Die Stellung der Mathematik in der Kulturgeschichte*)

Von H. Gericke.

Dieser Vortrag will einige Hinweise geben auf Beziehungen der Mathematik zur Philosophie und zur Kunst als den polaren Weisen, in denen der Mensch sein Dasein in der Welt denkend und gestaltend zu begreifen sucht (1). Vollständigkeit konnte nicht angestrebt werden, u. a. wurde die griechische Geschichte nur kurz gestreift, weil ich darüber schon früher einmal an der gleichen Stelle vortragen durfte.

In der vorgriechischen Zeit scheint sich das Nachdenken über das Dasein und die Welt ganz im Rahmen der religiösen Mythen abzuspielen. Alles Dasein ist Geburt, Kampf und Tod von Gottheiten. Es bleibt offen, ob wir einige geistige Leistungen als Wissenschaft bezeichnen wollen. Der Papyrus Rhind nennt sich „Vorschrift zu gelangen zur Kenntnis aller dunklen Dinge ... aller Geheimnisse, welche enthalten sind in den Gegenständen", (2) und er ist ein durchaus folgerichtig, sachlich systematisch aufgebautes Lehrbuch der ägyptischen Mathematik — ganz in Form von Vorschriften. Bei den Babyloniern herrscht listenmäßige Aufreihung vor, nicht nur in der Mathematik, sondern auf allen Gebieten. Indem man die Dinge der Welt, seien es nun dritte Potenzen oder Tiere oder Götter mit ihren Namen in Listen aufschreibt, glaubt man sich ihrer bemächtigt, sie begriffen zu haben (3). Das beides war also vorgebildet: Systematisches Registrieren und geordnete Aufeinanderfolge des zu Begreifenden.

Erst mit den Griechen beginnt eigentlich das Denken (4). Was heißt Denken? Heidegger hat eine Vorlesung über dieses Thema (5) an das Wort des Parmenides angeknüpft χρὴ τὸ

*) Vortrag im Mathematischen Kolloquium in Gießen am 8. 2. 1954.

λέγειν τε νοεῖν τ' ἐὸν ἔμμεναι[1]) (6) und darauf aufmerksam gemacht, daß es hier nichts hilft, λέγειν mit „sagen“ und νοεῖν mit „denken“ zu übersetzen; denn hier wird erst ausgemacht, was das ist. Etwas näher kommt man mit der wörtlicheren Übersetzung λέγειν: legen, vorliegen lassen, und νοεῖν : vernehmen, nämlich das Sein des Seienden.

Denken ist nichts anderes als das Heraustreten-lassen des Seins in seine Unverborgenheit, die ἀλήθεια, die Wahrheit. Das Denken begründet und schafft die Wahrheit. Das Denken kann darum gar nicht etwa falsch sein. Diese Auffassung begegnet uns bei den Griechen vielfach. So verlangt z. B. Platon von einer Musiklehre, daß man die mathematischen Harmonien untersuchen und nicht die Saiten mit Experimenten quälen soll; man soll nicht das Ohr statt der Vernunft gebrauchen (7).

Nun geschah etwas Erstaunliches: Das Denken wurde zu einem Verfahren, das man lernen konnte wie ein Handwerk. Das geschah bei Zenon. Er zeigte: Wenn man behauptet, das Seiende sei nicht Eines, so verwickelt man sich in Widersprüche (8). Es entstand eine Methode des Denkens: das logische Schließen. Sie wurde die Methode der Mathematik. Die Analyse und Durcharbeitung dieser Methode durch Sokrates, Platon und Aristoteles war die Grundlage, auf der Euklid aufbaute.

Der Aufbau Euklids, der von der Definition der Grundbegriffe und der Formulierung der Axiome ausgeht und ein System von Sätzen entwickelt, das in der Theorie der regelmäßigen Körper seine Krönung findet, ist bekannt. Der Bezug auf die Wahrheit wird an drei Stellen sichtbar:

1. Die Grundbegriffe Punkt, Linie, Fläche, Körper sind die Grundbestimmungen der Quantität, diese aber gehört zu den Grundbestimmungen des Seienden (9). Hier ist wie in einem letzten Rest das Seiende in seiner Unverborgenheit sichtbar.
2. Das Verfahren ist das als zulässig und zuverlässig anerkannte Verfahren des Denkens, sozusagen der richtige Vollzug des Denkens.

---

[1]) Nötig ist zu sagen und zu denken, daß (nur) das Seiende ist (Diels).

