

# **Die Produktion von Strangeness und Charmonium in Kern-Kern-Kollisionen**

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Justus-Liebig-Universität Gießen  
Fachbereich 13 - Physik

vorgelegt von  
Jochen Geiß  
aus Windhausen

Gießen, 1998

D 26

Dekan: Prof. Dr. Claus-Dieter Kohl

I. Berichterstatter: Prof. Dr. Dr. Wolfgang Cassing

II. Berichterstatter: Prof. Dr. Werner Scheid

Tag der mündlichen Prüfung: 17.07.1998

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das HSD-Modell</b>	<b>7</b>
2.1	Die Transportgleichung . . . . .	7
2.2	Die numerische Realisation . . . . .	10
2.2.1	Die Testteilchenmethode . . . . .	10
2.2.2	Die Initialisierung . . . . .	11
2.2.3	Lösung der Kaskadengleichung . . . . .	11
2.3	Wirkungsquerschnitte . . . . .	13
2.3.1	Baryon-Baryon-Kollisionen . . . . .	13
2.3.2	Meson-Baryon-Kollisionen . . . . .	15
2.3.3	Meson-Meson-Kollisionen . . . . .	17
2.4	Das FRITIOF-Modell . . . . .	19
2.4.1	Die Hadron-Hadron-Wechselwirkung im FRITIOF-Modell	20
2.4.2	Die Fragmentation der Strings . . . . .	21
2.4.3	Vergleich mit experimentellen Daten . . . . .	31
2.5	Die Formationszeit . . . . .	35
2.6	Die Baryon-Antibaryon-Annihilation . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Die <math>s\bar{s}</math>-Produktion in Stößen von Hadronen</b>	<b>41</b>
3.1	Baryon-Baryon-Kollisionen . . . . .	41
3.2	Meson-Baryon-Kollisionen . . . . .	44
3.3	Die $K\bar{K}$ -Produktion in Stößen zweier Mesonen . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Die globale Reaktionsdynamik</b>	<b>49</b>
4.1	Der AGS-Energiebereich . . . . .	49
4.2	Der SPS-Energiebereich . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Die Produktion von Strangeness</b>	<b>59</b>
5.1	AGS-Energien . . . . .	59
5.2	SPS-Energien . . . . .	62
5.3	Die Strangeness-Produktion im Überblick . . . . .	67

5.4	Die $K^+$ -Produktion von SIS- bis AGS-Energien . . . . .	70
5.5	Vergleich mit einer thermischen Analyse . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Die Produktion von Charmonium</b>	<b>79</b>
6.1	Einführung . . . . .	79
6.2	Die experimentelle Situation . . . . .	81
6.3	Theoretische Ansätze . . . . .	83
6.4	Die $c\bar{c}$ -Produktion im HSD-Modell . . . . .	85
6.5	Die Stringdynamik und die $c\bar{c}$ -Dissoziation . . . . .	87
6.6	Die Dissoziation des Charmoniums . . . . .	91
6.7	Ergebnisse für Proton-Kern-Reaktionen . . . . .	92
6.8	Ergebnisse für Schwerionenkollisionen . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>99</b>
7.1	Die Produktion von Strangeness . . . . .	99
7.2	Die $J/\Psi$ -Produktion . . . . .	101
<b>A</b>	<b>Die Berechnung der Stringlänge</b>	<b>103</b>
<b>B</b>	<b>Die Strangeness-Produktion bei kleinen Stoßenergien</b>	<b>107</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Stöße zwischen Atomkernen bei ultrarelativistischen Energien bieten die einzigartige Möglichkeit, Kernmaterie bei hohen Dichten und Temperaturen im Labor zu untersuchen. Eines der Hauptziele dieses Forschungszweiges ist es, ein Signal für den Phasenübergang von Kernmaterie zu einem Quark-Gluon-Plasma (QGP) zu beobachten. Eng damit verknüpft ist die Fragestellung nach der Wiederherstellung der chiralen Symmetrie bei hohen Dichten und Temperaturen, was nicht notwendigerweise mit dem Phasenübergang zum Quark-Gluon-Plasma korreliert sein muß [1, 2]. Aus den Experimenten erhofft man sich, mehr über die Natur der starken Wechselwirkung, basierend auf den elementaren Quark-Freiheitsgraden, zu erfahren.

Quarks sind bei „normaler“ Dichte und Temperatur, wie sie in unserer natürlichen Umgebung vorkommen, in den Hadronen eingeschlossen und kommen nicht als freie Teilchen vor. Dieses *Confinement* ist eine besondere Eigenschaft der Quanten-Chromo-Dynamik (QCD), die die fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung ist. In der QCD vermitteln die Gluonen die Wechselwirkung zwischen den Quarks, ähnlich den Photonen in der QED. Im Gegensatz zu den Photonen tragen die Gluonen jedoch auch die Ladung der QCD, die Farbladung, und können somit untereinander wechselwirken. Die Kopplungskonstante der QCD wird bei kleinen Impulsüberträgen so groß, daß störungstheoretische Rechnungen in der Niederenergie-QCD nicht anwendbar sind. Somit ist das *Confinement* sowie dessen Schmelzen bei hohen Dichten und/oder Temperaturen aus der QCD heraus bisher nicht verstanden. Auch eine direkte numerische Lösung der QCD-Gleichungen auf einem diskreten Raum-Zeit-Gitter ist bei endlicher baryonischer Dichte noch immer sehr problematisch; lediglich bei verschwindender baryonischer Dichte sind Eigenschaften des Phasenübergangs mittels der Gitter-QCD berechnet worden und ergeben eine kritische Temperatur von  $T_c \approx 150 - 180$  MeV für das Schmelzen des *Confinements* und die Wiederherstellung der chiralen Symmetrie [3]. Bei

hochrelativistischen Kollisionen von Atomkernen erhofft man sich, eine solche Temperatur (bei hoher baryonischer Dichte) über einen ausreichend langen Zeitraum zu erhalten, um ein Signal für den Phasenübergang zu dem QGP beobachten zu können.

Diese Überlegungen führten zu Forschungsprogrammen am „Alternating Gradient Synchrotron“ (AGS) am Brookhaven National Laboratory (BNL), sowie am „Super Proton Synchrotron“ (SPS) am europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf. Ob die Einschußenergien am AGS ( $E_{lab} \leq 15 \text{ A} \cdot \text{GeV}$ ) bzw. SPS ( $E_{lab} \leq 200 \text{ A} \cdot \text{GeV}$ )<sup>1</sup> ausreichen, um einen Phasenübergang zu beobachten, ist die zentrale Fragestellung der vorliegenden Arbeit und soll mittels einer Transporttheorie systematisch untersucht werden. Sowohl am BNL als auch am CERN sind in den nächsten Jahren neue Beschleuniger geplant, bei denen das QGP bei hoher Temperatur in baryonenarmer Umgebung untersucht werden soll: Der „Relativistic Heavy Ion Collider“ (RHIC) am BNL wird eine 10 mal höhere invariante Kollisionsenergie haben im Vergleich zu dem SPS und soll im Jahr 2000 in Betrieb genommen werden; die invariante Stoßenergie für den am CERN geplanten „Large Hadron Collider“ (LHC) wird noch eine Größenordnung darüber liegen. Am LHC sollen die ersten Experimente im Jahr 2005 möglich sein.

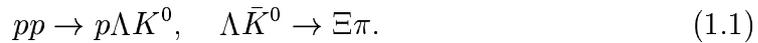
In der Vergangenheit sind verschiedene Observablen aus hochrelativistischen Kollisionen von Atomkernen als mögliche Signale für einen Phasenübergang von hadronischer Materie zu einem QGP vorgeschlagen worden. Besonders interessant ist die Produktion von neuen Isospinzuständen der Quarks, von „Strangeness“<sup>2</sup> ( $s\bar{s}$ -Paaren) und Charm ( $c\bar{c}$ -Paaren), die in den Anfangszuständen der Kollision nicht vorliegen. Zwei Observablen sollen in der vorliegenden Arbeit untersucht werden sollen:

**Die Erhöhung der Strangeness:** Bereits im Jahre 1982 ist von Rafelski eine Erhöhung des Anteils von Teilchen mit Strangeness im Endzustand von Kern-Kern-Kollisionen im Vergleich zu Stößen von zwei Protonen als mögliches Signal für einen Phasenübergang vorgeschlagen worden [4]. Die grundlegende Idee ist, daß die zur Produktion von Strangeness aufzuwendende Energie in einem QGP geringer ist als in einer hadronischen Phase, was zu einer erhöhten Produktion von  $s\bar{s}$ -Paaren in einem QGP führt. Somit erreichen die verschiedenen Isospinzustände der Quarks,  $u$ ,  $d$  und  $s$ , in einem QGP schneller den Wert des chemischen Gleichgewichts als „nichtstrange“ und „strange“ Hadronen in

<sup>1</sup>A bezeichnet die Anzahl der Baryonen im Projektilkern.

<sup>2</sup>In der deutschen Literatur wird meist *Seltsamkeit* oder *seltsame* Teilchen verwendet, was der direkten Übersetzung von *Strangeness* oder *strange* Teilchen entspricht. In der vorliegenden Arbeit werden die englischen Ausdrücke verwendet, die sich in neuerer Zeit auch in der deutschen Fachsprache durchgesetzt haben.

einem reinen wechselwirkenden Hadronengas. Abschätzungen der notwendigen Zeit bis zum Erreichen des chemischen Gleichgewichtes ergeben ca. 2-3 fm/c [5, 6, 7] für ein QGP und ca. 20 fm/c für ein Hadronengas [5]. Somit sollte eine starke Erhöhung der strange Hadronen im Endzustand zu beobachten sein, falls ein QGP während der Kern-Kern-Kollision gebildet wurde. Insbesondere die Produktion von Antihyperonen ( $\bar{\Lambda}$ ,  $\bar{\Sigma}$ ) sowie von Baryonen mit mehreren s-Quarks ( $\Xi$ ,  $\Omega$ ) sollte stark erhöht sein, da diese Teilchen in einer hadronischen Phase nur über Mehrstufenprozesse produziert werden können, wie z.B.



Tatsächlich ist experimentell eine verstärkte Produktion der Teilchen mit Strangeness in Kern-Kern-Kollisionen sowohl am AGS- als auch am SPS-Beschleuniger festgestellt worden [8]. Überraschend ist, daß am AGS ein erheblich größerer relativer Anteil an strange Hadronen gemessen wurde als am SPS, wo viermal höhere Stoßenergien erreicht werden. Dennoch ist theoretisch noch nicht vollkommen geklärt, ob die beobachteten Werte ein *eindeutiges* Signal für einen Phasenübergang darstellen, oder ob sie auch in rein hadronischen Modellen verstanden werden können. Eine detaillierte Berechnung der Produktionsquerschnitte für Strangeness sowie der Hadronisierung aus der QCD heraus ist bisher noch nicht gelungen, so daß auf phänomenologische Modelle zurückgegriffen werden muß. Quantitative Aussagen sind somit immer mit einer Unsicherheit behaftet.

**Die Unterdrückung des  $J/\Psi$ -Signals:** Eine weitere mögliche Observable für einen Phasenübergang ist 1986 von Matsui und Satz vorgeschlagen worden [9]: die Unterdrückung des  $J/\Psi$ -Signals in Kern-Kern-Kollisionen relativ zu Proton-Proton-Stößen. Hierbei ist die grundlegende Idee, daß die in den primären hochenergetischen Nukleon-Nukleon-Kollisionen produzierten Charmonium-Paare innerhalb eines QGPs keinen resonanten  $J/\Psi$ -Zustand bilden können, da die Farbladungen der Quarks in einem Plasma abgeschirmt werden [9]. Dazu sind am SPS-Beschleuniger zwei Experimente mit Kern-Kern-Kollisionen durchgeführt worden und haben in der Tat eine starke Reduktion des skalierten  $J/\Psi$ -Signals ergeben [10, 11]. Die Interpretation dieser Resultate ist jedoch nach wie vor stark umstritten, insbesondere ergeben rein hadronische Modelle eine gute quantitative Übereinstimmung mit den Daten [12].

