

Friedrich Engel

Ein Nachruf.

Von Egon Ullrich, Gießen

Zehn Jahre sind seit dem Tode schon ins Land gegangen. Was für Jahre! Der Krieg hat alle Stimmen zum Schweigen gebracht, die seiner gedenken wollten; er hat sein Haus und seine Habe zerschlagen; und zuletzt noch zerbrach seine Universität unter Feuerregen und Wirren der Zeit.

Heute erhebt sich die Stadt Gießen mit ihrer Hohen Schule wieder aus den Trümmern. Die alte Gießener Universität lebt neu, nicht ohne schmerzliche Verluste — aber sie lebt und sie arbeitet. Und Engels Fach, die Mathematik, ist ein Eckpfeiler der neuen Justus-Liebig-Hochschule. Darf es nicht mitten in einer Philosophischen Fakultät stehen, Brücke zwischen Geist und Natur, nach beiden Seiten strahlend, so wird es auch am neuen Platz, wo es not tut, der Naturforschung dienen und helfen, die größere Aufgabe aber darüber nicht verfehlen.

Zehn Jahre! Schauen wir über sie hinweg, zurück auf den Mathematiker Friedrich Engel, zum Gedenken. War er doch einer der Wesentlichen, die hier in Gießen gewirkt haben. Fast drei Jahrzehnte hat er der Ludwigs-Universität seine Kraft, seine Eigenart und seine Weite geschenkt, als Mensch, wie als Lehrer und Forscher. Ein echter Deutscher und ein echter Europäer zugleich.

Als jungen Doktor führte ihn seine Wissenschaft in den Hohen Norden; Norwegen wurde ihm zweite Heimat, der geniale norwegische Mathematiker Sophus Lie wurde ihm Lehrer, Meister und Freund — einer der ganz Großen in der Mathematik. Engel wurde sein Schüler und erster Gesell, bis er reifte zu eigener, hoher Meisterschaft.

Die Schule Lies, von 1886—1898 in Leipzig, vereinigte geistvolle junge Männer aus dem ganzen Abendland. Engel gewann,

und bewahrte, nahe Freunde aus allen Ländern der Welt, die damals an dem mathematischen Bau wirklich bemüht waren. Er vergaß diese Freunde nie; er hörte ihre Stimmen, und sie hörten die seine, auch hindurch durch das Schreien und den Tumult einer rasenden Welt.

Zwei Weltkriege, und bittere Zeiten um sie, haben uns erfahren lassen, daß die Mathematik, diese so reine und tagesferne Wissenschaft, eine Gemeinde in der Welt hat, die sich rascher zusammenfindet als die Zeit es anderen erlaubt. Es wäre zu billig zu sagen, Mathematik sei international. Nein, damit allein ist es nicht getan. Sie bindet über Schranken hinweg, sie stimmt auf verwandte Töne, die anklingen können über Barren hinweg; wenn sie hier angeschlagen werden, so klingt es drüben mit. Engel hat das erfahren dürfen; und er hat daran mitwirken können: Aufrecht und still, dem Getriebe abgewandt; unverdrossen, arbeitsam an seinem Werk; unbeugsam, rechtlich in Denken und Tun; wesentlich und treu vor seinen Freunden.

In diesem Nachruf schildere ich in kurzen Zügen den äußeren Lebensgang und zeichne einiges von seinem Leben selbst, soweit ein soviel Jüngerer das recht vermag; habe ich doch Engel erst in seinem letzten Lebensjahrzehnt als sein Amtsnachfolger kennen gelernt. Aber alle, die mit ihm jung waren, sind nicht mehr. Zweitens versuche ich, einen kurzen Überblick über sein wissenschaftliches Werk zu geben. Der dritte Teil wendet sich an die Mathematiker, wie das nur billig ist: Er soll einen Selbstbericht [94] ergänzen, den Engel wenige Jahre vor seinem Tode veröffentlicht hat¹⁾.

Friedrich Engel war am 26. Dezember 1861 als Pfarrerssohn in Lugau bei Chemnitz geboren; er wuchs in Greiz heran, studierte 1879—83 in Leipzig und Berlin und promovierte in Leipzig bei Adolph Mayer; auch Felix Klein, damals Professor für Geometrie an der Leipziger Universität, förderte ihn ganz besonders. Nach dreiviertel Jahren der Arbeit bei Sophus Lie in Christiania habilitierte er sich in Leipzig; bald konnte er die Arbeit mit Lie in Leipzig fortsetzen, als dieser 1886 zur Nachfolge Felix Kleins dort-

hin berufen wurde. 1889 wurde er außerordentlicher Professor, 1899 ordentlicher Honorarprofessor. 1904 folgte er einem Rufe nach Greifswald, als Nachfolger seines Freundes Study. Kurz nachdem er einen Ruf nach Kiel mit Rücksicht auf ein krankes Kind schweren Herzens abgelehnt hatte, folgte er 1913 der Berufung nach Gießen, an Stelle von Eugen Netto. Hier wirkte er, seit 1931 entpflichtet, bis zu seinem Tode am 29. September 1941.