3. Das Ganze hat ein Ziel und erreicht sein Ziel derart, daß in das ganze Gebäude so etwas wie Harmonie hineinkommt, wenn auch nur in dem schwachen Sinne eines abgeschlossenen Ganzen. Seit den Pythagoreern gilt aber Harmonie als das Wesen der Welt und damit als Kriterium der Wahrheit.

Mir scheint als sei mit Euklid (wenn man will mit Apollonius) der geschichtliche Auftrag des Griechentums auf dem Gebiet der Mathematik erfüllt gewesen. Das Werk des Archimedes ist ein gewaltiger Vorstoß in Neuland, der erst anderthalb Jahrtausende später aufgenommen und verarbeitet wurde. Diese historische Aufgabe der griechischen Wissenschaft war: Die Welt als ein endliches Ganzes zu verstehen. Das gilt nicht nur für die Mathematik, sondern auch z. B. für die Astronomie (Ptolemaios), die Philosophie, die immer wieder das Eins an die Spitze stellt, und die Kunst; ein griechisches Kunstwerk ist eine, ganze, endliche Welt für sich.

Das heißt nicht, daß die Griechen nicht über das Unendliche nachgedacht haben. Es begegnete ihnen z. B. in der Reihe der natürlichen Zahlen, und bekanntlich hat Euklid bewiesen, daß die Reihe der Primzahlen nicht endlich ist, daß es vielmehr nach jeder endlichen Anzahl immer noch mindestens eine weitere gibt. Und Aristoteles hat etwas gesagt, was gerade in der modernen Grundlagenforschung sehr ernst genommen wird: Das Unendliche existiert nur δυνάμει, in der Möglichkeit, und zwar nicht so, daß es etwa auch einmal wirklich werden könnte (während dagegen z. B. eine Statue, welche der Möglichkeit nach in einem Steinblock vorhanden ist, auch wirklich werden kann) (10). Aristoteles hat damit — in moderner Ausdrucksweise — die Vorratsauffassung einer unendlichen Menge abgelehnt.

Der Ansicht des Aristoteles widerspricht nicht, daß Anaximander das ἄπειρον (das Unbegrenzte) als die ἀρχή, den Ursprung aller Dinge angesetzt hat. Denn er sagt, die ἀρχή ist gerade etwas ganz anderes als alle bekannten Dinge (11). Das Seiende aus ihm durch Abgrenzung.

Die Aufgabe, die Welt als ein endliches Ganzes zu verstehen, war eine endliche Aufgabe. Sie konnte vollständig gelöst werden. Nun hing die Weiterentwicklung der Wissenschaft entscheidend davon ab, daß das Unendliche in anderer Weise begriffen wurde. Das geschah über die Religion.

Es sei ausdrücklich hervorgehoben, daß im Folgenden nicht etwa vom Wesen des Christentums gesprochen wird. Es werden nur einige Auswirkungen auf die uns hier beschäftigenden Fragen genannt, die für die Religion selbst vielleicht mehr oder weniger unwesentlich sind.

1. Gott ist unendlich und das Reich Gottes ist unendlich. Beides aber ist nicht von dieser Welt. So wird zunächst der Ansicht nicht widersprochen, daß die Fixsternkugel endlich ist. Das Unendliche liegt jenseits dessen, was mit dem Verstand zu begreifen ist.

2. Die Vorstellung, daß Gott unendlich ist, ist ganz ungriechisch. Für die Griechen ist das Vollkommenste die (endliche) Kugel, also Gott kugelförmig (Xenophanes (12)). Das Unendliche haben die Griechen zunächst schwer erfaßt. Vielleicht ist im griechischen Raum zuerst der Glaube zum Dogma erstarrt, also endlich geworden. Auch die byzantinische Kunst hat eine Neigung dazu, in Formelhaftem zu erstarren. Die neuen Vorstellungen mußten von anderen Völkern aufgenommen werden ehe sie lebendig werden konnten.