Die zwei oben erwähnten Observablen sollen in der vorliegenden Arbeit in einer hadronischen Transporttheorie, dem „**H**adron **S**tring **D**ynamik“-Modell (HSD) systematisch untersucht werden.

In der Vergangenheit wurden viele Transportmodelle zur Beschreibung von Kern-Kern-Kollisionen entwickelt. Für SIS-Energien ( $E_{lab} = 1-2 \text{ A} \cdot \text{GeV}$ ) gibt

es verschiedene Ansätze wie das BUU-Modell [13, 14, 15, 16, 17] oder das QMD-Modell [18], welche jedoch nichtrelativistisch formuliert wurden und nicht auf höhere Energien angewendet werden können. Auch das RBUU-Modell [19, 20], welches auf einer kovarianten Beschreibung in Analogie zu dem Walecka-Modell beruht, kann wegen der reduzierten Anzahl an Freiheitsgraden nicht auf ultrarelativistische Energien angewendet werden. Erst eine Beschreibung der hochenergetischen Kollisionen von „elementaren“ Hadronen im „String“-Bild zusammen mit einer kovarianten Formulierung der Transporttheorie brachte den Durchbruch zu hohen Energien. Die bekanntesten Modelle in dieser Hinsicht sind neben dem hier verwendeten HSD-Modell die parallel entwickelten Modelle: RQMD [21, 22, 23, 24, 25], UrQMD [26], VENUS [27], DPM [28], FRITIOF [29] oder die kürzlich erweiterte Version LUCIAE [30].

In diesen Modellen beschreiben die Strings die erste „prähadronische“ Phase der Kern-Kern-Kollision und hadronisieren unabhängig voneinander. Lediglich die neueren Versionen von VENUS [31] und RQMD [22, 32] berücksichtigen eine Fusion von Strings zu „Color Ropes“, welche kollektiv hadronisieren. Zusätzlich beinhaltet VENUS noch einen Übergang von hochdichter hadronischer Materie zu „Quark Droplets“ [33], deren hadronische Endzustände nach dem verfügbaren Phasenraum bestimmt werden. Diese neuen Konzepte wurden eingeführt, um die experimentellen Daten bei SPS-Energien speziell im Strangeness-Sektor genauer zu beschreiben. Mit keinem dieser Modelle ist jedoch eine systematische Analyse der Produktion von Strangeness über einen großen Energiebereich mit einer *festen* Programmversion vorgenommen worden.

Eine andere Klasse von Modellen basiert auf einer partonischen Beschreibung von Kern-Kern-Kollisionen, in der die elementaren Freiheitsgrade Quarks und Gluonen (Partonen) sind. Die bekanntesten Parton-Modelle sind HIJING [34], HIJET [35] und VNI [36]. In diesen Ansätzen werden die einlaufenden Kerne in ihre partonische Unterstruktur zerlegt und alle Kollisionen auf Parton-Ebene behandelt. Die Wirkungsquerschnitte werden aus der störungstheoretischen QCD gewonnen, was hohe Impulsüberträge ( $q^2 > 10 \text{ GeV}^2$ ) voraussetzt, die bei SPS-Energien nur selten erreicht werden. Aus diesem Grunde ist die Anwendung der Parton-Modelle bei SPS-Energien zweifelhaft; erst bei RHIC- bzw. LHC-Energien werden genügend hohe Energien erreicht, so daß eine partonische Beschreibung sinnvoll erscheint.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Raum-Zeit-Entwicklung von hochrelativistischen Kern-Kern-Kollisionen in einer mikroskopischen, rein hadronischen Transporttheorie zu untersuchen. Insbesondere soll die Produktion von Strangeness in Kern-Kern-Kollisionen über einen großen Energiebereich von SIS- ( $E_{lab} = 1\text{-}2 \text{ A}\cdot\text{GeV}$ ) bis SPS-Energien ( $E_{lab} = 200 \text{ A}\cdot\text{GeV}$ ) für viele verschiedene Systeme untersucht werden, wobei für die elementaren Produktions-

querschnitte möglichst konservative Annahmen gemacht werden. Ziel ist es, eine Anregungsfunktion für die Produktion von Strangeness über den gesamten Energiebereich zu erhalten und diese mit den experimentellen Daten zu vergleichen. Desweiteren soll die Produktion von  $J/\Psi$ -Teilchen bei SPS-Energien für unterschiedliche Systeme untersucht werden, wobei ein neuer Absorptionsmechanismus der  $c\bar{c}$ -Paare getestet wird.

In Kapitel 2 wird zunächst das verwendete HSD-Modell genauer vorgestellt und die verschiedenen Reaktionskanäle diskutiert. Die Produktion von Strangeness in allen möglichen Hadron-Hadron-Stößen ist für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse und wird in Kapitel 3 beschrieben. In Kapitel 4 folgt dann eine systematische Untersuchung des Abstoppens der Kernmaterie sowie der Produktion von u- und d-Quarks für verschiedene Systeme bei AGS- und SPS-Energien. Nachdem die globale Reaktionsdynamik getestet ist, werden in Kapitel 5 die Resultate der systematischen Analyse zur Produktion von Strangeness vorgestellt und unter anderem mit einer thermischen Analyse verglichen. In Kapitel 6 wird die Produktion und Absorption von Charmonium im HSD-Modell dargestellt, wobei die Dissoziation von  $c\bar{c}$ -Paaren in Strings erstmals mikroskopisch untersucht wird. Es werden die Ergebnisse zur Charmonium-Produktion für verschiedene Systeme bei SPS-Energien vorgestellt und mit den experimentellen Daten verglichen. Eine Zusammenfassung in Kapitel 7 bildet den Abschluß der Arbeit.



# Kapitel 2

## Das HSD-Modell

### 2.1 Die Transportgleichung

In der vorliegenden Arbeit werden hochrelativistische Kollisionen von Kernen im Rahmen einer Transporttheorie untersucht, die historisch ihren Ursprung in der klassischen Boltzmann-Gleichung hat. Diese beschreibt die zeitliche Entwicklung der Phasenraumverteilung eines Gases unter Berücksichtigung von Stößen zwischen den Molekülen. Mit dieser Gleichung lassen sich Nichtgleichgewichtsprobleme, wie sie z.B. in der Hydrodynamik auftauchen, beschreiben. Um auch fermionische Systeme behandeln zu können, wurden 1928 von Nordheim [37] und 1933 von Uehling und Uhlenbeck [38] Pauli-Faktoren eingeführt. Auf Kollisionen von Kernen wurde diese Transporttheorie erstmals 1984 von Bertsch [13] angewandt. Eine allgemeine Herleitung der relativistischen Transportgleichung über die Reduktion der Hierarchie relativistischer Dichtematrizen wurde von Cassing et al. [39] gegeben. Hierbei erhält man sowohl die Bewegung der Nukleonen im mittleren Feld als auch die Beiträge von Nukleon-Nukleon-Stößen konsistent aus einer renormierten Wechselwirkung. Ein äquivalenter Zugang über zeitabhängige Green-Funktionen wurde von Botermans und Malfliet [40] formuliert.

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß des mittleren Feldes vernachlässigt, welches bei ultrarelativistischen Energien nur von untergeordneter Bedeutung ist. Die Dynamik wird bei diesen Energien durch die kinetischen Energien und die Kollisionen der Nukleonen bestimmt. Auf eine formale Herleitung der relativistischen Transportgleichung wie z.B. in [39] wird aus diesem Grunde verzichtet. Statt dessen wird sie aus dem, aus der klassischen Mechanik bekannten, Liouvillschen Theorem begründet.

In der klassischen Mechanik gilt für ein System von  $N$  Teilchen das Liouvillsche Theorem, wonach das Volumen eines Phasenraumelementes  $d^3pd^3r$  konstant bleibt, falls sich alle Teilchen nach den kanonischen Gleichungen bewegen.

Für die N-Teilchen-Phasenraumdichte  $f_N(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_N)$  folgt

$$\frac{df_N}{dt} = \frac{\partial f_N}{\partial t} + \{f_N, H\} = 0, \quad (2.1)$$

wobei die Poisson-Klammer durch

$$\{f_N, H\} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f_N}{\partial \vec{r}_i} \cdot \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial f_N}{\partial \vec{p}_i} \cdot \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_i} \right) \quad (2.2)$$

gegeben ist.  $H$  ist die für das jeweilige System charakteristische Hamiltonfunktion. Aus der Liouville-Gleichung für das N-Teilchensystem läßt sich die sogenannte BBKGY-Hierarchie ableiten, die ein System von N gekoppelten Integro-Differentialgleichungen für die 1- bis N- Teilchenphasenraumdichte darstellt. Die Lösung des N-Teilchensystems ist damit jedoch nicht einfacher geworden, da die Berechnung der I-Teilchen-Phasenraumdichte die Kenntnis der (I+1)-Teilchen-Phasenraumdichte voraussetzt. Die einfachste Näherung besteht darin, die N-Teilchen-Phasenraumdichte als Produkt von 1-Teilchen-Phasenraumdichten zu schreiben,

$$f_N(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_N) = \prod_{i=1}^N f(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t), \quad (2.3)$$

womit alle höheren Teilchenkorrelationen vernachlässigt werden. Mit Gl. (2.3) bleibt nur eine einzige Gleichung übrig:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial H_{MF}}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial H_{MF}}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \quad (2.4)$$

mit der Hamiltonfunktion des mittleren Feldes

$$H_{MF} = \vec{p}^2/2m + U, \quad U = \int f(\vec{r}', \vec{p}', t) V(\vec{r}, \vec{r}') d^3 r' d^3 p'. \quad (2.5)$$

Diese sogenannte Vlasov-Gleichung beschreibt die Entwicklung der Phasenraumdichte eines Systems nichtstoßender Teilchen im Rahmen der durch  $H$  definierten Dynamik.

Kollisionen zwischen den Teilchen lassen sich durch einen zusätzlichen Kollisionsterm berücksichtigen, welcher die Möglichkeit beschreibt, daß ein Teilchen durch einen Stoß mit einem anderen Teilchen in ein anderes Element des Phasenraums gestreut werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{df(\vec{r}, \vec{p}_1, t)}{dt} &= I_{coll}[f] = \int d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \\ &\times W(1+2 \rightarrow 3+4) \cdot \{f_3 f_4 \bar{f}_1 \bar{f}_2 - f_1 f_2 \bar{f}_3 \bar{f}_4\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

$W(1 + 2 \rightarrow 3 + 4)$  ist die Übergangsrate aus der Phasenraumzelle  $(\vec{r}, \vec{p}_1)$  und  $(\vec{r}, \vec{p}_2)$  nach  $(\vec{r}, \vec{p}_3)$  und  $(\vec{r}, \vec{p}_4)$ ;  $f_i$  und  $\bar{f}_i = 1 \pm f(\vec{r}, \vec{p}_i)$  sind die einleitend erwähnten Pauli- oder Bose-Faktoren, wobei die Normierung von  $f(\vec{r}, \vec{p})$  folgendermaßen gewählt werden muß:

$$g \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} d^3 r f(\vec{r}, \vec{p}) = N, \quad (2.7)$$

wobei  $g$  den Entartungsgrad der Teilchen bei zusätzlichen inneren Freiheitsgraden angibt. Der Kollisionsterm (2.6) enthält einen Gewinn- sowie einen Verlust-Term. Schreibt man die Übergangswahrscheinlichkeit in den entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  um, so ergibt sich:

$$I_{coll}[f] = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p_2 d^3 p_3 d\Omega v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \quad (2.8)$$

$$\times \left\{ f_3 f_4 \bar{f}_1 \bar{f}_2 - f_1 f_2 \bar{f}_3 \bar{f}_4 \right\}.$$

Dabei sind  $v_{12}$  die Relativgeschwindigkeit von Teilchen 1 und 2 und  $\Omega$  der Winkel zwischen  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_2$  im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 und 2.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Resultate sind ohne mittlere Felder oder Selbstenergien berechnet worden, so daß sich die relativistische Transportgleichung auf die Kaskadengleichung

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m} \nabla \right) f_1(\vec{x}, \vec{p}; t) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p_2 d^3 p_3 d\Omega \quad (2.9)$$

$$v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \cdot \left\{ f_3 f_4 \bar{f}_1 \bar{f}_2 - f_1 f_2 \bar{f}_3 \bar{f}_4 \right\}.$$

reduziert. Die Vernachlässigung der mittleren Felder hat bei ultrarelativistischen Energien keinen wesentlichen Einfluß, verkürzt die Rechenzeit für die Simulation einer Schwerionenkollision jedoch erheblich.