Engels wissenschaftliche Persönlichkeit kann nicht anders gewürdigt werden, denn im Hinblick auf seine Bindung an Sophus Lie (1842—1899), das zweite Genie, welches Norwegen neben Niels Henrik Abel (1802—1829) der Mathematik geschenkt hat; beiden dankt es vor allem seinen hohen Rang in der abendländischen Wissenschaft. Lie war seit den Siebzigerjahren Professor in Christiania, fand aber an seiner Heimatuniversität keinen Widerhall. „Es ist einsam, schrecklich einsam hier in Christiania, wo kein Mensch meine Arbeiten und Interessen versteht.“ So schreibt er seinem Jugendfreunde Felix Klein nach Leipzig, der damals schon der erste Geometer Deutschlands war.

Da schickte Klein den dreiundzwanzigjährigen Engel nach Norwegen, um Lie einen Schüler zu geben. Aus dem jungen Doktor sollte ein getreuer Eckhart werden, unentwegt an Lies Seite bis zu dessen Tod, und dann noch mehr denn 40 Jahre daran, dessen Erbe zu wahren, fortzuführen und der mathematischen Welt zugänglich zu machen. Wie ein weiter Bogen spannt der Dienst an Meister und Werk durch Engels wissenschaftliches Leben: Als der erste, vertrauteste und bedeutendste Schüler Lies von der gelehrten Welt geachtet, hat er selber über dieser Arbeit Gewichtiges vollendet: Am Anfang und am Ende stehen zwei Großwerke, dazwischen ein Lehrbuch und viele bedeutende Einzelarbeiten.

Engels Auftrag für das Norwegenjahr war es, Lie „mit sanftem Druck“ zur Hand zu gehen, um ein umfassendes Buch über „Transformationsgruppen“ zu schreiben. Die in Christiania begonnene Zusammenarbeit konnte bald in Leipzig fortgesetzt werden, als Lie Ostern 1886 dort die Nachfolge Kleins antrat; in neun Jahren, in drei starken Bänden wurde das Werk 1893 vollendet.

Lies grundlegende Konzeptionen waren schon entstanden, noch bevor Engel selbst in das mathematische Schaffen eintrat. Aber Lies Gedanken entsprangen geometrischer Intuition und bedurften, wie ihr Schöpfer vor Augen sah, zur befriedigenden Veröffentlichung der analytischen Fassung, einer Arbeit, die Lie selbst als Last empfand. Engel hat diese Übertragungen durchgeführt und die in ihm angelegte Neigung, die analytische Methode spielen zu lassen, gerade an der Seite Lies immer mehr bis zu hohem Können entfaltet. Wenn er dabei die Gedanken Lies öfters durch nötige Voraussetzungen eingeschränkt hat, so geschah das freilich nicht immer ohne das Mißfallen des Meisters über solche Fesseln — „seine Ideen trügen weiter“ — aber die mathematische Welt des Jahrhunderts, in dem die Strenge aufkam, muß es Engel danken, wenn er sie vor zu groß angelegten und darum noch nicht durchführbaren Konstruktionen bewahrt hat.

Ist es nicht bezeichnend für Engels selbstlose wissenschaftliche Persönlichkeit, daß er in dem erwähnten Selbstbericht seinen Anteil an diesem Hauptwerk Lies, den „Transformationsgruppen“, mit keinem Wort mehr herausstellt als das Titelblatt es verrät: „Unter Mitwirkung von Friedrich Engel bearbeitet von Sophus Lie“. Lassen wir darum Lie selbst für Engels Mitschaffen zeugen! Er sagt im Vorwort zum 3. Band: „Eine ganz besondere Stellung nimmt Herr Professor Engel mir gegenüber ein. Auf Veranlassung von Felix Klein und A. Mayer ging er im Jahre 1884 nach Christiania, um mich bei der Ausarbeitung einer zusammenhängenden Darstellung meiner Theorien zu unterstützen. Er hat sich dieser Aufgabe, deren Umfang wir damals noch nicht ahnten, mit einer Ausdauer und Tüchtigkeit unterzogen, die ihresgleichen sucht. Er hat während dieser Zeit auch eine Reihe von wichtigen selbständigen Ideen entwickelt, hat aber in höchst uneigennütziger Weise darauf verzichtet, sie ausführlich und zusammenhängend darzustellen; er hat sich vielmehr mit kurzen Mitteilungen darüber begnügt... und hat seine Talente und die ganze freie Zeit, die ihm seine Vorlesungen übrig ließen, unausgesetzt der Aufgabe gewidmet, meine Theorien so ausführlich und vollständig, so systematisch, namentlich aber so e x a k t darzustellen, wie nur irgend

möglich. Durch diese selbstlose Wirksamkeit, die sich jetzt bereits über einen Zeitraum von neun Jahren erstreckt, hat er mich und, ich glaube, die ganze wissenschaftliche Welt zu höchstem Danke verpflichtet“.

