttest

Die längerfristigen Trainingseffekte nach sechs Monaten wurden in einer Kovarianzanalyse mit den mathematischen Basiskompetenzen im Vortest als Kovariate, einem Gruppenfaktor sowie den mathematischen Basiskompetenzen im Follow-Up als abhängiger Variable bestimmt. Dabei trugen die mathematischen Basiskompetenzen im Vortest signifikant zur Erklärung von Unterschieden in den mathematischen Basiskompetenzen im Follow-Up bei ($F[1,107] = 34.92$, $p < .01$). Die verbliebenen Unterschiede in den mathematischen Basiskompetenzen im Follow-Up wurden zudem durch die Gruppenzugehörigkeit der Kinder erklärt (Faktor Gruppe: $F[3,107] = 15.50$, $p < .01$). Die Varianzaufklärung des Modells lag bei $R^2 = .37$. Die Betrachtung der a priori geplanten Kontraste ergab, dass sich MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe nicht signifikant voneinander unterschieden (Kontrast 1: $t[107] = -0.60$, $p = .55$). Die MZZ-Fördergruppen zeigten aber signifikant höhere Leistungen in ihren Basiskompetenzen als die Vergleichsgruppen (Kontrast 2: $t[107] = 6.48$, p

< .01 [einseitig]). Auch der Vergleich mit der Denktrainingsgruppe fiel hochsignifikant aus (Kontrast 3: $t[107] = 4.30$, $p < .01$ [einseitig]).

Nach Hinzunahme der weiteren Kovariaten verringerte sich zwar die Fallzahl auf 104, allerdings stieg R^2 auf .55. Während die Zentrale Exekutive im Nachtest das Signifikanzniveau noch knapp verfehlt hatte, konnte sie nun einen signifikanten Beitrag leisten ($F[1,94] = 4.40$, $p < .05$). Die anderen Arbeitsgedächtniskomponenten (Phonologische Schleife: $F[1,94] = 0.00$, $p = .99$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,94] = 0.63$, $p = .43$) und die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,94] = 0.67$, $p = .41$) spielten aber keine wichtige Rolle. Einen großen Einfluss hatten erneut sowohl die Intelligenz ($F[1,94] = 12.04$, $p < .01$), als auch die mathematischen Basiskompetenzen zum Vortest ($F[1,94] = 7.07$, $p < .01$). Der Faktor Gruppe ($F[3,94] = 18.82$, $p < .01$) konnte jedoch den größten Varianzanteil aufklären. Bei der Prüfung der Kontrasteffekte änderte sich nichts im Vergleich zur obigen Analyse ohne Einbezug der Kovariaten (Kontrast 1: $F[94] = -0.02$, $p = .98$; Kontrast 2: $t[94] = 6.81$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[94] = 3.86$, $p < .01$ [einseitig]). Die Effektstärke zwischen den beiden MZZ-Fördergruppen und den beiden Vergleichsgruppen lag bei $d = 1.24$.

Eine grafische Veranschaulichung der erzielten Gruppenergebnisse gibt Abbildung 14 wieder. Wie zu erkennen ist, erreichte die Denktrainingsgruppe nun einen höheren Mittelwert als die ungeförderte Kontrollgruppe. Um zu überprüfen, ob dieser Unterschied signifikant ausfiel, wurde ein Post-hoc-Test auf geringste signifikante Differenzen mit Bonferroni-Holm-Korrektur (Holm, 1979) durchgeführt. Dieser zeigte tatsächlich einen signifikanten Vorsprung der Denktrainingsgruppe gegenüber der ungeförderten Kontrollgruppe, was als Hinweis auf eine zeitverzögerte Wirkung des Denktrainings auf mathematische Basiskompetenzen angesehen werden kann. Die Effektstärke zwischen Denktrainingsgruppe und Kontrollgruppe betrug unter Korrektur der Vortestergebnisse $d = 0.49$, unter Korrektur der Nachtestergebnisse sogar $d = .68$.

Nichtsdestotrotz war die Effektstärke der mit MZZ geförderten Gruppen gegenüber der Denktrainingsgruppe mit $d = 0.99$ weiterhin sehr groß.

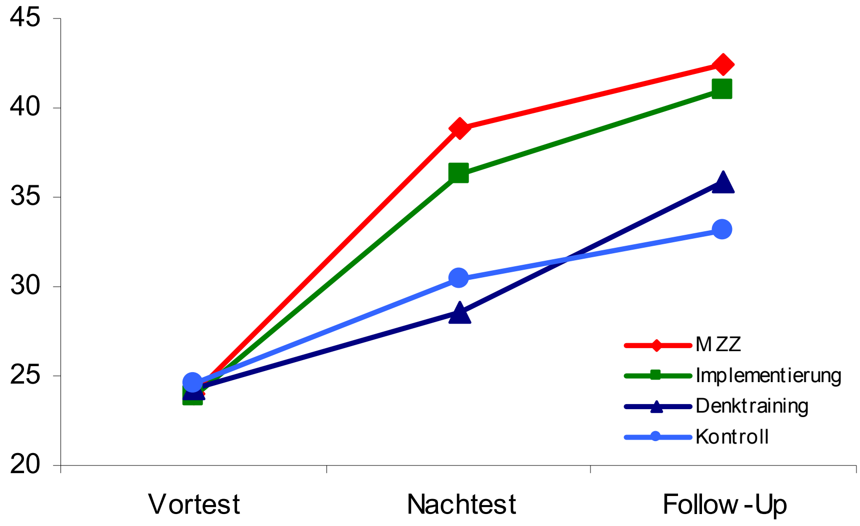


Abbildung 14: Durchschnittliche Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen (MBK-1 Rohpunkte) der vier Gruppen von Risikokindern bis zum Follow-Up (Hauptstudie)

Ebene I

Bei einer differenzierten Analyse der spezifischen Trainingseffekte auf den einzelnen Kompetenzebenen konnte auf Ebene I im ersten Schritt ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene I-Vortest beobachtet werden (F[1,107] = 13.47, p < .01). Im Gegensatz zum Nachtest konnte nun aber auch ein signifikanter Einfluss der Gruppe (F[3,107] = 9.27, p < .01) festgestellt werden. Die Kontrasteffekte deuteten weiter darauf hin, dass kein Unterschied zwischen den MZZ-Gruppen bestand (t[107] = -0.37, p = .71), diese den anderen Gruppen aber überlegen waren (Kontrast 2: t[107] = 4.40, p < .01 [einseitig]; Kontrast 3: t[107] = 3.86, p < .05 [einseitig]).

Der Gruppeneffekt blieb auch unter Hinzunahme aller Kovariaten erhalten (F[3,94] = 7.85, p < .01). Außer dem Ebene I-Vortest-Wert (F[1,94] = 5.81, p < .05) konnte aber keine der Kovariaten signifikant zur Varianzaufklärung beitragen (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: F[1,94] = 2.44, p = .12; Intelligenz: F[1,94] = 0.88, p = .42; Phonologische Schleife: F[1,94] = 0.06, p = .81; Visuell-Räumlicher Notizblock: F[1,94] = 0.50, p = .48; Zentrale Exekutive: F[1,94] = 0.80, p = .37). Die Überprüfung der Kontraste 1 (t[94] = -0.67, p = .50) und 2 (t[94] = 3.47, p < .01 [einseitig]) erbrachte kein anderes Ergebnis als oben. Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke für Kontrast 2 lag bei d = 0.68. Allerdings fiel der Vergleich der MZZ-Gruppen mit der trainierten Vergleichsgruppe nun nicht mehr signifikant aus (t[94] = 0.96, p = .17 [einseitig]). Die Effektstärke für diesen Kontrast betrug d

= 0.18. Damit kann davon ausgegangen werden, dass der Vorsprung der MZZ-Gruppen auf Ebene I lediglich auf das schwache Abschneiden der Kontrollgruppe zurückzuführen ist, die sich zwischen Nachtest- und Follow-Up auf Ebene I kaum verbesserte. Ergänzende Post-Hoc-Tests zeigten, dass die Kontrollgruppe signifikant schlechter als alle drei anderen Gruppen abschnitt, während diese sich nicht signifikant unterschieden. Dies ist insofern nicht uninteressant, da man eigentlich erwarten würde, dass die Ebene-I-Kompetenzen von allen Schülern schon zum Ende des ersten Schuljahres beherrscht werden sollten und deshalb zu Beginn des zweiten Schuljahres keine Unterschiede mehr existieren sollten.

Ebene II

Auf Ebene II wurde im ersten Schritt nur ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene II-Vortest beobachtet ($F[1,107] = 7.80$, $p < .01$). Die Versuchsbedingung trug zunächst nicht signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Ebene II-Follow-Up-Ergebnissen bei ($F[3,107] = 2.02$, $p = .12$). Bei der Betrachtung der Kontrasteffekte ergab sich ein ähnliches Bild wie auf Ebene 1. Es zeigten sich keine Unterschiede zwischen den MZZ-Gruppen ($t[107] = -0.41$, $p = .69$). Diese waren zwar der zusammengefassten Vergleichsgruppe überlegen Gruppen ($t[107] = 2.10$, $p < .05$ [einseitig], nicht jedoch der isolierten Denktrainingsgruppe (Gruppen ($t[107] = 1.07$, $p = .14$ [einseitig]).
Erst unter Hinzunahme aller Kovariaten hatte die 4-Gruppen-Versuchsbedingung einen signifikanten Einfluss ($F[3,94] = 2.72$, $p < .05$). Von den Kovariaten konnten nur die Intelligenz ($F[1,94] = 6.97$, $p < .01$) und die Ebene-II-Ausgangsleistung ($F[3,94] = 4.23$, $p < .05$) signifikant zur Varianzaufklärung beitragen (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,94] = 0.87$, $p = .35$; Phonologische Schleife: $F[1,94] = 0.01$, $p = .94$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,101] = 0.11$, $p = .74$; Zentrale Exekutive: $F[1,101] = 1.12$, $p = .29$). Die gesamte Varianzaufklärung lag bei 26%. Die Überprüfung der Kontraste brachte das gleiche Ergebnis wie oben (Kontrast 1: $t[94] = -0.22$, $p = .83$; Kontrast 2: $t[94] = 2.37$, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[94] = 1.13$, $p = .13$ [einseitig]). Damit kann festgestellt werden, dass die Vorsprünge der MZZ-Fördergruppen gegenüber den Vergleichsgruppen ($d = 0.28$) vor allem auf einen Vorsprung gegenüber der untrainierten Kontrollgruppe zurückzuführen sind.

Ebene III

Auf der dritten Ebene konnte im ersten Schritt ein signifikanter Einfluss der Kovariate Ebene III-Vortest beobachtet werden ($F[1,107] = 12.64$, $p < .01$). Zudem trug die Versuchsbedingung signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Ebene III-Follow-Up-Ergebnissen bei ($F[3,107] = 12.53$, $p < .01$). Die Überprüfung der a priori geplanten Kontraste ergab, dass sich MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe nicht signifikant voneinander unterschieden (t[107] = -0.54, p = .59). Die MZZ-Fördergruppen zeigten aber signifikant höhere Leistungen in ihren Kompetenzen auf Ebene 3 als die Vergleichsgruppen (t[107] = 5.97, $p <$ .01 [einseitig]). Auch der Vergleich mit der Denktrainingsgruppe fiel hochsignifikant aus (t[107] = 4.54, $p < .01$ [einseitig]).

Unter Hinzunahme aller Kovariaten stieg R^2 von .31 auf .47. Während die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (F[1,94] = 1.32, p = .25) und das Arbeitsgedächtnis (Phonologische Schleife: F[1,94] = 0.01, p = .94; Visuell-Räumlicher Notizblock: F[1,94] = 1.40, p = .24; Zentrale Exekutive: F[1,94] = 2.59, p = .11) keinen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung leisteten, konnte dieser Anstieg wie schon im Nachtest vor allem auf den Einfluss der Intelligenz zurückgeführt werden (F[1,94] = 8.26, $p < .01$). Der Ebene III-Vortest-Wert trug ebenso weiterhin signifikant zur Varianzaufklärung bei (F[1,94] = 8.67, $p < .01$), wie die Versuchsbedingung (F[3,94] = 13.40, $p < .01$). Die Bewertung der Kontrasteffekte änderte sich im Vergleich zur obigen Kovarianzanalyse ohne Einbezug der Kovariaten nicht (Kontrast 1: t[94] = 0.13, p = .90; Kontrast 2: t[94] = 6.04, $p < .01$ [einseitig]; Kontrast 3: t[94] = 3.95, $p < .01$ [einseitig]).

Die Effektstärke zwischen den beiden MZZ-Fördergruppen und den Vergleichsgruppen war mit d = 1.33 substantiell. Damit kann das MZZ-Training vor allem auf Ebene III als langfristig wirksam gelten.

7.2.4.2 Transfereffekte auf Mathematikleistungen nach 6 Monaten

Rechenfertigkeiten im Zahlenraum bis 10

Nachdem im Nachtest Transfereffekte des mathematischen Basiskompetenztrainings festgestellt wurden, sollte nun auf die gleiche Weise herausgefunden werden, ob diese auch zeitstabil waren. Dazu wurde wie im Nachtest zunächst eine Kovarianzanalyse berechnet, die die Rechenfertigkeiten zum Vortest als Kovariate, die Gruppenbedingung als Faktor und die Rechenfertigkeiten zum Follow-Up als abhängige Variable beinhaltete. Hierdurch wurden 109 Schüler in die Analyse einbezogen. Die Kovariate Rechenfertigkeit im Vortest hatte dabei einen signifikanten Einfluss (F[1,104] = 23.49, $p < .01$). Aber auch die Versuchsbedingung trug signifikant zur Erklärung der Unterschiede in den Rechenfertigkeiten zum Nachtest bei (F[3,104] = 3.66, $p < .01$). Die MZZ-Gruppen waren sowohl der Denktrainingsgruppe (t[104] = 2.31, $p < .05$ [einseitig]) als auch der zusammengefassten Vergleichsgruppe (t[104] = 2.84, $p < .01$ [einseitig]) überlegen. Die Implementierungsgruppe zeigte dabei sogar bessere Rechenleistungen als die MZZ-Trainingsgruppe (t[104] = 2.15, $p < .05$).

Im zweiten Schritt wurden auch hier noch Kontrollvariablen hinzugefügt, wobei aber keine der Kovariaten, außer den Rechenfertigkeiten im Vortest ($F[1,93] = 13.63$, $p < .01$), einen signifikanten Einfluss hatte (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,93] = 1.64$, $p = .20$; Phonologische Schleife: $F[1,93] = 0.01$, $p = .91$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,93] = 0.02$, $p = .88$; Zentrale Exekutive: $F[1,93] = 0.19$, $p = .66$; mathematische Basiskompetenzen im Vortest: $F[1,93] = 0.02$, $p = .89$; Intelligenz: $F[1,93] = 0.46$, $p = .50$). Lediglich die Versuchsbedingung konnte zusätzliche Varianz aufklären ($F[3,93] = 3.56$, $p < .05$). Der Einbezug der Kontrollvariablen hatte aber zur Folge, dass sich die MZZ-Gruppen in ihrer Rechenleistung nun nicht mehr voneinander unterschieden ($t[93] = 1.53$, $p = .13$). Zusammengefasst waren sie aber sowohl der Denktrainingsgruppe ($t[93] = 1.97$, $p < .05$ [einseitig]), als auch der zusammengefassten Vergleichsgruppe überlegen ($t[93] = 2.86$, $p < .01$ [einseitig]). Die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke zwischen den beiden MZZ-Förder- und den beiden Vergleichsgruppen war weiterhin hoch und betrug $d = 0.90$. Abbildung 15 gibt eine grafische Veranschaulichung der Ergebnisse der vier Gruppen zu allen Messzeitpunkten.

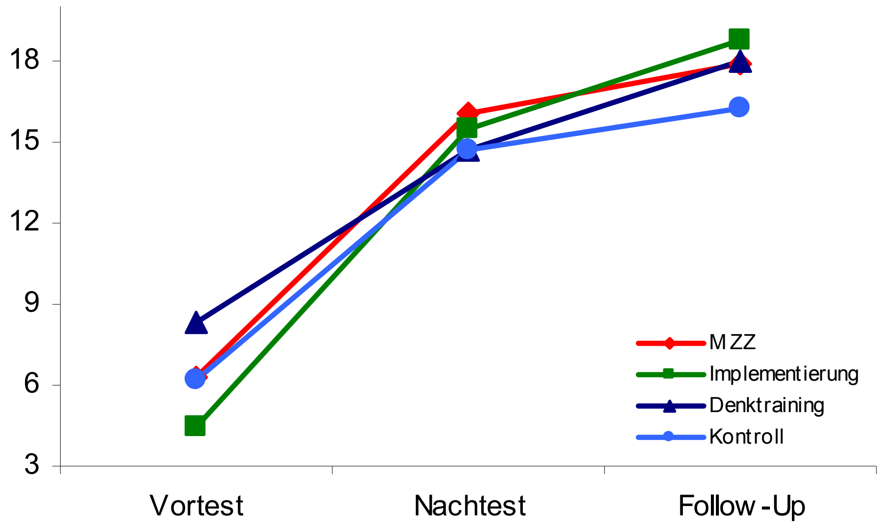


Abbildung 15: Durchschnittliche Entwicklung der Rechenfertigkeiten (richtige Aufgaben pro Minute) der vier Gruppen von Risikokindern bis zum Follow-Up (Hauptstudie)

Leistungen in einem standardisierten Mathematiktest

Von besonderem Interesse sind naturgemäß Transfereffekte des mathematischen Basiskompetenztrainings auf einen standardisierten und curricular validen Mathematiktest, wie dem DEMAT 1+. Diese wurden im ersten Schritt durch eine Kovarianzanalyse berechnet, in die zur Kontrolle der Ausgangsleistungen das DEMAT 1+-Nachtest-Ergebnis sowie als Faktor die Versuchsbedingung einging. Dabei wurde das Follow-Up-Ergebnis sowohl durch die Nachtestleistung im DEMAT 1+ (F[1,104] = 48.45, p < .01), als auch durch die Gruppe (F[3,104] = 7.12, p < .01) erklärt, wobei R^2 bei .40 lag. Die Überprüfung der Kontrasteffekte ergab ähnliche Befunde wie beim MBK-1. So unterschieden sich MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe nicht (Kontrast 1: t[104] = -0.72, p = .48), die MZZ-Gruppen waren aber sowohl der Denktrainingsgruppe (Kontrast 3: t[104] = 3.85, p < .01 [einseitig]), als auch der zusammengefassten Vergleichsgruppe (Kontrast 2: t[104] = 4.44, p < .01 [einseitig]) überlegen.

Im zweiten Schritt wurden sämtliche Kovariaten mit in die Kovarianzanalyse einbezogen. Zusätzlich zu den DEMAT 1+-Nachtestleistungen (F[1,89] = 15.66, p < .01) konnten die mathematischen Basiskompetenzen (F[1,89] = 18.48, p < .01) und die Intelligenz (F[1,89] = 4.81, p < .05) signifikant Varianz aufklären, nicht jedoch das Arbeitsgedächtnis (Phonologische Schleife: F[1,89] = 0.29, p = .59; Visuell-Räumlicher Notizblock: F[1,89] = 0.10, p = .75; Zentrale Exekutive: F[1,89] = 1.99, p = .16) und die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit (F[1,89] = 0.33, p = .57). Nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile konnte die Versuchsbedingung (F[3,89] = 6.18, p < .01) einen signifikanten Beitrag leisten. Der Anteil der aufgeklärten Varianz an der Gesamtvarianz betrug 57%. An den Kontrastergebnissen änderte sich nichts (Kontrast 1: t[89] = 0.50, p = .62; Kontrast 2: t[89] = 4.17, p < .01 [einseitig]; Kontrast 3: t[89] = 3.05, p < .01 [einseitig]).

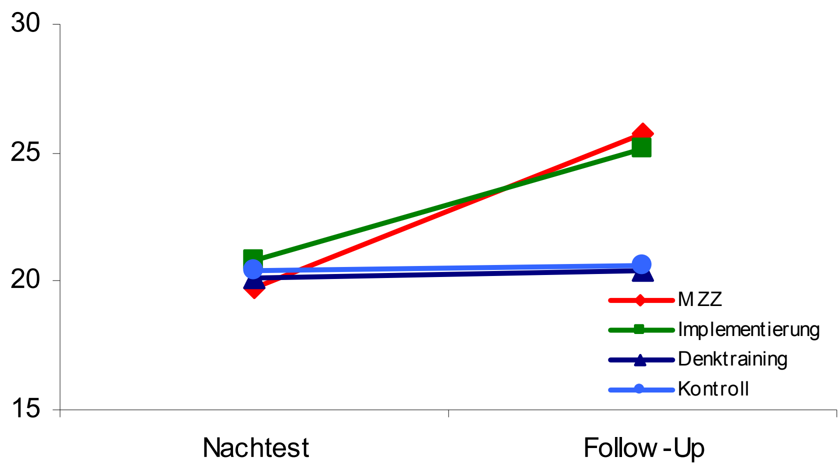


Abbildung 16: Durchschnittliche Leistung der vier Gruppen von Risikokindern im DEMAT 1+ (Rohpunkte) zum Nachtest und zum Follow-Up (Hauptstudie)

Die beiden MZZ-Fördergruppen schnitten also signifikant besser ab als beide Vergleichsgruppen, die Effektstärke hierfür lag bei d = 0.77 (siehe auch Abbildung 16). Dieser Befund macht deutlich, dass die MZZ-Förderung langfristig zu einem Anstieg in den Mathematikleistungen, wie sie in einem curricular validen Test gemessen werden, geführt hat. Damit scheinen die geförderten Kinder ihre erworbenen mathematischen Kompetenzen tatsächlich bei alltäglichen Schulaufgaben anwenden zu können.

Tabelle 13: Zusammenfassung der Ergebnisse der Follow-Up-Kovarianzanalysen (erklärte Varianz der abh. Variablen und Prüfung der a priori definierten Kontraste; Hauptstudie)

Abhängige Variable	**MBK Gesamt**		**Ebene 1**		**Ebene 2**		**Ebene 3**		**Rechnen**		**DEMAT**	
N	112	104	112	104	112	104	112	104	109	104	109	101
erklärte Varianz (η^2) durch:												
Intelligenz		.11**		.01		.07**		.08**		.01		.05*
Phonologische Schleife		.00		.00		.00		.00		.00		.00
Vis.-räuml. Notizblock		.01		.01		.00		.02		.00		.00
Zentrale Exekutive		.04*		.01		.01		.03		.00		.02
Zahlenverarbeitungsg.		.01		.03		.01		.01		.02		.00
MBK Vortest										.00		.17**
Rechnen Vortest												.00
Vortestleistung	.14**	.08**	.06*	.06*	.07**	.04*	.11**	.08**	.18**	.13**	.32**	.15**
Gruppe	.30**	.38**	.21**	.20**	.05	.08*	.26**	.30**	.10*	.10*	.17**	.17**
R^2 (Gesamtvarianz)	.37	.55	.24	.28	.12	.26	.31	.47	.21	.26	.40	.57
Prüfung der Kontraste:												
I: MZZ vs. IMP	ns	ns	ns	ns	ns	ns	ns	ns	*	ns	ns	ns
II: MZZ+IMP vs. DT+KG	**	**	**	**	*	*	**	**	*	**	**	**
III: MZZ+IMP vs. DT	**	**	*	ns	ns	ns	**	**	**	*	**	**

Anmerkungen: * = signifikant auf 5%-Niveau, ** = signifikant auf 1%-Niveau

7.2.5 Stabilität der Effekte nach 15 Monaten

7.2.5.1 Transfereffekte auf Mathematikleistungen nach 15 Monaten

Leistungen in einem standardisierten Mathematiktest

Um überprüfen zu können, ob langfristige Transfereffekte auf die Grundschulmathematik erzielt wurden, wurde am Ende des zweiten Schuljahres, also knapp 15 Monate nach Abschluss der Förderphase, der *Heidelberger Rechentest für erste bis vierte Klassen* (HRT 1-4) eingesetzt. 107 der ursprünglich 119 Risikokinder konnten erneut getestet werden, was einer Dropout-Rate von 10.1% entspricht. Im Vergleich zum Nachtest, der zu Beginn des zweiten Schuljahres durchgeführt wurde, waren zwei weitere Kinder verzogen (je ein Kind aus MZZ-Trainings- und Implementierungsgruppe) und vier Kinder waren krank oder konnten aus anderen Gründen nicht getestet werden (je ein Kind aus MZZ-Trainings- und Denktrainingsgruppe, zwei Kinder aus der Kontrollgruppe). Insgesamt sieben Kinder wiederholten mittlerweile die erste Klasse (die sechs Kinder aus dem 1. Follow-Up plus ein weiteres Kind aus der MZZ-Trainingsgruppe). Diese Kinder nahmen ebenfalls am HRT 1-4 teil, sie mussten aber die Multiplikations- und Divisionsaufgaben nicht bearbeiten[17]. Für alle Kinder (auch die Klassenwiederholer) wurde zur Berechnung der jeweiligen T-Werte einheitlich die Norm für das vierte Quartal des zweiten Schuljahres verwendet. Die deskriptiven Ergebnisse finden sich in Tabelle 14, eine Übersicht über die Varianzanalysen bietet Tabelle 15.