Die Erweiterung des Transport-Modells auf  $N$  Teilchensorten führt auf ein System von Transportgleichungen, die über den Kollisionsterm gekoppelt sind:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m} \nabla \right) f_i = I_{coll}^i(f_1, f_2, \dots, f_N), \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.10)$$

wobei  $i$  die Teilchensorte beschreibt. Die Kaskadengleichungen sind vollkommen spezifiziert, wenn die Wirkungsquerschnitte für alle Reaktionen bekannt sind.

In dem in dieser Arbeit verwendeten HSD-Modell werden die folgenden Teilchen berücksichtigt

$$\begin{aligned} \text{Baryonen : } & p, n, \Delta, N(1440), N(1535), \Lambda, \Sigma, \Sigma^*, \Xi, \Omega, \Lambda_c \\ \text{Mesonen : } & \pi, \eta, K, \bar{K}, \rho, \omega, K^*, \eta', \phi, a_1, D, \bar{D}, J/\Psi, \Psi' \\ \text{Strings : } & (q - \bar{q}), (qq - \bar{q}), \end{aligned} \quad (2.11)$$

sowie die zugehörigen Antibaryonen. In dem HSD-Modell sind keine höheren Resonanzen berücksichtigt, da deren Eigenschaften in einem dichten hadronischen Medium weitgehend unbekannt sind. Insbesondere ist zu erwarten, daß sich die Breite der Resonanzen im Medium vergrößert. Zudem ist die Reaktionsrate in einem hochdichtem Medium, wie es bei ultrarelativistischen Kern-Kern-Kollisionen zu erwarten ist sehr hoch, so daß die Zeit  $\Delta t$  zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kollisionen eines Teilchens sehr kurz ist  $\Delta t \leq 1 fm/c$ . Schon wegen der Unschärferelation können die verschiedenen Resonanzen nach so kurzen Zeiten energetisch nicht aufgelöst werden. Aus diesem Grunde werden in dem HSD-Modell hochangeregte Baryonen und Mesonen als sogenannte Strings beschrieben, welche man als kontinuierliche Anregungen der Hadronen interpretieren kann. Es gibt hadronische ( $q-qq$ ) und mesonische Strings ( $q-\bar{q}$ ). Die Erzeugung der Strings sowie deren hadronische Endzustände werden für *alle* möglichen Reaktionen in einem *einheitlichen* Bild beschrieben. In der vorliegenden Arbeit wird dazu das FRITIOF-Modell [29] verwendet, welches in Kapitel 2.4 detailliert dargestellt wird.

## 2.2 Die numerische Realisation

### 2.2.1 Die Testteilchenmethode

Zur numerischen Lösung des Systems von Transportgleichungen wird die Testteilchenmethode verwendet, in der die kontinuierliche Phasenraumdicke durch ein Ensemble von Testteilchen beschrieben wird<sup>1</sup>

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N \cdot A(t)} \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta^3(\vec{p} - \vec{p}_i(t)), \quad (2.12)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Testteilchen und  $A(t)$  die Anzahl der jeweils betrachteten Hadronenspezies zum Zeitpunkt  $t$  ist. Jedes Hadron wird somit in der Simulation durch  $N$  Testteilchen dargestellt, was auch wie folgt interpretiert werden kann: Zur Simulation einer Schwerionenkollision werden  $N$  Simulationen mit Testteilchen *parallel* durchgeführt. Die Ergebnisse folgen durch Mittelung über alle  $N$  Ensembles, ebenso wie die Dichte der Hadronen oder die Energiedichte zu einem beliebigen Zeitpunkt der Kollision. Stöße zwischen den Testteilchen sind dagegen nur in dem jeweils gleichen Ensemble möglich.

Die Dichten und Ströme der Hadronen erhält man durch Integration der Phasenraumdicke über den Impuls

$$j^\mu(\vec{r}, t) = \int \frac{d^3p}{E} p^\mu f(\vec{r}, \vec{p}, t), \quad (2.13)$$

---

<sup>1</sup>Der Index  $i$  an der Phasenraumdicke, der die Hadronenart darstellt, wird in der folgenden Diskussion unterdrückt

mit  $p^\mu = (E, \vec{p})$  und  $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ . Mit dem Testteilchenansatz erhält man anstatt der Integration eine Summation über die Testteilchen. Um ausreichend glatte Dichten und Ströme zu erhalten, werden die punktförmigen Testteilchen mit gaußförmiger Gewichtung „geglättet“. Der Viererstrom am Ort  $\vec{r}_k$  ergibt sich damit zu

$$j^\mu(\vec{r}_k) = \frac{1}{N} \sum_{i; \vec{r}_i \in V_k} \frac{p_i^\mu}{E_i} \frac{1}{(2\pi\Delta)^{3/2}} e^{-\frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_k)^2}{2\Delta^2}}. \quad (2.14)$$

In Gl. (2.14) gibt  $\Delta$  die Breite der Gaußpakete an;  $V_k$  bezeichnet die zu  $\vec{r}_k$  gehörende Gitterzelle. Aus praktischen Gründen wird abhängig von der Einschußenergie  $\Delta = 1fm/\gamma_{CM}$  gesetzt, wobei  $\gamma_{CM}$  der Lorentzfaktor im Schwerpunktsystem der Kollision ist.

### 2.2.2 Die Initialisierung

Zu Beginn einer Simulation müssen die Nukleonen der Kerne im Orts- und Impulsraum initialisiert werden. Die Ortskoordinaten der Testteilchen werden im Ruhesystem des jeweiligen Kerns mit einem Monte-Carlo-Verfahren bestimmt, wobei eine Wood-Saxon-Verteilung der Form

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((r - R_S)/a_s)} \quad (2.15)$$

mit  $a_s = 0.13fm$  und  $R_S = 1.124 \cdot A^{1/3} [fm]$  verwendet wird. Danach wird die Baryondichte gemäß Gl.(2.14) berechnet, um mittels der lokalen Dichtennäherung den ortsabhängigen Fermi-Impuls

$$p_F(r) = \left( \frac{3\pi^2}{2} \rho(r) \right)^{1/3} \quad (2.16)$$

bestimmen zu können. Die Impulse der Testteilchen werden dann mit einem Monte-Carlo-Verfahren homogen innerhalb der Fermikugel mit Radius  $p_F(r)$  bestimmt.

### 2.2.3 Lösung der Kaskadengleichung

Setzt man den Ansatz aus Gleichung (2.12) in die Kaskadengleichung (2.9) ein, so folgen die Bewegungsgleichungen für die Testteilchen

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0, \quad \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\vec{p}_i}{E_i}, \quad (2.17)$$

d.h. die Teilchen bewegen sich zwischen den Kollisionen auf geradlinigen Trajektorien.

Der Kollisionsterm der Kaskadengleichung enthält entweder Kollisionen von Hadronen oder beschreibt den Zerfall von baryonischen oder mesonischen Resonanzen. Zunächst wird die Behandlung der Kollisionen erläutert. Im Rahmen der Testteilchenmethode ergeben sich die Integrale in dem Kollisionsterm als Summe aller möglichen Testteilchen-Kollisionen, wobei nur Testteilchen innerhalb eines Ensembles stoßen dürfen. Eine Kollision zum Zeitpunkt  $t$  ist möglich, wenn zwei Teilchen einen gewissen Mindestabstand  $b_{max}$  haben, der aus einer geometrischen Interpretation des maximalen Wirkungsquerschnittes der stoßenden Teilchen resultiert:

$$b_{max} = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\pi}}. \quad (2.18)$$

Zusätzlich müssen die stoßenden Teilchen zum Zeitpunkt  $t$  ihre größte Annäherung aufweisen, damit kein Signal schneller als mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden kann<sup>2</sup>. Die Berechnung des Abstands der Testteilchen und der Zeitpunkt der größten Annäherung werden mit Hilfe eines Algorithmus von Kodama et al. [41] relativistisch korrekt behandelt. Anschließend werden die Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Reaktionskanäle  $\sigma_i$  berechnet, woraus sich deren Wahrscheinlichkeit  $\sigma_i/\sigma_{tot}$  ergibt. Mit einem Monte-Carlo-Verfahren wird bestimmt, welcher Endzustand angenommen wird.

Alle baryonischen und mesonischen Resonanzen können entsprechend ihrer partiellen Zerfallsbreiten in verschiedene Endzustände zerfallen. Zur Ermittlung der Zerfallswahrscheinlichkeit  $P$  wird ein exponentielles Zerfallsgesetz angenommen, wonach sich  $P$  zu

$$P = 1 - e^{-\Gamma\Delta t/\gamma} \quad (2.19)$$

ergibt. In Gl. (2.19) ist  $\Gamma$  die totale Zerfallsbreite der Resonanz und  $\Delta t$  die Zeitschrittweite in der Simulation. Der Lorentz-Faktor  $\gamma$  des Teilchens muß berücksichtigt werden, da die Zerfallswahrscheinlichkeit im Ruhesystem der Resonanz berechnet wird. Ein Monte-Carlo-Verfahren entscheidet, ob ein Zerfall der Resonanz stattfindet und bestimmt einen der möglichen Endzustände nach den Wahrscheinlichkeiten, die sich aus den partiellen Zerfallsbreiten ergeben.

---

<sup>2</sup>Man denke an  $N$  Billardkugeln, die genau in einer Reihe liegen. Ohne die Forderung nach minimalen Abstand zum Kollisionszeitpunkt, würde das Stoßsignal instantan auf die letzte Kugel übertragen; zumindest in der semiklassischen Transporttheorie.

## 2.3 Wirkungsquerschnitte

### 2.3.1 Baryon-Baryon-Kollisionen

Für die elastischen und inelastischen Stöße von Baryonen wird im HSD-Modell der folgende Ansatz gewählt: für Schwerpunktsenergien unterhalb einer Schwelle ( $\sqrt{s} < 2.65$  GeV) können die Prozesse mit expliziten Anregungen von  $\Delta$ ,  $N(1440)$  und  $N(1535)$  beschrieben werden. Hierfür wird das BUU-Modell (siehe z.B. [17]) verwendet, welches die Reaktionskanäle

$$\begin{aligned} NN &\leftrightarrow N'N' & (2.20) \\ NN &\leftrightarrow NR \\ NR &\leftrightarrow N'R' \\ \Delta\Delta &\leftrightarrow N'R' \end{aligned}$$

explizit berücksichtigt. Dabei sind  $N$  und  $R$  Nukleonen bzw. Resonanzen ( $\Delta$ ,  $N(1440)$  und  $N(1535)$ ). Das BUU-Modell wurde sehr erfolgreich bei Einschubenergien bis 2 A-GeV angewandt [42, 16]; die Wirkungsquerschnitte sind ausführlich in den Arbeiten von Wolf et al. [16] beschrieben und werden hier nicht weiter im Detail aufgeführt.