3. Die neuen Vorstellungen wurden nicht so sehr nur im Denken, sondern vielmehr auch und besonders im Fühlen aufgenommen. Nikolaus von Cues sagt, daß Gott immer noch größer ist als alles, was über ihn gedacht und gesagt werden kann (13), und — gerade das ist wichtig — er ist glücklich darüber. Diese Aufnahme des Unendlichen im Gefühl scheint auch in der Baukunst sichtbar zu werden. Zunächst wurde die Form der römischen Markt- und Gerichtshalle von den Christen als Gottesdienstraum übernommen, eine Raumform, die an sich nichts sagt; nichts sagt über den Zweck, dem sie dient. Sie ist ein überdachter Platz, sonst nichts. Diese Form wird nun im Abendland sozusagen lebendig. Durch übergreifende Bogen wird der Raum zusammengeschlossen (z. B. Alpirsbach). Mehr und mehr treten die senkrechten Linien hervor. Die Pfeiler werden durch die ganze Höhe des Kirchenschiffs hinaufgeführt. Die ursprünglich flache Decke wölbt sich nach oben, schließlich wird in der Gotik fast

die ganze Wand aufgelöst in Pfeiler und Dienste, deren Aufgabe es geradezu zu sein scheint, nach oben zu deuten, den Menschen über sich hinaus in die Höhe zu weisen. Da ist nirgends mehr ein Abschluß, überall gibt es noch ein Dahinter und Darüberhinaus. Es ist ein Teil des Eindrucks einer gotischen Kirche, daß hier das Unendliche gefühlsmäßig erlebt und gestaltend zum Ausdruck gebracht ist. Damit wie mit Nikolaus von Cues ist das Begreifen des Unendlichen in diesem Sinne abgeschlossen und vollendet.

Das war für die Naturwissenschaft und für die Mathematik von großer Bedeutung, wenn auch die Mathematik an dieser Entwicklung nicht wesentlich beteiligt war. Hierfür wiederum war ein anderer Gesichtspunkt entscheidend: Als Quelle der Wahrheit galt nicht das Denken und als Kriterium der Wahrheit nicht die (in Zahlenverhältnissen dargestellte) Harmonie, sondern allein die Offenbarung im Wort Gottes.

Den Umschwung zur Neuzeit kennzeichnet ein Wort Keplers: Es ist etwas Großes um das Wort Gottes, gewiß; aber es ist auch etwas Großes um das Werk Gottes (14). Was hier ausgesprochen ist, war schon seit etwa 150 Jahren in großem Maße wirksam. Das Diesseits war wieder als betrachtenswürdig anerkannt. Damit kam auch die Mathematik und Naturwissenschaft wieder zur Geltung. Die neue Erfahrung vom Unendlichen stellte sie vor neue Notwendigkeiten und eröffnete neue Wege.

Die Welt, inzwischen auch die diesseitige Welt, ist als unendlich anzusehen. Daraus folgt, daß sie nicht mehr im ganzen überblickt werden kann. Man kann nur einen Teilausschnitt von einem bestimmten Standpunkt aus ins Auge fassen. So ist es wohl kein Zufall, daß in der Malerei am Beginn der Neuzeit die Wiederbelebung der Perspektive steht. Es ist erstaunlich, welche Sorgfalt und Mühe z. B. Leonardo da Vinci und Dürer auf die genaue perspektivische Konstruktion verwandt haben.

Die Gewohnheit an perspektivisches Sehen und Denken mag auch bei dem Sieg des heliozentrischen Systems eine Rolle gespielt haben. Man war fähig, sich die Planetenbewegung von der Sonne aus gesehen vorzustellen, und nun sah man, daß sie so viel einfacher und übersichtlicher aussieht.

Auch hier spielt das Unendliche eine Rolle: Die Fixsterne zeigen keine Parallaxe, also müssen sie unendlich weit entfernt sein — das aber ist unmöglich, sagt Aristoteles (15). Kopernikus sagt: sie müssen unendlich oder wenigstens sehr weit entfernt sein; zwischen diesen beiden Möglichkeiten zu entscheiden, überlassen wir den Physiologen (16). Was für Aristoteles ein entscheidendes Argument war, ist für Kopernikus gleichgültig. Die Scheu vor dem Unendlichen ist geschwunden.

Dabei wäre der Gedanke, daß die Fixsterne unendlich weit entfernt sind, auch für uns unmöglich oder unsinnig. Auch der Gedanke einer unendlich großen Welt ist uns mindestens problematisch. Und doch sieht es so aus, als sei es nötig gewesen, daß auch diese — falschen — Vorstellungen einmal als richtig anerkannt und vielleicht nur deshalb bis ins letzte durchdacht wurden. Und was wäre aus der Infinitesimalrechnung geworden, wenn Leibniz und Newton nicht an die Existenz des aktual unendlich Kleinen geglaubt hätten?

An der Wende vom Mittelalter zur Neuzeit steht Kepler. Er hat diese Wende durchlitten, in seinem persönlichen Leben und in seinem wissenschaftlichen Werk.