Tabelle 14: Deskriptive Ergebnisse (T-Werte) der Gruppen im HRT 1-4 im 2. Follow-Up (Hauptstudie)

	MZZ-Fördergruppen						**Vergleichsgruppen**						
	Trainingsgr.			**Implementier.**			**Denktraining**			**Kontrollgruppe**			**Effektst.**
HRT Skala	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*N*	*M*	*SD*	*d*
Gesamt	32	44.78	4.8	23	46.16	5.0	27	44.34	6.2	25	42.50	4.3	0.37
Rechnen	32	44.83	6.7	23	45.25	6.2	27	44.31	8.9	25	42.57	5.5	0.22
Räum./Visu.	32	44.70	5.2	23	47.12	5.4	27	44.27	6.3	25	42.40	4.6	0.43

[17] Diese beiden Subtests gingen bei diesen Kindern nicht in die Berechnung des mittleren T-Wertes ein.

Gesamtleistung im HRT

Da keine Vortestwerte im HRT 1-4 vorlagen, wurde im ersten Schritt zunächst eine univariate Varianzanalyse gerechnet. Hierbei konnte die Versuchsbedingung nicht signifikant zur Varianzaufklärung beitragen ($F[3,103] = 2.08$, $p = .11$). Dennoch zeigte sich ein signifikanter Kontrast zwischen MZZ-Fördergruppen und Vergleichsgruppen (Kontrast 2: $t[103] = 2.04$, $p < .05$ [einseitig]). Der Unterschied zwischen MZZ-Gruppen und der Denktrainingsgruppe (Kontrast 3: $t[103] = 0.93$, $p = .18$ [einseitig]) fiel jedoch ebenso nicht signifikant aus, wie der Unterschied zwischen den beiden MZZ-Gruppen (Kontrast 1: $t[103] = 0.98$, $p = .33$ [einseitig]).

Im zweiten Schritt wurde mit sämtlichen relevanten Kovariaten eine Kovarianzanalyse gerechnet. Während die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,88] = 0.97$, $p = .33$) und das räumlich-visuelle Arbeitsgedächtnis ($F[1,88] = 0.04$, $p = .84$) keinen Einfluss auf die Leistung im HRT hatten, und sowohl Phonologische Schleife ($F[1,88] = 2.82$, $p = .10$) als auch mathemathematische Basiskompetenzen im Vortest ($F[1,88] = 3.93$, $p = .05$) die Signifikanz knapp verfehlten, konnten Zentrale Exekutive ($F[1,88] = 6.88$, $p < .05$), Intelligenz ($F[1,88] = 6.12$, $p < .05$) und Rechenleistung im Vortest ($F[1,88] = 17.87$, $p < .01$) signifikant zur Aufklärung von Unterschieden im HRT beitragen. Nach Ermittlung der auf die Kovariaten entfallenden Varianzanteile konnte zudem die Versuchsbedingung ($F[3,88] = 5.84$, $p < .01$) einen signifikanten Beitrag leisten. Insgesamt konnten 49% der Varianz aufgeklärt werden. Die Überprüfung der Kontraste brachte nun nicht nur einen Vorsprung der MZZ-Gruppen gegenüber beiden Vergleichsgruppen (Kontrast 2: $t[88] = 3.76$, $p < .01$ [einseitig]), sondern es zeigte sich auch ein Effekt beim isolierten Vergleich mit der Denktrainingsgruppe (Kontrast 3: $t[88] = 2.63$, $p < .01$ [einseitig]). Die beiden MZZ-Gruppen unterschieden sich weiterhin nicht voneinander (Kontrast 1: $t[88] = 1.64$, $p = .11$). Die Effektstärke zwischen beiden MZZ-Fördergruppen und beiden Vergleichsgruppen betrug $d = 0.37$. Damit kann ein zumindest kleiner aber langfristiger Effekt des MZZ-Trainings festgestellt werden. Eine grafische Veranschaulichung liefert Abbildung 17.

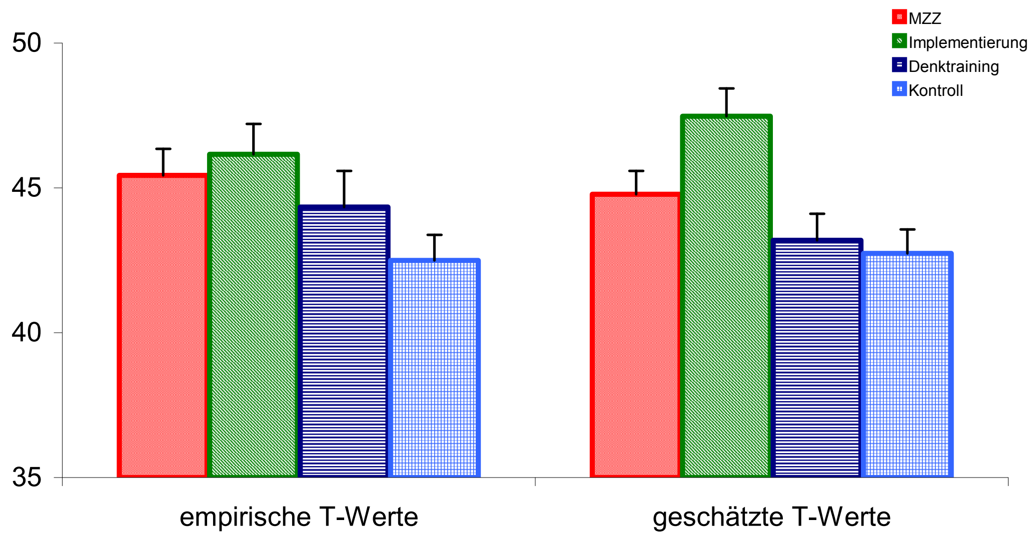


Abbildung 17: Mittlere T-Werte und Standardfehler der Mittelwerte aller Gruppen im Heidelberger Rechentest im 2. Follow-Up der Hauptstudie (links: empirisch erreichte T-Werte; rechts: durch Kovarianzanalyse geschätzte T-Werte bei durchschnittlicher Ausprägung aller Kovariaten)

HRT-Subskalen

In der HRT-Subskala Rechnen kam ebenfalls im ersten Schritt kein signifikanter Gruppeneffekt zutage ($F[3,103] = 0.71$, $p = .55$; Kontrast 1: $t[103] = 0.22$, $p = .83$; Kontrast 2: $t[103] = 1.17$, $p = .12$ [einseitig]; Kontrast 3: $t[103] = 0.44$, $p = .33$ [einseitig]).
Nach Hinzunahme der Kovariaten stellte sich dieser allerdings ein ($F[1,88] = 3.02$, $p < .05$). Von den Kovariaten konnte die Zentrale Exekutive ($F[1,88] = 9.12$, $p < .01$) und die Rechenfertigkeit zum Vortest ($F[1,88] = 29.62$, $p < .01$) Varianz aufklären. Alle anderen Kovariaten hatten keinen signifikanten Einfluss (Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit: $F[1,88] = 0.67$, $p = .41$; Basiskompetenzen im Vortest: $F[1,88] = 0.91$, $p = .34$; Phonologische Schleife: $F[1,88] = 3.00$, $p = .09$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,88] = 0.46$, $p = .50$; Intelligenz: $F[1,88] = 2.30$, $p = .13$). R^2 lag bei .44. Die Überprüfung der Kontrasteffekte zeigte keine Unterschiede zwischen den beiden MZZ-Fördergruppen an ($t[88] = 0.88$, $p = .38$). Die MZZ-Fördergruppen schnitten aber signifikant besser ab als die Vergleichsgruppen ($t[88] = 2.91$, $p < .01$ [einseitig]), wobei die Effektstärke mit $d = 0.22$ allerdings nur gering war. Auch der Vorsprung gegenüber der Denktrainingsgruppe fiel signifikant aus ($t[88] = 2.34$, $p < .05$ [einseitig]).
Trotz der geringen Effektstärke zeigt sich bei Kontrolle der Kovariaten damit dennoch die Stabilität der Transfereffekte auf die „reine“ Rechenleistung.

In der räumlich-visuellen Subskala fand sich dagegen schon in der univariaten Varianzanalyse ein Gruppeneffekt ($F[3,103] = 3.08$, $p < .05$). Die Betrachtung der Kontrasteffekte ergab einen Vorsprung der MZZ-trainierten Gruppen vor den Vergleichsgruppen (Kontrast 2: $t[103] = 2.44$; $p < .01$ [einseitig]; dagegen Kontrast 3: $t[103] = 1.28$, $p = .10$ [einseitig]; Kontrast 1: $t[103] = 1.63$, $p = .11$).

Unter Hinzunahme der Kovariaten blieb der Gruppeneffekt erhalten ($F[3,88] = 5.02$, $p < .01$). Von den Kovariaten konnten Basiskompetenzen im Vortest ($F[1,88] = 6.83$, $p < .05$), Intelligenz ($F[1,88] = 7.32$, $p < .01$) und Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit ($F[1,88] = 10.09$, $p < .01$) signifikant Varianz aufklären, Arbeitsgedächtnis (Phonologische Schleife: $F[1,88] = 0.58$, $p = .45$; Visuell-Räumlicher Notizblock: $F[1,88] = 2.07$, $p = .15$; Zentrale Exekutive: $F[1,88] = 0.63$, $p = .43$) und Rechenfertigkeit im Vortest ($F[1,88] = 0.06$, $p = .81$) jedoch nicht. Nun zeigte sich neben dem Fördereffekt der MZZ-Gruppen gegenüber der zusammengefassten Vergleichsgruppe ($d = 0.43$; $t[88] = 3.03$; $p < .01$ [einseitig]) auch ein Effekt gegenüber der trainierten Vergleichsgruppe ($t[88] = 1.71$; $p < .05$ [einseitig]), während sich MZZ-Trainingsgruppe und Implementierungsgruppe nicht signifikant unterschieden ($t[88] = 1.83$; $p = .07$).

Tabelle 15: Zusammenfassung der Ergebnisse der Kovarianzanalysen zum 2. Follow-Up (erklärte Varianz der abh. Variablen und Prüfung der a priori definierten Kontraste)

Abhängige Variable	**HRT 1-4 Gesamt**		**Subskala Rechnen**		**Subsk. räum.-vis.**	
N	107	99	107	99	107	99
Erklärte Varianz durch (η^2):						
Intelligenz		.07*		.03		.08**
Phonologische Schleife		.03		.03		.01
Vis.-räuml. Notizblock		.00		.01		.02
Zentrale Exekutive		.07*		.09*		.01
Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit		.01		.01		.10**
MBK Vortest		.04		.01		.07*
Rechnen Vortest		.17**		.25**		.00
Vortestleistung						
Gruppe	.06	.17**	.02	.09*	.08*	.15**
R^2 (Gesamtvarianz)	.06	.49	.02	.44	.08	.42
Prüfung der Kontraste:						
I: MZZ vs. IMP	ns	ns	ns	ns	ns	ns
II: MZZ+IMP vs. DT+KG	*	**	ns	**	**	**
III: MZZ+IMP vs. DT	ns	**	ns	*	ns	*

Anmerkungen: * = signifikant auf 5%-Niveau, ** = signifikant auf 1%-Niveau

7.2.6 Mediation des Transfereffekts

Wie schon in der Pilotstudie sollte auch in der Hauptstudie untersucht werden, ob die zeitverzögerten Transfereffekte (hier in den standardisierten Mathematiktests DEMAT 1+ und HRT 1-4) auf die gesteigerten mathematischen Basiskompetenzen zurückzuführen waren, also durch diese mediiert wurden, oder ob sich das MZZ-Training eher direkt auf die Ergebnisse in den Mathematiktests ausgewirkt hat.
Die Analyse sollte durch Strukturgleichungsmodelle erfolgen. Um die Zahl der zu schätzenden Parameter gering und das Modell einfach zu halten, wurde für beide Follow-Up-Erhebungen ein separates Strukturgleichungsmodell aufgestellt.

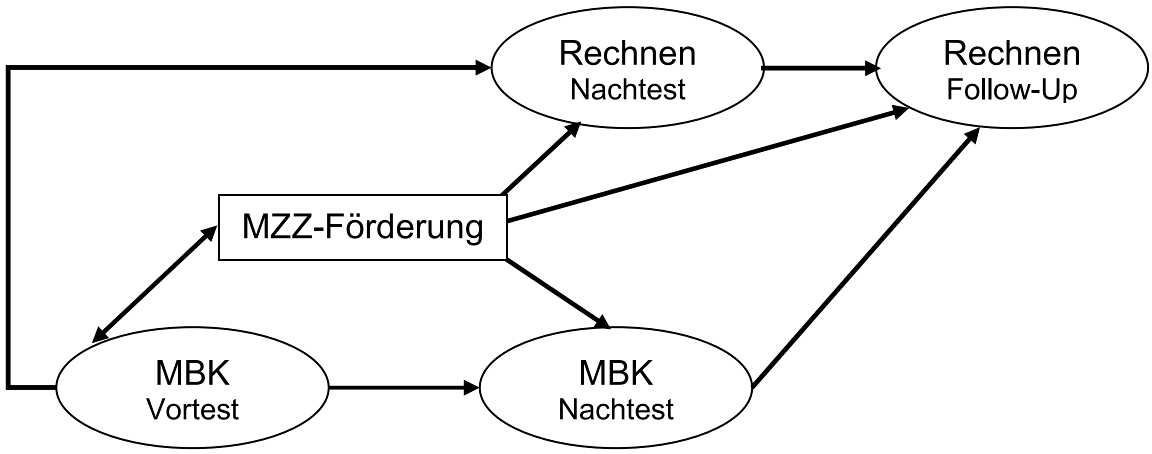


Abbildung 18: Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistung (Ausgangsmodell)

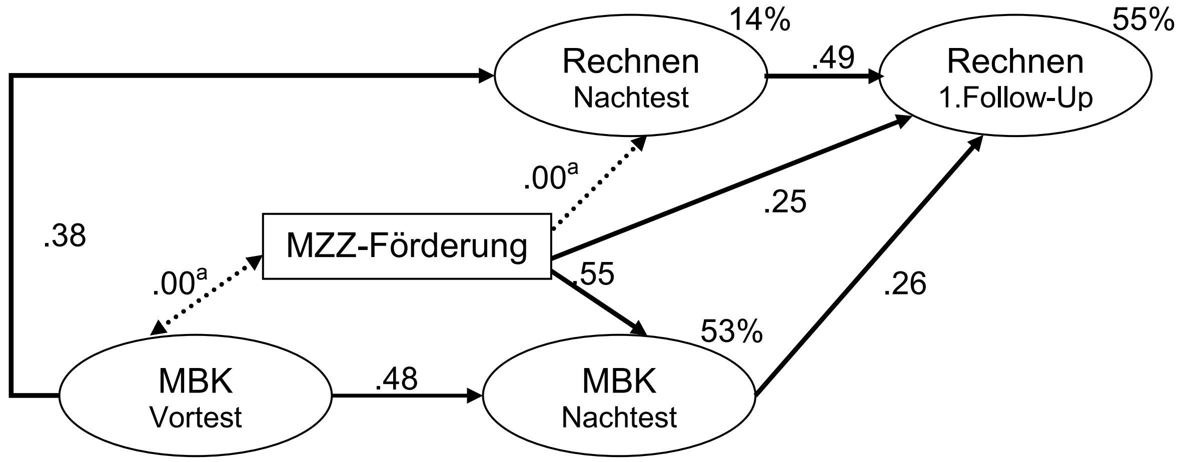
Als Ausgangsmodell diente dabei jeweils das in der Pilotstudie bestätigte Modell. Im Unterschied zur Pilotstudie konnte allerdings der dort nachgewiesene indirekte Effekt der Förderung auf die Basisrechenfertigkeiten im Zahlenraum bis *10* hier nicht untersucht werden, da in der Hauptstudie schon ein unmittelbarer Transfer auf die Leistungen in diesem Aufgabentyp zum Nachtest festgestellt wurde (siehe oben). In der Hauptstudie sollten stattdessen Mediationseffekte auf die Rechenleistung in standardisierten Schulleistungstests in den Blick genommen werden. Deshalb musste das Modell an einer Stelle abgeändert werden. Da nämlich zum 1. Messzeitpunkt noch kein solches standardisiertes Testverfahren durchgeführt wurde, wurde die Rechentestleistung im jeweiligen Follow-Up durch die Leistungen im DEMAT 1+ zum 2. Messzeitpunkt (Rechnen Nachtest) kontrolliert. Da hier keine Gruppenunterschiede vorlagen, erschien diese Messung zur Kontrolle der Ausgangsbedingungen der Mathematikleistung geeignet. Damit ergab sich für das Ausgangsmodell die in Abbildung 18 dargestellte Struktur. Zusätzlich wurde eine Korrelation der Fehlervarianzen zwischen den mathematischen Basiskompetenzen und der Rechenleistung zum Nachtest zugelassen.

Als Indikatorvariablen für die latenten Konstrukte mathematische Basiskompetenzen (MBK) zum Vor- und Nachtest dienten jeweils die Summenwerte der geraden bzw. ungeraden Items des MBK-1. Für die Mathematikleistung (Rechnen) zum Nachtest und zum 1. Follow-Up wurden ebenso Split-Half-Tests verwendet. Hier wurden jeweils die geraden und ungeraden Items des DEMAT 1+ zusammengefasst. Die Mathematikleistung im HRT 1-4 zum Ende der zweiten Klasse (Rechnen 2. Follow-Up) wurde ebenfalls durch zwei manifeste Variablen bestimmt, nämlich durch die beiden Subskalenwerte des HRT. Die Förderung wurde als dichotomisierte Variable in die Modelle eingefügt, wobei die MZZ-Fördergruppen mit *1*, die Vergleichsgruppen mit *0* codiert wurden.

Die Modelle wurden anhand der Kovarianzmatrix der vorliegenden Daten ($N_{max} = 119$; siehe. Anhang F, Tabelle 23) mit dem Programm AMOS (Arbuckle & Wothke, 1999) empirisch überprüft. Da für die Überprüfung der statistischen Voraussetzung der multivariaten Normalverteilung allerdings keine fehlenden Werte vorliegen dürfen, erfolgte diese anhand von Datentabellen mit listenweisem Fallausschluss ($N = 103$ bzw. $N = 105$). Sie ergab für Mardias (1970) Koeffizienten des multivariaten Exzess' Prüfgrößen für die beiden Modelle von -2.06 (was einem critical ration von c.r. = -0.76 entspricht) bzw. von 0.97 (c.r. = 0.35), womit für beide Modelle die Normalverteilungsannahme nicht abgelehnt werden konnte.

7.2.6.1 Vorhersage der Mathematikleistung im 1. Follow-Up

Das oben spezifizierte Modell wurde zunächst mit der Mathematikleistung im DEMAT 1+ zum 1. Follow-Up als abhängiger Variable geschätzt. Dabei waren im ersten Schritt die Korrelation zwischen Förderbedingung und MBK Vortest und der Pfad der Förderbedingung auf die Mathematiktestleistung zum Nachtest nicht signifikant von 0 verschieden. Das Nullsetzen dieser Beziehungen führte nicht zu einer Modellverschlechterung ($p = .86$), so dass das in Abbildung 19 dargestellte Modell als finales Modell anzusehen ist. Das zugehörige Messmodell, welches die Faktorladungen der Indikatoren auf den latenten Variablen wiedergibt, findet sich in Tabelle 16. Die Faktorladungen sind durchweg im hohen Bereich und bewegen sich zwischen $\lambda = .83$ und $\lambda = .98$, was dafür spricht, dass die Konstrukte durch die Indikatoren sehr gut operationalisiert wurden. Die Modellanpassung ist ebenfalls als sehr gut zu bewerten (vgl. ebenso Tabelle 16).



Anmerkungen: [a] Pfade auf 0 fixiert
Korrelation zwischen den Fehlervarianzen von MBK Nachtest und Rechnen Nachtest (r = .40) wurde zugelassen.

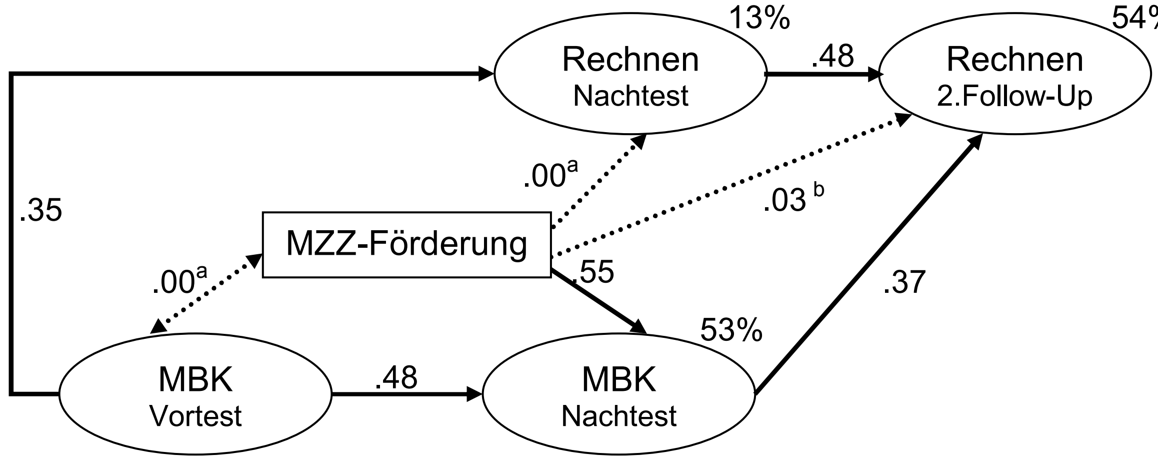
Abbildung 19: Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistung im 1. Follow-Up zum Beginn der zweiten Klasse (Hauptstudie)

Das Modell bestätigt die Annahme, dass die nach der MZZ-Förderung gesteigerten Basiskompetenzen zu einer Verbesserung der Rechenleistungen führen. So wird die Mathematikleistung im DEMAT 1+ im 1. Follow-Up durch die mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest erklärt (β = .26, p < .05), die selbst wiederum durch die Förderbedingung erklärt werden (β = .26, p < .01). Im Gegensatz zur Pilotstudie findet sich hier jedoch auch ein direkter Effekt der Förderung auf die Rechenleistung (β = .25, p < .05). Da zudem die DEMAT 1+-Ausgangsleistung einen Einfluss nimmt (β = .49, p < .01), können insgesamt 55% der Varianz der Leistung im DEMAT 1+ zum 1. Follow-Up erklärt werden.