Beim Abschluß seiner akademischen Lehrtätigkeit hat uns Engel, mit Karl Faber als Helfer, ein Lehrbuch über die „Liesche Theorie der partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung“ gegeben und damit einen von Lie schon vor ihrem ersten Zusammentreffen gehegten aber bald aufgegebenen Plan verwirklicht [87]. Nachdem in der langen Zeit seit dem Entstehen der Theorie keine angemessene Gesamtdarstellung dieses Gebiets zustande gekommen war, griff Engel in seinen Vorlesungen den Gegenstand auf und erfüllte auch dieses Liesche Testament. Er sagt selbst darüber: „Ich glaube jetzt diese Theorie in einer Form darstellen zu können, bei der Lies ursprüngliche Gedankengänge zu ihrem Rechte kommen, während zugleich das analytische Gewand in höherem Maße den Anforderungen entspricht, die man heutzutage an Eleganz und Strenge zu stellen gewöhnt ist.“⁵⁾

Über zwanzig Jahre zwischen den großen Kriegen standen im Zeichen der größten Aufgabe, die Engel bewältigt hat: der Herausgabe von Lies „Gesammelten Abhandlungen.“ Sechs Bände liegen vor (1922—1937); sie enthalten alles, was von Lie schon zum Druck gebracht war. Engels „leider nicht entbehrliche“ „Anmerkungen“ wetteifern an Umfang mit dem Text selbst. Er hat aus dem, was der Meister, von seinen sich überstürzenden Ideen und später von Krankheit und drohendem Tod gehetzt, oft allzu rasch geschrieben, eine geschlossene Einheit und ein zugängliches Werk gemacht; die ganze wissenschaftliche Welt ist einig im Lob dieser fast allein von Engel getragenen mustergültigen Ausgabe.

Einen siebten Band hat Engel bei seiner letzten Norwegenfahrt aus dem in Oslo niedergelegten, höchst umfangreichen und unveröffentlichten Nachlaß herausgehoben und noch 1938 druckfertig zu Ende gebracht. Es hat ihn sehr geschmerzt, als es nicht gleich gelingen wollte, auch diesen, seit dem Entwurf der Lieausgabe geplanten Band gedruckt zu sehen, weil die Norwegische Mathematische Vereinigung indes schon neue Pläne zu Ausgaben von Sylow

und Thue verfolgte. Erst bei Engels Tod wurde die Herausgabe durch die norwegische Regierung, die sächsische und preußische Akademie wirtschaftlich ermöglicht. Rund hundert Seiten standen schon im Satz, als der Angriff auf Leipzig im Dezember 1943 die Teubnersche Druckerei zerstörte. Das Manuskript blieb damals erhalten [101]. Jetzt ist das Schicksal des Bandes abermals ungewiß.

Neben diesen auf Lie bezogenen Großwerken findet Engels eigenes Schaffen Ausdruck in einer langen Reihe von Arbeiten in mathematischen Zeitschriften, deren Zahl und Bedeutung besonders nach der Vollendung der Transformationsgruppen rasch wuchs. Sie sollen den Ausbau der verschiedensten Schöpfungen Lies nach allen Seiten weitertreiben und vertiefen, vereinfachen und sichern. Sie behandeln unter anderem das Pfaffsche Problem und Systeme Pfaffscher Gleichungen [8, 10, 31], Elementvereine und höhere Differentialquotienten [20, 47, 51, 85], partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung [84, 95] und ganz besonders die Invariantentheorie der Differentialgleichungen, der Berührungstransformationen und endlichen kontinuierlichen Gruppen [50, 62, 93]; gerade hier hat Engel einen ersten Einwand Studys gegen Lie bereinigt. Weiter hat er auch die Differentialgeometrie, besonders die Flächentheorie, gepflegt [44, 57, 88, 90, 98, 100] oder Gedanken daraus für Differentialgleichungen fruchtbar angewendet [95]. Und wenn Lie an dem jungen Engel rügte, daß der „größeren Geschmack habe für die abstrakten Spekulationen und zwar möglichst komplizierte, als für Anwendungen“, so hat Engel diese Jugendsünde fast aller Mathematiker später gutgemacht, als er zu Lies allgemeinen Theorien manchen schönen greifbaren Sonderfall herausgearbeitet und ins rechte Licht gesetzt hat. Dafür dürfen neben vielem anderen besonders seine gruppentheoretischen Bemerkungen über die zehn allgemeinen Integrale der klassischen Mechanik und das n -Körperproblem genannt werden [65, 67 und Schlußkapitel des Lehrbuches 84].

Wir verdanken ihm ferner die Ausgabe der Werke von Hermann Graßmann, der wichtigsten Arbeiten Lobatschefskijs und die Redaktion zweier Bände der Eulerausgabe. Felix Klein hat die Eigenart der Lage Engels in Leipzig erkannt: der stand dort im

Schatten Lies und hat es gewiß nicht immer leicht gehabt, als Krankheit und wachsendes Mißtrauen gegen Alle Lies letzte Jahre verdüsterte. Mehrmals ist Klein für den stillen Helfer eingetreten und hat denn auch zu Arbeiten geraten, die diesen aus einer Isolierung in die Liesche Welt, so weit die sein mochte, herausheben sollten: Klein hat die Graßmann-Ausgabe in seine Hände gelegt, trotz Lies Widerspruch, dem Engel „zu gut zu einem solchen Geschäft“ schien. Kleins Absicht hat später zweifellos genutzt, weil die vorbildliche Ausgabe der Werke des Stettiners Graßmann die Berufung an die pommersche Universität Greifswald besonders vorbereitete; dort wurde die Ausgabe in Graßmanns eigener Umwelt vollendet ⁶⁾.