Für Schwerpunktsenergien oberhalb der Schwelle ( $\sqrt{s} > 2.65$  GeV) werden Parametrisierungen der experimentell bekannten  $p + p$  und  $p + n$  Wirkungsquerschnitte aus Ref. [43] verwendet: danach lassen sich die elastischen und inelastischen Querschnitte darstellen als

$$\sigma(p) = A + B \cdot p^n + C \cdot \ln^2(p) + D \cdot \ln(p) \quad [mb], \quad (2.21)$$

wobei  $p$  der Impuls des Protons im Laborsystem ist. Die Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $D$  sind in Tabelle 2.1 angegeben. Die inelastischen Querschnitte von  $p + p$ - und  $p + n$ -Stößen unterscheiden sich für Stoßenergien  $\sqrt{s} > 2.65$  GeV nur wenig, und sind durch die geometrische Ausdehnung der Baryonen bestimmt ( $\sigma_{inel} \approx 30$  mb, was einem geometrischen Radius von ca. 0.95 fm entspricht). Diese Tatsache erlaubt den folgenden Ansatz für alle anderen unbekanntes Wirkungsquerschnitte in diesem Energiebereich: die elastischen Querschnitte werden gleich dem elastischen  $p + p$ -Querschnitt gesetzt, die totalen Querschnitte als arithmetisches Mittel von  $\sigma_{tot}^{pp}$  und  $\sigma_{tot}^{pn}$ . Damit sind alle Baryon-Baryon-Wirkungsquerschnitte für Stoßenergien  $\sqrt{s} > 2.65$  GeV berücksichtigt, lediglich die Endzustände müssen noch spezifiziert werden.

**Inelastische Kollisionen:** Die Endzustände der inelastischen Kollisionen von Baryonen mit einer Energie  $\sqrt{s} > 2.65$  GeV werden für alle möglichen Anfangszustände mit dem FRITIOF-Modell [29] bestimmt. Dabei werden die

	A	B	n	C	D
$\sigma_{tot}^{pp}$	48.0	-	-	0.522	-4.51
$\sigma_{el}^{pp}$	11.9	26.0	-1.12	0.169	-1.85
$\sigma_{tot}^{pn}$	47.3	-	-	0.513	-4.27

Tabelle 2.1: Die Parameter für die totalen (p + p und p + n) und elastischen (p + p) -Wirkungsquerschnitte aus Ref. [43], die aus einem Fit an die experimentellen Daten gewonnen wurden.

einlaufenden Baryonen zunächst durch einen Impulsübertrag zu Strings angeregt, die dann in verschiedene hadronische Endzustände fragmentieren. Das FRITIOF-Modell beschreibt elementare Nukleon-Nukleon-Kollisionen über einen großen Energiebereich, wie in Kapitel 2.4.3 gezeigt wird. Für die vorliegende Arbeit ist das FRITIOF-Modell von besonderem Interesse, da die Produktion von Strangeness bei Schwerionenkollisionen im HSD-Modell zu einem großen Teil aus der Fragmentation der Strings gewonnen wird. In Kapitel 2.4 wird das FRITIOF-Modell sowie dessen Erweiterung ausführlich dargestellt.

**Elastische Kollisionen:** Die Winkelverteilung der elastischen Kollisionen ist stark von der Energie abhängig. Es wird eine Parametrisierung benutzt, die von Cugnon et al. [44] für elastische Nukleon-Nukleon-Kollisionen angegeben wurde,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = e^{A(s)t}, \quad (2.22)$$

wobei  $t$  das Quadrat des Viererimpulsübertrags ist,  $s$  das Quadrat der invarianten Stoßenergie und

$$A(s) = 6 \frac{[3.65(\sqrt{s} - 1.8776)]^6}{1 + [3.65(\sqrt{s} - 1.8776)]^6}. \quad (2.23)$$

Die mit dem oben beschriebenen Ansatz erhaltenen elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte für Proton-Proton-Kollisionen sind in Abbildung 2.1b über einen großen Energiebereich im Vergleich zu den Daten dargestellt. Ein stetiger Übergang ist bei der Energieschwelle zur Stringanregung zu erkennen, unterhalb derer die Wirkungsquerschnitte aus dem BUU-Modell benutzt werden.

Der Vollständigkeit halber muß erwähnt werden, daß Kollisionen von Hyperonen ( $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ) mit Nukleonen bei Stoßenergien  $\sqrt{s} < 2.65$  GeV im HSD-Modell nicht berücksichtigt werden, was auf die globale Reaktionsdynamik und die Produktion von Strangeness keinen Einfluß haben dürfte.

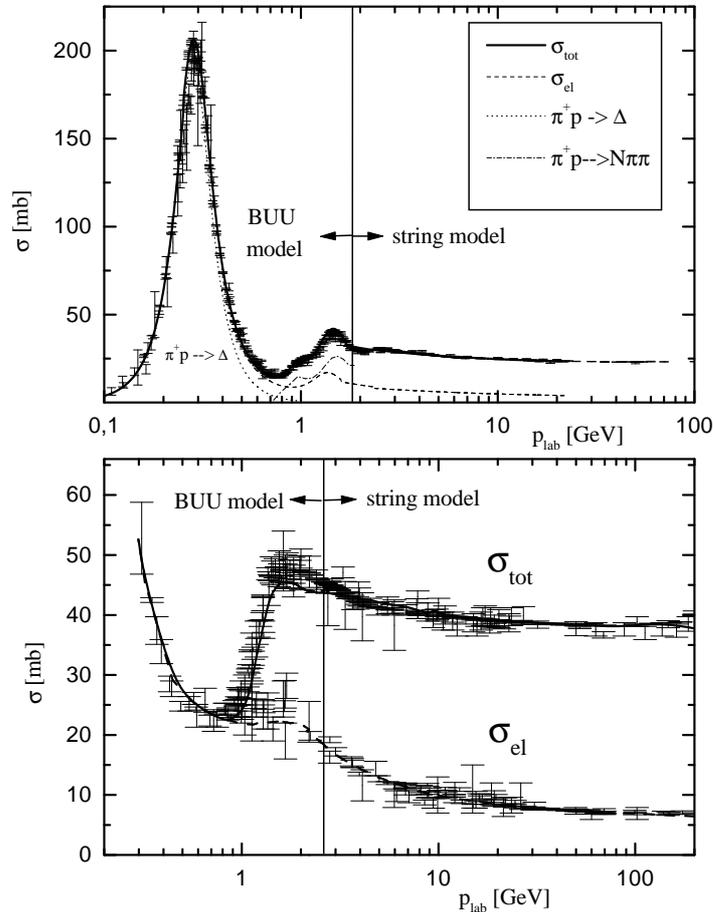


Abbildung 2.1: Der im HSD-Modell verwendete totale und elastische  $\pi^+$ -Proton (oben) und Proton-Proton (unten) Wirkungsquerschnitt im Vergleich zu den Daten von Ref. [43]. Die Energieschwelle zur Stringanregung ist mit vertikalen Strichen markiert.

Die Produktion von Strangeness in Baryon-Baryon-Kollisionen wird detailliert in Kapitel 3 wiedergegeben.

### 2.3.2 Meson-Baryon-Kollisionen

Für Meson-Baryon-Kollisionen wird ein ähnlicher Ansatz wie schon für Baryon-Baryon-Stöße verwendet. Für Kollisionsenergien unterhalb 2.1 GeV werden mit

dem BUU-Modell die Kanäle

$$\begin{aligned} R &\leftrightarrow N\pi \\ N(1535) &\leftrightarrow N\eta \end{aligned} \quad (2.24)$$

explizit berücksichtigt. Mit diesen Kanälen werden die experimentellen totalen und elastischen Pion-Nukleon-Querschnitte bis  $\sqrt{s} \sim 1.65$  GeV gut wiedergegeben [17]; für das Energieintervall  $1.65\text{GeV} < \sqrt{s} < 2.1\text{GeV}$  werden zusätzlich die elastischen und inelastischen Kanäle

$$\begin{aligned} N\pi &\rightarrow N\pi \\ N\pi &\rightarrow N\pi\pi \end{aligned} \quad (2.25)$$

berücksichtigt, für deren Wirkungsquerschnitte die folgende Parametrisierung der experimentellen Daten

$$\begin{aligned} \sigma_{tot} &= 25.0 + 16.0 \cdot p_{\pi}^{-1.4} \text{ mb} \\ \sigma_{el} &= 3.5 + 14.0 \cdot p_{\pi}^{-1.1} \text{ mb} \end{aligned} \quad (2.26)$$

verwendet wird. Für Reaktionen von  $\rho$  und  $\omega$  mit Baryonen  $B=(N, \Delta)$  für Stoßenergien  $\sqrt{s} < 2.1$  GeV werden die Kanäle

$$\begin{aligned} \rho B &\rightarrow N\pi\pi \\ \omega B &\rightarrow N\pi\pi\pi \end{aligned} \quad (2.27)$$

berücksichtigt, was einem Zerfall der mesonischen Resonanzen bei einer Kollision mit Baryonen entspricht. Hierbei werden energieunabhängige Wirkungsquerschnitte von 30 mb angenommen. Für hochrelativistische Schwerionenkollisionen ist diese einfache Parametrisierung ausreichend, da der kleine Energiebereich  $\sqrt{s} < 2.1$  GeV für die globale Teilchenproduktion und insbesondere für die Produktion von Strangeness nur einen geringen Einfluß hat.

Für Meson-Baryon-Kollisionen mit Stoßenergien oberhalb der Schwelle von 2.1 GeV werden die Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $\pi^+ + p$ ,  $\pi^- + p$ ,  $K^+ + p$  und  $K^- + p$  wie schon für Baryon-Baryon-Kollisionen aus Parametrisierungen der experimentellen Daten von Ref.[43] verwendet. Die Wirkungsquerschnitte werden wie in Gleichung (2.21) dargestellt, wobei die Parameter in Tabelle 2.2 angegeben sind. Die Wirkungsquerschnitte der unbekanntenen Kanäle für Energien  $\sqrt{s} > 2.1$  GeV werden wiederum daraus gewonnen, d.h.

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{\rho N}(\sqrt{s}) &= \sigma_{tot}^{\rho\Delta}(\sqrt{s}) = \sigma_{tot}^{\omega\Delta}(\sqrt{s}) = \dots \\ &= 0.5 \left( \sigma_{tot}^{\pi^+ N}(\sqrt{s}) + \sigma_{tot}^{\pi^- N}(\sqrt{s}) \right) \\ \sigma_{tot}^{KN}(\sqrt{s}) &= \sigma_{tot}^{K\Delta}(\sqrt{s}) = \dots = \sigma_{tot}^{K^+ p}(\sqrt{s}) \\ \sigma_{tot}^{\bar{K}N}(\sqrt{s}) &= \sigma_{tot}^{\bar{K}\Delta}(\sqrt{s}) = \dots = \sigma_{tot}^{K^- p}(\sqrt{s}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Die Punkte in Gl. (2.28) stehen für alle anderen Kombinationen im Eingangskanal;  $K$  bezeichnet Kaonen ( $K^+, K^0, K^{*+}, K^{*0}$ ),  $\bar{K}$  Antikaonen ( $K^-, \bar{K}^0$ ,

	A	B	n	C	D
$\sigma_{tot}^{\pi^+p}$	16.4	19.3	-0.42	0.19	-
$\sigma_{el}^{\pi^+p}$	-	11.4	-0.4	0.079	-
$\sigma_{tot}^{\pi^-p}$	33.0	14.0	-1.36	0.456	-4.03
$\sigma_{el}^{\pi^-p}$	1.76	11.2	-0.64	0.043	-
$\sigma_{tot}^{K^+p}$	18.1	-	-	0.26	-1.0
$\sigma_{el}^{K^+p}$	5.0	8.1	-1.8	0.16	-1.3
$\sigma_{tot}^{K^-p}$	32.1	-	-	0.66	-5.6
$\sigma_{el}^{K^-p}$	7.3	-	-	0.29	-2.4

Tabelle 2.2: Die Parameter für die totalen und elastischen  $\pi + N$ -,  $K + N$  und  $\bar{K} + N$ -Wirkungsquerschnitte aus Ref. [43], die aus einem Fit an die Daten gewonnen wurden.