7.2.6.2 Vorhersage der Mathematikleistung im 2. Follow-Up

Auch hier wurde das Ausgangsmodell geschätzt, nun aber mit der Mathematikleistung im HRT1-4 zum 2. Follow-Up als abhängiger Variable. Wie oben waren dabei zunächst die Korrelation zwischen Förderbedingung und MBK-Vortest sowie der Pfad der Förderbedingung auf die Mathematikleistung zum Nachtest nicht signifikant von 0 verschieden. Das Nullsetzen dieser Beziehungen führte hier ebenfalls nicht zu einer Modellverschlechterung (p = .87), so dass hier das in Abbildung 19 dargestellte Modell als finales Modell anzusehen ist. Das zugehörige Messmodell, welches die Faktorladungen der Indikatoren auf den latenten Variablen wiedergibt, findet sich auch in Tabelle 16. Die Faktorladungen sind mit einer Ausnahme durchweg im hohen Bereich, was dafür spricht, dass die Konstrukte durch die

Indikatoren gut operationalisiert wurden. Die Modellanpassung ist als sehr gut zu bewerten (vgl. Tabelle 16).



Anmerkungen: [a] Pfade auf 0 fixiert [b] Pfad nicht signifikant
Korrelation zwischen den Fehlervarianzen von MBK Nachtest und Rechnen Nachtest (r = .41) wurde zugelassen.

Abbildung 20: Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistung im 2. Follow-Up am Ende der zweiten Klasse (Hauptstudie)

Wie in Abbildung 20 zu erkennen ist, bestätigte sich auch im 2. Follow-Up ein Mediationseffekt. Hier wirkte die Förderung indirekt über die mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest auf die Mathematikleistungen im HRT am Ende des zweiten Schuljahres (Förderung → MBK Nachtest: β = .55, p < .01; MBK Nachtest → Rechnen 2. Follow-Up: β = .37, p < .05). Ein direkter Effekt der Förderung auf die Mathematikleistung blieb dagegen aus (β = .03, p = .84). Wie oben erklärte zusätzlich die Ausgangsmessung der Leistung im DEMAT 1+ zum Nachtest Varianzanteile der Mathematikleistung im HRT zum 2. Follow-Up (β = .48, p < .01) so dass insgesamt 54% der Varianz erklärt werden konnten.

Tabelle 16: Faktorladungen der Messmodelle und Anpassung der Strukturgleichungsmodelle zur Vorhersage der mathematischen Leistungen (Hauptstudie)

Konstrukt	**Indikatoren**	**Faktorladungen 1. Follow-Up**	**Faktorladungen 2. Follow-Up**
MBK Vortest	gerade Items	.83	.84
	ungerade Items	.95	.95
MBK Nachtest	gerade Items	.93	.93
	ungerade Items	.98	.98
Rechnen Nachtest (DEMAT 1+)	gerade Items	.92	.92
	ungerade Items	.86	.86
Rechnen 1. Follow-Up (DEMAT 1+)	gerade Items	.91	
	ungerade Items	.91	
Rechnen 2. Follow-Up (HRT 1-4)	Skala Rechnen		.72
	Räuml.-vis. Skala		.52
Anpassungsindex [a]			
χ^2		31.68	21.12
df		21	21
χ^2/df		1.51	1.01
p		.06	.45
CFI		.99	1.00
RMSEA		.068	.007

Anmerkung: [a] Bei einer guten Datenpassung sollte der χ^2-Wert im Verhältnis zu den Freiheitsgraden (*df*) möglichst klein und das Signifikanzniveau *p* größer als .05 sein, der *CFI* > 0.95 und der *RMSEA* einen Wert von .05 nicht überschreiten (vgl. Backhaus et al., 2008; Hoyle, 2000).

Die Ergebnisse dieses Abschnitts weisen damit darauf hin, dass es tatsächlich einen Effekt der durch das MZZ gesteigerten mathematischen Basiskompetenzen auf spätere Rechenleistungen gibt. Der angenommene Mediationseffekt lässt sich damit als Wirkmechanismus bestätigen.

7.2.7 Prävention von Rechenschwäche

Eine wichtige Untersuchungsfrage dieser Arbeit war, ob ein Training mathematischer Basiskompetenzen als eine präventive Maßnahme zur Verhinderung einer Rechenschwäche eingesetzt werden kann. Wie in Kapitel 2.1 definiert, wird in dieser Arbeit die Zugehörigkeit zum unteren Fünftel (PR ≤ 20) mit dem Vorliegen einer Rechenschwäche gleichgesetzt. Im Folgenden sollte deshalb analysiert werden, wie viele Schüler aus den verschiedenen Gruppen zu den unterschiedlichen Messzeitpunkten zum unteren Fünftel der Stichprobe gehörten, also bei wie vielen Schülern jeweils eine Rechenschwäche vorlag.

Da das Auswahlkriterium zur Teilnahme an der Studie ein PR ≤ 20 im MBK-1-Vortest war, konnten im Vortest noch alle Kinder zu den rechenschwachen Schülern gezählt werden[18]. Im Nachtest kamen mit dem MBK-1 und dem DEMAT 1+ zwei Testverfahren zum Einsatz, die hier zu Analysezwecken herangezogen werden konnten. Die Leistungen der Risikokinder im MBK-1 wurden mit der Komplettstichprobe verglichen und hieraus wurden Prozentränge berechnet, durch die ermittelt werden konnte, ob das Cut-Off-Kriterium PR 20 noch immer unterschritten wurde. Beim DEMAT 1+ wurden dazu die Normen der Normierungsstichprobe zum Ende des ersten Schuljahres herangezogen. Im 1. Follow-Up konnten die Ergebnisse der Risikokinder im DEMAT 1+ zur Normierungsstichprobe für das zweite Schuljahr in Bezug gesetzt werden. Im zweiten Follow-Up kam schließlich der HRT 1-4 zum Einsatz. Hier wurden die Testnormen des vierten Quartals von Schuljahr 2 herangezogen, um das Kriterium PR 20 zu ermitteln. Die unten stehende Tabelle 17 listet für alle Gruppen jeweils die Anzahl der Schüler auf, die einen Prozentrang größer bzw. kleiner/gleich 20 erreicht haben.

[18] Genaugenommen handelt es sich hier nicht um eine Rechenschwäche, da der MBK-1 keine Rechenleistung erfasst, sondern mathematische Basiskompetenzen. Kinder mit einem PR ≤ 20 unterliegen damit lediglich einem erhöhten Risiko eine Rechenschwäche auszubilden.

Tabelle 17: Absolute und relative Häufigkeiten der Kinder mit Rechenschwäche in den vier Gruppen zu den verschiedenen Messzeitpunkten (Hauptstudie)

		MZZ-Fördergruppen		**Vergleichsgruppen**	
	PR	Trainings-gruppe	Implemen-tierung	Denk-training	Kontroll-gruppe
Nachtest: MBK-1	> 20	27 75.0%	14 56.0%	3 10.0%	7 25.0%
	≤ 20	9 25.0%	11 44.0%	27 90.0%	21 75.0%
Nachtest: DEMAT 1+	> 20	22 61.1%	15 60.0%	19 65.5%	17 63.0%
	≤ 20	14 40.0%	10 40.0%	10 34.5%	10 37.0%
1.Follow-Up: DEMAT 1+	> 20	26 78.8%	15 65.2%	12 42.9%	11 42.3%
	≤ 20	7 21.2%	8 34.8%	16 57.1%	15 57.7%
2.Follow-Up: HRT 1-4	> 20	26 81.3%	20 87.0%	19 70.4%	13 52.0%
	≤ 20	6 18.8%	3 13.0%	8 29.6%	12 48.0%

Die Werte in der Tabelle verdeutlichen, dass in fast allen Messungen die Kinder, die mit MZZ gefördert wurden, besser abschnitten, als die Kinder in den Vergleichsgruppen. Dies zeigte sich in signifikanten Zusammenhängen zwischen der dichotomen Variable „Rechenschwäche ja/nein“ (PR ≤ oder > 20) und der Versuchsbedingung. So gab es zunächst einen signifikanten Zusammenhang beim MBK-1-Nachtest ($\chi^2[3] = 33.82$, $p < .01$). Während 90% der Denktrainingsgruppe und 75% der Kontrollgruppe weiterhin zum schwächsten Fünftel gehörten, traf dies nur auf 25% der MZZ-Trainingsgruppe und 40% der Implementierungsgruppe zu. Lediglich im DEMAT 1+-Nachtest zeigten sich noch keine Unterschiede zwischen den verschiedenen Gruppen ($\chi^2[3] = 0.21$, $p = .98$). Dafür waren bei diesem Transfertest aber Gruppenunterschiede im 1. Follow-Up festzustellen ($\chi^2[3] = 11.62$, $p < .01$). Während in beiden Vergleichsgruppen ca. 57% der Kinder weiterhin zu den rechenschwachen gehörten, galt dies nur für 21% (MZZ-Trainingsgruppe) bzw. 35% (Implementierungsgruppe) der MZZ-geförderten Schüler. Im 2. Follow-Up blieben diese Tendenzen weiter bestehen ($\chi^2[3] = 9.04$, $p < .05$). Nur zwischen 10-20% der Kinder, die ein mathematisches Basiskompetenztraining erhalten hatten, galten noch als rechenschwach, jedoch knapp 30% der Denktrainingsgruppe und 48% der Kontrollgruppe.

Fasst man die Ergebnisse der MZZ-Fördergruppen und der Vergleichsgruppen zusammen, so erhält man folgende Vierfeldertabelle (nur für die beiden Follow-Ups; Tabelle 18).

Tabelle 18: Vierfeldertabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten der Kinder mit Rechenschwäche in den beiden Follow-Up-Erhebungen (Hauptstudie)

	PR	**MZZ-Fördergruppen**	**Vergleichsgruppen**
1.Follow-Up: DEMAT 1+	> 20	41 73.2%	23 42.6%
	≤ 20	15 26.8%	31 57.4%
2.Follow-Up: HRT 1-4	> 20	46 83.6%	32 61.5%
	≤ 20	9 16.4%	20 38.5%

Abschließend sollte mit Verfahren der medizinischen Statistik untersucht werden, ob die durchgeführte Förderung als erfolgreich klassifiziert werden kann. Die medizinische Statistik kennt verschiedene Maße um die Wirksamkeit von Therapien zu beschreiben (Bender & Lange, 2007). Im Folgenden sollen die wichtigsten im Hinblick auf das Auftreten einer Rechenschwäche im 1. Follow-Up quantifiziert werden.

Eine *Chance* (auch Odd) beschreibt das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit, dass eine Rechenschwäche auftritt, zur Wahrscheinlichkeit, dass die Rechenschwäche nicht auftritt. Die mit MZZ geförderten Kinder hatten demnach eine Chance von ca. 1:3 (0.37:1) beim 1. Follow-Up als rechenschwach zu gelten, für die Kinder der Vergleichsgruppen lag die Chance dagegen bei ca. 4:3 (1.35:1). Das heißt also, dass bei einem von vier Risikokindern, die eine Förderung erhielten, ein halbes Jahr nach der Förderung eine Rechenschwäche beobachtet wurde, während von sieben Risikokindern ohne Förderung vier im rechenschwachen Bereich lagen.

Um die Risiken zweier Gruppen zu vergleichen, gibt es verschiedene Maße. Das *relative Risiko* (RR) ist das Verhältnis zweier Risiken. In diesem Fall ist das relative Risiko der Vergleichsgruppen im Vergleich zu den MZZ-Fördergruppen durch RR_{VG} = 57.4%/26.8% = 214% = 2.14 gegeben. Das bedeutet, die Kinder der Vergleichsgruppen unterlagen einem mehr als doppelt so hohen Risiko, schon beim 1. Follow-Up zu den rechenschwachen Kindern zu gehören. Das relative Risiko der MZZ-Fördergruppe in Bezug auf die Vergleichsgruppe betrug somit unter 50%, nämlich RR_{FG} = 26.8%/57.4% = 46.7%. Die *relative Risikoreduktion* (RRR) beschreibt, um wie viel das relative Risiko für eine Rechenschwäche durch eine Förderung reduziert werden kann. Sie betrug für die Fördergruppe RRR = 1 – 46.7% = 53.3%. Damit konnten die mit MZZ geförderten Gruppen ihr Risiko für eine Rechenschwäche um 53% senken. Dieses Maß, das von der Pharmaindustrie in der Werbung häufig angegeben wird, wird aber kritisch gesehen, da es auch bei geringen absoluten Werten riesige Effekte suggerieren kann. Deshalb greift man auch auf absolute Maße zurück. Das einfachste davon ist die *absolute Risiko-Reduktion* (ARR), die der Prozentsatzdifferenz in der Vierfeldertabelle entspricht. Sie beträgt ARR = 57.4% - 26.8% = 30.6% und gibt hier den Anteil auffälliger Schüler an, die von der Intervention profitiert haben, die also ohne eine MZZ-Förderung beim 1. Follow-Up als rechenschwach diagnostiziert worden wären. Ein letztes Maß ist die Zahl *Number Needed to Treat* (NNT), die, definiert als Kehrwert von der ARR, angibt, wie viele Schüler gefördert werden müssen, um bei einem weiteren Schüler das Auftreten einer Rechenschwäche zu verhindern. Sie beträgt hier NNT = 1/30.6% = 3.27. Das heißt, um bei einem zusätzlichen Schüler, der zur Mitte des ersten Schuljahres auffällig ist, das Auftreten einer Rechenschwäche zu Beginn der zweiten Klasse zu verhindern, müssen mindestens 3.27 (also vier) Schüler mit MZZ gefördert werden oder in anderen Worten: Fördert man in der ersten Klasse 3.27 (also vier) Schüler, dann verhindert man bei einem dieser Schüler eine Rechenschwäche, die ohne diese Förderung in der zweiten Klasse aufgetreten wäre.

Die entsprechenden Werte können natürlich auch für das 2. Follow-Up ermittelt werden. Hier betrug die Chance als rechenschwach zu gelten nur noch 1:5 (= 0.2:1) für die geförderten Kinder und ca. 2:3 (0.63:1) für Kinder der Vergleichsgruppen. Das relative Risiko bewegte sich in ähnlichen Bereichen wie beim 1. Follow-Up (RR_{FG} = 42.6%; RR_{VG} = 235% = 2.35). Das gleiche gilt auch für die relative Risikoreduktion der Fördergruppe, die bei RRR = 57.4% lag. Für die absolute Risiko-Reduktion wurde ein Wert von ARR = 22.1% berechnet. Um einen auffälligen Schüler zusätzlich über den kritischen Prozentrang von 20 im 2. Follow-Up zu heben, mussten NNT = 4.52 Schüler gefördert werden.

Insgesamt weisen die Befunde darauf hin, dass eine Förderung von Risikokindern in der ersten Klasse mit dem Programm *Mengen, zählen, Zahlen* als präventive Maßnahme im Hinblick auf die Verhinderung einer Rechenschwäche angesehen werden kann. Auch wenn es Kinder gab, die eine Förderung erhielten, aber später trotzdem zu den rechenschwachen Schülern gehörten (Non-Responder), so liegt deren Anzahl doch in einem tolerierbaren

Bereich (1. Follow-Up: 26.8%, 2. Follow-Up: 16.4%), mit dem man bei jeglicher Art von Sekundärprävention rechnen muss.

8 Diskussion

In der vorliegenden Arbeit sollte untersucht werden, ob eine frühe Förderung mathematischer Basiskompetenzen präventiv im Hinblick auf die Verhinderung einer Rechenschwäche wirken kann. Dazu wurde das mathematische Förderprogramm *Mengen, zählen, Zahlen* (MZZ; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007), welches auf dem Entwicklungsmodell früher Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Krajewski (2008a) basiert, bei Schülern mit schwachen Basiskompetenzen in der ersten Klasse evaluiert. Nachdem in einer Pilotstudie wichtige Erkenntnisse im Hinblick auf Studiendesign und Förderung gewonnen werden konnten, wurde die Hauptstudie mit knapp 600 Kindern über einen Zeitraum von ca. zwei Schuljahren durchgeführt.

Im Folgenden sollen die in Kapitel 5.3 aufgestellten Hypothesen unter Bezugnahme auf die Ergebnisse der Hauptstudie diskutiert werden.

Gemäß *Hypothese 1a* wurde angenommen, dass die Förderung mathematischer Basiskompetenzen eine spezifische Wirksamkeit zeigt. Diese Hypothese kann angenommen werden. Die Kinder, die ein umfassendes Training mathematischer Basiskompetenzen mit dem MZZ erhalten hatten, schnitten unmittelbar nach der Förderung im Test zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen (MBK-1) besser ab als die Kinder, die ein Kontroll- oder kein Training erhalten hatten. Der beobachtete Effekt ist hier mit einer Effektstärke von d = 1.34 als stark einzuschätzen und macht deutlich, dass die Förderung sehr große Fortschritte im Bereich der Mengen-Zahlen-Kompetenzen bewirken konnte.

Dass dieser Effekt lediglich auf einen Zuwendungseffekt zurückzuführen ist, der entstehen kann, wenn manche Kinder zusätzliche Zuwendungen erhalten (vgl. Klauer, 2001b), konnte nach der Pilotstudie zunächst nicht ausgeschlossen werden. Da in der Hauptstudie nun eine Vergleichsgruppe ein Denktraining erhalten hatte, also ebenfalls eine Zuwendung bekam, aber trotzdem signifikant schlechter abschnitt als die beiden MZZ-Fördergruppen, kann dieser Zuwendungseffekt nun mit großer Sicherheit ausgeschlossen werden. Damit zeigte sich das MZZ-Training im Hinblick auf die mathematische Kompetenzsteigerung zugleich einem gut evaluierten, wenn auch nicht mathematikspezifischen, Training überlegen, von dem durchaus moderate Effekte auf die Mathematikleistung (vgl. Klauer & Phye, 2008) zu erwarten waren.

Betrachtet man die einzelnen Ebenen der mathematischen Kompetenzentwicklung für sich genommen, so waren auf allen drei Ebenen signifikante Leistungszuwächse seitens der MZZ-Fördergruppen zu erkennen, wobei der Effekt auf der Ebene III mit einer Effektstärke von d =

1.50 am deutlichsten ausfiel. Damit scheint das durchgeführte Training die Entwicklung des Relationskonzeptes besonders gefördert zu haben. Dieser Effekt ist sehr wichtig, da auf der dritten Ebene mit dem Erwerb des Verständnisses für Zahlzusammensetzungen und Anzahlunterschiede die wesentlichen Voraussetzungen für das Verständnis arithmetischer Aufgaben gelegt werden. Dieser hohe Effekt auf Ebene III kann entwicklungspsychologisch erklärt werden. In einer Studie von Krajewski, Renner, Nieding und Schneider (2008) hatte sich gezeigt (vgl. Kapitel 4.2.4), dass vor allem ältere Vorschulkinder besonders auf Ebene III von einer Förderung mathematischer Basiskompetenzen profitieren. Da die Kinder in der ersten Klasse noch älter waren als die Kinder in der Studie von Krajewski et al., ist es nicht verwunderlich, dass auch hier der größte Fördererfolg auf der höchsten Kompetenzebene zu finden ist. Zudem muss angemerkt werden, dass die Kompetenzen der Ebene III mit sechs Förderstunden auch am umfangreichsten trainiert wurden.

Die Untersuchung der Fördereffekte auf der zweiten Ebene führte ebenfalls zu einem positiven Ergebnis. Mit einer Effektstärke von $d = 0.49$ war der Unterschied zu den beiden Vergleichsgruppen hier zwar kleiner, aber betrug immerhin noch eine knappe halbe Standardabweichung. Damit ist festzuhalten, dass die MZZ-Förderung das Verständnis für die Kompetenzen der zweiten Ebene, insbesondere die des Anzahlkonzeptes, fördert und zu einer beträchtlichen Leistungssteigerung in diesem Bereich führt. Wie auf Ebene III handelt es sich hier um einen trainingsnahen Effekt, da auch die Kompetenzen dieser Ebene umfangreich gefördert wurden.

Auf der ersten Ebene waren dagegen nur geringe Kompetenzsteigerungen ($d = 0.29$) der Trainingsgruppen zu beobachten. Dies ist möglicherweise darauf zurückzuführen, dass die Inhalte der ersten Ebene (Basisfertigkeiten) in der Förderung nicht explizit behandelt wurden. Es kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass die Effekte auf den Ebenen I und II nur auf den tendenziell späteren Nachtesttermin eines Teils der Implementierungsgruppe zurückzuführen sind, so dass es sich hierbei nicht um Fördereffekte, sondern lediglich um die Abbildung natürliche Entwicklungsprozesse handelt, für die die Implementierungsgruppe mehr Zeit hatte (siehe Kapitel 7.2.3.4).

Die *Hypothese 1b (Stabilität der Effekte)* kann ebenfalls bestätigt werden. Die Effekte blieben im 1. Follow-Up ein halbes Jahr nach der Förderung bestehen. Dabei war der Vorsprung der MZZ-Fördergruppen im MBK-1 mit $d = 1.24$ immer noch beachtlich.

Dieser Vorsprung zeigte sich auch auf den Ebenen I und II, wobei aber die Denktrainingsgruppe für sich genommen nicht mehr signifikant schwächer abschnitt als die mit MZZ geförderten Gruppen. Der überraschend große Effekt auf Ebene I (d = 0.68) kann deshalb vor allem auf die Stagnation der Kontrollgruppe zurückgeführt werden, die sich zwischen Nachtest und Follow-Up kaum verbesserte. Der nur noch geringe Effekt auf Ebene II (d = 0.28) kann womöglich mit der natürlichen Entwicklung der Kinder erklärt werden. So sollte zu Beginn der zweiten Klasse die Entwicklung des Anzahlkonzepts auch unabhängig von einer Förderung weitgehend abgeschlossen sein, was hier zu Deckeneffekten in den Ebene II-Subtests des MBK-1 geführt haben könnte.

Den größten längerfristigen Profit aus der MZZ-Förderung zogen die Schüler auf Ebene III. Hier bestanden die schon zum Nachtest beobachteten großen Unterschiede zwischen MZZ-Förder- und Vergleichsgruppen weiter fort (d = 1.33).

Ein auffälliges Ergebnis im ersten Follow-Up war zudem, dass die Denktrainingsgruppe im MBK-1 zwar weiterhin signifikant schlechter abschnitt als die beiden MZZ-Fördergruppen, im Vergleich mit der ungeförderten Kontrollgruppe aber bessere Leistungen erzielte. Dies kann nicht mit einem Zuwendungseffekt erklärt werden, da zum Nachtest kein Unterschied zwischen den beiden Vergleichsgruppen vorlag und zwischen Nachtest und Follow-Up keine zusätzliche Förderung mehr angeboten wurde. Somit konnte die mit dem Denktraining geförderte Gruppe einen zeitverzögerten Transfer auf mathematische Basiskompetenzen erzielen. Die korrigierte Effektstärke zwischen Vortest- und Follow-Up gegenüber der ungeförderten Kontrollgruppe lag dabei mit d = 0.49 in einem relevanten Bereich und spricht für eine moderate Wirksamkeit des Denktrainings.