Gemeinsam mit Paul Stäckel trat Engel ein in umfangreiche Arbeiten zur Geschichte und Vorgeschichte der Nichteuklidischen Geometrie, einem der reizvollsten Kapitel der neuzeitlichen Mathematik. Sie führten zur Erschließung wichtiger, neuer Quellen und zur gemeinsamen Herausgabe der „Urkundensammlung zur Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss“ (1895) sowie zur ersten Ausgabe der wesentlichsten Arbeiten von Lobatschewskij in einer westeuropäischen Sprache durch Engel (1898—99, Übersetzung, Erläuterung, Biographie): später hat Stäckel eine ähnliche Ausgabe über die beiden Bolyai folgen lassen. Die Lobatschewskijbearbeitung hat Engel nicht nur in enge Beziehung zur russischen Mathematik gebracht und ihm hohe Ehren von dort eingetragen, sondern ihn auch sonst in der ganzen Welt bekannt werden lassen, viel mehr als seine zuerst doch nur von wenigen erkannte Leistung für Lie. Mit Paul Stäckel verband ihn, über die Mathematikgeschichte weit hinaus, herzliche Freundschaft.

Auch sonst hat Engel schon in den Leipziger Jahren (bis 1904) viele mathematische Freundschaften geschlossen, die ein Leben lang treu halten sollten. Er war keine streitbare Natur und wußte bei feinem Takt auch mit bekannten Kämpfen in Frieden auszukommen, ohne berechtigte Einwände zu verschweigen oder seine aufrechte Haltung zu verleugnen. Mit allen, die auf seinem Gebiete tätig waren, besonders den engeren und weiteren Schülern Lies stand er in freundlichem Einvernehmen, das nie getrübt wurde

durch Prioritätsfragen oder Wetteifer. In Frankreich fühlte er sich besonders mit Elie Cartan und Vessiot, in Italien mit Ugo Amaldi und Tullio Levi-Civita verbunden.

Hier ist aber vor allen Eduard Study zu nennen, der sich in Leipzig 1885 einen Tag nach Engel habilitierte und vom Schicksal bestimmt schien, ihm als Freund den einzigen Bruder zu ersetzen, dessen Verlust eben damals Engel hart getroffen hatte. Der Briefwechsel beider ist eine Fundgrube keimender Gedanken, aus denen später manche große Arbeit erwuchs, während andere noch heute der Ausführung harren. Freilich finden wir darin auch Sorgen um die Laufbahn, als es Study nicht nach Wünschen ging. Engel hat ja dann noch viel länger warten müssen — eine Folge seines stilleren Wirkens neben Lie — bis ihn Study, selbst nach Bonn berufen, als seinen Nachfolger nach Greifswald holte. Die Freundschaft mit Study hat es auch ohne Schaden überdauert, als eine herbe und z. T. berechtigte Kritik Studys an Lies Invarianten- und Äquivalenztheorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen zu einem Briefwechsel Study - Engel führte, in dem die Wellen recht hoch schlugen. Engel versuchte die Ideen seines Meisters zu verteidigen und zu ordnen; 1908 kam es zu einer friedlich gefaßten Veröffentlichung beider [52]; und noch drei Jahrzehnte später hat Engel in einer seiner letzten großen Arbeiten eine weitgehende Rechtfertigung der Lieschen Gedanken gegeben, indem er sie genügend vertiefte [93]. Die warmherzige Denkrede, die Engel 1930 seinem Freunde Study in Bonn gehalten hat, ist ein ergreifender Beleg dieses Weges zu zweien.

Aber auch anderen Mathematikern, Freunden und Kollegen hat Engel Nachrufe oder Lebensschilderungen gewidmet, die ihn selbst von einer ganz eigenen Seite zeigen: das Menschliche als gütiger Mensch zu sehen, das Mathematische gewissenhaft, sachlich eindringend zu erfassen und, oft mit wenig Worten, zu schildern, das war seine Stärke. Sichten und Ordnen lag ihm. Nennen wir hier seine großen Biographien von Graßmann und Lobatschewskij [59, 36a; daneben auch 53, 54, 55, 91], seine Reden und Nachrufe auf den Meister Sophus Lie [38, 40, 41], auf seine Mitarbeiter

Killing [80] und Friedrich Schaur [96], auf den Greifswalder Kollegen Thomé [60] und den Gießener Moritz Pasch [87].