$K^{*-}$ ,  $\bar{K}^{*0}$ ).

### 2.3.3 Meson-Meson-Kollisionen

Bei ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen wird eine sehr hohe Anzahl an Mesonen produziert; so entstehen z.B. bei einem zentralen Pb + Pb-Stoß bei 160 A·GeV bis zu 2000 Mesonen. Auch wenn diese erst nach einer Formationszeit  $\gamma \cdot \tau_F$  als physikalische Mesonen vorliegen, ist trotzdem eine hohe Kollisionsrate zu erwarten. Die mittlere invariante Energie der sekundären Meson-Meson-Stöße ist dabei relativ gering.

Die folgenden Reaktionen werden im HSD-Modell berücksichtigt:

$$\begin{aligned}
\pi\pi &\leftrightarrow \rho & (2.29) \\
\pi\rho &\leftrightarrow \phi \\
\pi\rho &\leftrightarrow a_1 \\
K\bar{K} &\leftrightarrow \phi \\
\pi K &\leftrightarrow K^*.
\end{aligned}$$

Für die Wirkungsquerschnitte werden Breit-Wigner-Parametrisierungen verwendet. Die Reaktion  $a + b \rightarrow m_R \rightarrow c + d$ , wobei  $a, b, c$  und  $d$  die Mesonen in dem einlaufenden bzw. auslaufenden Kanal bezeichnen und  $m_R$  die Resonanz ( $\rho, a_1, \phi, K^*$ ), wird durch den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(ab \rightarrow cd) = \frac{2J_R + 1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \cdot \frac{4\pi}{p_i^2} \cdot \frac{s\Gamma_{R \rightarrow ab}\Gamma_{R \rightarrow cd}}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{tot}^2} \quad (2.30)$$

Mesonische Teilchenzerfälle im HSD-Modell			
Teilchen	Zerfallsprodukt	Verzweigungsverhältnis	Zerfallsbreite
$\Phi(1020)$	$K^+ K^-$	50%	$\Gamma = 4.43 \text{ GeV}$
	$K_S^0 K_L^-$	34%	
	$\rho \pi$	13%	
	$3 \times \pi$	3%	
$\eta'(958)$	$\pi^+ \pi^- \eta$	44%	$\Gamma = 0.2 \text{ GeV}$
	$\pi^+ \pi^- \gamma$	30%	
	$\pi^0 \pi^0 \eta$	22%	
	$3 \times \pi$	4%	
$\omega(782)$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	89%	$\Gamma = 8.43 \text{ GeV}$
	$\pi^0 \gamma$	8.5%	
	$\pi^+ \pi^-$	2.2%	
$\rho(770)$	$\pi \pi$	100%	$\Gamma = 151 \text{ GeV}$
$K^*(892)$	$K \pi$	100%	$\Gamma = 50 \text{ GeV}$

Tabelle 2.3: Die Zerfallskanäle für mesonische Resonanzen.

beschrieben. In Gleichung (2.30) bezeichnen  $S_a$ ,  $S_b$  und  $J_R$  die Spins der Teilchen,  $\Gamma_{R \rightarrow ab}$  und  $\Gamma_{R \rightarrow cd}$  die partiellen Zerfallsbreiten in den einlaufenden und auslaufenden Kanal,  $M_r$  und  $\Gamma_{tot}$  die Masse und die totale Breite der Resonanz;  $p_i$  ist der Impuls der einlaufenden Teilchen im Ruhesystem der Resonanz. Die Zerfallsbreiten und die Verzweigungsverhältnisse in die verschiedenen Kanäle sind in Tabelle 2.3 aufgeführt. Zusätzlich sind noch einige Zerfälle von mesonischen Resonanzen in drei Teilchen berücksichtigt, wie zum Beispiel  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Da diese Resonanzen jedoch nur eine geringe Zerfallsbreite haben, finden diese Zerfälle fast ausschließlich am Ende der Schwerionenkollision statt, so daß die Rückreaktionen nicht explizit berücksichtigt werden müssen.

Die Produktion von Strangeness in Meson-Meson-Kollisionen wird im Kapitel 3.3 genauer beschrieben.

## 2.4 Das FRITIOF-Modell

Hadronische Wechselwirkungen bei hohen Energien ( $\sqrt{s} > 10$  GeV) sind sehr komplex, da sie sowohl „harte“ Prozesse, wie etwa die Produktion von ( $Z_0, W$ )-Bosonen oder harte Parton-Parton-Wechselwirkungen mit hohen Impulsüberträgen, enthalten können als auch eine Vielzahl „weicher“ Parton-Parton-Prozesse, bei denen es nur einen geringen Impulsübertrag gibt. Die relativ seltenen harten Prozesse lassen sich störungstheoretisch mit der elektroschwachen Wechselwirkung oder der QCD berechnen, während für die „weichen“ Prozesse ein phänomenologischer Ansatz notwendig ist, da die Kopplungskonstante der QCD bei kleinen Impulsüberträgen sehr groß wird.

Schon bevor die ersten Schwerionenkollisionen am CERN oder BNL durchgeführt wurden, erkannte man, daß die Teilchenproduktion in Hadron-Hadron-Stößen und  $e^+e^-$ -Annihilationen bei gleicher invarianter Energie  $\sqrt{s}$  eine große Ähnlichkeit aufweist [45]. Dies kann verstanden werden unter der Annahme, daß die Hadronen aus „Strings“ produziert werden, die die wechselwirkenden Partonen verbinden. Als String wird das die Partonen verbindende chromoelektrische Feld bezeichnet, welches bedingt durch das QCD-Vakuum auf eine enge „Röhre“ zwischen den Partonen beschränkt ist. Ein String ist somit ein nahezu eindimensionales Objekt mit einer festen Energie pro Länge von  $\sim 1$  GeV/fm. Bei der  $e^+e^-$ -Annihilationen verbindet ein String das primär erzeugte Quark-Antiquark-Paar, bei Hadron-Hadron-Reaktionen die Konstituentenquarks der Hadronen. Die Produktion von neuen Teilchen durch die Fragmentation des Strings ist dabei unabhängig von den Stringenden.

Für Hadron-Hadron-Stöße sind verschiedene Stringmodelle entwickelt worden, die sich in der Produktion der Strings unterscheiden: In FRITIOF, ATILLA, RQMD, UrQMD oder HIJING entstehen die Strings durch einen Impulsübertrag zwischen Projektil und Target, der in zwei longitudinal hoch angeregten Hadronen, den Strings, resultiert. In VENUS, IRIS, QGSM<sup>3</sup> und MCFN<sup>4</sup> werden die Strings durch einen Farbaustausch zwischen zwei Partonen von Projektil und Target gebildet, wobei kein Impuls übertragen wird. Wegen der großen Impulsdifferenzen der neu (zu einem Farbsinglet) kombinierten Paare resultieren daraus ebenfalls zwei Strings mit großen longitudinalen Massen.

Auch bei der Hadronisierung der Strings gibt es verschiedene Modellbeschreibungen. VENUS benutzt den Artru-Mennesier-Formalismus [46, 47]; IRIS, FRITIOF, ATILLA, UrQMD und RQMD führen den Zerfall nach dem LUND-Formalismus durch [48]; QGSM, MCFN und HIJET lassen die Strings nach dem Field-Feynman-Modell zerfallen [49]. Die Unterschiede sind in erster Linie technischer Natur. Auf das in dieser Arbeit verwendete Lund-Modell wird

---

<sup>3</sup>Quark-Gluon-String-Modell

<sup>4</sup>Multi-Chain-Fragmentation-Model

später genauer eingegangen.

Das FRITIOF7.02-Modell von B. Anderson, G. Gustafson und Hong Pi [29] ist eine Monte-Carlo-Simulation für Baryon-Baryon-, Meson-Baryon- und Schwerionenkollisionen. Letztere werden jedoch nur als unabhängige Überlagerung verschiedener Baryon-Baryon-Stöße behandelt, wobei weder die Dynamik der Hadronen noch hadronische Rückstreuung berücksichtigt werden. Das FRITIOF-Modell wird in der HSD-Transportgleichung lediglich zur Berechnung der inelastischen Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Kollisionen verwendet, da es die experimentellen Produktionsquerschnitte über einen großen Energiebereich sehr gut beschreibt, was in Kapitel 2.4.3 gezeigt wird.

### 2.4.1 Die Hadron-Hadron-Wechselwirkung im FRITIOF-Modell

Das Resultat eines inelastischen Hadron-Hadron-Stoßes im FRITIOF-Modell sind zwei hochangeregte Nukleonen oder Strings, welche durch einen Impulsübertrag zustande kommen. Wie oben bereits erwähnt, wird bei diesem Prozeß keine Farbe zwischen den Hadronen übertragen. Der Impulsübertrag ist der Nettoeffekt der vielen weichen Parton-Parton-Stöße und wird in einem Monte-Carlo-Verfahren bestimmt, welches kurz erläutert wird.

Für die folgende Diskussion ist es üblich, auf Lichtkegelkoordinaten in Raum-Zeit bzw. Impuls-Energie überzugehen:

$$z^\pm = t \pm z \quad \text{und} \quad p^\pm = E \pm p_z. \quad (2.31)$$

Die Viererimpulse zweier einlaufender Hadronen mit Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind in üblichen Koordinaten  $(E, p, \vec{0}_t)$  und  $(E, -p, \vec{0}_t)$  und lassen sich in den Lichtkegelkoordinaten schreiben als

$$P_1^i = \left( p_+, \frac{m_1^2}{p_+}, \vec{0}_t \right), \quad P_2^i = \left( \frac{m_2^2}{p_-}, p_-, \vec{0}_t \right). \quad (2.32)$$

In (2.32) werden  $p_+$  und  $p_-$  als große Komponenten bezeichnet, da  $m_1^2/p_+$  und  $m_2^2/p_-$  für hochrelativistische Teilchen sehr klein sind. Nach dem Impulsübertrag  $Q = (Q^+, Q^-, Q_t)$  (in den üblichen Koordinaten  $Q = (Q_0, Q_z, Q_t)$ ) erhält man zwei hochangeregte Hadronen mit den Lichtkegelimpulsen

$$P_1^f = \left( p_+ + \frac{m_2^2}{p_-} - P_+^f, P_-^f, \vec{Q}_t \right), \quad P_2^f = \left( P_+^f, p_- + \frac{m_1^2}{p_+} - P_-^f, \vec{Q}_t \right), \quad (2.33)$$

wobei die Komponenten  $P_-^f$  und  $P_+^f$  folgendermaßen mit  $Q$  zusammenhängen:

$$P_-^f = \frac{m_1^2}{p_+} + Q_-, \quad P_+^f = \frac{m_2^2}{p_-} + Q_+. \quad (2.34)$$

Der Impulsübertrag wird in einem Monte-Carlo-Verfahren bestimmt, wobei  $P_-^f$  und  $P_+^f$  der folgenden Verteilung genügen

$$dP \sim \frac{dP_-^f}{P_-^f} \frac{dP_+^f}{P_+^f}. \quad (2.35)$$

Der longitudinale Impulsübertrag bestimmt, welcher Anteil der kinetischen Energie der einlaufenden Nukleonen für die Teilchenproduktion zur Verfügung gestellt wird. Mit der Parametrisierung in Gleichung (2.35) wird eine gute Beschreibung der Teilchenproduktion über einen großen Energiebereich sichergestellt, wie später noch gezeigt wird.