Hypothese 1c, die Spezifitätshypothese, kann nur teilweise bestätigt werden. So zeigte das mathematische Basiskompetenztraining keinen Transfer auf kognitive Fähigkeiten. Allerdings ergab sich ein Effekt auf die Rechtschreibleistung von d = 0.41 (HSP 1+). Da eine inhaltliche Interpretation dieses Effektes schwerfällt, kann vermutet werden, dass die große Steigerung der Implementierungsgruppe, die auf einem niedrigeren Ausgangsniveau startend, zum Nachtest zu den anderen Gruppen aufgeschlossen hatte, für diesen Effekt verantwortlich ist. Erklärt werden kann diese größere Steigerung der Implementierungsgruppe mit dem, durch den längeren Förderzeitraum bedingten, späteren Nachtesttermin der meisten Schüler dieser Gruppe. Der Nachtesttermin lag aufgrund von schulorganisatorischen Problemen nämlich 4 bis 5 Wochen später als der Nachtest der anderen Schüler und somit schon relativ nahe am Schuljahresende, wo noch mal ein großer Sprung in den Rechtschreibfertigkeiten zu erwarten war. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, dass sich bei statistischer Kontrolle der Förderdauer kein unspezifischer Effekt mehr zeigte.

Einschränkend muss aber angemerkt werden, dass lediglich der unmittelbare diskriminante Transfer untersucht wurde. In den Follow-Up-Untersuchungen kamen leider keine mathematikfernen Maße mehr zum Einsatz.

Der *Hypothesenblock 2* widmete sich dem Transfer der mathematischen Basiskompetenzförderung auf schulische Rechenleistungen. Während in der Pilotstudie noch kein unmittelbarer Transfer auf die Leistung in arithmetischen Basisaufgaben (Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10) gefunden werden konnte, wurde in der Hauptstudie eine solche Transferleistung mit einer hohen Effektstärke von d = 0.93 erbracht (*Hypothese 2a(i)* bestätigt). Eventuell kann dieser andersartige Befund mit dem späteren Förderungszeitraum und damit auch dem späteren Nachtestzeitpunkt der Hauptstudie (April/Mai) im Vergleich zur Pilotstudie (März) erklärt werden. So könnte es sein, dass den Kindern erst ein Transfer der Basiskompetenzen auf das Rechnen gelingt, wenn die Grundrechenaufgaben einen größeren Stellenwert im Unterricht einnehmen, was am Schuljahresende der Fall ist. Denn dann können die Kinder ihre erworbenen Kompetenzen effektiv und unmittelbar nutzen, während sie, wenn die Förderung früher stattfindet, nur sporadisch davon Gebrauch machen können, wodurch die Gefahr besteht, dass die erlernten Kompetenzen verloren gehen, bevor sie angewendet werden können. Die Ergebnisse von Krajewski, Nieding und Schneider (2008) scheinen diese Überlegung zu stützen.

Aber auch das Einsetzen der Arbeitsblätter, die die Übertragung der Förderinhalte auf bildliche und symbolische Darstellungsweisen erleichtern und damit die Verknüpfung der an konkreten Inhalten erworbenen Kompetenzen mit der symbolischen Zahlen- und Formelsprache ermöglichen sollten, könnte zu dem unmittelbaren Transfereffekt in der Hauptstudie beigetragen haben.

Der Effekt auf das Basisrechnen blieb ein halbes Jahr nach der Förderung erhalten und deutet somit auf eine längerfristige Steigerung der Rechenperformanz hin (Hypothese 2b(i) bestätigt).

Dagegen konnte kein unmittelbarer Transfer der Basiskompetenzförderung auf die Leistung in einem standardisierten Mathematiktest wie dem DEMAT 1+ festgestellt werden (*Hypothese 2a(ii)* nicht bestätigt). Dies ist zunächst verwunderlich, da dieser Test streng genommen nicht nur Rechenperformanz im Zahlenraum bis 20 erfasst, sondern in bestimmten Teilen durchaus noch als kompetenzorientiert (Subtests Mengen-Zahlen, Zahlenraum, Zahlzerlegung, Teil-Ganzes) gelten kann. Die Vermutung liegt hier nahe, dass die Kinder ihre erworbenen Kompetenzen in den eher kompetenzorientierten Subtests noch nicht auf den im

DEMAT 1+ abgeprüften höheren Zahlenraum transferieren konnten. Für die DEMAT 1+-Aufgaben, die explizit Rechenleistungen erfassen, ist dies ebenso denkbar, da im Zahlenraum bis zehn ein unmittelbarer Transfereffekt auf das Basisrechnen gefunden werden konnte. Der Befund steht aber im Widerspruch zu den Ergebnissen von Ennemoser und Krajewski (2007), die unmittelbare Fördereffekte im DEMAT 1+ nach einem Training des Teil-Ganzes-Verständnisses am Ende des ersten Schuljahres feststellen konnten.

In der Follow-Up-Erhebung gelang dann allerdings der Transfer auf die Leistung im DEMAT 1+ (*Hypothese 2b(ii)* bestätigt). Hier schnitten die MZZ-Förderkinder deutlich besser ab als die Vergleichsgruppenkinder (d = 0.77). Dies deutet darauf hin, dass Kinder erst nachdem sie ihre mathematischen Entwicklungsdefizite geschlossen haben, zu einem Kompetenztransfer auf Schulleistungen in einem höheren Zahlenraum fähig sind. Dieses Ergebnis korrespondiert mit den Befunden einer Förderstudie von Fischer (1990), bei der ein Training des Teil-Ganzes-Verständnisses im Zahlenraum bis zehn auch Verbesserungen der Leistungen im Zahlenraum bis 20 evozierte.

Ein langfristiger Transfer der Förderung mathematischer Basiskompetenzen auf die Leistungen in einem Rechentest am Ende von Klasse 2 wurde ebenfalls festgestellt (*Hypothese 2c* bestätigt). Allerdings waren die Effekte im Heidelberger Rechentest (HRT 1-4) nicht mehr so stark (d = 0.37) und insbesondere in der Subskala Rechnen (d = 0.22) nur noch nach Kontrolle aller Kovariaten feststellbar. Auffällig dabei war, dass die Kovariate Rechenfertigkeiten im Vortest einen signifikanten Einfluss auf die HRT-Leistungen hatte, die MBK-1-Vortestleistungen jedoch nicht. Umgekehrtes war beim DEMAT 1+ im ersten Follow-Up-Test zu beobachten. Dort zeigten Rechenfertigkeiten keinen Einfluss, dafür aber die mathematischen Basiskompetenzen im Vortest. Dies lässt sich zum einen durch die jeweils ähnliche Aufgabendarbietung erklären (Rechentreppe und HRT 1-4 sind eher Speedtests, MBK-1 und DEMAT 1+ sind eher Powertests). Zum anderen kann es durch die Testinhalte des DEMAT 1+ erklärt werden. So enthält dieser auch Aufgaben, die nicht allein auf Performanz, sondern auch auf konzeptuelles Verständnis schließen lassen (Subtests Mengen-Zahlen, Zahlenraum, Zahlzerlegung, Teil-Ganzes sind ähnlich der entsprechenden MBK-1-Subtests, behandeln aber Zahlenraum bis 20), während der HRT 1-4 eindeutig als ein performanzorientierter Rechentest anzusehen ist. Die Transferleistung, die ein Schüler aufbringen musste, um im HRT 1-4 gut abzuschneiden, ist deshalb möglicherweise höher einzuschätzen, als die, die für den DEMAT 1+ aufgebracht werden musste. Dies und der relativ große zeitliche Abstand zwischen Förderung und HRT-Durchführung von ca. 15 Monaten erklären den nur noch kleinen Vorsprung der MZZ-Fördergruppen.

Hypothese 3 gehörte ebenfalls zur Untersuchung der Wirksamkeit des Trainingsprogramms MZZ. Nach dieser Hypothese sollte sich die Auftretenshäufigkeit der Rechenschwäche bei den geförderten Schülern signifikant vermindert haben.

Die Analysen bezüglich des Kriteriums Rechenschwäche zeigten, dass in den geförderten MZZ-Gruppen die Auftretenshäufigkeit einer Rechenschwäche in den Follow-Up-Erhebungen tatsächlich substantiell vermindert werden konnte. Damit ergeben sich nicht nur bei der Analyse von Gruppenmittelwerten Belege für die Wirksamkeit der mathematischen Basiskompetenzförderung, sondern auch bei Betrachtung auf der Ebene einzelner Individuen. Allerdings muss festgehalten werden, dass trotz einer frühen Förderung manche Risikokinder nicht (in ausreichendem Maße) von dieser profitiert haben. Diese sogenannten Non-Responder konnten ihre Leistungen nicht oder nicht genug verbessern, um bei den späteren Erhebungen das Kriterium einer Rechenschwäche nicht mehr zu erfüllen. Dies erscheint natürlich optimierungswürdig, es muss aber angemerkt werden, dass das Problem der Non-Respondense generell bei fast jeglicher Art von Förderung auftritt (vgl. L. S. Fuchs, Compton, D. Fuchs, Paulsen, J. D. Bryant, & Hamlett, 2005). Die Non-Responder benötigen deshalb noch intensivere und stärker individualisierte Maßnahmen, insbesondere dann, wenn multiple Probleme vorliegen, so dass Mathematikprobleme nicht allein auf defizitären Basiskompetenzen beruhen, sondern mit weiteren Beeinträchtigungen einhergehen (siehe auch Anmerkungen zu RTI weiter unten).

Schaut man sich die Verteilung der einzelnen Schüler in Bezug auf das Kriterium Rechenschwäche genauer an, so konnte man zur Mitte des zweiten Schuljahres im DEMAT 1+ feststellen, dass knapp 43% der Risikoschüler der Ausgangsstichprobe auch ohne ein Basiskompetenztraining nicht zu den Rechenschwachen gehörten. Weitere 30% haben von dem MZZ-Training profitiert, und gehörten deshalb nicht mehr zu den Rechenschwachen und bei 27% hat das Training nicht zu einer Prävention von Rechenschwäche geführt. Zum Ende des zweiten Schuljahres erfüllten knapp 62% der ursprünglichen Risikoschüler das Kriterium für eine Rechenschwäche nicht mehr. Weitere 22% profitierten von der Basiskompetenzförderung, während 16% nicht davon profitierten. Es fällt auf, dass es jeweils einen hohen Anteil an Kindern gibt, die, obwohl sie kein Training erhalten haben, nicht mehr zu den rechenschwachen Kindern gehörten. Dies kann durch verschiedene Gründe erklärt werden. Zum einen gibt es eine gewisse Variabilität von Kompetenz- und Leistungsentwicklungen im Grundschulalter, die Hauptgründe sind aber wohl eher statistischer Natur. So führt die Verwendung eines Cut-Off-Werts (PR 20) dazu, dass Kinder, die sich nur unwesentlich verbessern, z.B. von Prozentrang 19 auf 21, einmal als rechenschwach und einmal als unauffällig kategorisiert werden. Zudem darf der statistische Regressionseffekt nicht außer Acht gelassen werden. Dieser tritt immer auf wenn Extremgruppen wiederholt untersucht werden und das Messinstrument keine perfekte Reliabilität aufweist. Dies war hier der Fall, da alle Gruppen nach Vortestleistung ausgelesene Gruppen waren. Der Regressionseffekt führt dann dazu, dass die Mittelwerte der Extremgruppen in Folgemessungen näher zum Mittelwert der Gesamtgruppe tendieren als im Vortest (Regression zur Mitte) und damit einen Effekt bzw. hier ein Nichtvorliegen von Rechenschwäche suggerieren (vgl. Nachtigall & Suhl, 2002).

Die Mediationshypothese (*Hypothese 4*), die besagt, dass die Verbesserung der Rechenleistungen durch die erhöhten Basiskompetenzen nach der MZZ-Förderung erklärt werden kann, kann ebenfalls bestätigt werden. Schon in der Pilotstudie war dieser Mediationseffekt festzustellen. Hier fand sich ein indirekter Effekt der MZZ-Förderung auf die Follow-Up-Leistungen in einfachen Rechenaufgaben im Zahlenraum bis 10, der über die mathematischen Basiskompetenzen zum Nachtest mediiert wurde. Dieser Effekt konnte in der Hauptstudie nicht untersucht werden, da hier schon ein unmittelbarer Transfer auf einfache Rechenleistungen zum Nachtest festgestellt wurde (siehe oben). In der Hauptstudie sollten stattdessen Mediationseffekte auf die Mathematikleistung in standardisierten Testverfahren in den Blick genommen werden.
Im 1. Follow-Up konnte dieser Mediationseffekt bestätigt werden. Hier wurde die Leistung im DEMAT 1+ über die MBK-1-Nachtestleistung erklärt, die wiederum zum großen Teil durch die Förderung bedingt war. Allerdings zeigte sich hier zusätzlich ein zeitverzögerter, aber direkter Effekt der Förderung auf die DEMAT 1+-Leistung. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte die oben angesprochene Teststruktur des DEMAT 1+ sein, der einige Untertests enthält, die als kompetenzorientiert zu bezeichnen sind, sich aber in einem höheren Zahlenraum als die Förderung befinden. Möglicherweise hatten die geförderten Schüler nach der Zahlenraumerweiterung bis 20 deshalb weniger Schwierigkeiten diese eher kompetenzorientierten Subtests zu lösen, weshalb sich die Förderung direkt auswirkte. Die direkte Wirkung der Förderung auf die Mathematikleistungen könnte zudem durch die in der Förderung zusätzlich eingesetzten Arbeitsblätter hervorgerufen worden sein. Diese sollten eine direkte Übertragung von den an konkretem Material erworbenen Kompetenzen auf die Symbolsprache der Gleichungen ermöglichen. Möglicherweise wurde dieses Ziel erreicht, was sich unmittelbar auf die Leistungen im Lösen von arithmetischen Problemen auswirkte. Diese Vermutung bestätigt sich in den schon oben diskutierten Verbesserungen der Basis-

rechenfertigkeiten im Nachtest. Im Zahlenraum bis 20 konnten die geförderten Kinder aber auch hier erst ihre Performanz verbessern, nachdem dieser höhere Zahlenraum im Unterricht eingeführt wurde. Ob und wie die eingesetzten Arbeitsblätter tatsächlich für den direkten Transfer auf die Mathematikleistungen verantwortlich sind, müsste in einer weiteren Studie untersucht werden, in der zwei MZZ-Förderbedingungen, einmal mit und einmal ohne Arbeitsblätter, gegenübergestellt werden.
Der Mediationseffekt konnte schließlich ebenfalls im Modell für den zweiten Follow-Up-Zeitpunkt festgestellt werden. Hier wurde der Einfluss der Förderung auf die Mathematikleistung im HRT am Ende von Klasse 2 vollständig über die Basiskompetenzen zum Nachtest mediiert, es zeigte sich kein direkter Effekt der Förderung. Da der HRT sehr auf Rechenperformanz abzielt, kann damit festgehalten werden, dass die Steigerung mathematischer Basiskompetenzen tatsächlich zukünftige arithmetische Leistungen positiv beeinflussen kann.
Durch die Annahme der Mediationshypothese werden die Ergebnisse verschiedener Längsschnittstudien bestätigt (vgl. Kapitel 3.4.1). Diese konnten zwar Zusammenhänge zwischen mathematischen Basiskompetenzen und späteren Rechenleistungen finden, durch sie war es aber nicht möglich zu zeigen, dass eine Verbesserung der Basiskompetenzen tatsächlich eine Verbesserung der Rechenleistungen nach sich zieht. Dies konnte nun belegt werden, womit nun erstmals Evidenz für die praktische Bedeutsamkeit einer frühen Förderung mathematischer Basiskompetenzen gefunden wurde.

Hypothese 5 bezog sich auf die Implementierbarkeit des Förderprogramms in den Schulalltag. Die Ergebnisse zeigen, dass die Hypothese bestätigt werden kann, denn die Implementierungsgruppe schnitt in keinem der relevanten mathematischen Basiskompetenz- und Schulleistungstests schlechter ab als die von universitären Mitarbeitern trainierte Fördergruppe. Dieses Ergebnis stellt einen sehr wichtigen, praxisrelevanten Befund dar. Damit zeigt sich nämlich, dass eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen nicht unbedingt von Universitätsmitarbeitern initiiert werden muss, sondern dass auch Lehrer unter schulalltäglichen Bedingungen die gleichen Fördererfolge erzielen können. Ermutigend im Hinblick auf einen breiteren Einsatz des Programms in Grundschulen ist zudem, dass für die Schulung der Lehrer lediglich ein Treffen von zwei Schulstunden notwendig war, was die einfache Erlernbarkeit von MZZ belegt. Die Vorbereitung der einzelnen Förderstunden benötigte ebenfalls keinen großen zeitlichen Aufwand. Das entsprechende Manual beinhaltet hierzu eine gute Gliederung und Anleitung. Dies spricht dafür, dass sich der geringe

Aneignungs- und Vorbereitungsaufwand für die Lehrkräfte, in Anbetracht der verbesserten mathematischen Leistung ihrer Schüler, lohnen kann. Neben dem unmittelbaren Profit der geförderten Schüler hat die Förderung durch Lehrkräfte den weiteren Vorteil, dass die Lehrer nun mit kompetenzorientierten Materialien und Prinzipien ausgestattet sind, die sie in ihrem zukünftigen regulären Unterricht einsetzen können, wovon dieser nur profitieren kann.

Einfluss der kognitiven Kontrollvariablen Intelligenz und Arbeitsgedächtnis

Intelligenz

Die Ergebnisse zeigen, dass trotz Kontrolle der mathematischen Basiskompetenzen auch die nonverbale *Intelligenz* der Kinder einen Einfluss auf die Ergebnisse in allen wichtigen abhängigen Variablen (MBK-1, DEMAT 1+, HRT 1-4) im Nachtest und in den Follow-Up-Untersuchungen hatte. Dieser Einfluss äußerte sich dergestalt, dass sich Kinder mit höherer Intelligenz besser in den mathematischen Leistungen entwickelten.

Im Hinblick auf die Diskrepanzdefinition der ICD-10 wäre es interessant zu untersuchen, inwieweit Schüler unterschiedlicher Intelligenzbereiche von der Förderung profitieren. Dazu müsste die Intelligenz aber als Moderatorvariable eingesetzt werden. Da dies die statistischen Analysen verkompliziert hätte, und es sich nicht um eine primäre Fragestellung der Studie handelte, wurde in dieser Studie darauf verzichtet und die Intelligenz nur als Kontrollvariable erhoben. Bei einer Reanalyse der Daten oder aber in zukünftigen Studien stellt die Betrachtung der Interaktion *Intelligenz x Förderbedingung* aber sicherlich eine Möglichkeit dar, empirische Befunde in die Diskussion um die Diskrepanzdefinition einzubringen.

Arbeitsgedächtnis

Das Arbeitsgedächtnis korrelierte zwar mit den mathematischen Basiskompetenzen im erwarteten Bereich (Phonologische Schleife: $r = .38$; visuell-räumlicher Notizblock: $r = .43$; zentrale Exekutive: $r = .56$), hatte aber keine relevanten Auswirkungen auf die späteren Mathematikleistungen. Lediglich die Zentrale Exekutive konnte zusätzliche Varianz in den Leistungen im Rechnen und im DEMAT 1+ zum Nachtest erklären, sowie im MBK-1 im ersten Follow-Up und im HRT im zweiten Follow-Up. Damit wird die Relevanz der Zentralen Exekutive für die mathematische Kompetenzentwicklung zwar bestätigt (z.B. Bull & Scerif, 2001; de Rammelaere, Stuyven & Vandierendonck, 2001; de Smedt, Janssen, Bouwens, Verschaffel, Boets & Ghesquiere, 2009; Grube & Barth, 2004; Lee, S.-F. Ng, E.-L. Ng, & Lim, 2004; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007; Swanson, 2006; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004), allerdings sollte dieses Ergebnis in dieser Studie nicht überinterpretiert werden, da hier eine Konfundierung mit den mathematischen Basiskompetenzen möglich war.

So musste die Zahlenreihe bis 10 sicher beherrscht werden, es musste also explizit eine Kompetenz der Ebene I nach Krajewskis Modell (Krajewski, 2008a) vorhanden sein, um die Aufgaben der Zentralen Exekutive zu lösen. Es kann zwar davon ausgegangen werden, dass diese Kompetenz zur Mitte des ersten Schuljahres vorhanden ist, die Zentrale Exekutive also tatsächlich valide erfasst wurde, für zukünftige Studien sollte man aber eine weitere Möglichkeit finden, um Leistungen der Zentralen Exekutive in Gruppensituationen zu erfassen.

Ergänzend muss hinzugefügt werden, dass die hier eingesetzten Arbeitsgedächtnisverfahren zum ersten Mal überhaupt zur Anwendung kamen. Es sollte deshalb in einer weiteren Studie überprüft werden, ob es sich hierbei überhaupt um eine valide und reliable Erfassung der Arbeitsgedächtniskomponenten handelt.

Wie auch bei der Intelligenz würde es sich anbieten, in zukünftigen Studien in Moderatorenanalysen zu untersuchen, ob die Arbeitsgedächtniskomponenten in den unterschiedlichen Förderbedingungen differentielle Wirkungen haben.

Fazit und Ausblick

Als zentrales Ergebnis dieser Arbeit kann festgehalten werden, dass eine mathematische Basiskompetenzförderung von Risikoschülern im ersten Schuljahr mit dem Programm *Mengen, zählen, Zahlen* nicht nur zu einer Verbesserung trainingsnaher Kompetenzen führt, sondern auch auf arithmetische Schulleistungen transferiert, wobei die Effekte langfristig erhalten bleiben.

Diese Befunde können durch folgenden Gedankengang erklärt werden. So gelten mathematische Basiskompetenzen als besonders gute Prädiktoren späterer Mathematikleistungen (vgl. Kapitel 3.4.1). Dabei lassen sich mathematische Schulleistungen am besten durch Kompetenzen der höheren Ebenen des Entwicklungsmodells nach Krajewski (2008a) vorhersagen (Baker et al., 2002; Krajewski & Schneider, 2006; 2009a; 2009b; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008), während die Ausprägung dieser wiederum von numerischen Basisfertigkeiten vorhergesagt werden kann (Chard et al., 2005; Lembke & Foegen, 2009; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008; Krajewski & Schneider, 2006; 2009a; 2009b). Bleibt ein Kind an einer Stelle in diesem Entwicklungsprozess der Mengen-Zahlen-Kompetenzen stecken oder baut ein Defizit auf, wird es höchstwahrscheinlich Schwierigkeiten in der weiteren mathematischen Entwicklung bekommen, was schließlich zu einer Rechenschwäche führen kann. Dem versucht man durch eine geeignete Förderung entgegenzuwirken. Die Ergebnisse der hier durchgeführten Studie(n) zeigen tatsächlich, dass durch eine früh einsetzende MZZ-Förderung von Risikokindern die für die weitere mathematische

Entwicklung wichtigen Mengen-Zahlen-Kompetenzen gezielt gefördert werden können. Ohne eine solche frühe Förderung können die Entwicklungsdefizite in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen dazu führen, dass der kumulative Aufbau von spezifischem mathematischem Faktenwissen nicht gelingt. Dieses Wissen fehlt dann beim Lösen von Grundrechenaufgaben, wenn es darum geht, schnell erworbene Fakten abzurufen (Geary, Brown & Samaranayake, 1991; Grube, 2006), wodurch die Kinder gezwungen sind, auf ineffektive und fehleranfällige Zählstrategien zurückzugreifen, die das Arbeitsgedächtnis hoch belasten und so die Rechenleistung mindern (vgl. Geary & Hoard, 2001). Durch die MZZ-Förderung scheinen die Risikokinder aber ihre Entwicklungsdefizite ausgeglichen zu haben. Dies äußert sich nicht nur in dem direkten Effekt der Förderung auf die mathematischen Basiskompetenzen, sondern auch in Transfereffekten auf Basisrechenaufgaben (Faktenabruf) sowie einem zeitverzögerten Transfer auf mathematische Schulleistungen. Damit hat die in MZZ geförderte Verständnisorientierung wohl dazu geführt, dass Rechenfakten nun nicht mehr bei jeder Aufgabe durch ein, das Arbeitsgedächtnis hoch belastendes, abzählendes Rechnen neu produziert werden müssen, sondern dass ein konzeptuelles Verständnis der hinter den Rechenaufgaben stehenden Prinzipien erworben wurde. Dieses Verständnis führt schließlich zu einer erfolgreicheren weil weniger fehleranfälligen Automatisierung (vgl. auch Krajewski & Ennemoser, 2010a) von Rechenfakten. Langfristig schlagen sich das gesteigerte konzeptuelle Verständnis und die erhöhte Automatisierung letztlich auch in einem besseren Verständnis curricularer Inhalte nieder, was sich in erhöhten schulischen Mathematikleistungen widerspiegelt (vgl. Krajewski & Schneider, 2009a).