Bis in die letzten Lebenstage verband ihn herzliche Freundschaft mit dem Wiener Geodäten Richard Schumann und den Mathematikern Poul Heegard ²⁾ in Oslo, Heinrich Liebmann (Heidelberg-München), Georg Scheffers (Berlin) und Wilhelm Wirtinger (Wien); mit diesem einte ihn zuletzt das Bemühen um die Translationsmannigfaltigkeiten und das Abelsche Theorem, im Anschluß an Lies einschlägige Arbeiten; dieses Streben hat in zwei Arbeiten Wirtingers ³⁾ und in drei Arbeiten Engels [88, 98, 100] seinen Niederschlag gefunden, deren letzte wir in einem „Gedenkband für Friedrich Engel“ aus dem Nachlaß veröffentlicht haben ⁷⁾.

Engels Lehrtätigkeit begann in Leipzig vor bedeutenden Zuhörern, zu denen sein eigener Lehrer Adolph Mayer zählte, wie David Hilbert, Gerhard Kowalewski, Liebmann, Friedrich Schur, Georg Scheffers und Witting. Stets hatte er, in Leipzig, Greifswald und in Gießen, einen Kreis treuer Schüler und Doktoranden, auch in seinem Hause, um sich. Mehr als vierzig Doktorarbeiten kamen aus seiner Werkstatt.

Seine Anfängervorlesungen ereilte das Mathematikerschicksal, von manchen unverstanden zu bleiben. So sehr er zu ordnen verstand, Ordnung an der Tafel lag ihm nicht: Besonders gern schrieb er mit dicker, weicher Kreide ins Nasse; und seine Hörer klagten oder scherzten, die Linke mit dem Schwamm sei rascher als die Rechte mit dem Stift. Oft auch hat er beim Anschreiben seiner Formeln andre Buchstaben geschrieben als gesprochen, und hartnäckig: immer wieder! Da, aber auch nur da, verstand er meisterlich den Zuhörern ein X für ein U vorzumachen. Es sind kleine Schwächen, die einen ernsten Mann liebenswert machen; kleine Scherze wie sie Felix Timmermanns erzählt von dem Notar Pirruhn, dem Delphin. Er liebte den starken Tabak und konnte so frisch und fröhlich sein und so herrlich lachen, mit guten Freunden, mit seinen Studenten; auf deren Häusern war er ein gern gesehener Gast. Er liebte die Natur und ging viel spazieren; in den letzten Jahren bei jedem Wetter, auch wenn der feine Regen nie-

selte, mit seinem kleinen Hündchen Senta, das sich auf der Stelle drehte wie ein Kreisel (math. einwandfrei: $\epsilon e^{i\varphi}$ für $\varphi \rightarrow +\infty$) und dazu in höchsten Tönen kläffte, wenn wir beide über mathematischen Reden stehen blieben.

Engels Vorlesungen waren peinlich genau durchdacht und klar aufgebaut. Er muß ein eigentümlich scharfes, unterbewußtes Hör-gedächtnis gehabt haben. Denn aus seinem völlig freien Vortrag wiederholte er unverstandene Stellen bei Fragen aufs Wort genau und ließ sich nicht leicht darauf ein, eine einmal gut befundene Erklärung breiter oder von einer neuen Seite zu geben. Es war, als hörte er sein eignes Wort noch im Raume schweben, ein akustisches Nachbild. In Gießen las er als Emeritus noch kurz vor dem Kriege über eigene Arbeiten für Geppert und mich (und zwei sporadische Doktoranden). Es war seine letzte Dozentenfreude, der er viel Mühe gewidmet hat.

Seine wissenschaftlichen Leistungen fanden ihre Anerkennung zuerst mehr in Italien und Frankreich; erst etwas später hat er sich in Deutschland und vielleicht zuletzt vor den Augen der Norweger durchgesetzt. Mag sein, daß hier die Sonne Lie's übermäßig strahlte und härtere Schatten warf. Gewiß war es eine Zeitlang schwer für ihn, immer in diesem Schatten Lie's zu stehen.

Er hat eine Reihe hoher wissenschaftlicher Auszeichnungen erfahren. Schon 29-jährig wurde er Mitglied der sächsischen Akademie, später auch der russischen, der norwegischen und der preußischen; die Physiko-Mathematische Gesellschaft in Kasan zeichnete ihn mit ihrer goldenen Lobatschefskij-Medaille aus, Norwegen zweimal mit dem St. Olafsorden (1902, 1936) und mit dem Ehrendoktorat der Universität Oslo (Abelfeier 1929). Zum siebzigsten Geburtstag widmete ihm Gerhard Kowalewski sein Werk über kontinuierliche Gruppen; zum achtzigsten war ihm die Goethemedaille bestimmt.

Engels Haus bleibt allen, die dort aus und ein gingen in lieber Erinnerung. Frau Lina, geb. Ibbeken, mit der er seit 1899 vermählt war, begleitete seinen Lebensweg als treue Gefährtin bis ans Grab; wie er selbst, stammte sie aus einem Pastorenhaus. So glücklich und einträchtig beide ihrer Arbeit und ihrem Heim lebten, so

blieb ihnen doch ein großer Schmerz nicht erspart: Kinderglück wurde ihnen nur gegeben, um dann nach langer Krankheit wieder genommen zu werden. In echtem Gottvertrauen haben beide dieses Geschick getragen und mit einem Übermaß an tätiger Liebe an andern Kindern vergolten.