Er hat, auf dem Boden des Kopernikanischen Systems, versucht, die Welt in ihrer Harmonie zu begreifen durch die Konstruktion der Planetenbahnen mittels der regelmäßigen Körper, durch den Vergleich der Planetenbewegung mit Tonintervallen. Das ist griechisch. Modern aber ist, daß er nicht in der a priori gefundenen Harmonie nun auch das Kriterium der Wahrheit gefunden hat, sondern daß sich das Gefundene an den Messungen und Beobachtungen bewähren mußte.

Kepler empfand seine Erkenntnisse als ein Nachdenken der Gedanken Gottes, aber er fand diese nicht nur im Wort, sondern auch im Werk Gottes.

Damit war jedoch die Gewißheit der Wahrheit wieder in Frage gestellt. Im Wort Gottes war die Wahrheit unmittelbar gegeben, aus dem Werk muß sie durch Beobachten und Schließen herausgelesen werden. Dabei können sich Fehler einschleichen. Die Harmonie ist als Kriterium der erreichten Wahrheit nicht mehr brauchbar, denn Harmonie geht auf ein Ganzes, Harmonie ist das angemessene Verhältnis der Teile zum Ganzen; das Ganze ist aber in einer unendlichen Welt unerreichbar.

Wie gewinne ich unbezweifelbare Sicherheit, daß das, was ich erforsche und erkenne, wahr ist? Das ist die Frage von Descartes. Seine erste vorläufige Richtlinie: Ich muß sehen, wie die Mathematiker es machen, denn bei ihnen gibt es sichere Erkenntnisse (17). Die Mathematiker aber verfahren nach bestimmten Regeln: Das Komplizierte wird in Einfaches aufgelöst, derart, daß das Einfache intuitu eingesehen werden kann; intuitus aber ist das klare und distinkte Erfassen des aufmerksamen Geistes; und dann wird aus dem Einfachen durch deductio das Komplizierte geschlossen. Das grundlegende Beispiel für etwas, was clare et distincte erfaßt wird, ist das cogito ergo sum. Von dieser Art ist auch die Erkenntnis der mathematischen Grundbegriffe und Axiome (18). Das klare und distinkte Erfassen des aufmerksamen Geistes ist auch ein Kennzeichen der niederländischen Malerei jener Zeit.

Nachdem Descartes sich überlegt hat, daß und wie die Mathematik zu behandeln ist, und schon gleichzeitig damit, stellt er die Frage: Wovon handelt denn die Mathematik eigentlich? Die Antwort lautet: Von den Verhältnissen der Dinge zueinander, und zwar unabhängig davon, um was für Dinge es sich handelt, ob um Zahlen oder Strecken oder sonst etwas, wenn sie nur in einem Verhältnis zueinander stehen können (19).

Diese Antwort kennzeichnet den Standort der neuzeitlichen Mathematik. Die Babylonier und Ägypter hätten gesagt: Die Mathematik handelt von den Größen gewisser Figuren und Körper und den Mengen von Brot und Bier usw. Die Griechen hätten gesagt: Die Mathematik handelt von den Eigenschaften von Zahlen und Figuren, und zwar davon, wie sie sich aus Elementen zusammensetzen lassen. Descartes sagt: Von den Verhältnissen. Denn das ist das, was die Zeit erfordert. Man mißt Strecken, Zeiten, Geschwindigkeiten, Längen usw. und behandelt sie wie Zahlen. Ist denn das erlaubt? Aristoteles hatte verboten. Geometrisches durch Arithmetik zu beweisen (20). Warum darf man es jetzt? Descartes gibt die Antwort: Weil man mit Strecken genau dieselben Operationen durchführen kann, die man bei den Zahlen Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Wurzelziehen nennt. Dabei ist es wesentlich, daß Descartes zwei Strecken so multipliziert, daß das Ergebnis eine Strecke und nicht ein Rechteck ist. Dieser Isomorphismus ist die Grundlage der analytischen Geometrie.

Man trägt dann die fraglichen Strecken von einer gegebenen Geraden aus unter einem festen Winkel ab. Daß dieser Winkel am bequemsten als ein rechter zu wählen ist, steht bei Fermat und in einer Anmerkung von Florimond de Beaune (21). Fermat behandelt auch systematisch die Gleichungen ersten und zweiten, anhangsweise auch dritten und vierten Grades. Ein kennzeichnender Unterschied gegenüber Apollonius ist der: Bei Apollonius ist zuerst die Figur da, an der Figur wird eine Aussage über gewisse Streckenverhältnisse gemacht. Bei Fermat ist zuerst die Gleichung da; dann wird ein Koordinatensystem konstruiert und in diesem die Gleichung als Kurve dargestellt — genau wie die Maler erst ein Raumstück perspektivisch konstruieren und dann ihre Figuren hineinsetzen.