Die in dieser Studie gefundenen Befunde, insbesondere die Transfer- und Langzeiteffekte, konnten zum ersten Mal in Deutschland für ein mathematisches Förderprogramm gezeigt werden. Selbst im internationalen Raum gibt es keine Studie, die in einem vergleichbaren Zeitraum sowohl Langzeiteffekte als auch Transfereffekte einer mathematischen Basiskompetenzförderung systematisch überprüft und bestätigt (vgl. Kapitel 4.1).

Perspektivisch erscheint eine Einbettung des Programms *Mengen, zählen, Zahlen* in den Response-to-Intervention-Ansatz (RTI) eine vielversprechende Option zu sein. Bei Response-to-Intervention handelt es sich um ein Konzept zur frühzeitigen Prävention von Lernstörungen (vgl. Ennemoser, in Druck; Fletcher & Vaughn, 2009; Hartmann & Müller, 2009). Dabei soll auf mehreren Stufen die Zuwendung für bedürftige Kinder durch Anwendung evidenzbasierter Konzepte und Programme zunehmend intensiviert und individualisiert werden. Die

erste Stufe besteht aus regulärem Unterricht, der aber nach Möglichkeit auf empirisch wirksamen Methoden und Vorgehensweisen beruhen soll. Kinder mit Problemen, die durch Screeningverfahren aufgedeckt werden können, werden Interventionen der zweiten Stufe zugeführt. Dies betrifft ca. 20% der Schüler. Die Förderung findet hier in Kleingruppen statt, umfasst mehrere Sitzungen pro Woche über einen Zeitraum von mindestens sechs bis acht Wochen und wird durch Mitarbeiter der Schule durchgeführt und evaluiert. Die Intervention endet für die erfolgreich geförderten Kinder auf Stufe 2, die Non-Responder (ca. 25% der Schüler der Interventionsstufe 2, also ca. 5% aller Schüler) werden hingegen auf Interventionsstufe 3 mit intensiver und individualisierter Einzelförderung weiter unterstützt.
Die in dieser Arbeit vorgestellte MZZ-Förderung kann damit als eine Interventionsmaßnahme auf Stufe 2 des RTI-Modells interpretiert werden. Die Non-Responder, deren Anzahl hier ziemlich gut mit dem im RTI-Modell angegebenen Wert übereinstimmt, müssten aber in einem nächsten Schritt eine vertiefte Förderung bekommen. Es ist anzunehmen, dass auch hierzu das MZZ-Programm verwendet werden könnte, da es aufgrund seiner Entwicklungsorientierung am spezifischen Entwicklungsstand eines Kindes ansetzen kann. Ob ein solcher Einsatz von MZZ auf der individualisierten Interventionsstufe 3 den Anteil der rechenschwachen Schüler noch weiter minimieren kann, bleibt in zukünftigen Studien zu klären.

Die Ergebnisse werfen eine weitere Frage auf, nämlich die nach dem perfekten Förderzeitpunkt. Das eigentlich für den Vorschulbereich entwickelte MZZ erzielte im ersten Schuljahr deutlich größere Effektstärken als im Kindergarten. Zudem gelang ein Transfer auf curricular valide Mathematiktests ebenfalls nur in der hier durchgeführten Schulförderung (vgl. Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). Allerdings sind die Fördermaßnahmen kaum vergleichbar. So handelte es sich in der Kindergartenstudie um eine primärpräventive Maßnahme, die mit allen Kindern eines Jahrgangs in relativ großen Gruppen von bis zu zehn Kindern durchgeführt wurde. Daraus folgte, dass die Kinder ein relativ breites Leistungsspektrum aufwiesen, was eventuell den Fördererfolgen abträglich entgegenstand. Dagegen wurde die in dieser Arbeit dargestellte Studie als Sekundärprävention in Kleingruppen durchgeführt. Diese waren homogener zusammengesetzt, was eine gezieltere Förderung ermöglichte. Zudem wurden in beiden Studien verschiedene Erhebungsverfahren benutzt, die zwar das gleiche Konstrukt messen, sich aber im Zahlenraum und vor allem in der Repräsentation der Aufgaben unterscheiden.
Um den optimalen Förderzeitpunkt herauszufinden, müssen diese verschiedenen Parameter (primär vs. sekundär, Gruppengröße, Erhebungsverfahren) angeglichen bzw. kontrolliert

werden, um Effektunterschiede gezielt auf eine Variable wie den Förderzeitpunkt zurückführen zu können. Erst dann kann eine Empfehlung abgegeben werden, wann eine Förderung der frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen am effektivsten erscheint.

Bei Betrachtung des Förderzeitpunktes sollte auch untersucht werden, ob eine mathematische Basiskompetenzförderung auch in Klasse 2 noch zu Erfolgen führen kann. Gerade Kompetenzen wie die Zahlzerlegung und das Erkennen von Anzahlunterschieden (Ebene III) sind eine wichtige Voraussetzung für den Zehnerübergang, dem spätestens in dieser Klassenstufe eine immense Bedeutung bekommt. Kinder die diese Kompetenzen nicht erworben haben, werden nicht in der Lage sein Aufgabenzerlegungen wie $43 + 9 = 43 + 7 + 2 = 50 + 2 = 52$ durchzuführen. Ein Training mit MZZ (zumindest Schwerpunkt 3) könnte deshalb auch in Klasse 2 noch Erfolge versprechen.
Dass eine Förderung bei älteren leistungsschwächeren Schülern noch funktionieren kann, beweist eine aktuelle Studie (Sinner & Kuhl, 2010). Hierbei konnten sogar noch Viertklässler einer Förderschule für Lernhilfe kurzfristig vom Programm profitieren. Dies zeigt einerseits, dass die Materialien von MZZ relativ altersneutral gestaltet sind und andererseits, dass es sich tatsächlich lohnen könnte, eine Förderung von Kindern mit großen Basiskompetenzdefiziten in höheren Jahrgängen durchzuführen.

Eingangs wurde das ambitionierte Ziel formuliert, das Ausmaß an Schülern, die nur eine unzureichende Bildung erlangen, deutlich zu minimieren. Wie diese Arbeit gezeigt hat, kann im mathematischen Bereich eine Förderung mit dem Programm *Mengen, zählen, Zahlen* ein erster wichtiger Schritt sein, um frühe Defizite von Risikoschülern zu beheben. Im Hinblick auf die langfristige Entwicklung von Unterrichtskonzepten wäre es aber wichtig, die Vermittlung mathematischer Basiskompetenzen nicht nur als sekundär-präventive Maßnahme in zusätzlichen Förderstunden anzubieten, sondern gerade zu Beginn der Schulzeit entsprechende Förderkonzepte unterrichtsintegriert durchzuführen. Eine solche unterrichtsintegrierte Förderung würde die Vorteile aus bisherigen Maßnahmen bündeln. Sie würde zum einen wie in bisherigen Kindergartenstudien alle Kinder betreffen (primäre Prävention), zum anderen aber auch einen direkten Anschluss an die Schulmathematik ermöglichen. Erste Erfahrungen eines unterrichtsintegrierten Einsatzes von MZZ in Vorklassen (Ennemoser, 2010) geben Hinweise darauf, dass eine solche Maßnahme dem regulären Unterricht überlegen sein kann. Sollte sich dieser Befund in regulären Grundschulen bestätigen lassen, so wäre dies als ein großer Schritt hin zu Unterrichtskonzepten zu verstehen, die versuchen, wichtige Kompetenzen in einer logischen Abfolge aufzubauen und sich dabei explizit an der Entwicklung von Kindern orientieren.

9 Literatur

Aebli, H. (1976). *Grundformen des Lehrens: Eine allgemeine Didaktik auf kognitionspsychologischer Grundlage* (9. Aufl.). Stuttgart: Klett/Cotta.

Alarcon, M., DeFries, J. C., Light, J. G. & Pennington, B. F. (1997). A twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities, 30*, 617-623.

Andersson, U. & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology, 96,* 197-228.

Antell, S. E. & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development, 54*, 695-701.

Arbuckle, J. L. & Wothke, W. (1999). *AMOS 4.0 User's Guide*. Chicago, Illinois: Smallwaters Corporation.

Arnold, D. H., Fisher, P. H., Doctoroff, G. L. & Dobbs, J. (2002). Accelerating math development in Head Start classrooms. *Journal of Educational Psychology, 94*, 762-770.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*, 699-713.

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2008). *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung* (12., vollst. überarb. Aufl.). Berlin: Springer.

Baddeley, A. (1986). *Working Memory*. Oxford: University Press.

Baddeley, A. D. & Hitch, G. J. (1974). Working memory. In G. A. Bower (Hrsg.), *The Psychology of Learning and Motivation* . Academic Press.

Baker, S., Gersten R., Flojo J. & Katz R. (2002). *Preventing mathematics difficulties in young children: Focus on effective screening of early number sense delays (Tech. Rep. No. 0305)*. Eugene, OR: Pacific Institutes for Research.

Baroody, A. J., Eiland, M. & Thompson, B. (2009). Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development, 20*, 80-128.

Barth, K. (1998). *Diagnostische Einschätzskalen zur Beurteilung des Entwicklungsstandes und der Schulfähigkeit (DES)*. München; Basel: Reinhardt.

Baumert, J., Bos, W., & Lehmann, R. (2000): *TIMSS/II. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn*. Bd. 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit. Leske+Budrich: Opladen.

Bender, R. & Lange, S. (2007). Die Vierfeldertafel. *Deutsche Medizinische Wochenschrift, 132,* E12-E14.

Berch, D. B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 333-339.

Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology, 99*, 288-308.

Bortz, J. (1999). *Statistik für Sozialwissenschaftler* (5., vollst. überarb. und aktualisierte Aufl.). Berlin: Springer.

Bortz, J. & Döring, N. (2002). *Forschungsmethoden und Evaluation* (3., überarb. Aufl.). Berlin: Springer.

Brezing, H. (2000). Welche Bedürfnisse haben Anwender(innen), und wie werden sie inder Forschung abgedeckt? Die Bedeutung von Evaluationsstandards und von Effektivitäts-kriterien für die Praxis. In W. Hager, J.-L. Patry & H. Brezing (Hrsg.), *Evaluation psychologischer Interventionsmaßnahmen* (1. Aufl., S. 8–40). Bern: Huber.

Briars, D. J. & Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology, 20,* 607-618.

Bryant, D. P., Bryant, B. R., Gersten, R., Scammacca, N. & Chavez, M. M. (2008). Mathematics Intervention for First- and Second-Grade Students With Mathematics Difficulties. *Remedial and special education, 29,* 20-33.

Bull, R., Espy, K. A. & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental Neuropsychology, 33*, 205-228.

Bull, R. & Scerif, G. (2001). Executive fuctioning as a predictor of children´s mathematical ability: inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology, 19,* 273-293.

Chard, D. J., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D. & Katz, R. (2005). Using Measures of Number Sense to Screen for Difficulties in Mathematics: Preliminary Findings. *Assessment for Effective Intervention, 30* (2), 3-14.

Clearfield, M. W. & Mix, K. S. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science, 10*, 408-411.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007a). *Building Blocks - SRA Real Math, Grade PreK*. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007b). Effects of a Preschool mathematics Curriculum: Summative Research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 136-163.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2008). Experimental Evaluation of the Effects of a Research-Based Preschool Mathematics Curriculum. *American Educational Research Journal, 45*, 443-494.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

de Hevia, M. D. & Spelke, E. (2009). Spontaneous mapping of number and space in adults and young children. *Cognition, 110*, 198-207.

de Rammelaere, S., Stuyven, E. & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved? *Memory & Cognition, 29*, 267-273.

de Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B. & Ghesquiere, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 186-201.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44,* 1-42.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford Univ. Press.

Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex, 33*, 219-250.

Deutsches PISA-Konsortium (2007). *PISA 2006. Die Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie. Zusammenfassung*. Verfügbar unter: http://pisa.ipn.uni-kiel.de/zusammenfassung_PISA2006.pdf [Stand 07.02.2011].

Dilling, H., Mombour, W. & Schmidt, M. H. (2008). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen: ICD-10* (4., überarb. Aufl. [Nachdruck]). Bern: Huber.

Dimitrov, D. M. & Rumrill Jr, P. D. (2003). Pretest-posttest designs and measurement of change. *Work, 20,* 159-165.

Dowker, A. (2001). Numeracy recovery: a pilot scheme for early intervention with young children with numeracy difficulties. *Support for Learning, 16* (1), 6-10.

Dowker, A. (2005). Early Identification and Intervention for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 324-332.

Dowker, A. (2007). What can intervention tell us about arithmetical difficulties? *Educational and Child Psychology, 24* (2), 64-82.

Ennemoser, M. (2006). Evaluations- und Implementationsforschung. In N. Groeben & B. Hurrelmann (Hrsg.), *Empirische Unterrichtsforschung in der Literatur- und Lesedidaktik. Ein Weiterbildungsprogramm* (S. 513–528). Weinheim: Juventa.

Ennemoser, M. (2010). Training mathematischer Basiskompetenzen als unterrichtsintegrierte Maßnahme in Vorklassen. *Empirische Pädagogik, 24*, 336-352.

Ennemoser, M. (in Druck). Response-to-Intervention als schulisches Förderkonzept. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (2. überarbeitete Auflage). Göttingen: Hogrefe.

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete, 76*, 228-240.

Ennemoser, M., Krajewski, K. & Sinner, D. (in Vorb.). *Testverfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt (MBK-1)*. Göttingen: Hogrefe.

Faul, F., Erdfelder, E., Lang, A.-G. & Buchner, A. (2007). G*Power 3: A flexible statistical power analysis program for the social, behavioral, and biomedical sciences. *Behavior Research Methods, 39*, 175-191.

Feigenson, L., Carey, S. & Spelke, E. (2002). Infants' discrimination of number vs. continuous extent. *Cognitive Psychology, 44*, 33-66.

Fischer, F. E. (1990). A part-part-whole curriculum for teaching Number in the Kindergarten. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*, 207-215.

Fletcher, J. M. & Vaughn, S. (2009). Response to intervention: Preventing and remediating academic difficulties. *Child Development Perspectives, 3,* 30-37.

Francis, D. J., Fletcher, J. M., Stuebing, K., Lyon. G. R., Shaywitz, B. A. & Shaywitz, S. (2005). Psychometric Approaches to the Identification of LD: IQ and Achievement Scores Are Not Sufficient. *Journal of Learning Disabilities, 38,* 98-108.

Friedrich, G. & Galgocy, V. (2004). *Komm mit ins Zahlenland: Eine spielerische Entdeckungsreise in der Welt der Mathematik*. Freiburg: Herder.

Friedrich, G. & Munz, H. (2006). Förderung schulischer Vorläuferfähigkeiten durch das didaktische Konzept "Komm mit ins Zahlenland". *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53,* 134-146.

Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.

Fritz, A. & Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzeptes "Kalkulie". In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2. erw. und akt. Auflage, S. 374–395). Weinheim: Beltz.

Fröse, S., Mölders, R. & Wallrodt, W. (1986). *Kieler Einschulungsverfahren* (2. Auflage). Weinheim: Beltz.

Fuchs, D., Mock, D., Morgan, P. L. & Young, C. L. (2003). Responsiveness-to-Intervention: Definitions, Evidence, and Implications for the Learning Disabilities Construct. *Learning Disabilities Research & Practice, 18*, 157-171.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D. & Hamlett, C. L. (2005). The Prevention, Identification, and Cognitive Determinants of Math Difficulty. *Journal of Educational Psychology, 97*, 493-513.

Fuchs, L. S., Fuchs, D. & Karns, K. (2001). Enhancing Kindergartners' Mathematical Development: Effects of Peer-Assisted Learning Strategies. *The Elementary School Journal, 101*, 495-510.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number.* Springer series in cognitive development. New York, Berlin: Springer.

Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 243–275). New York: Macmillan.

Gaidoschik, M. (2001). Rezension "Zahlen begreifen" von Moog/Schulz. *Österreichisches Rechenschwäche Magazin, 4,* 6-7. Verfügbar unter: http://www.rechenschwaeche.at/magazin/magazin4_01.pdf [Stand 07.02.2011].

Gaidoschik, M. (2008). *Rechenschwäche - Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern* (4. aktualisierte Aufl.). Wien: G&G Kinder- und Jugendbuchverlag.

Gaidoschik, M. (2009). Didaktogene Faktoren bei der Verfestigung des "zählenden Rechnens". In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2., erw. und aktualisierte Aufl., S. 166–180). Weinheim: Beltz.

Gao, F., Levine, S. C. & Huttenlocher, J. (2000). What Do Infants Know about Continuous Quantity? *Journal of Experimental Child Psychology, 77,* 20-29.

Gaupp, N., Zoelch, C. & Schumann-Hengsteler, R. (2004). Defizite numerischer Basiskompetenzen bei rechenschwachen Kindern der 3. und 4. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 18*, 31-42.

Geary, D. C., Brown, S. C. & Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology, 27*, 787-797.

Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 77*, 236-263.

Geary, D. C. & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology, 15*, 635-647.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J. & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88*, 121-151.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Gerlach, M., Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (2007). *Kalkulie: Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder*. Berlin: Cornelsen.

Gersten, R. & Chard, D. J. (1999). Number sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities. *The Journal of special education, 33*, 18-28.

Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 293-304.

Ginsburg, H. P., Balfanz, R. & Greenes, C. (2003). *Program Overview: Big Math for Little Kids (Pre-Kindergarten and Kindergarten)*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Ginsburg, H. P. & Baroody, A. J. (2003). *Test of early mathematics ability, 3rd ed.* Austin, TX: Pro-Ed.

Ginsburg, H. P., Lewis, A. & Clements, M. (2008). *School Readiness and Early Childhood Education: What Can We Learn from Federal Investments in Research on Mathematics Programs?: Working Paper prepared for A Working Meeting on Recent School Readiness Research: Guiding the Synthesis of Early Childhood Research Washington, DC October 21-22, 2008*. Verfügbar unter: http://aspe.hhs.gov/hsp/10/SchoolReadiness/apb3.shtml [Stand: 07.02.2011].

Gölitz, D., Roick, T. & Hasselhorn, M. (2006). *Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen: DEMAT 4.* Deutsche Schultests. Göttingen: Hogrefe.

Greenes, C., Ginsburg, H. P. & Balfanz, R. (2004). Big Math for Little Kids. *Early Childhood Research Quarterly, 19,* 159-166.

Griffin, S. (2004a). Number Worlds: A research-based mathematics program for young children. In D. H. Clements (Hrsg.), *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education* (S. 325–342). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Griffin, S. (2004b). Teaching number sense. *Educational Leadership, 61* (6), 39-42.

Griffin, S. (2005). Teaching mathematics in the primary grades: Fostering the development of whole number sense. In M. S. Donovan (Hrsg.), *How students learn. History, mathematics, and science in the classroom*. 3rd print. (S. 250–302). Washington, DC: National Academy Press.

Griffin, S. (2008). *Number Worlds: A prevention/intervention math program for Grades PreK-8*. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill.

Grissemann, H. & Weber, A. (2004). *Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie: Diagnostik und Interventionen bei speziellen Rechenstörungen als Modell sonderpädagogisch-kinderpsychiatrischer Kooperation* (1. Nachdr. der 4., korrigierten und erg. Aufl.). Bern: Huber.

Grube, D. (2006). *Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter: Basale Fertigkeiten, Wissensabruf und Arbeitsgedächtniseinflüsse.* Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie: Bd. 52. Münster: Waxmann.

Grube, D. (2008). Rechenschwäche. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (S. 642–652). Göttingen: Hogrefe

Grube, D. (2009). Kognitive Bedingungen der Rechenschwäche. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2., erw. und aktualisierte Aufl., S. 181-196). Weinheim: Beltz.

Grube, D. & Barth, U. (2004). Rechenleistung bei Grundschülern: Zur Rolle von Arbeitsgedächtnis und basalem Faktenwissen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 18,* 245-248.

Grünke, M. (2006). Zur Effektivität von Fördermethoden bei Kindern und Jugendlichen mit Lernstörungen: Eine Synopse vorliegender Metaanalysen. *Kindheit und Entwicklung, 15,* 238-253.

Grüßing, M. (2008). Mathematische Kompetenz im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule: Erste Befunde einer Längsschnittstudie. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009. Vorträge auf der 43. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 02.03.2009 bis 06.03.2009 in Oldenburg* (S. 415–418). Münster: WTM.

Grüßing, M., May, M. & Peter-Koop, A. (2007). Mathematische Frühförderung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule: Von diagnostischen Befunden zu Förderkonzepten. *Sache Wort Zahl, 35* (1), 50-55.

Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (2008). Effekte vorschulischer mathematischer Förderung am Ende des ersten Schuljahres: erste Befunde einer Längsschnittstudie. *Zeitschrift für Grundschulforschung, 1,* 65-82.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P. & Resch, F. (2005). *Heidelberger Rechentest: Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter ; HRT 1 - 4*. Deutsche Schultests. Göttingen: Hogrefe.

Hager, W. (2000a). Planung von Untersuchungen zur Prüfung von Wirksamkeits- und Wirksamkeitsunterschiedshypothesen. In W. Hager, J.-L. Patry & H. Brezing (Hrsg.), *Evaluation psychologischer Interventionsmaßnahmen* (1. Aufl., S. 202–239). Bern: Huber.

Hager, W. (2000b). Zur Wirksamkeit von Evaluationsprogrammen: Allgemeine Kriterien der Wirksamkeit von Programmen in einzelnen Untersuchungen. In W. Hager, J.-L. Patry & H. Brezing (Hrsg.), *Evaluation psychologischer Interventionsmaßnahmen* (1. Aufl., S. 153–168). Bern: Huber.

Hamilton, B. L. (1977). An Empirical Investigation of the Effects of heterogeneous Regression Slopes. *Educational and Psychological Measurement, 37,* 701-712.

Harcourt Educational Measurement (2001). *Stanford achievement test (9th ed.)*. San Antonio, TX: Harcourt Assessment.

Hartmann, E. & Müller, C. (2009). Schulweite Prävention von Lernproblemen im RTI-Modell. *Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik, 15*, 25-33.

Hasselhorn, M. & Schuchardt, K. (2006). Lernstörungen. Eine kritische Skizze zur Epidemiologie. *Kindheit und Entwicklung*, *15*, 208-215.

Hein, J., Bzufka, M. W. & Neumärker, K. J. (2000). The specific disorder of arithmetic skills: Prevalence studies in a rural and an urban population sample and their clinico-neuropsychological validation. *European Child and Adolescent Psychiatry, 9,* 87-101.