Alte deutsche Kultur erfüllte das ganze Engelsche Haus; und darüber stand der Glanz der Nordlandssonne. Engel selbst liebte und übte Musik, besonders die barocken Meister. Deutsche und nordische Dichtung war ihm zu eigen. Wie oft hat er daraus im vertrauten Kreise vorgelesen, den Urtext rasch und frei übertragend; wie erzählte er aus den schönsten Märgen des Nordens, aus Topelius „Fältskärens Berättelser“, aus Hamsun oder Johan Falkberget. Wie konnte er warm werden in der Erinnerung an Björnson, der ihn scherzend „Professorn med det store huvudet“, den Professor mit dem Riesenhaupt, genannt hat.

Überhaupt: Norwegen! Deutschland war ihm die erste und die letzte Heimat, Norwegen die zweite. Norwegen sah er von Deutschland, aber Deutschland auch von Norwegen aus. Beide mußte er, oft mit einer gewissen Wehmut, wie von außen betrachten (bis zuletzt las er seit 1884 regelmäßig seine norwegische Zeitung und — mir scheint — er traute ihr mehr als der heimischen). Jede Annäherung, jede Entfremdung auch des deutschen und norwegischen Staats- und Volkslebens schlug ihre Wellen bis in sein Herz. Das Frühjahr 1940 und seine Folgen trug er als harte Prüfung.

Es versteht sich, daß er die nordischen Sprachen beherrschte und die nordische Kultur genau kannte. Er, der Mathematiker, trieb eingehende Studien über Karl XII., fand und veröffentlichte manche kulturgeschichtlich wertvolle Briefe und schrieb als Sachkenner kritische Berichte über norwegische Wörterbücher. Ja noch mehr: er war mit beiden Sprachen Norwegens, Riksmåal und Landsmål, und den Eigentümlichkeiten des Sprachenkampfes in Norwegen vertraut. Darüber hat er seinen letzten wissenschaftlichen Vortrag gehalten und veröffentlicht [97], eine Schrift, die ebenso von Germanisten wie von Norwegern ob ihrer gründlichen Sachkenntnis und der nüchtern objektiven Beurteilung besondere Anerkennung erfahren hat.

So sehr ihn Norwegen geehrt hat, so hat es ihm zuletzt noch recht unnötigen Schmerz getan. Nach vielen Nordlandreisen in jungen Jahren und auf der Höhe des Lebens wollte er noch einmal am Lebensabend nach Oslo kommen, zum Internationalen Mathematikerkongreß von 1936. Dort sollte eine Büste von Sophus Lie als Geschenk an die Universität enthüllt werden; und dabei wollte Engel den Schlußband der Lieausgabe vorlegen. Wer verstünde nach diesem Leben für Lie nicht einen solchen Wunsch eines alten Mannes, noch einmal, da das Werk vollendet, im Geiste vor den Meister zu treten und es in seine Hand zu legen — den Wunsch eines Mannes „der sich wie kein anderer draußen in der Welt um Lie und die norwegische Wissenschaft verdient gemacht“ hatte (Björnson). Nun, er wurde nicht verstanden; und die letzte Norwegenreise unterblieb.

Im öffentlichen Leben der Heimat war Engel ruhig, zurückhaltend, ein rechtlich denkender und jedem Überschwang abholender Mann. Er tat, was nötig war, als Bürger, als Christ und als Soldat. Seine Soldatenpflicht zwang ihn, die erste Fahrt zu Lie aufzuschieben und drohte dann, sie vorzeitig zu enden. Im ersten Weltkrieg war er noch Landsturmhauptmann. In Greifswald wurde er in den Stadtrat und sogar zum Stadtverordnetenvorsteher gewählt. In Gießen wirkte er im Kirchenvorstand und hielt fest an der Bekennenden Kirche. Er tat seine Pflicht und stand dazu. So sehr er Deutscher war im tiefsten Herzen, so liebte er doch nicht das Geklapper betriebsamer Mühlen. Als es einem aufrechten Greifswalder Kollegen und Freunde in den Zwanzigerjahren schlecht erging, ist er warm und mutig für ihn eingetreten. Aber daß später in den Dreißigerjahren seine aufrichtige Glückwunschanrede an ihn mit Beiwerk versehen werden sollte, das Engel einfach nicht lag — das wurmte ihn und er wehrte sich.

*

Als der Herbst ihn für wenige Tage aufs Krankenlager warf und ihn schnell und friedlich abrief, geleiteten ihn ewige Weisen Mozarts und Bachs in die bessere Welt.

Engel war ein hochbegabter Mann, der durch gründliches Können und ehrliche Arbeit, durch nie rastenden Fleiß und Aus-

dauer, durch Treue und Gewissenhaftigkeit die Hochachtung der wissenschaftlichen Welt und die tiefe Zuneigung seiner Freunde, Kollegen und Schüler gewonnen hat.

Er hat für sein Teil an Arbeit und für sein Teil an Kultur und Menschentum verwirklicht, was das Beste und das Unvergängliche unseres geliebten Deutschland ist und immer bleiben wird.