Damit hat man im wesentlichen den Funktionsbegriff, wenn auch Fermat noch von (geometrischem) „Ort“ spricht. Physikalisch ist dieser Begriff der Rest der Weltharmonie. An Stelle des Verhältnisses aller Teile zum Ganzen sind nur noch die Beziehungen einzelner Teile zueinander faßbar. Und auch diese nicht im großen, sondern nur z. B. die Wirkung einer Kraft auf die unmittelbar benachbarte Masse. Die dafür notwendige rechnerische Methode fand man in der Differential- und Integralrechnung.

Nun hatte schon Archimedes Flächeninhalte und Tangenten bestimmt, aber ihm fehlte zweierlei: 1. die Notwendigkeit solcher Untersuchungen für die Naturerkenntnis, 2. die allgemeine Darstellung von Kurven durch Gleichungen. Er und Apollonius konnten nichts anderes tun als Flächeninhalt und Tangenten bei allen vorliegenden Kurven einzeln bestimmen, denn sie hatten nur die einzelnen Kurven. Jetzt erst hat man die Möglichkeit, Kurven allgemein durch Gleichungen zu bestimmen, und darum erhält das Problem jetzt die Gestalt, daß man nach allgemeinen Methoden zur Bestimmung von Tangenten und Flächeninhalten sucht. Deshalb lag die Erfindung der Infinitesimalrechnung „in der Luft“.

Auf die Vorarbeiten und Einzelheiten der Erfindung der Infinitesimalrechnung will ich nicht eingehen. Ich möchte nur betonen, daß Newton und Leibniz doch neben Gleichartigem auch recht Verschiedenartiges zur Entwicklung der Infinitesimalrechnung beigesteuert haben (22). Bei Newton steht die Reihenlehre im Vordergrund, bei Leibniz der Formalismus des Kalküls. Das hat seine guten Gründe. Newton als Physiker war daran gelegen, alle anfallenden Probleme, wenn nötig näherungsweise zu lösen. Leibniz hatte die Idee einer allgemeinen logischen Sprache, die das menschliche Denken, soweit es rein schematisch vor sich geht, ersetzen sollte. Das Denken geschieht weitgehend in Zeichen, und schon die Wahl der Zeichen soll so getroffen werden, daß sie das Denken unterstützen. So ist seine Symbolik entstanden.

Mit der Erfindung dieser Methode war ein großes Ziel im Prinzip erreicht: die Welt aus ihrem Verhalten im unendlich Kleinen zu verstehen (23). Man war sich dieser Leistung bewußt, und es begann eine Zeit des großen Optimismus, von Leibniz' Meinung, daß diese Welt die bestmögliche aller Welten sei und daß man das auch einsehen könne, bis zu dem berühmten Laplaceschen Geist, der die ganze Zukunft voraus berechnen kann. Spiegelt sich das nicht auch in der Kunst des Barock? Die sich bei den Kirchengrundrissen nicht mehr mit Quadraten und Rechtecken begnügt, sondern z. B. Ellipsen ineinanderfügt und kunstvoll verschlingt, die den Raum belebt mit einer Fülle von Engelchen, himmlischen Gestalten, die man ganz aus der Nähe, ganz im kleinen betrachten muß, die dann aber auch ganz und gar verständlich sind wie Fleisch von unserem Fleisch.

Die Zeit erinnert an die klassische Zeit der Griechen. Wie damals ist die Methode klar zum Durchbruch und zur Entfaltung gekommen. Und wie damals waren ihre Grundlagen noch völlig unsicher. Gauss kehrte zu den strengen Methoden der Griechen zurück, wie die Kunst von Rokoko zum Klassizismus zurückkehrte und wie Kant eine Besinnung darauf begann, wie synthetische Urteile a priori, d. h. wie Wissenschaft möglich sei.