Der transversale Impulsübertrag  $Q_t$  ist vergleichsweise gering und wird ebenfalls mit einem Monte-Carlo-Verfahren aus einer Gauss-Verteilung mit einer Breite von  $\sigma = 0.5$  GeV bestimmt:

$$P(Q_t) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-Q_t^2}{\sigma^2}\right). \quad (2.36)$$

Bei hochrelativistischen Kollisionen von Hadronen  $\sqrt{s} > 10$  GeV werden auch einige Reaktionen mit sehr hohem transversalen Impulsübertrag beobachtet. Diese entsprechen der elastischen Streuung von Partonen nach Rutherford, deren Wirkungsquerschnitt störungstheoretisch aus der QCD berechnet werden kann. Im FRITIOF-Modell wird diese elastische Parton-Parton-Streuung mit dem Programmpaket PYTHIA [50] explizit berücksichtigt. Da der Rutherford-Wirkungsquerschnitt für kleine Impulsüberträge jedoch divergiert, wird folgendes Verfahren angewandt: Zuerst wird für eine Hadron-Hadron-Kollision in einem Monte-Carlo-Verfahren ein transversaler Impulsübertrag  $q_t$  für eine mögliche elastische Parton-Parton-Streuung gewürfelt, wobei die Wahrscheinlichkeitsverteilung dem Rutherford-Wirkungsquerschnitt entnommen wird. Danach werden die weichen Impulse  $P_-$ ,  $P_+$  und  $Q_t$  nach den oben genannten Verteilungsfunktionen bestimmt. Falls  $q_t < Q_t$  ist, so wird die elastische Parton-Parton-Streuung verworfen, ansonsten wird  $q_t$  als zusätzlicher transversaler Impulsübertrag mit berücksichtigt. Mit diesem Konzept wird ein stetiger Übergang von den phänomenologischen weichen transversalen Impulsüberträgen zu den harten Rutherford-Streuungen sichergestellt.

### 2.4.2 Die Fragmentation der Strings

Nachdem das Verfahren zur Berechnung der Energie und des Impulses der Strings im FRITIOF-Modell beschrieben wurde, soll nun auf deren Fragmentation nach dem Lund-String-Modell [48] eingegangen werden. Zunächst wird die Beschreibung von Mesonen als sogenannte 'Yoyo'-Teilchen dargestellt, da diese für das Verständnis des Fragmentationsprozesses sehr wichtig sind. Um

den Mechanismus zu verdeutlichen, wird zunächst nur mit masselosen Quarks und Antiquarks gerechnet, zudem werden ebenfalls nur Mesonen berücksichtigt. Die Verallgemeinerung auf massive Quarks sowie auf Baryonen und Antibaryonen folgt später.

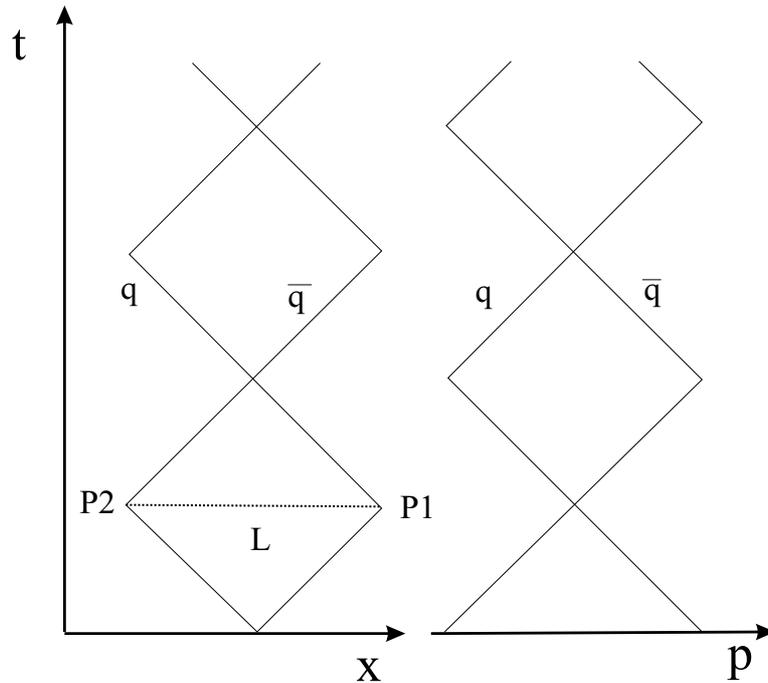


Abbildung 2.2: Die Trajektorien der masselosen Teilchen ( $q$  und  $\bar{q}$ ) im Ortsraum (links) und im Impulsraum (rechts).

### Yoyo-Teilchen

Die grundlegende Annahme des Lund-Modells ist, daß sich zwischen zwei voneinander entfernenden Farbladungen ein farbelektrisches Feld bildet, welches aufgrund des nichtperturbativen QCD-Vakuums auf eine enge Röhre zwischen den Quarks, auf englisch „*flux tube*“, beschränkt bleibt. Die Energie des Feldes ist proportional der Länge  $E = \kappa \cdot l$ , wobei  $\kappa \approx 1 \text{ GeV}/fm$  die Stringkonstante ist. Der „*flux tube*“ stellt im wesentlichen ein eindimensionales Objekt dar, so daß in diesem Bild ein Meson, bestehend aus zwei masselosen Partonen ( $q\bar{q}$ ), in einer Dimension mit dem folgendem klassischem Hamiltonoperator

$$H = |p_q| + |p_{\bar{q}}| + \kappa|x_q - x_{\bar{q}}| \quad (2.37)$$

beschrieben werden kann;  $p$  bezeichnet die Impulse der Quarks,  $x$  deren Orte. Die Teilchen bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit und die Bewegungsglei-

chungen lauten

$$\frac{dp}{dt} = \pm\kappa, \quad \frac{dx}{dt} = \pm 1, \quad (2.38)$$

wobei das Vorzeichen von der Position des anderen Teilchens abhängt. In Abbildung 2.2 sind die Trajektorien im Orts- und Impulsraum dargestellt. Die maximale Entfernung der Teilchen  $L$  ist direkt proportional zur Gesamtenergie des Systems, also der Ruhemasse  $m_0$  des Mesons  $L = m_0/\kappa$ . Die konstante Kraft, die auf die Teilchen ausgeübt wird, ist lorentzinvariant: Gilt in dem Ruhesystem  $x = \pm t$  und  $E = \pm p$  (die Vorzeichen entsprechen der Richtung der Teilchen), so ergibt sich nach einem Lorentzboost mit der Geschwindigkeit  $\beta$

$$t' = \gamma(1 - \beta x) = \gamma(1 \mp \beta)t, \quad p' = \gamma(p - \beta E) = \gamma(1 \mp \beta)p, \quad (2.39)$$

und somit

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp'}{dt'}. \quad (2.40)$$

Die ersten Umkehrpunkte der Teilchen sind im Ruhesystem  $P_1 = (L/2, L/2)$ ,  $P_2 = (L/2, -L/2)$  (siehe Abb. 2.2) und liegen nach dem Lorentzboost bei

$$P'_1 = (\gamma(1 - \beta), \gamma(1 + \beta)) \frac{L}{2}, \quad P'_2 = (\gamma(1 + \beta), -\gamma(1 - \beta)) \frac{L}{2}, \quad (2.41)$$

wie in Abbildung 2.3 schematisch verdeutlicht ist. Der maximale Abstand der Teilchen ist jetzt  $\Delta x = \gamma L = \gamma m_0/\kappa$  und wird zu verschiedenen Zeitpunkten erreicht, die um  $\Delta t = \beta \gamma L = \beta \gamma m_0/\kappa$  auseinander liegen. Vergleicht man  $\Delta x$  und  $\Delta t$  mit dem Viererimpuls (im Ruhesystem ist  $p^\mu = (m_0, 0)$ )  $p^{\mu'} = \gamma(m_0, \beta m_0)$ , so folgt die wichtige Beziehung

$$\Delta t = \kappa p, \quad \Delta x = \kappa E \quad \Rightarrow \quad \Delta x^2 - \Delta t^2 = \frac{m_0^2}{\kappa^2}, \quad (2.42)$$

d.h. aus der Geometrie der Rechtecke ist die Ruhemasse, die Energie und der Impuls des Yoyo-Teilchens festgelegt.

### Die Fragmentation im Lund-Modell

Die Fragmentation eines Strings kann folgendermaßen beschrieben werden: Ist die Gesamtenergie eines Strings sehr hoch, so können in dem farbelektrischen Feld neue Quark-Antiquark-Paare aus dem Vakuum erzeugt werden, welche in dem Feld mit großer Geschwindigkeit auseinandergezogen werden. Zwischen dem neu produzierten Paar ist deren Feld dem Äußeren gerade entgegengerichtet, so daß das Gesamtfeld dort verschwindet. Der String bricht damit auf

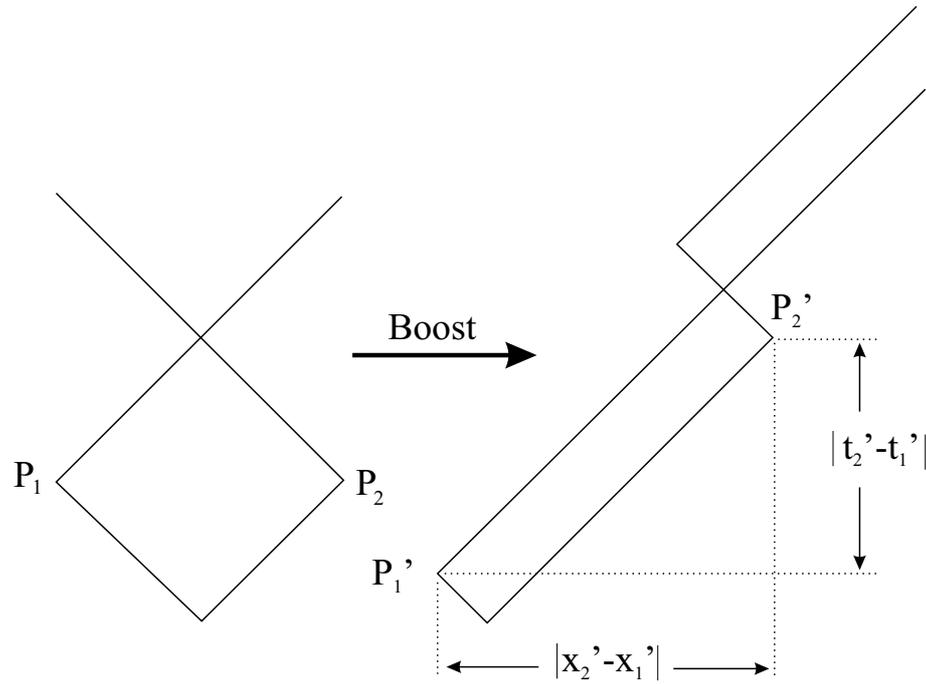


Abbildung 2.3: Die Trajektorien der masselosen Teilchen ( $q$  und  $\bar{q}$ ) im Ruhesystem (links) sowie in einem bewegten System (rechts).

in zwei kleinere Strings, die dann, jeder für sich, eine geringere invariante Masse haben und eventuell weiter aufbrechen können. Dieser Prozeß setzt sich so lange fort, bis schließlich alle kleinen Strings eine Masse haben, die der von physikalischen Hadronen entspricht.