Anmerkungen:

¹⁾ Hinweise wie [94] beziehen sich auf diesen Anhang, bzw. auf den Selbstbericht.

²⁾ Heegaard hat einen kurzen Nachruf auf Engel in norwegischer Sprache veröffentlicht: *Norsk Mat. Tidsskrift* 23, 129—131 (1941).

³⁾ W. Wirtinger: Lie's Translationsmannigfaltigkeiten und Abelsche Integrale. *Monatsh. Math. Phys.*, 46, 384—431 (1938). — Ders.: Translationsmannigfaltigkeiten, welche zu Kurven vom Geschlechte Null oder Eins gehören. *Ebenda.* 48, 30—40 (1939).

⁴⁾ Gedenkband für Friedrich Engel. Hgg. von K. Faber und E. Ullrich. *Mitteilungen d. Math. Seminars d. Univ. Gießen* 34—36 (1945) (Vervielfältigt).

⁵⁾ Zu diesem Gegenstande erschien kürzlich eine umfangreiche Monographie:

Saltykov, N.: *Methoden zur Integration partieller Differentialgleichungen erster Ordnung mit einer unbekanntem Funktion.* Srpska Akad. Nauka, Posebna Izdanja 139 (*Prirod. Mat. Spisi* 38), XVI und 749 S. (1947). [Serbisch!]

Sie geht zwar von der Lie und Engel abgewandten Seite an den Gegenstand heran, sei aber doch erwähnt, weil Engels Auffassung mit der Saltykows oft zusammenprallte. Dieser Gegensatz gehört zum Bilde. Näheres in meinem Referat *Zbl. Math.* 37, 67 (1951).

⁶⁾ Aus dem Kreise der strengen Graßmann-Schule sind dem Verf. auch Stimmen zu Ohren gekommen, nach denen Engels Arbeit von den Jüngern Graßmanns als nicht schulecht genug angesehen wird.

⁷⁾ Engels Briefwechsel mit Mathematikern ist im Mathematischen Institut der Justus-Liebig-Hochschule (der Nachfolgerin der Universität Gießen) aufbewahrt.

Zusatz zu dem Bericht von Friedrich Engel über seine wissenschaftlichen Veröffentlichungen.

Engel hat 1937 selbst seine bis dahin vollendeten Veröffentlichungen mit kurzen Inhaltsangaben [vgl. Nr. 94 unten] zusammengestellt. Wir verzichten deshalb darauf, hier die 92 Titel zu wiederholen, die dort schon gegeben sind. Jener „Selbstbericht“ bedarf aber einiger Ergänzungen, sowohl für die Zeit vor seinem Erscheinen, weil Engel einige umfangreiche Arbeiten nicht genannt hat, wie für die Zeit seitdem. Wir geben diese in gleicher Art.

35a. *Gauß, die beiden Bolyai und die nichteuklidische Geometrie.* Von Paul Stäckel in Kiel und Friedrich Engel in Leipzig. *Math. Ann.*, 49, 149—206 (1897).

Die Arbeit gibt wesentliche, neue Belge, die aus dem Briefwechsel zwischen Gauß und Wolfgang Bolyai seit dem Erscheinen der „Theorie der Parallellinien“ der beiden Verfasser [28] erschlossen werden konnten, insbesondere den ersten Abdruck und eine deutsche Übersetzung von Wolfgang Bolyais „Göttingische Theorie der Parallelen“.

36a. *Nikolaj Iwanowitsch Lobatschewskij, Zwei geometrische Abhandlungen.* Aus dem Russischen übersetzt, mit Anmerkungen und einer Biographie des Verfassers von Friedrich Engel. Erster Teil. Die Übersetzung. Zweiter Teil. Anmerkungen, Lobatschewskijs Leben und Schriften, Register. XVI + 476 S. und ein Bildnis. Leipzig 1898, 1899.

Übersetzt sind diejenigen zwei Hauptarbeiten Lobatschewskijs, die bis dahin nur russisch vorlagen und darum den meisten Mathematikern unzugänglich geblieben waren: „Über die Anfangsgründe der Geometrie“ von 1832 und „Neue Anfangsgründe der Geometrie mit einer vollständigen Theorie der Parallellinien“ 1835—37, bis auf die beiden Schlußkapitel, die der nichteuklidischen Geometrie fernstehen. Die zweite Abhandlung hat den Charakter eines zusammenfassenden Lehrbuches. Der zweite Teil enthält reichlichen Kommentar und eine umfangreiche Biographie aus der Feder Engels.

61ab. *Leonhardi Euleri opera omnia. Series I. Vol. XI, XIII. Institutiones calculi integralis I, III.* Herausgegeben von Ludwig Schlesinger und Friedrich Engel. Leipzig und Berlin 1913, 1914. XVIII + 462 S., XVIII + 508 S.

Die Eulerschen Arbeiten über Differentialgleichungen in den dreibändigen *Institutiones* sind von beiden Herausgebern gemeinsam bearbeitet, doch so, daß Engel die Hauptsache beim 2. und 3. Abschnitt von Band I sowie den Band III übernahm.