Nun setzte auf allen Gebieten die Besinnung auf die Grundlagen ein, in der Analysis mit Gauss, Cauchy, Weierstrass, in der Geometrie mit der nichteuklidischen Geometrie bis zu Riemann und Hilbert, in der Algebra mit Abel und Galois — ich kann hier natürlich nicht im entferntesten andeuten, was alles geschehen ist. Von besonderer Bedeutung scheint mir die allgemeine Frage nach den Grundlagen der Mathematik zu sein, die von Hilberts Grundlagen der Geometrie zur Beweistheorie führt und damit die grundlegende Frage angeht: die nach dem Grund für die Wahrheit der mathematischen Sätze. Diese Frage ist völlig in der Schwebe, und ich meine, daß hier die mathematische Logik ein entscheidendes Wort mitzureden hat. Je allgemeiner die mathematischen Sätze werden, desto mehr erfordern sie eine rein logische Formulierung. Wir sind jedoch noch weit davon entfernt, uns über die logischen Grundlagen der Mathematik auch nur einig zu sein, und weit davon entfernt, das Gebäude der Mathematik auf den angemessenen Grundlagen aufbauen zu können. Auch damit wäre die Frage nach dem Grund für die Wahrheit der Mathematik noch nicht beantwortet.

Ist die moderne Kunst in einer ähnlichen Lage? Offenkundig ist wohl ein Bestreben, nicht so sehr Gegenständliches wie vielmehr Abstraktes, nicht Dinge, sondern Relationen zwischen Dingen zur Darstellung zu bringen.

Bleibt dieses Betrachten von Relationen in der Schwebe, derart, daß, bildlich gesprochen, Fäden verknüpft werden, die nirgends mehr an einen Rahmen anknüpfen? Nietzsche sagt einmal: „Das Neue an unserer jetzigen Stellung zur Philosophie ist eine Überzeugung, die noch kein Zeitalter hatte: daß wir die Wahrheit nicht haben."

Literatur.

1. Die kunstgeschichtlichen Bemerkungen stützen sich größtenteils auf K. Bauch, Abendländische Kunst. Düsseldorf 1952.
2. Übers. von Eisenlohr, zitiert nach M. Cantor, Vorl. über Gesch. d. Math. 3. Aufl. 1907. Bd. I, S. 58.
3. W. von Soden, Leistung und Grenze sumerischer und babylonischer Wissenschaft. Die Welt als Geschichte 2, 411—464, 509—557, 1936.
4. B. Snell, Die Entdeckung des Geistes. Hamburg 1946.
5. M. Heidegger, Vorl. Freiburg SS 1952.
6. H. Diels, Fragmente der Vorsokratiker. 6. Aufl. 1951. 28 B 6.
7. Platon, Staat, Buch VII. 530/1.
8. H. Diels (6) 29 B 2. S. auch W. Kranz, Vorsokratische Denker. Berlin-Frankfurt/Main 1949, S. 109.
9. Aristoteles, Kategorien; Metaphysik V, 13.
10. Aristoteles, Physik III, 6.
11. H. Diels a. a. O. (6) 12 A 9. S. auch W. Kranz (8) S. 40/1.
12. H. Diels a. a. O. (6) 25 A 33. S. auch W. Kranz (8) S. 63.
13. Nikolaus von Cues, Vom verborgenen Gott. Übers. von E. Bohnenstaedt, Philos. Bibl. 218, F. Meiner, 1940.
14. J. Kepler, Das Weltgeheimnis. Übers. von M. Caspar, Augsburg 1923, S. 38.
15. Aristoteles, Über den Himmel I.
16. N. Copernicus, Über die Kreisbewegungen der Weltkörper. Übers. von C. L. Menzzer. Leipzig 1939. Kap. 8.
17. Descartes, Abhandlung über die Methode. Übers. von W. Leist. Berlin u. Wien 1924. 2. Abschn.
18. Descartes, Regulae ad directionem ingenii, insbes. Reg. 3, 4, 5.
19. Descartes, Regulae, 4; Florimondi de Beaune in Geometriam Renati des Cartes Notae breves.
20. Aristoteles, Zweite Analytik I, 7.
21. P. de Fermat, Ad locos planos et solidos isagoge, Oeuvres I. Fl. de Beaune s. (19).
22. Zur Geschichte der Infinitesimalrechnung s. insbes. J. E. Hofmann, Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik. München 1949. — Zur Geschichte der Mathematik im allgemeinen sei hingewiesen auf O. Becker und J. E. Hofmann, Geschichte der Mathematik, Bonn 1951, und auf J. E. Hofmann, Geschichte der Mathematik I, Sammlung Göschen 226, 1953.
23. Diese Formulierung stammt von H. Weyl.