Helmke, A. & Weinert, F.E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischerLeistungen. In F.E. Weinert (Hrsg.), Psychologie des Unterrichts und der Schule (S. 71-176). Hogrefe: Göttingen.

Henschen, S. E. (1919). Über Sprach-, Musik- und Rechenmechanismen und ihre Lokalisationen im Großhirn. *Zeitschrift für die gesamte Neurologie und Psychiatrie, 52*, 273-298.

Hinze & Probst. (2007). *RTBS: Rechentest Berufsschule. Rechentest zum Einsatz in beruflichen Schulen und in der Sekundarstufe 1 (Version 1)*. Wetzlar: GWAB Verlag GmbH.

Holm, S. (1979). A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics, 6,* 65-70.

Hoyle, R. H. (2000). *Structural equation modeling: Concepts, issues, and applications* (Nachdr.). Thousand Oaks: Sage .

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P. & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature reviews. Neuroscience, 6*, 435-448.

Ikäheimo, H. (1996). *Diagnostic of the central mathematical concepts*. Helsinki, Finland: Oy Opperi Ab.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie–Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung, 12*, 197-211.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2005). *Diagnostik von Rechenstörungen*. Göttingen: Hogrefe.

Jamieson, J. (2004). Analysis of covariance (ANCOVA) with difference scores. *International Journal of Psychophysiology, 52,* 277-283.

Jordan, N. C., Glutting, J. & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences, 20,* 82-88.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*, 36-46.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N. & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153-175.

Kaufmann, L., Delazer, M., Pohl, R., Semenza, C. & Dowker, A. (2005). Effects of a specific numeracy educational program in kindergarten children: A pilot study. *Educational Research and Evaluation, 11*, 405-431.

Kaufmann, L., Handl, P. & Thöny, B. (2003). Evaluation of a Numeracy Intervention Program Focusing on Basic Numerical Knowledge and Conceptual Knowledge: A Pilot Study. *Journal of Learning Disabilities, 36*, 564-573.

Klauer, K. J. (1989). *Denktraining für Kinder I. Ein Programm zur intellektuellen Förderung*. Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. (1991). *Denktraining für Kinder 2: Ein Programm zur intellektuellen Förderung.*.Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. (1993). *Denktraining für Jugendliche. Ein Programm zur intellektuellen Förderung. Handanweisung*. Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. (2000). Das Huckepacktheorem asymmetrischen Strategietransfers- Ein Beitrag zur Trainings- und Transfertheorie. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 32*, 153-165.

Klauer, K. J. (2001a). Training des induktiven Denkens. In K. J. Klauer (Hrsg.), *Handbuch kognitives Training* (2., überarb. und erw. Aufl. S. 165–209). Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. (2001b). Trainingsforschung: Ansätze - Theorien - Ergebnisse. In K. J. Klauer (Hrsg.), *Handbuch kognitives Training* (2., überarb. und erw. Aufl., S. 5–68). Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. (2007). Förderung des Lernens durch Förderung des Denkens. In J. Walter, F. B. Wember, J. Borchert & H. Goetze (Hrsg.), *Sonderpädagogik des Lernens* (Handbuch Sonderpädagogik, S. 292–303). Göttingen: Hogrefe.

Klauer, K. J. & Phye, G. D. (2008). Inductive Reasoning: A Training Approach. *Review of Educational Research, 78* (1), 85-123.

Klein, A. & Starkey, P. (2004). Fostering Preschool Children's Mathematical Knowledge: Findings From the Berkeley Math Readiness Project. In D. H. Clements (Hrsg.), *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education* (S. 343–360). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Klein, A., Starkey, P., Clements, D. H., Sarama, J. & Iyer, R. (2008). Effects of a Pre-Kindergarten Mathematics Intervention: A Randomized Experiment. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 1*, 155-178.

Klein, A., Starkey, P. & Ramirez, A. B. (2002). *Pre-K mathematics curriculum*. Glenview, IL: Scott Foresman.

Klemm, K. & Klemm, A. (2010). *Ausgaben für Nachhilfe – teurer und unfairer Ausgleich für fehlende individuelle Förderung*. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung. Verfügbar unter: http://www.bertelsmann-stiftung.de/cps/rde/xbcr/SID-15370FF9-5C01AEC8/bst/xcms_bst_dms_30717_30784_2.pdf [07.02.2011].

Kobayashi, T., Hiraki, K., Mugitani, R. & Hasegawa, T. (2004). Baby arithmetic: One object plus one tone. *Cognition, 91* (2), B23-B34.

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97*, 220-241.

Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule.* Schriftenreihe Studien zur Kindheits- und Jugendforschung: Bd. 29. Hamburg: Kovac.

Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Tests und Trends N.F., S. 49–70). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008a). Prävention der Rechenschwäche. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (S. 360–370). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008b). Vorschulische Förderung bei beeinträchtigter mathematischer Entwicklung. In J. Borchert (Hrsg.), *Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher* (1. Aufl., S. 122-135). Stuttgart: Kohlhammer.

Krajewski, K. (2008c). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann, W. Schneider & N. Birbaumer (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (Entwicklungspsychologie, Bd. 7, S. 275–304). Göttingen: Hogrefe Verl. für Psychologie.

Krajewski, K. (2008d). *Zahlentreppe: Mathematik plus - Lehrmittel.* Mathematik plus. Berlin: Cornelsen.

Krajewski, K. (in Vorb.). *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0)*. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2009). *The impact of domain-specific precursors and visual-spatial operating in kindergarten on mathematical school achievement in Grade 9.* Paper presented at the Biennial Meeting of the Society for Research in Child Development in Denver, Colorado, USA, April 2009

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010a). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trolldenier, W. Lenhard & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung. Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven.* Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010b). Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Sekundarstufe. *Empirische Pädagogik, 24*, 353-370.

Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen: DEMAT 1+.* Deutsche Schultests. Göttingen: Belz Test.

Krajewski, K., Liehm, S. & Schneider, W. (2004). *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen: DEMAT 2+.* Deutsche Schultests. Göttingen: Beltz Test.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik entdecken (MZZ)*. Berlin: Cornelsen.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm "Mengen, zählen, Zahlen". *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 40*, 135-146.

Krajewski, K., Renner, A., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 10,* 91-103.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2005). Früherkennung von Rechenstörungen. In W. von Suchodoletz (Hrsg.), *Früherkennung von Entwicklungsstörungen. Frühdiagnostik bei motorischen, kognitiven, sensorischen, emotionalen und sozialen Entwicklungs-auffälligkeiten* (S. 223–244). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53,* 246-262.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19,* 513-526.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 516-531.

Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim

Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 55,* 118-131.

Krauthausen, G. (1995). "Die Kraft der Fünf" und das denkende Rechnen. In G. N. Müller (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (Beiträge zur Reform der Grundschule, S. 87–108). Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.

Kretschmann, R. (2003). Prävention und pädagogische Interventionen bei Beeinträchtigungen des Lernens. In A. Leonhardt & F. B. Wember (Hrsg.), *Grundfragen der Sonderpädagogik. Bildung - Erziehung - Behinderung ; ein Handbuch* (Beltz-Handbuch, S. 465–503). Weinheim: Beltz.

Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and special education, 24* (2), 97-114.

Kutzer, R. (1999). Überlegungen zur Unterrichtssituation im Sinne strukturorientierten Lernens. In H. Probst (Hrsg.), *Mit Behinderungen muss gerechnet werden. Der Marburger Beitrag zur lernprozessorientierten Diagnostik, Beratung und Förderung* (S. 15-70). Solms-Oberbiel: Jarick Oberbiel.

Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition, 93*, 99-125.

Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie*. München: Reinhardt.

Lee, K., Ng, S.-F., Ng, E.-L. & Lim, Z.-Y. (2004). Working memory and literacy as predictors of performance on algebraic word problems. *Journal of Experimental Child Psychology, 89*, 140-158.

Lemaire, P., Abdi, H. & Fayol, M. (1996). The Role of Working Memory Ressources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 8*, 73-103.

Lembke, E. & Foegen, A. (2009). Identifying early numeracy indicators for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research & Practice, 24*, 12-20.

Lenhard, W. & Schneider, W. (2006). *Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler: ELFE 1 - 6.* Deutsche Schultests. Göttingen: Hogrefe.

Lewis, C., Hitch, G. J. & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 35*, 283-292.

Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities, 41*, 451-459.

Lord, F. E. (1967). A paradox in the interpretation of group comparisons. *Psychological Bulletin, 68,* 304-305.

Lorenz, J. H. & Radatz, H. (2008). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht* (8. Auflage). Hannover: Schroedel.

Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2001). Lern- und Gedächtnistraining bei Kindern. In K. J. Klauer (Hrsg.), *Handbuch kognitives Training* (2., überarb. und erw. Aufl., S. 407–430). Göttingen: Hogrefe.

Mardia, K. V. (1970). Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications. *Biometrika, 57,* 519-530.

May, P. (2002). *HSP 1+: Hamburger Schreib-Probe für die Klassenstufen 1/2.* Hamburg: vpm Verl. für pädagogische Medien.

Mazzocco, M. M. & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research & Practice, 20*, 142-155.

McGrew, K. S. Schrank, F. A. & Woodcock, R. W. (2007). *Woodcock-Johnson III Normative Update*. Rolling Meadows, IL: Riverside Publishing.

Mcintosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basis Number Sense. *For the Learning of Mathematics, 12* (2), 2-8.

McLean, J. F. & Hitch, G. J. (1999). Working Memory Impairments in Children with Specific Arithmetic Learning Difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 74,* 240-260.

Melchers, P., Preuß, U. & Kaufman, A. S. (2006). *Kaufman Assessment Battery for Children: K-ABC ; deutschprachige Fassung ; Individualtest zur Messung von Intelligenz und Fertigkeit bei Kindern* (7. Aufl.). Amsterdam [u.a.]: Swets & Zeitlinger.

Miller, G. A. & Chapman, J. P. (2001). Misunderstanding Analysis of Covariance. *Journal of Abnormal Psychology, 110* (1), 40-48.

Moog, W. (1995). Flexibilisierung von Zahlbegriffen und Zählhandlungen - Ein Übungsprogramm. *Heilpädagogische Forschung, 11*, 113-121.

Moog, W. & Schulz, A. (1997). Lernwirksamkeit eines Übungsprogrammes zur Flexibilisierung von Zahlbegriffen und Zählhandlungen bei rechenschwachen

Grundschülern. In F. Masendorf & P. Brehm (Hrsg.), *Experimentelle Sonderpädagogik. Ein Lehrbuch zur angewandten Forschung.* Weinheim: Dt. Studien-Verlag.

Moog, W. & Schulz, A. (2005). *Zahlen begreifen: Diagnose und Förderung bei Kindern mit Rechenschwäche* (2., überarb. Aufl.). Weinheim: Beltz.

Morgan, P. L., Farkas, G. & Wu, Q. (2009). Five-Year Growth Trajectories of Kindergarten Children With Learning Difficulties in Mathematics. *Journal of Learning Disabilities, 42*, 306-321.

Moser Opitz, E. (2002). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen: Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen* (2., durchges. Aufl.). Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Bd. 27. Bern: Haupt.

Moser Opitz, E. (2005). Lernschwierigkeiten Mathematik in Klasse 5 und 8: Eine empirische Untersuchung zu fehlenden mathematischen Basiskompetenzen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete, 74*, 113-128.

Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (1. Aufl.). Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Bd. 31. Bern: Haupt-Verl.

Müller, G. & Wittmann, E. C. (2002). *Spielen und Zählen.* Das kleine Zahlenbuch. Seelze: Kallmeyer.

Nachtigall, C. & Suhl, U. (2002). Der Regressionseffekt: Mythos und Wirklichkeit. *methevalreport, 4* (2). Verfügbar unter: http://www.metheval.uni-jena.de/materialien/reports/report_2002_02.pdf [Stand: 07.02.2011].

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics; Hrsg.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

OECD. (2001). *Lernen für das Leben: Erste Ergebnisse der internationalen Schulleistungsstudie PISA 2000.* Ausbildung und Kompetenzen. Paris: OECD.

Okamoto, Y. & Case R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61,* 27-59.

Passolunghi, M. C. & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with dissability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology, 88,* 348-367.

Passolunghi, M. C., Vercelloni, B. & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development, 22*, 165-184.

Pauen, S. (2009). Die Wirksamkeit mathematischer Förderung in der Kindertageseinrichtung. In S. Pauen, V. Herber & P. Brüssel (Hrsg.), *Vom Kleinsein zum Einstein*. (1. Aufl., S. 80–94). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Pauen, S. & Pahnke, J. (2008). Mathematische Kompetenzen im Kindergarten: Evaluation der Effekte einer Kurzzeitintervention. *Empirische Pädagogik, 22*, 193-208.

Peter-Koop, A., Grüßing, M. & Schmittmann, A. (2008). Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten: Befunde zur vorschulischen Identifizierung und Förderung von potenziellen Risikokindern in Bezug auf das schulische Mathematiklernen. *Empirische Pädagogik, 22*, 209-224.

Peter-Koop, A., Wollring, B., Spindeler, B. & Grüßing, M. (2007). *ElementarMathematisches BasisInterview* (1. Aufl.). Offenburg: Mildenberger.

Petermann, F. &. Lemcke, J. (2005). Ursachen und Diagnostik von Rechenstörungen im Kindesalter. *Monatsschrift Kinderheilkunde, 153,* 981-990.

Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2002). *Zur Diagnose und Förderung des Zahlkonzepts im Vorschulalter. Forschungsbericht.* Freiburg: Pädagogische Hochschule, Institut für Psychologie.

Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2005). FEZ - Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 56*, 300-305.

Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2007). FEZ – ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. In Verband Sonderpädagogik (Hrsg.), *Kongressbericht 2007* (S. 80–85). Frankfurt am Main.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1975). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Klett.

Preiß, G. (2007). *Verlaufspläne für die Lerneinheiten 1 bis 10 der "Entdeckungen im Zahlenland"* (2. Aufl.). Kirchzarten, Breisgau: Zahlenland Prof. Preiß.

Quaiser-Pohl, C. (2008). Förderung mathmatischer Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten mit dem Programm "Spielend Mathe". In F. Hellmich & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften. Hrsg. von Frank Hellmich* . (S. 103–125). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Quaiser-Pohl, C., Meyer, S. & Köhler, A. (in Vorb.). *Spielend Mathe - ein Programm zur Förderung mathematischer Fähigkeiten beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule.*

Radatz, H., Schipper, W., Ebeling, A. & Dröge, R. (1996). *Handbuch für den Mathematik-unterricht. 1. Schuljahr.*.Hannover: Schroedel.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A. & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences, 20*, 110-122.

Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development, 79*, 375-394.

Rasch, B., Friese, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2010). *Quantitative Methoden 2: Einführung in die Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (3. Aufl.). Berlin: Springer.

Rasmussen, C. & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology, 91*, 137-157.

Rausch, J. R., Maxwell, S. E. & Kelley, K. (2003). Analytic Methods for Questions Pertaining to a Randomized Pretest, Posttest, Follow-Up Design. *Journal of Clinical Child & Adolescent Psychology, 32*, 467-486.

Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44*, 162-169.

Ricken, G. (2009). Dyskalkulie. In A. Lohaus & H. Domsch (Hrsg.), *Psychologische Förder- und Interventionsprogramme für das Kindes- und Jugendalter* (S. 113–127). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Riley, M. S., Greeno J. G. & Heller J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of Mathematical Thinking* (S. 153–196). New York: Academic Press.

Rinkens, H.-D. & Hoenisch, K. (1997). *Arithmetische Vorkenntnisse von Schulanfängern: Eingangstest aus der Zahlen-Werkstatt - Welt der Zahl*. Hannover: Schroedel.

Robinson, C., Menchetti, B. & Torgesen, J. (2002). Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 17,* 81-89.

Rogosa, D. (1980). Comparing Nonparallel Regression Lines. *Psychological Bulletin, 38*, 307-321.

Rosenkranz, C. (1992). *Kieler Zahlenbilder: ein Förderprogramm zum Aufbau des Zahlbegriffs für rechenschwache Kinder; Zahlenraum 1 - 20*. Kiel: Veris Verlag.

Rousselle, L. & Noel, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude. *Cognition, 102*, 361-395.

Scheerer-Neumann, G. (2008). Frühe Rechtschreibförderung zur Vorbeugung von Rechtschreibschwäche. In J. Borchert (Hrsg.), *Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher* (1. Aufl., S. 164–177). Stuttgart: Kohlhammer.

Schipper, W. (2002). Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 23,* 243-261.

Schneider, W. & Krajewski, K. (2005). Deutsche Mathematiktests für erste und zweite Klassen (DEMAT 1+ und DEMAT 2+). In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Tests und Trends N.F., S. 153–166). Göttingen: Hogrefe.

Schuchardt, K., Kunze, J., Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Arbeitsgedächtnisdefizite bei Kindern mit schwachen Rechen- und Schriftsprachleistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 20*, 261-268.

Schuchardt, K. & Mähler, C. (2010). Unterscheiden sich Subgruppen rechengestörter Kinder in ihrer Arbeitsgedächtniskapazität, im basalen arithmetischen Faktenwissen und in den numerischen Basiskompetenzen? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 42*, 217-225.

Schuchardt, K., Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2010). Arbeitsgedächtnisfunktionen bei rechenschwachen Kindern mit und ohne Dyskalkuliediagnose. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 57*, 290-298.

Schulz, A. (1995). *Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule: Grundsätzliche Überlegungen zum Erkennen Verhindern und Überwinden von Lernschwierigkeiten - dargestellt am Beispiel der Klassenstufe 3* (1. Aufl.). Berlin: Paetec.

Schulz, A. (2000). Formative Evaluation des Dortmunder Zahlbegriffstrainings: Formative Evaluation of the Dortmunder Zahlbegriffstraining. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 51* (1), 13-20.

Secada, W. G., Fuson K. C. & Hall J. L. (1983). The transition from counting-all to counting-on in addition. *Journal for Research in Mathematics Education, 14,* 47-57.

Selter, C. (1995). Zur Fiktivität der "Stunde Null" im arithmetischen Anfangsunterricht. *Mathematische Unterrichtspraxis, 16* (2), 11-19.

Shalev, R. S. (2004). Developmental Dyscalculia. *Journal of Child Neurology, 19*, 765-771.

Shalev, R. S., Manor, O., Auerbach, J. & Gross-Tsur, V. (1998). Persistence of developmental dyscalculia: What counts? Results from a 3-year prospective follow-up study. *Journal of Pediatrics, 133*, 358-362.

Shalev, R. S., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: a prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology, 47,* 121-125.

Shalev, R. S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Friedlander, Y. et al. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities, 34*, 59-65.

Siegler, R. S. (2009). Improving the Numerical Understanding of Children From Low-Income Families. *Child Development Perspectives, 3*, 118-124.

Siegler, R. S. & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. In J. I. D. Campbell (Hrsg.), *Handbook of mathematical cognition* (S. 197–212). New York, NY: Psychology Press.

Simmons, F., Singleton, C. & & Horne, J. K. (2008). Phonological awareness and visual–spatial sketchpad functioning predict early arithmetic attainment: Evidence from a longitudinal study. *European Journal of Cognitive Psychology, 20,* 711-722.

Sinner, D., Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2011). Entwicklungspsychologische Frühdiagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten- und frühen Grundschulalter (MBK-0 und MBK-1). In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (Tests und Trends N.F., S. 109–126). Göttingen: Hogrefe.

Sinner, D. & Kuhl, J. (2010). Förderung mathematischer Basiskompetenzen in der Grundstufe der Schule für Lernhilfe. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 42*, 241-251.

Spörer, N. (2009). Festigung mathematischer Basiskompetenzen durch peer-gestütztes Lernen: Ergebnisse einer Trainingsstudie in der Grundschule. *Empirische Pädagogik, 23,* 95-114.

SPSS Inc. (2004) SPSS 15 [Computer software]. Chicago, Illinois

Starkey, P., Klein, A. & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly, 19* (1), 99-120.

Starkey, P., Spelke, E. S. & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition, 36*, 97-127.

Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst.

Stern, E. (2003). Früh übt sich: Neuere Ergebnisse aus der LOGIK-Studie zum Lösen mathematischer Textaufgaben in der Grundschule. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche - Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen* (S. 116–130). Weinheim: Beltz.

Stern, E., Hasemann, K. & Grünke, M. (2004). Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 249–257). Göttingen: Hogrefe.

Stevens, J. (1999). *Intermediate Statistics. A Modern Approach.* London: Erlbaum.

Stock, C. & Schneider, W. (2008). *DERET 1-2+: Deutscher Rechtschreibtest für das erste und zweite Schuljahr.* Göttingen: Hogrefe.

Swanson, H. L. (2006). Cognitive processes that underlie mathematical precociousness in young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 93*, 239-264.

Swanson, H. L. & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. *Journal of Educational Psychology, 96*, 471-491.

Thomas, J., Zoelch, C., Seitz-Stein, K. & Schumann-Hengsteler, R. (2006). Phonologische und zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisprozesse bei der mentalen Addition und Multiplikation bei Grundschulkindern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 275-290.

van Luit, J. E. H. & van de Rijt, B. A. M. (1995). *De rekenhulp voor kleuters: The Additional Early Mathematics Program*. Doetinchem: Graviant.

van de Rijt, B. A. M. & van Luit, J. E. H. (1998). Effectiveness of the Additional Early Mathematics program for teaching children early mathematics. *Instructional Science, 26,* 337-358.

von Aster, M. (2009). Neurowissenschaftliche Ergebnisse und Erklärungsansätze zu Rechenstörungen. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2., erw. und aktualisierte Aufl., S. 197–213). Weinheim: Beltz.

von Aster, M., Bzufka, M. W. & Horn, R. R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern - Kindergartenversion (für Kinder von 4 bis 5 Jahren) - ZAREKI-K* . Frankfurt am Main: Pearson.

von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern: Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 39*, 85-96.

von Aster, M., Weinhold Zulauf, M. & Horn, R. (2006). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern: ZAREKI-R*. Frankfurt am Main: Hartcourt Test Services.

von Suchodoletz, W. (2010). Konzepte in der LRS-Therapie. *Zeitschrift für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie, 38*, 329-339.

Wagner, H.-J. & Born, C. (1994). *Diagnostikum: Basisfähigkeiten im Zahlenraum 0 bis 20: DBZ 1.* Weinheim: Beltz-Verl.

Warnke, A. (2000). Umschriebene Entwicklungsstörungen. In H. Remschmidt, G. Niebergall & C. Fleischhaker (Hrsg.), *Kinder- und Jugendpsychiatrie* (3., neu bearb. und erw. Aufl. S. 131–143). Stuttgart: Thieme.

Weber, J.-M., Marx, P. & Schneider, W. (2002). Profitieren Legastheniker und allgemein lese-rechtschreibschwache Kinder in unterschiedlichem Ausmass von einem Rechtschreibtraining? *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 49*, 56-70.

Weinert, F. E. (1998). *Entwicklung im Kindesalter - Bericht über eine Längsschnittstudie*. Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Weinert, F. E. & Schneider, W. (1999). *Individual development from 3 to 12: Findings from the Munich longitudinal study*. Cambridge: Cambridge University Press.

Weiß, R. & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest CFT1 Skala 1 (5., revidierte Auflage)*. Göttingen: Hogrefe.

Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53*, 236-245.

Whyte, J. C. & Bull, R. (2008). Number games, magnitude representation, and basic number skills in preschoolers. *Developmental Psychology, 44,* 588-596.

Willey, R., Holliday, A. & Martland, J. (2007). Achieving new heights in Cumbria: Raising standards in early numeracy through mathematics recovery. *Educational and Child Psychology, 24*, 108-118.