93. *Über Lies Invariantentheorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen.* Leipz. Ber., 90, 137—147 (1938).

Gibt die von Engel längst beabsichtigte ausführliche Bereinigung jener Mängel von Lies Invariantentheorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen, welche durch Studys Kritik aufgedeckt worden waren [vgl. Engels Bemerkungen in 94 zu 52]. Das gelingt in erheblichem Umfang dadurch, daß Engel die Begriffsbildung der Invarianten auf der wohl schon von Lie beabsichtigten Linie genügend verschärft. Die berichtigte Äquivalenztheorie wird dann besonders an Kurven doppelter Krümmung illustriert.

94. *Das Schrifttum der lebenden deutschen Mathematiker: Friedrich Engel.* Deutsche Math., 3, 701—719 (1938).

Selbstbericht bis 1937, durch diesen Nachtrag ergänzt.

95. *Eine neue Darstellung der Integrationstheorie der vollständigen Systeme.* J. reine angew. Math., 180, 73—85 (1938).

Die allgemein geläufigen Gaußschen Koordinationen der Flächentheorie werden hier verallgemeinert und folgerichtig zur Darstellung m -dimensionaler Punktmannigfaltigkeiten im n -dimensionalen Raum herangezogen. Dadurch können Vorteile gegenüber der Darstellung in dem Engelschen Lehrbuch [84] über partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung erzielt werden, wo diese Darstellung zwar gelegentlich erscheint, aber nicht durchgehalten wird.

96. *Friedrich Schur.* Jahresber. Deutsch. Math. Vgg., 45, 1—31 (1935).
Wissenschaftlicher Nachruf und Schriftenverzeichnis.

97. *Der Sprachenkampf in Norwegen.* Nachr. Gießener Hochschulges., 12, 80—94 (1938).

98. *Die Umkehr des Reißschen Satzes über Kurven n -ter Ordnung.* Deutsche Math., 4, 340—347 (1939).

Eine algebraische Kurve n -ter Ordnung werde mit einer Geraden g geschnitten: in den Schnittpunkten seien die Krümmungshalbmesser r_ν und die Winkel α_ν zwischen g und den Tangenten betrachtet; dann spricht der Reißsche Satz $\sum 1 : r_\nu \sin^3 \alpha_\nu = 0$ eine allen diesen Kurven gemeinsame Eigenschaft aus. Diese deckt sich inhaltlich mit einer merkwürdigen Integrabilitätsbedingung, welche Lie bei der Bestimmung jener Translationsflächen fand, die vier Translationserzeugungen erlauben; Lies Bedingung erfährt darin eine geometrische Deutung. Die Eigenschaft ist für die Kurven n -ter Ordnung kennzeichnend, was Lie indirekt bewiesen hat, während Engel hier einen neuen direkten Beweis gibt.

99. *Gruppentheorie und Grundlagen der Geometrie.* Mitt. Math. Sem. Gießen, Heft 35, 1—13 (1945).

Es wird der Nutzen besprochen, den die Axiomatik der Geometrie aus Lies gruppentheoretischen Untersuchungen über die Grundlagen der Geo-

metrie ziehen kann. Vor allen Dingen ermöglichen diese Untersuchungen eine Analyse des Inhalts, der in den Begriffen Abstand, Winkel, Flächeninhalt und Rauminhalt steckt. Diese Analyse ist zwar nicht erschöpfend, weil sie das Vorhandensein einer Gruppe voraussetzt, bei der die genannten Begriffe sämtlich oder doch zum Teil auftreten; aber sie ist die erste, die überhaupt gemacht worden ist. Dazu ein Brief von Felix Klein.

Das Manuskript stammt aus dem Jahre 1924 und war nach Moskau eingeschickt, um in einen Band aufgenommen zu werden, der die russische Lobatschewskij-Ausgabe begleiten sollte. Es ist bis jetzt nichts darüber bekannt, was aus diesem Plane geworden ist.

100. *Die Translationsflächen im gewöhnlichen Raume.* Mitt Math. Sem. Gießen, Heft 36, VI + 117 S. (1945).

Nachgelassenes Manuskript. Bei der Arbeit an den geometrischen Bänden der Lie-Ausgabe bemerkte Engel, daß Lies Rechnungen zur Theorie der Translationsflächen an einigen Stellen sehr vereinfacht werden könnten; andererseits war eine Reihe von Unvollkommenheiten der Lieschen Darstellung zu ordnen, die die Integrale einschlägiger Differentialgleichungen nicht vollständig berücksichtigt. Vor allem aber gelang es Engel, eine zweckmäßigere Gestalt der Differentialgleichungen zu finden. Das alles bedingt eine neue einheitliche Gesamtdarstellung, die hier gegeben wird.

101. *Sophus Lie. Gesammelte Abhandlungen VII. Band.* Aus dem Nachlaß zum Druck vorbereitet von Friedrich Engel.

Der Band liegt druckfertig, konnte aber des Krieges wegen noch nicht herausgebracht werden.