Die Fragmentation im LUND-Modell beginnt an einem beliebigen Endpunkt des Strings, welcher auch als „Jet“ bezeichnet wird. Das erste Teilchen, das in dem Jet produziert wird, erhält einen gewissen Anteil  $z_1$  der Energie und des Impulses des Jets  $z_1 = p_{Hadron}^+ / p_{total}^+$ . Der verbleibende kleinere Jet hat dann den Anteil  $(1 - z_1)$ , so daß Energie- und Impulserhaltung sichergestellt ist. Das zweite Teilchen erhält einen Energie-Impuls-Anteil von  $(1 - z_1) \cdot z_2$ , das Dritte  $(1 - z_1)(1 - z_2) \cdot z_3$  usw., bis schließlich die gesamte Energie und der Impuls aufgebraucht sind.

Um den zugrunde liegenden stochastischen Prozeß zu verdeutlichen, ist in Abbildung 2.4 die Fragmentation eines Strings in 4 Yoyo-Zustände schematisch im Impulsraum (in Lichtkegelkoordinaten) dargestellt. Die gesamte invariante Masse des Strings ist

$$E = \sqrt{W^+ W^-} = \sqrt{(E + p)(E - p)}. \quad (2.43)$$

Bewegt sich das Quark  $q_0$  in Vorwärtsrichtung und das Antiquark  $\bar{q}_0$  in Rückwärtsrichtung, so werden die neu produzierten  $q_i \bar{q}_i$ -Paare so auseinander ge-

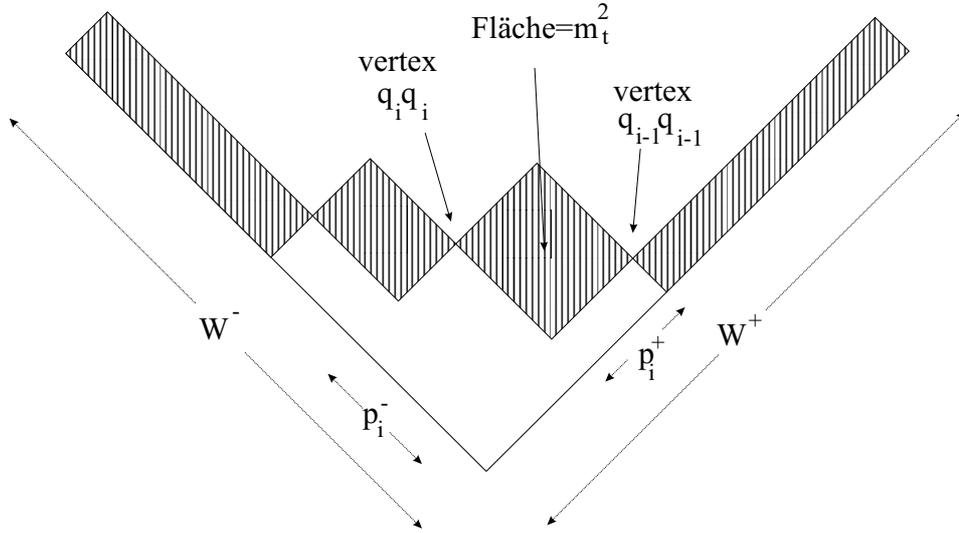


Abbildung 2.4: Die Fragmentation eines Strings in 4 Yoyo-Zustände (Mesonen) im Impulsraum in Lichtkegelkoordinaten.

zogen, daß das Antiquark  $\bar{q}_i$  (Quark  $q_i$ ) noch vorne (hinten) läuft. Aus dem  $q_i$ -Quark und  $\bar{q}_{i-1}$ -Antiquark bildet sich ein Hadron  $h_i$ , dessen Energie und Impuls durch

$$\begin{aligned} p_i &= \kappa(t_{i-1} - t_i) = \kappa\Delta t_i \\ E_i &= \kappa(x_{i-1} - x_i) = \kappa\Delta x_i \end{aligned} \quad (2.44)$$

gegeben sind, wobei  $(x_i, t_i)$  die Raumzeitkoordinaten sind, an denen das Paar  $q_i\bar{q}_i$  produziert wurde. Die Masse  $m_i$  des Hadrons ist wieder gegeben durch

$$\Delta x_i^2 - \Delta t_i^2 = -\Delta x_i^+ \Delta x_i^- = \frac{m_i^2}{\kappa^2}, \quad (2.45)$$

mit  $\Delta x_i^\pm = \Delta t_i \pm \Delta x_i$ . Die Lichtkegelkoordinaten  $p_i^+ = E_i + p_i$  und  $p_i^- = E_i - p_i$  des Hadrons  $h_i$  sind durch die Analogie im Orts- und Impulsraum (siehe Kapitel 2.4.2) auch durch den maximalen Abstand von  $\bar{q}_i$  und  $q_{i-1}$  gegeben. Man kann also sagen, daß  $\bar{q}_i$  einen Anteil der  $(E+p)$ -Komponente und  $q_i$  einen Anteil an der  $(E-p)$ -Komponente des Strings trägt.

Die gesamte Fragmentation ist ein iterativer Prozeß, bei dem die Koordinaten der Aufbruchstelle  $i$  aus der vorherigen  $i-1$  mit immer dem gleichen Verfahren generiert werden. Ein Schritt in die (+)-Richtung ist gegeben durch

$$\Delta x_i^+ = z_i x_{i-1}^+, \quad (2.46)$$

wobei  $z_i$  in einem Monte-Carlo-Verfahren nach einer Verteilungsfunktion, der Skalierungsfunktion, zwischen 0 und 1 bestimmt wird. Der Schritt in die (-)-

Richtung ist durch die Masse  $m_i$  des zu produzierenden Mesons festgelegt:

$$\Delta x_i^- = -\frac{m_i^2}{\kappa^2 \Delta x_i^+}. \quad (2.47)$$

Mit  $\Delta x_i^\pm = x_{i-1}^\pm - x_i^\pm$  ergibt sich die folgende Rekursion

$$\begin{aligned} x_i^+ &= (1 - z_i) x_{i-1}^+ \\ x_i^- &= x_{i-1}^- - \frac{m_i^2}{\kappa^2} \frac{1 - z_i}{z_i} \frac{1}{x_i^+} \end{aligned} \quad (2.48)$$

mit den Randbedingungen

$$x_0^+ = \frac{W^+}{\kappa} \quad \text{und} \quad x_0^- = 0. \quad (2.49)$$

Die gewürfelten Zahlen  $z_i$  müssen so gewählt werden, daß am Ende der Iteration der Umkehrpunkt von  $\bar{q}_0$  erreicht wird, daß heißt

$$x^+ = 0 \quad \text{und} \quad x^- = \frac{W^-}{\kappa}. \quad (2.50)$$

Die Ruhemasse der einzelnen Yoyo-Zustände muß jeweils der Masse eines physikalischen Mesons entsprechen, was im letzten Iterationsschritt unter Umständen nicht mehr möglich ist. In diesem Falle muß der gesamte Prozeß noch einmal durchlaufen werden bis Energie- und Impulserhaltung sichergestellt ist. Zwei Möglichkeiten bestehen, die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges einer Iteration zu erhöhen: Zum einen haben einige Mesonen (wie z.B. das  $\rho$ -Meson) eine breite Massenverteilung und zum anderen können die Quarks,  $q$  und  $\bar{q}$ , einen transversalen Impuls bekommen mit  $p_t(q) = -p_t(\bar{q})$ . In Gleichung (2.48) geht dann nicht die Ruhemasse sondern die transversale Masse

$$m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2} \quad (2.51)$$

ein, welche nicht mehr auf einen festen Wert fixiert ist.

Das Ergebnis einer Fragmentation hängt entscheidend von der Wahl der Skalierungsfunktion ab, mit der die  $z$ -Werte in jedem Iterationsschritt bestimmt werden. Hierzu gibt es verschiedenen Ansätze; im Lund-Modell (oder genauer dem Programmpaket *Jetset*, welches Bestandteil von FRITIOF ist) wird die folgende Funktion gewählt:

$$f(x, m_t) = \frac{1}{x} (1 - x)^a \exp(-bm_t^2/x), \quad (2.52)$$

mit  $a = 0.23$  und  $b = 0.34$ .  $f(x, m_t)$  ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung dafür, daß ein Hadron mit transversaler Masse  $m_t$  und mit dem Bruchteil  $x$  an der Gesamtenergie und dem longitudinalen Impuls produziert wird.

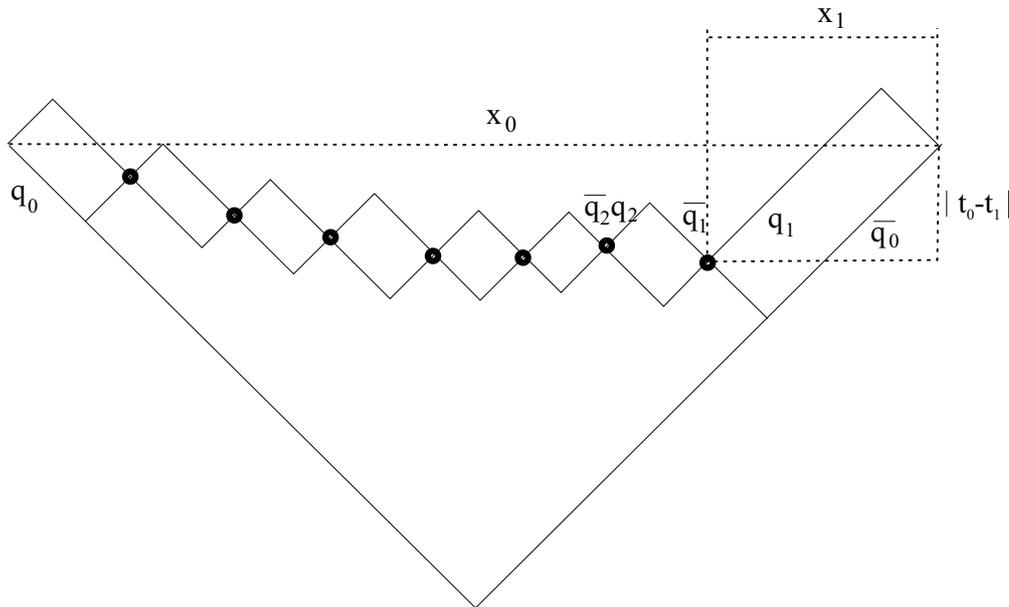


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Fragmentation eines Strings in 8 Yoyo-Zustände (Mesonen). Die Punkte bezeichnen die Stellen, an denen der String durch Produktion von  $q\bar{q}$ -Paaren aufbricht.

Der Iterationsprozeß erhält nach Konstruktion Energie und Impuls. In den Lichtkegelkoordinaten ist das zunächst nicht einfach einzusehen; klarer wird es dagegen in „normalen“  $(x, t)$ -Koordinaten, was in Abbildung 2.5 dargestellt ist. Die Gesamtenergie des Strings ist gegeben durch  $\kappa \cdot x_0$ , die eines jeden produzierten Yoyo-Zustandes durch die maximale Distanz der Konstituenten, so zum Beispiel  $\kappa \cdot x_1$  für  $\bar{q}_0 q_1$ . Es wird aus der Geometrie sofort ersichtlich, daß sich alle Teilstücke zu  $x_0$  aufaddieren *müssen*. Der Impuls eines jeden Yoyo-Zustandes ist durch Zeitdifferenz bestimmt, zu welcher der maximale Abstand erreicht wird, wobei sich die Richtung des Impulses aus dem Vorzeichen von  $t_{i-1} - t_i$  ergibt. Auch hier wird aus der Geometrie sofort klar, daß sich alle Impulse zu Null (im Ruhesystem des Strings) aufaddieren *müssen*.