Wilson, J. T., Scott, J. H. & Power, K. G. (1987). Developmental differences in the span of visual memory for pattern. *British Journal of Developmental Psychology, 5,* 249-255.

Wößmann, L. & Piopiunik, M. (2009). *Was unzureichende Bildung kostet: Eine Berechnung der Folgekosten durch entgangenes Wirtschaftswachstum*. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung. Verfügbar unter: http://www.bertelsmann-stiftung.de/cps/rde/xbcr/SID-EF623D5D-FDE42203/bst/xcms_bst_dms_30242_31113_2.pdf [07.02.2011].

Wright, R., Martland, J. & & Stafford, A. (2000). *Early numeracy: Assessment for teaching and intervention*. London: Chapman.

Wynn, K. (1990). Children´s understanding of counting. *Cognition, 36,* 155-193.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358* (6389), 749-750.

Zoozmann, H. (1950). *Der Nullrich – Eine Reise ins Zahlenland.* Berlin: Schmidt Verlag.

Anhang

A Zusammenstellung von Längsschnittstudien zur Vorhersagekraft mathematischer Basiskompetenzen

Tabelle 19: Zusammenstellung von Längsschnittstudien zur Vorhersagekraft mathematischer Basiskompetenzen

Studie	**Land**	**Stichprobe**	**Erhebungszeitpunkte**	**Prädiktoren**	**Abh. Variablen**	**Ergebnisse**
Aunola et al. (2004)	FIN	N = 194	- Kiga (Beginn) - Wiederholung halbjährlich - Ende Klasse 2	Im letzten Kindergartenjahr Basiskompetenztest bestehend aus I Ordinalzahlkonzept II Anzahlkonzept III exakte Zu-/Abnahmen III Textaufgaben III Rechenaufgaben sowie Kontrollvariable I Zählfertigkeiten	Wiederholung des Tests jedes halbe Jahr unter Hinzunahme von schwierigeren Items bis zum Ende der zweiten Klasse	- hohe Stabilität der mathematischen Kompetenzen - Schereneffekt, bessere Kinder verbessern sich stärker - Korrelation zwischen Kiga und Ende 2. Klasse r = .58-.66 - Korrelation Zählen Kiga und Mathe 2. Klasse r = .62-.66
Koponen et al. (2007)	FIN	N = 178	- Kiga (Beginn) - Ende Klasse 4	Im letzten Kindergartenjahr Test zu Mengen-Zahl-Konzepte bestehend aus I Ordinalzahlkonzept II Anzahlkonzept III exakte Zu-/Abnahmen sowie Kontrollvariable I Zählfertigkeiten	Am Ende von Klasse 4 Überprüfung -der Rechengeschwindigkeit durch Aufgaben mit einstelligen Operanden - des prozeduralen Rechnens durch Aufgaben mit mehrstelligen Operanden	- Zählfähigkeit sagt Rechengeschwindigkeit voraus (β = .47) - Mengen-Zahlkonzepte (β = .26) und Rechengeschwindigkeit (β = .39) sagen prozedurale Rechenfertigkeit vorher
Baker et al. (2002)	USA	N>200	- Kiga - Klasse 1	Im letzten Kindergartenjahr Number Knowledge Test (NKT, Okamoto & Case, 1996) bestehend aus II Anzahlkonzept II Mengenvergleich III Anzahlzusammensetzung III Anzahldifferenzen Außerdem II Zahlvergleich I Zahlenkenntnis	Ende 1. Klasse: Rechentests aus *Stanford Achievement Test–Ninth Edition* (SAT-9; Harcourt Educational Measurement, 2001)	Korrelationen mit SAT-9-Rechentests - NKT r = .72 - Zahlenkenntnis r = .47 - Zahlvergleich r = .54 - Zusammenhänge mit nichtmathematikspezifischen Maßen alle geringer
Chard et al. (2005)	USA	N = 168 (Kiga)	- Kiga (Herbst) - Kiga (Frühjahr)	Herbst des letzten Kindergartenjahrs I Zählfertigkeiten I Zahlenkenntnis I Zahlendiktat I Zahlenlücken II Anzahlvergleich	Number Knowledge Test (NKT, Okamoto & Case, 1996)	NKT Korrelationen: - Zählfertigkeiten r ~.4 - Zahlenkenntnis r =.57 - Zahlendiktat r = .58 - Zahlenlücken r = .64 - Anzahlvergleich r = .50

Studie	Land	Stichprobe	Erhebungszeitpunkte	Prädiktoren	Abh. Variablen	Ergebnisse
		N = 207 (erste Klasse)	- Klasse 1 (Herbst) - Klasse 1 (Frühjahr)	Herbst des ersten Schuljahres I Zählfertigkeiten I Zahlenkenntnis I Zahlendiktat I Zahlenlücken II Anzahlvergleich	Number Knowledge Test (NKT)	NKT Korrelationen: - Zählfertigkeiten *r* ~.2 - Zahlenkenntnis *r* = .58 - Zahlendiktat *r* = .54 - Zahlenlücken *r* = .61 - Anzahlvergleich *r* = .53
Lembke & Foegen (2009)	USA	*N* = 44	- Kiga (Herbst) - Kiga (Frühjahr	I Zahlenkenntnis I Zahlenlücken II Anzahlvergleich III Zahlenzusammensatzung	Lehrerurteil Tema-3 (Ginsburg & Baroody, 2003)	Korrelationen (Lehrerurteil/Tema-3) - Zahlenkenntnis *r* = .64 / *r* = .34 - Zahlenlücken *r* = .70 / *r* = .37 - Anzahlvergleich *r* = .60 / *r* =.35 - Anzahlzusammensetzung *r* = .53 / *r* =.35
		N = 28	- Klasse 1 (Herbst) - Klasse 1 (Frühjahr)	I Zahlenkenntnis I Zahlenlücken II Anzahlvergleich III Zahlenzusammensatzung	Lehrerurteil Tema-3	Korrelationen (Lehrerurteil/Tema-3) - Zahlenkenntnis *r* = .64 / *r* = .58 - Zahlenlücken *r* = .67 / *r* = .68 - Anzahlvergleich *r* = .54 / *r* = .43 - Anzahlzusammensetzung *r* = .49 / *r* =.51
Passolunghi, Vercelloni & Schadee (2007)	ITA	*N* = 170	- Klasse 1 (Herbst) - Klasse 1 (Frühjahr)	I Zählfertigkeiten I Zahlenkenntnis II Anzahlvergleich sowie IQ, AG, Phon. Bewusstheit	Mathetest bestehend aus - Logik (z.B. Seriation, Klassifikation) - Arithmetik - Geometrie	Erklärung der Mathefähigkeiten - Zählfertigkeiten β = .54 - AG β = .38
Jordan et al. (2007)	USA	*N* = 277	- Kiga (Herbst) + weitere 5 Messungen bis Anfang Klasse I - Klasse 1 (Ende)	Number Sense zusammengesetzt aus: I Zählfertigkeiten I+II (An-)Zahlen-Wissen III nonverbales Rechnen III Textaufgaben III Zahlzusammensetzung	Rechenleistung (schriftliches Rechnen, math. Problemlösen)	Korrelationen mit der Rechenleistung (niedrigster und höchster Wert der 6 MZP): - Number Sense Gesamt *r* = .66 - .72 - Zählfertigkeiten *r* = .28-.36 - (An-)Zahlen-Wissen *r* = .52-.59 - nonverbales Rechnen *r* = .40-.58 - Textaufgaben *r* = .47-.62 - Zahlzusammensetzung *r* = .49-.68 Number Sense im Kiga und Number Sense Entwicklung klären 66% der Varianz der Matheleistung der ersten Klasse auf

Studie	**Land**	**Stichprobe**	**Erhebungszeitpunkte**	**Prädiktoren**	**Abh. Variablen**	**Ergebnisse**
Locuniak & Jordan (2008)	USA	*N* = 198	- Kiga (Frühjahr) - Klasse 2 (Winter)	I Zählfertigkeiten I+II (An-)Zahlen-Wissen III nonverbales Rechnen III Textaufgaben III Zahlzusammensetzung sowie weitere Kontrollvariablen	Rechengeschwindigkeit bei Additions- und Subtraktionsaufgaben	Korrelationen mit der Rechengeschwindigkeit: - Zählfertigkeiten (r = .30) - (An-)Zahlen-Wissen (r = .45) - nonverbales Rechnen (r = .51) - Textaufgaben (r = .51) - Zahlzusammensetzung (r = .57) Regression mit abh. Variable Rechengeschwindigkeit - nur (An-)Zahlenwissen, nonverbales Rechnen und Zahlzusammensetzung sowie Zahlenspanne rückwärts sign. Prädiktoren
Jordan et al. (2009)	USA	*N* = 279 (Klasse 1) *N* = 175 (Klasse 3)	- Klasse 1 (Beginn) - Klasse 1 (Ende) - Klasse 3 (Ende)	Number Sense Brief (NSB) bestehend aus I Kenntnis der Zahlenfolge II Anzahlkonzept II Anzahlvergleich III Zahlzusammensetzung III Textaufgaben III Anzahldifferenzen Kontrollvariablen: Wortschatz, Schlussfolgerndes Denken, AG	Rechenleistung (schriftliches Rechnen, math. Problemlösen)	Korrelationen mit NSB: - Rechenleistung Gesamt (r = .72 Klasse 1; r = .70 Klasse 3) - schriftliches Rechnen (r = .58; r = .66) - math. Problemlösen (r = .73; r = .74) NSB in multipler Regression bester Prädiktor für spätere Matheleistungen
Krajewski (2003)	D	*N* = 153	- Kiga (März und Juli vor Einschulung) - Ende Klasse 1 - Ende Klasse 2	Mengenvorwissen II Seriation II Mengenvergleich III Anzahldifferenz und Zahlenvorwissen I Zahlenfolge I Ziffernkenntnis II Anzahlvergleich III Rechenfertigkeiten	DEMAT 1+ DEMAT 2+	Korrelationen mit Demat1+: - Mengenvorwissen r = .51 MZP1 / r = .53 MZP2 - Zahlenvorwissen r = .65 / r = .61 Korrelationen mit Demat2+: - Mengenvorwissen r = .46 MZP1 / r = .45 MZP2 - Zahlenvorwissen r = .50 / r = .59 Von den Kontrollvariablen korrelierte nur Intelligenz ähnlich (r = .49 mit DEMAT1 / r = .37 mit DEMAT2) Sensitivität der Basiskompetenzen für spätere Rechenschwäche je nach MZP zwischen 47-67%

Studie	**Land**	**Stichprobe**	**Erhebungszeitpunkte**	**Prädiktoren**	**Abh. Variablen**	**Ergebnisse**
Krajewski & Schneider (2006)	D	*N* = 147 (Klasse 1) *N* = 130 (Klasse 4)	- Kiga (März) - Kiga (Juli) - Ende Klasse 1 - Ende Klasse 4	Ebene I I Kenntnis der Zahlenfolge Ebene II II Mengenvergleich II Seriation Kontrollvariablen: IQ, AG, räumliches Vorstellungsvermögen, Sprachverständnis, Konzentration, soziale Schicht	DEMAT 1+ DEMAT 2+	Ebene I-Kompetenzen zum ersten MZP bester Prädiktor für Ebene II-Kompetenzen zum MZP2 (ca. 40% erklärte Varianz). Diese bester Prädiktor für spätere Matheleistungen in Klasse 1 und 4 (25% erklärte Varianz). Kein Einfluss auf Rechtschreibleistungen.
Krajewski, Schneider & Nieding (2008)	D	*N* = 96	- Kiga (Beginn letztes Jahr) - Klasse 1 (Ende)	MBK0 bestehend aus I Kenntnis der Zahlenfolge I Zahlkenntnis II Anzahlseriation II Mengenvergleich II Anzahlvergleich II Anzahlkonzept III Anzahldifferenz III Rechnen Kontrollvariablen: IQ, AG	DEMAT1+	Korrelation mit DEMAT1+ - MBK0 $r = .61$ - AG $r = .56$ - IQ $r = .45$ Korrelation MBK0 mit Rechtschreiben nur bei r=.40 Im Strukturgleichunsmodell wurden 38% der Varianz von Ebene II-Kompetenzen durch Ebene I vorhergesagt. Ebene II sagt 71% der Unterschiede im DEMAT vorher.
Krajewski & Schneider (2009b)	D	*N* = 91	- Kiga (Mitte letztes Jahr) - Kiga (Ende letztes Jahr) - Klasse 3 (Anfang)	MBK0 bestehend aus I Kenntnis der Zahlenfolge I Zahlkenntnis II Anzahlseriation II Mengenvergleich II Anzahlvergleich II Anzahlkonzept III Anzahldifferenz III Rechnen Kontrollvariablen: IQ, AG	DEMAT 2+	Korrelation mit DEMAT2+ - MBK0 Ebene 1 $r = .64$ - MBK0 Ebene II und III $r = .66$ Korrelation MBK0 mit Rechtschreiben und Leseverstehen nur bei $r = .45$ bis $r = .52$ Im Strukturgleichunsmodell wurden 22% der Varianz von Ebene II-Kompetenzen durch Ebene I vorhergesagt. Ebene II sagt 27% der Unterschiede im DEMAT vorher.

Studie	**Land**	**Stichprobe**	**Erhebungszeitpunkte**	**Prädiktoren**	**Abh. Variablen**	**Ergebnisse**
Weißhaupt et al. (2006)	D	*N* = 129	- Kiga (halbes Jahr vor Schulanfang) - Kiga (2 Monate vor Schuleintritt) - Klasse 1 (Ende)	Diagnostikum zur Entwicklung des Zahlkonzepts (DEZ) I Zählkenntnisse II Mengenvergleich II Mengeninvarianz II Subitizing II Anzahlkonzept II Seriation III Zahlzusammensetzung III Teil-Ganzes III Textaufgaben	DEMAT1+	Basiskompetenzen hoch stabil zwischen MZP1 und MZP2 (β = .89) 50% der Varianz im DEMAT1 werden durch Basiskompetenzen erklärt Alle 3 Kinder, die im ersten Schuljahr unter einer Rechenschwäche leiden, konnten durch Basisfertigkeiten im KIGA identifiziert werden
von Aster et al. (2009)	SUI	*N* = 382	- Kiga (Anfang letztes Jahr) - Klasse 2 (Ende)	ZAREKI-K I verschiedene Zählaufgaben II Subitizing und Schätzen von Mengengrößen II Mengeninvarianz II Zahlenstrahl III einfache Textaufgaben III Verändern von Mengen III Kopfrechnen sowie Zahlenfolgen nachsagen (AG)	ZAREKI-R	61.5% der Kinder die im zweiten Schuljahr unter einer Rechenschwäche leiden, konnten durch schwache Basisfertigkeiten im Kiga identifiziert werden
Stern (2003)	D	*N* = 58	- Klasse 2 - Klasse 11	III Anzahlrelationen (Textaufgaben) Kontrollvariablen IQ, Rechnen	TIMSS-Test	Korrelation mit Mathe 11. Klasse - Textaufgaben Klasse 2 *r* = .58 - IQ und Rechnen Klasse 2 n.s. - IQ Klasse 3-6 max. *r* = .45 - IQ Klasse 11 *r* = .41

B Programme und Studien zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Tabelle 20: Programme und Studien zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Programm / Studie	Land	Alter	Organisation	Trainingsinhalte	Geförderte Kompetenzebenen	Evaluation
Preschool Mathematics Curriculum (PMC; Klein, Starkey & Ramirez, 2002)	USA	Pre-K (4-5-Jahre)	29 Wochen, 2*20 min pro Woche in Kleingruppen + Aufgaben für zu Hause	Numerik und Geometrie	Ebene I Zählen Ebene II Mengenvergleiche	Klein & Starkey, 2004: - sign. Verbesserungen der geförderten Kinder Klein, Starkey et al., 2008: - d = 0.55 vs. ungeförderter KG
Building Blocks (Clements & Sarama, 2007a)	USA	ab Pre-K (ab 4-5-Jahre)	26 Wochen, 10-15 min pro Tag in Alltagsunterricht integriert - Kleingruppe (1 mal pro Woche) - Großgruppe (4 mal pro Woche) - PC (2 mal pro Woche) - + Aufgaben für zu Hause	visuell-räumliche Geometrie und numerische Kompetenzen	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zahlenkenntnis II Anzahlseriation II Anzahlvergleiche II Anzahlkonzept III Ergänzen III Textaufgaben	Clements & Samara, 2008: - d = 0.47 vs. PMC - d = 1.07 vs. ungeförderter KG
Number Worlds (Griffin, 2008)	USA	Pre-K K 1. Klasse (4-7 Jahre)	30 Wochen, täglich 45 min Kleingruppe	Zählzahlen, Mengen und formale Zahlsymbole verknüpfen, Erlernen mathematischer Sprache	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zählfertigkeiten IIa unpräzises Anzahlkonzept IIb präzises Anzahlkonzept III Rechenaufgaben	Griffin (2004b, 2005): - tendenzielle Vorsprünge nach Training im NKT und am Ende der ersten Klasse gegenüber ungeförderter KG
Big Math for Little Kids (BMLK; Ginsburg, Balfanz & Greene 2003)	USA	Pre-K K (ab 4-6-Jahre)	20 bis 30 Minuten pro Tag in den beiden Vorschuljahren sowohl Großgruppe als auch individuelle Arbeit	Bereiche: Zahlen, Zahloperationen, Formen, Messen, Muster und Logik sowie Raum	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zahlenkenntnis II präzises Anzahlkonzept III Teil-Ganzes III Anzahlrelationen	Ginsburg, Lewis & M. Clements, 2008: - d = 0.43 vs. ungeförderter Kontrollgruppe (aber nicht sig.)
Ramani & Siegler (2008)	USA	4-5-jährige	4 Sitzungen à 15-20 min	Brettspiel mit numerischen Aktionen	I Zahlenkenntnis I Zählen I Zahlenfolge	sign. bessere Ergebnisse als Kontrollgruppe (Brettspiel mit Farben) in Zahlenkenntnis, Zählen (Ebene I), Anzahl- & Mengenvergleich, Zahlenstrahl (Ebene II)

Programm / Studie	Land	Alter	Organisation	Trainingsinhalte	Geförderte Kompetenzebenen	Evaluation
Arnold, Fisher, Doctoroff & Dobbs (2002)	USA	3;5-5;5	6 Wochen mit täglichen Übungen - drei Wochen im Stuhlkreis - drei Wochen Kleingruppenaktivitäten	Basisfertigkeiten	I Mengenunterschiede I Zählfertigkeiten IIa unpräzises Anzahlkonzept	Sign. Effekt gegenüber Kontrollgruppe
Additional Early Mathematics (AEM; Van Luit & van de Rijt, 1995)	NED	4-7-Jährige Vorschulkinder mit schwachen Basiskompetenzen	26 halbstündige Sitzungen	mathematische Basiskompetenzen und verschiedene Strategien zum Lösen einfacher arithmetischer Probleme	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zählfertigkeiten II Anzahlseriation III Anzahlbeziehungen	van de Rijt & van Luit, 1998: - sign. Effekte im OTZ in Nachtest und 7 Monate später im Follow-Up vs. ungeförderte KG
L. Fuchs, D. Fuchs & Karns (2001)	USA	K (5-6 Jahre)	2* 15 min pro Woche für 15 Wochen	mathematische Basiskompetenzen mit PALS	I Zahlenkenntnis II Anzahlkonzept II Anzahlvergleiche III Zahlzusammensetzungen III Anzahlrelationen	Alle Kinder profitieren ($d = 0.24$) - schwache und mittlere in Basiskompetenzen - starke in Transferaufgaben, wie Addition & Subtraktion, Stellenwertsystem
Mathematics Recovery Programm (Wright, Martland & Stafford, 2000)	AUS/ GB	rechenschwache Erstklässler	eine halbe Stunde täglich für 12-14 Wochen im individuellen Setting	je nach Testergebnis: Basisfertigkeiten bis arithmetische Grundaufgaben	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zahlenfolge II Anzahlkonzept III Teil-Ganzes	Willey, Holliday & Martland, 2007: - Bericht über altersgemäße Leistung nach Förderung, keine KG
Numeracy Recovery (Dowker, 2001)	GB	rechenschwache Erst- und Zweitklässler	halbe Stunde pro Woche für 30 Wochen individuelle Förderung	Zählprinzipien, Ziffernkenntnis, Stellenwertaufgaben, Textaufgaben, Beziehungen zwischen den Repräsentationsebenen (konkret-bildlich-symbolisch), Ableitstrategien und Faktenabruf sowie arithmetisches Schätzen	Alle Ebenen, hauptsächlich aber Ebene III mit Übergang zu arithmetischen Rechnen	Dowker, 2005, 2007: - Geförderte Schüler, hauptsächlich aus Klasse 2, konnten ihre Standardwerte in standardisierten Tests nach der Förderung steigern und die Steigerung über mindestens ein Jahr halten. Studie mit KG in Planung

Programm / Studie	Land	Alter	Organisation	Trainingsinhalte	Geförderte Kompetenzebenen	Evaluation
D. Bryant, B. Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez (2008)	USA	Erst- Zweiklässler	täglich 15 min für 18 Wochen (über 60 Sitzungen) in Kleingruppen	mathematische Basiskompetenzen	I Zählen I Zahlenkenntnis, II Anzahlvergleiche III Teil-Ganzes-Verständnis III Stellenwertsystem und Addition und Subtraktion	Zweitklässler zeigten stärkeren Anstieg als ungeförderte Mitschüler, für Erstklässler gilt dies nicht. Keine KG!
Kaufmann, Handl & Thöny (2003)	AUT	Drittklässler mit Dyskalkulie	3*25 Minuten pro Woche über sechs Monate	Umfangreiches Programm; neben Faktenabruf und Rechenstrategien wurden auch Basiskompetenzen gefördert	Neben Rechenfakten auch I Zählen II Anzahlkonzept III Zahlzerlegung	Geförderte Kinder konnten in Basiskompetenzen zu Kindern mit Rechenfertigkeiten im Durchschnittsbereich aufschließen
Baroody, Eiland & Thompson (2009)	USA	Pre-K (4-5 Jahre)	2 Phasen, jeweils 3*30 Minuten pro Woche über 9 Monate a) Zweiergruppen b) Einzelförderung am PC (10 Wochen)	a) Number Sense b) Arithmetik (kleines Einspluseins)	I Zählen II Anzahlkonzept II Anzahlvergleich III Teil-Ganzes III Zahlzusammensetzung, III Eins Mehr	Verbesserung im Number Sense, trotzdem und trotz Arithmetiktrainings keine Verbesserung von abstrakten Arithmetikaufgaben (keine Kontrollgruppe!) Schlussfolgerung: Kinder zu jung
Kaufmann, Delazer, Pohl, Semenza & Dowker (2005)	AUT	Kiga (5-6 Jahre)	täglich 15 min für 4 Monate im letzten Kindergartenhalbjahr	mathematische Basiskompetenzen	I Zählprinzipien I Ziffernsymbole II Mengenvergleiche III Textaufgaben mit konkreten Objekten	geförderte Kinder besser in Basiskompetenzbatterie und im Rechnen als KG
Fischer (1990)	USA	K (5-6 Jahre)	25 Sitzungen à 20 Minuten Kleingruppe	EG+KG: Basisfertigkeiten EG zusätzlich: Teil-Ganzes	I Zahl- und Ziffernkenntnis II Anzahlkonzept nur EG: III Teil-Ganzes-Verständnis	EG verbesserte sich nicht nur in Basiskompetenzen mehr, sondern auch in Addition-, Subtraktion und Aufgaben zum Zehnerübergang
Komm mit ins Zahlenland (Friedrich & de Galgoczy, 2004)	D	Kiga (3-6 Jahre)	10 Sitzungen à 50-60 Minuten Kleingruppe	ganzheitlicher Frühförderansatz, neben mathematischen Basisfähigkeiten auch implizite Förderung von Wahrnehmung, Merkfähigkeit, Motorik, Musik und Sprache	I Zählen I Zahlenkenntnis II Anzahlkonzept	Friedrich & Munz, 2006: - Verbesserung in verschiedenen Bereichen (nicht-mathematikspezifisch) Pauen & Pahnke, 2008; Pauen, 2009: -Verbesserung auf Ebene I und II; aber keine KG!

Programm / Studie	Land	Alter	Organisation	Trainingsinhalte	Geförderte Kompetenzebenen	Evaluation
						Krajewski, Nieding & Schneider, 2008: - Zahlenland-Gruppe langfristig (DEMAT1) schwächer als MZZ und KG
FEZ (vgl. Peucker & Weißhaupt; 2002)	D	Kiga, Vorschule 5-7 Jahre	2*45 Minuten pro Woche für 10 Wochen in Kleingruppen	mathematische Basiskompetenzen	Alle 3 Ebenen, z.B. I Zahlenkenntnis II Anzahlkonzept III Teil-Ganzes	Peucker & Weißhaupt, 2005: Förderung führt in Kiga und Vorklasse zu großer Verbesserung in zugehörigem Test, aber keine KG!
Spielend Mathe (Quaiser-Pohl, Meyer & Köhler, in Vorb.)	D	Kiga (5-6 Jahre)	1*45 Minuten pro Woche für 10 Wochen in Kleingruppen	visuelle Differenzierung und Umgang mit Symbolen, Mengenauffassung, Zahlbegriff, einfache Rechenoperationen sowie Raumvorstellung	I unpräziser Mengen-vergleich I Zahlbilder und –wörter I Zählfertigkeit II Anzahlseriation II präziser Mengenvergleich II Invarianz II Anzahlkonzept III Teil-Ganzes-Beziehungen III Zahlzusammensetzungen	Quaiser-Pohl, 2008: -signifikanter Fördereffekt im OTZ - bessere Lehrerbewertung zu Beginn der 1. Klasse
Grüßing & Peter-Koop (2008)	D	Kiga-Risikokinder (5-6 Jahre)	Einzelförderung anhand individueller Förderpläne im Zeitraum von fünf Monaten	mathematische Basiskompetenzen, mathematisches Sprachverständnis und Raumvorstellung	I Zählfertigkeiten I Ziffernkenntnis II Anzahlkonzept	Sign. Zugewinn im EMBI, keine KG! Schwächere Ergebnisse im DEMAT Ende 1. Klasse als Mitschüler
Kalkulie (Gerlach, Fritz, Ricken & Schmidt, 2007)	D	rechenschwache Grundschulkinder der ersten bis dritten Klasse	- ein bis zwei Stunden pro Woche in Kleingruppen - Dauer der Förderung nicht festgelegt, sondern am Entwicklungsstand und Fortschritt des Kindes orientiert	3 Bausteine: Mathematische Basiskompetenzen, Zahlenraum bis 20, nicht-zählenden Rechenstrategien	Hauptsächlich in Baustein 1: I Zahlenfolge II Anzahlseriation II Anzahlkonzept III Anzahlrelationen III Teil-Ganzes	liegt nicht vor

Programm / Studie	Land	Alter	Organisation	Trainingsinhalte	Geförderte Kompetenzebenen	Evaluation
Dortmunder Zahlbegriffstraining (*ZBT*; Moog & Schulz, 2005)	D	rechenschwache Grundschulkinder ab Ende der 1. Klasse	19 halbstündige Sitzungen, Kleingruppe	Ausbau von Zählfertigkeiten, Loslösung von Material beim Zählen und Rechnen	hauptsächlich III Anzahlrelationen	Schulz, Andreas, 2000: - Positiv evaluiert, aber keine langfristigen Effekte, sehr kleine Stichproben
Kieler Zahlenbilder (Rosenkranz, 1992)	D	rechenschwache Grundschulkinder ab der ersten Klasse	Zeitraum nicht festgelegt Einzel- oder Kleingruppe	mathematische Basiskompetenzen und taktil-kinästhetische Wahrnehmungsprozesse	I Kennenlernen der Zahlen II Mengen-Zahl-Zuordnungen III Teil-Ganzes-Verständnis III Zerlegung von Zahlen	nicht vorhanden
Mengen, zählen, Zahlen (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007)	D	Kiga (5-6 Jahre) rechenschwache Erstklässler	24 Sitzungen à 30 Minuten über 8 Wochen Kleingruppe	mathematische Basiskompetenzen	I Ziffernkenntnis II Anzahlkonzept II Anzahlordnung II Anzahlvergleich III Zahlzusammensetzung III Anzahldifferenzen	Krajewski, Nieding et al., 2008: - Kiga: höhere Effekte auf Mengen-Zahlen-Kompetenzen vs. 3 verschiedene KG (*d* zwischen 0.25 und 0.42) Ennemoser, 2010: - Vorklasse: Effekt auf Ebene II und Ebene III gg. KG (*d* = 1.29 bzw. 0.94) Ennemoser & Krajewski, 2007: - rechenschwache Erstklässler: Teil-Ganzes-Training in 1. Klasse. sign. Effekt gg. KG in DEMAT (*d* = 0.58)

C Aufgaben zur Überprüfung der Arbeitsgedächtnisleistungen

Phonologische Schleife

Items:

Schwierigkeitsgrad 1: (2 Ziffern)	4 – 8 2 – 9
Schwierigkeitsgrad 2: (3 Ziffern)	3 – 8 – 6 6 – 1 – 2 4 – 2 - 5
Schwierigkeitsgrad 3: (4 Ziffern)	1 – 8 – 2 – 6 3 – 9 – 4 – 8 3 – 2 – 3 - 5
Schwierigkeitsgrad 4: (5 Ziffern)	5 – 1 – 4 – 2 – 9 1 – 9 – 8 – 9 – 1
Schwierigkeitsgrad 5: (6 Ziffern)	3 – 8 – 9 – 1 – 2 – 4 2 – 9 – 6 – 4 – 8 – 3

Zentrale Exekutive

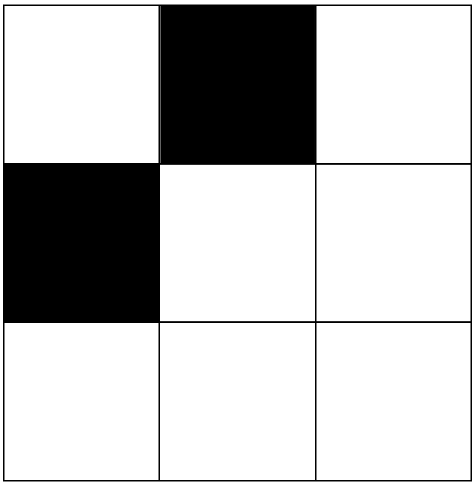
Items:

Schwierigkeitsgrad 1: (2 Ziffern)	6 – 3 8 – 4 9 - 5
Schwierigkeitsgrad 2: (3 Ziffern)	5 – 1 – 8 2 – 9 – 6 8 – 6 - 1
Schwierigkeitsgrad 3: (4 Ziffern)	4 – 1 – 8 - 5 8 – 4 – 9 – 3
Schwierigkeitsgrad 4: (5 Ziffern)	6 – 1 – 9 – 5 – 2 9 – 3 – 8 – 5 – 1

Visuell-Räumlicher Notizblock

Die Matrizen werden jeweils 5 Sekunden lang präsentiert. Während dieser Zeit hatten die Kinder Ihre Hände in der Luft. Bei „Los!“ sollen sie dann auf ihrem Bogen die markierten Felder ankreuzen.

Übungsaufgabe:



Lösung:

	X	
X		

Items:

	X	
		X

	X	X

		X
	X	

		X
	X	
X		

X	X	
X		

X		
		X
	X	

X	X	X
	X	

		X
		X
	X	X

	X	
X		X
X		

X	X	X
X		X

X		
X		
X	X	X

X		X
	X	X
	X	

X	X	X
X	X	
X		

X	X	
	X	X
	X	X

D Ablauf der Förderung

In der Pilotstudie wurde in jeder Förderstunde eine vorgegebene Sitzung aus dem Programm *Mengen, zählen, Zahlen* (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) durchgeführt (10 Sitzungen, 2.3 - 3.4). Aufgrund der Erfahrungen in der Pilotstudie wurde das Programm in der Hauptstudie etwas umgestellt, so dass sich die unten dargestellte Abfolge ergab. Zusätzlich wurden in der Hauptstudie zwei Förderstunden hinzugefügt. Diese letzten beiden Förderstunden waren vorgesehen, um im Falle von Verzögerungen einen Spielraum zu haben, um alle geplanten Sitzungen durchführen zu können. Bei Gruppen, die im Zeitplan arbeiteten, sollten in diesen beiden Sitzungen die Inhalte des dritten MZZ-Schwerpunktes wiederholt und vertieft werden. Sehr fitten Schülern wurden zur Differenzierung zwei Arbeitsblätter vorgelegt, auf denen die Förderinhalte auf den Zahlenraum jenseits der 10 übertragen werden sollten. Dieses Angebot nahmen allerdings nur wenige Schüler an.

Tabelle 21 stellt die Förderinhalte von Pilot- und Hauptstudie gegenüber.
Zusätzlich wurde in der Hauptstudie ab der dritten Förderstunde ein Arbeitsblatt pro Förderstunde eingesetzt. Beispiele der Arbeitsblätter sind im nächsten Abschnitt des Anhangs abgebildet.

Tabelle 21: Zuordnung der MZZ-Sitzungen und der Arbeitsblätter zu den Förderstunden in Pilot- und Hauptstudie

Förderstunde	Pilotstudie	Hauptstudie	Arbeitsblatt
1	2.3	1.6	-
2	2.4	2.2	-
3	2.5	2.3	2.3
4	2.6	2.4 & 2.5	2.5
5	2.7	2.6	2.6
6	2.8	2.7 & 2.8	2.7
7	3.1	3.1	3.1
8	3.2	3.2	3.2
9	3.3	3.3	3.3
10	3.4	3.4	3.4
11	-	Wiederholung von Schwerpunkt 3	evt. 3.5
12	-		evt. 3.6

Im Folgenden sollen die Förderziele des Programms für jede Einheit genannt werden. Die detaillierten Beschreibungen der einzelnen Sitzungen finden sich im MZZ-Manual bei Krajewski, Nieding & Schneider (2007).

<u>Ziele der Förderung</u>

Förderstunde 1: Sitzung 1.6 (Zahlenpaare und Zahlenhaus)

Ziele:

- Gleiche Anzahlen zuordnen
- Anzahlen und Zahlpositionen schätzen

Förderstunde 2: Sitzung 2.2 (Zahlenstraße)

Ziele:

- Herstellen der Anzahlfolge: ein Ding, zwei Dinge,…, zehn Dinge
- Zahlposition schätzen
- Herstellen der Zahlenfolge: 1, 2, …, 10
- Bedeutung der Begriffe *mehr* und *weniger* kennenlernen

Förderstunde 3: Sitzung 2.3 (Nachfolger)

Ziele:

- Anzahlfolge herstellen
- Nachfolger-Anzahlen und Nachfolger-Zahlen bestimmen (Zunahme-um-Eins-Prinzip)

Förderstunde 4: Sitzung 2.4 (Zahlentreppe größer und kleiner) & 2.5 Zahlentreppen mehr und weniger

Ziele:

- Struktur der Zahlen erkennen
    - zu einer Zahl gehört immer dieselbe Anzahl
    - eine Zahl weiter bedeutet immer *ein Ding* mehr
    - eine Zahl zurück bedeutet immer *ein Ding* weniger
    - größere Zahl bedeutet *mehr Dinge*
    - kleinere Zahl bedeutet *weniger Dinge*

Förderstunde 5: 2.6 Längen und Höhen

Ziele:

- Erkennen, dass große Zahlen große Stufen und lange Reihen bilden, weil zu ihnen viele Chips gehören
- Erkennen, dass kleine Zahlen kleine Stufen und kurze Reihen bilden, weil zu ihnen wenige Chips gehören
- Unterschiede zwischen Mengen exakt bestimmen

Förderstunde 6: 2.7 Treppauf & 2.8 Treppauf die Zahlen entlang

Ziel:

- Erkenntnis, dass es bei allen Zahlen 1-10 von einer zur nächsten immer *eins mehr* wird

Förderstunde 7: 3.1 Zunahme an Längen und Höhen

Ziele:

- Erkennen, dass Mengen zu einer größeren Menge zusammengefasst werden können, deren Anzahl durch Zusammenzählen ermittelt werden kann
- Teil-Ganzes-Verständnis

Förderstunde 8: 3.2 Jungen, Mädchen, Kinder

Ziele:

- siehe Förderstunde 7

Förderstunde 9: 3.3 Unterschiede in Längen und Höhen?

Ziele:

- Erkennen, dass der Unterschied zwischen zwei Zahlen wieder eine Zahl ist
- Unterschiede zwischen Anzahlen exakt bestimmen

Förderstunde 10: 3.4 Wie viele Kinder mehr oder weniger?

Ziele:

- siehe Förderstunde 9

Förderstunde 11 + Förderstunde 12: Wiederholung der Aufgaben zum Schwerpunkt 3

Ziele:

- Vertiefung und Festigung der erworbenen Kompetenzen

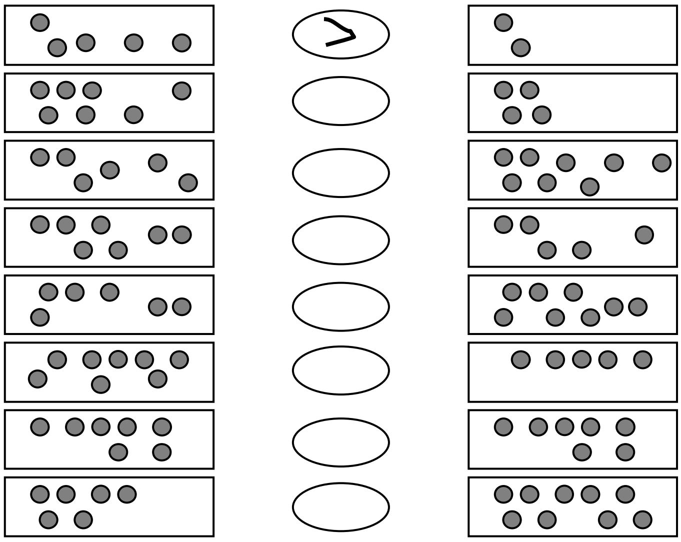
E Arbeitsblätter zu MZZ

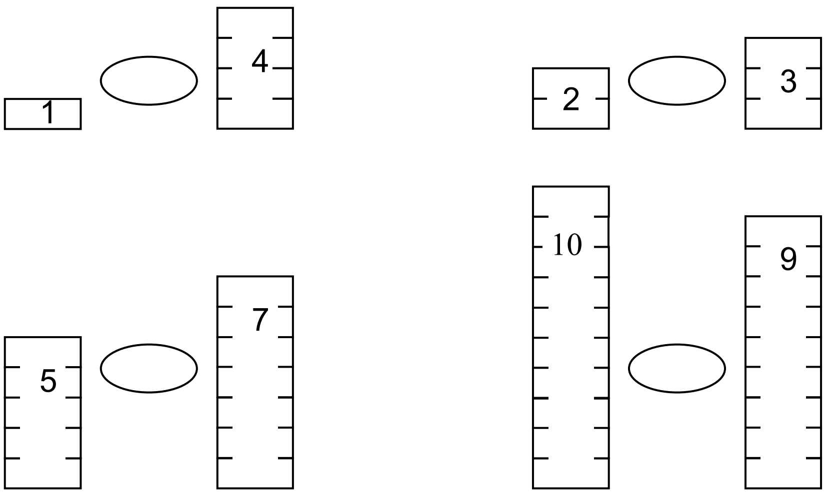
Beispiele:

- Sitzung 2.5
- Sitzung 3.4

2.5 Zahlentreppe mehr und weniger

Was ist mehr? Setze >, < oder = ein.

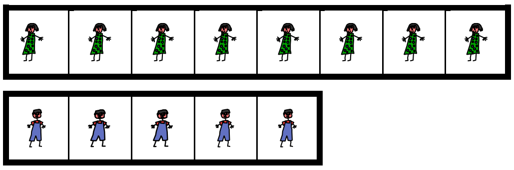




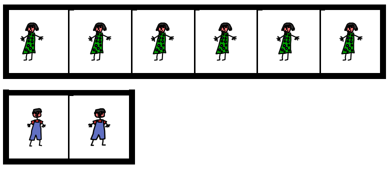
5		7	9		9
8		3			3
4		4	7		2
3		9	8		7
10		8	5		5

3.4. Wie viele Kinder mehr oder weniger?

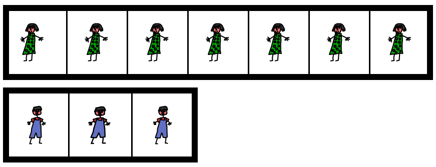
Zeichne einen weiteren Zahlenstreifen so, dass es genauso viele Jungen wie Mädchen sind.



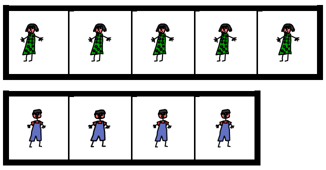
$\boxed{8} = \boxed{5} + \boxed{3}$



$\boxed{6} = \boxed{2} + \boxed{}$



$\boxed{7} = \boxed{} + \boxed{}$



$\boxed{} = \boxed{} + \boxed{}$

Löse mit Hilfe der Zahlenstreifen.

$\boxed{8} = \boxed{1} + \boxed{}$	$\boxed{7} = \boxed{} + \boxed{2}$
$\boxed{4} = \boxed{2} + \boxed{}$	$\boxed{9} = \boxed{3} + \boxed{}$
$\boxed{9} = \boxed{2} + \boxed{}$	$\boxed{7} = \boxed{} + \boxed{3}$
$\boxed{8} = \boxed{3} + \boxed{}$	$\boxed{5} = \boxed{} + \boxed{4}$
$\boxed{5} = \boxed{1} + \boxed{}$	$\boxed{4} = \boxed{2} + \boxed{}$
$\boxed{5} = \boxed{2} + \boxed{}$	$\boxed{4} = \boxed{3} + \boxed{}$
$\boxed{7} = \boxed{1} + \boxed{}$	$\boxed{9} = \boxed{4} + \boxed{}$

F Statistische Tabellen

Tabelle 22: Korrelationen zwischen den wichtigsten Variablen in der Gesamtstichprobe (Hauptstudie)

		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
(1)	Basiskompetenzen MZP1	1	.70	.41	.32	.65	.56	.29	.16	.47	.41	.38	.43	.56
(2)	Basiskompetenzen MZP2	.70	1	.31	.29	.56	.55	.16	.14	.36	.42	.40	.44	.49
(3)	Rechenfertigkeit MZP1	.41	.31	1	.48	.36	.33	.34	.18	.39	.28	.32	.32	.29
(4)	Rechenfertigkeit MZP2	.32	.29	.48	1	.29	.29	.13	.47	.23	.34	.18	.10	.28
(5)	CFT1 MZP1	.65	.56	.36	.29	1	.72	.23	.21	.40	.37	.37	.48	.43
(5)	CFT1 MZP2	.56	.55	.33	.29	.72	1	.22	.25	.40	.37	.32	.44	.37
(7)	Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit MZP1	.29	.16	.34	.13	.23	.22	1	.16	.24	.19	.17	.27	.22
(8)	Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit MZP2	.16	.14	.18	.47	.21	.25	.16	1	.10	.21	.09	.13	.22
(9)	HSP 1+ Graphemtreffer MZP1	.47	.36	.39	.23	.40	.40	.24	.10	1	.66	.24	.22	.33
(10)	HSP 1+ Graphemtreffer MZP2	.41	.42	.28	.34	.37	.37	.19	.21	.66	1	.22	.19	.33
(11)	Phonologische Schleife MZP1	.38	.40	.32	.18	.37	.32	.17	.09	.24	.22	1	.39	.32
(12)	Visuell-Räumlicher AG MZP1	.43	.44	.32	.10	.48	.44	.27	.13	.22	.19	.39	1	.35
(13)	Zentrale Exekutive MZP1	.56	.49	.29	.28	.43	.37	.22	.22	.33	.33	.32	.35	1

Tabelle 23: SPSS-Korrelationsmatrix, auf deren Basis die Strukturgleichungsmodelle der Hauptstudie gerechnet wurden

			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
M			.51	13,04	11,13	17,79	15,97	1.47	9,76	11,86	11,22	44,26	44,58
SD			.50	3,03	3,08	3,95	4,09	3,45	3,53	3,55	3,68	6,96	5,57
N	(1)	MZZ-Förderung (nein/ja)	119	119	119	119	119	117	117	111	111	107	107
N	(2)	MBK MZP1 odd	119	119	119	119	119	117	117	111	111	107	107
N	(3)	MBK MZP1 even	119	119	119	119	119	117	117	111	111	107	107
N	(4)	MBK MZP2 odd	119	119	119	119	119	117	117	111	111	107	107
N	(5)	MBK MZP2 even	119	119	119	119	119	117	117	111	111	107	107
N	(6)	Rechnen (DEMAT) MZP2 odd	117	117	117	117	117	117	117	109	109	105	105
N	(7)	Rechnen (DEMAT) MZP2 even	117	117	117	117	117	117	117	109	109	105	105
N	(8)	Rechnen (DEMAT) MZP3 odd	111	111	111	111	111	109	109	111	111	105	105
N	(9)	Rechnen (DEMAT) MZP3 even	111	111	111	111	111	109	109	111	111	105	105
N	(10)	Rechnen MZP4 Rechnen	107	107	107	107	107	105	105	105	105	107	107
N	(11)	Rechnen MZP4 Räum.-Visu.	107	107	107	107	107	105	105	105	105	107	107
r	(1)	MZZ-Förderung (nein/ja)	1	-.04	-.05	.53	.51	-.02	.02	.33	.36	.11	.21
r	(2)	MBK MZP1 odd	-.04	1	.79	.31	.39	.20	.20	.40	.41	.24	.31
r	(3)	MBK MZP1 even	-.05	.79	1	.34	.43	.31	.32	.47	.47	.24	.32
r	(4)	MBK MZP2 odd	.53	.31	.34	1	.90	.37	.34	.49	.49	.38	.30
r	(5)	MBK MZP2 even	.51	.39	.43	.90	1	.38	.38	.54	.51	.39	.35
r	(5)	Rechnen (DEMAT) MZP2 odd	-.02	.20	.31	.37	.38	1	.79	.50	.48	.44	.26
r	(7)	Rechnen (DEMAT) MZP2 even	.02	.20	.32	.34	.38	.79	1	.47	.47	.43	.23
r	(8)	Rechnen (DEMAT) MZP3 odd	.33	.40	.47	.49	.54	.50	.47	1	.82	.58	.49
r	(9)	Rechnen (DEMAT) MZP3 even	.36	.41	.47	.49	.51	.48	.47	.82	1	.60	.53
r	(10)	Rechnen MZP4 Rechnen	.11	.24	.24	.38	.39	.44	.43	.58	.60	1	.37
r	(11)	Rechnen MZP4 Räum.-Visu.	.21	.31	.32	.30	.35	.26	.23	.49	.53	.37	1

Eidesstattliche Erklärung

„Ich erkläre:
Ich habe die vorgelegte Dissertation selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt.“

Gießen, 08. Juni 2011 Daniel Sinner