### Massive Quarks und Baryonen

In der bisherigen Betrachtung ist immer nur von masselosen Quarks ausgegangen worden. Auch die Produktion von Baryon-Antibaryon-Paaren kann mit dem obigen Bild noch nicht verstanden werden. Beide Punkte sollen in diesem Abschnitt erörtert werden.

Massive Quarks bewegen sich nicht mit Lichtgeschwindigkeit auf geradlinigen Bahnen, sondern auf Hyperbeln. Die Asymptoten der Hyperbeln eines solchen Yoyo-Zustandes ergeben wieder Rechtecke (siehe Abbildung 2.6a). Man

kann zeigen [29], daß die seitlichen Eckpunkte der Rechtecke gerade die Werte  $\Delta x$  und  $\Delta t$  ergeben, für die dann die gleichen Aussagen bezüglich der Masse der Yoyo-Teilchen gilt, wie oben für masselose Teilchen in Gleichung (2.42) beschrieben. Das iterative Fragmentationsverfahren kann somit rein mathematisch direkt auch auf massive Quarks angewandt werden.

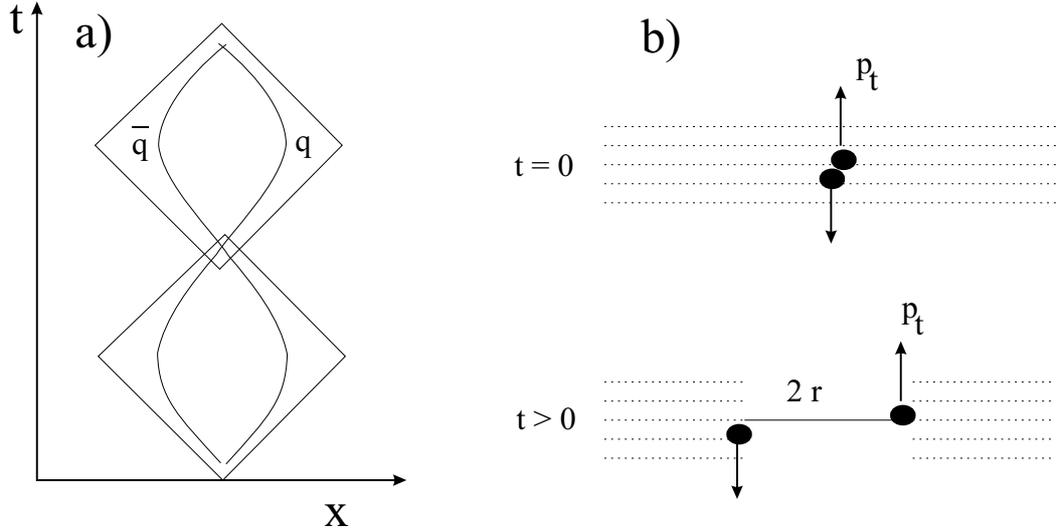


Abbildung 2.6: a.) Skizze der Trajektorien für einen Yoyo-Zustand mit massiven Quarks; die Asymptoten der Hyperbeln bilden Rechtecke. b.) Skizze der Produktion eines massiven  $q\bar{q}$ -Paares mit transversalem Impuls  $p_t$  im farbelektrischen Feld eines Strings (gestrichelte Linien).

Es muß jedoch zusätzlich ein physikalischer Effekt berücksichtigt werden. Ein reales massives Quark-Antiquark-Paar, z.B.  $s\bar{s}$ , kann wegen Energieerhaltung nicht an einem Punkt im String produziert werden. Dies ist nur für virtuelle Paare möglich, die dann mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu realen massiven  $s\bar{s}$ -Paaren tunneln können. Die Produktion von massiven  $s\bar{s}$ -Paaren muß deshalb gegenüber der Produktion von leichteren  $u\bar{u}$ -Paaren zusätzlich unterdrückt sein.

Glendenning und Matsui [51] haben diesen Effekt quantitativ berechnet; die Idee soll hier kurz wiedergegeben werden. Ausgangspunkt ist ein virtuelles massives  $q\bar{q}$ -Paar, welches spontan zur Zeit  $t = 0$  in einem String produziert wurde. Das Quark und das Antiquark können beliebigen, jeweils entgegengesetzten Spin, Isospin, Farbe und transversalen Impuls (die longitudinale Richtung ist durch den String festgelegt) haben (siehe Abbildung 2.6b). Der longitudinale Impuls  $p_l$  jedes Teilchens zur Zeit  $t = 0$  ergibt sich zu

$$p_l^2 + p_t^2 + m^2 = 0 \quad \text{oder} \quad p_l = iE_t = i\sqrt{p_t^2 + m^2}. \quad (2.53)$$

Zur Zeit  $t > 0$  haben sich die virtuellen Teilchen eine Strecke  $r$  in entgegengesetzte Richtungen bewegt (siehe Abbildung 2.6b), wobei das farbelektrische Feld dazwischen verschwindet. Die Energiebilanz zur Zeit  $t > 0$  lautet

$$2\sqrt{p_l^2(r) + p_t^2 + m^2} = 2\kappa r \quad \Rightarrow \quad p_l(r) = i\sqrt{E_t^2 - (\kappa r)^2}, \quad (2.54)$$

wobei  $E_t = \sqrt{p_t^2 + m^2}$  die transversale Energie ist. Die Teilchen erscheinen als reale Quarks, wenn  $p_l(r) = 0$  gilt, also bei  $r = E_t/\kappa$ . Die integrierte Wirkung bis zu diesem Zeitpunkt ist

$$J = 2 \int_0^{E_t/\kappa} |p_l| dr = \frac{\pi E_t^2}{2\kappa}, \quad (2.55)$$

so daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein virtuelles Paar zu einem realen Zustand tunneln kann, gegeben ist durch

$$P(p_t) = |e^{-J}|^2 = \exp\left(\frac{-\pi E_t^2}{\kappa}\right). \quad (2.56)$$

Die Produktion von  $s\bar{s}$ -Paaren ist damit gegenüber der von  $u\bar{u}$ - oder  $d\bar{d}$ -Paaren, bedingt durch deren Massenunterschied, zusätzlich unterdrückt. Für eine Stringfragmentation im Vakuum, wie etwa bei p + p-Kollisionen, erhält man mit den Konstituentenmassen  $m_u \sim 0.3$  GeV und  $m_s \sim 0.5$  GeV einen Unterdrückungsfaktor  $P(s)/P(u) \approx 0.3$ , mit dem die Strangeness-Produktion in ultrarelativistischen p + p-Stößen gut beschrieben wird. An dieser Stelle sei erwähnt, daß die effektiven Quarkmassen sowie die Stringkonstante von dem umgebenden Medium abhängen können. In sehr dichter hadronischer Materie könnten somit andere Unterdrückungsfaktoren resultieren, was in dieser Arbeit jedoch nicht berücksichtigt werden soll.

Die Produktion von Baryon-Antibaryon Paaren bei der Stringfragmentation wird in dem Lund-Modell durch das Erzeugen von Diquark-Antidiquark-Paaren  $qq\bar{q}\bar{q}$  im farbelektrischen Feld beschrieben. Ein Diquark (Antidiquark) wird genauso behandelt wie ein massives Quark und bildet gemeinsam mit einem Quark (Antiquark) des benachbarten Stringaufbruchs ein Baryon (Antibaryon). Im Lund-Modell ist ein Baryon somit ein Yoyo-Teilchen bestehend aus einem  $qq$  und einem  $q$ . Die geringe Produktion von Baryon-Antibaryon-Paaren im Vergleich zu Mesonen in hochrelativistischen Hadron-Hadron-Stößen kann in diesem Bild durch eine relativ hohe Diquarkmasse ( $\approx 650$  MeV  $\approx 2m_u$ ) verstanden werden.

### Die technische Realisierung

In der technischen Realisierung werden die verschiedenen Massen der Quarks  $m_u, m_s$  ( $m_u$  und  $m_d$  werden gleich gesetzt) und der Diquarks  $m_{uu}, m_{us}$  in sogenannte Unterdrückungsfaktoren übersetzt. So ist zum Beispiel die Produktion von  $uu\bar{u}\bar{u}$  gegenüber der von  $u\bar{u}$  durch einen Faktor  $P(uu)/P(u) = 0.07$

unterdrückt. Es muß betont werden, daß dieser Faktor zusätzlich zu der Unterdrückung der Produktion schwerer Hadronen in der Skalierungsfunktion (2.52) eingeführt wird. Die Unterdrückungsfaktoren, welche in der vorliegenden Arbeit verwendet werden, sind

$$\begin{aligned} \frac{P(uu)}{P(u)} &= 0.07 & (2.57) \\ \frac{P(s)}{P(u)} &= \begin{cases} 0.3 & , \quad \sqrt{s} \geq 20\text{GeV} \\ 11/30 - 1/150 \cdot \sqrt{s}[\text{GeV}]^{-1} & , \quad 5\text{GeV} < \sqrt{s} < 20\text{GeV} \\ 0.4 & , \quad \sqrt{s} \leq 5\text{GeV} \end{cases} \\ \frac{P(su)}{P(uu)} &= 0.4. \end{aligned}$$

Die Abhängigkeit  $P(s)/P(u) = \gamma_s$  von der invarianten Energie  $\sqrt{s}$  der Hadron-Hadron-Kollision von SPS- ( $\sqrt{s}=20\text{GeV}$ ) zu AGS-Energien ( $\sqrt{s}=5\text{GeV}$ ) wurde eingeführt, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit der Strangeness-Produktion in elementaren p + p-Reaktionen bei diesen Energien zu erhalten, was im Abschnitt 3.1 genauer dargelegt wird. Zwischen AGS- und SPS-Energien wird  $\gamma_s$  linear als Funktion von  $\sqrt{s}$  interpoliert.

Zusätzlich muß noch die Entartung der Endzustände im Spin- und Isospinraum  $((2J + 1) \cdot (2I + 1))$  berücksichtigt werden. So ist zum Beispiel die Produktion von  $\rho$ -Mesonen ( $I = 1$ ) gegenüber der von  $\omega$ -Mesonen ( $I = 0$ ), die nahezu gleiche Masse haben, um einen Faktor drei erhöht. Es müssen also weitere Gewichtungsfaktoren für verschiedene Spin- und Isospinmöglichkeiten eingeführt werden. Da sie für die globale Teilchenproduktion nicht weiter von Bedeutung sind, sei hier auf die detaillierte Programmbeschreibung von Sjöstrand verwiesen [52].

Die möglichen Endzustände der Stringfragmentation müssen noch spezifiziert werden. Für die vorliegende Rechnung sind das die Mesonen  $\pi$ ,  $\eta$ ,  $K$ ,  $K^*$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\Phi$ ,  $a_1$ ,  $\eta'$  und die Baryonen  $p$ ,  $n$ ,  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Sigma^*$  sowie die zugehörigen Antibaryonen. Hadronen mit einem Charm-Quark sind nicht aufgeführt, da die Wahrscheinlichkeit, ein  $c\bar{c}$  in einem String zu erzeugen, um ca. sechs Größenordnungen unterdrückt ist. Erst bei RHIC-Energien ( $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ ) werden einige Charm-Teilchen produziert; diese haben jedoch keine Auswirkungen auf die globale Dynamik in einem Schwerionenstoß. Die Produktion von  $J/\Psi$ - oder  $\Psi'$ -Teilchen ( $c\bar{c}$ -Mesonen) im HSD-Modell wird in Kapitel 6 behandelt und ist, als ein harter Prozeß, losgelöst von dem FRITIOF-Modell.

Als einlaufendes Teilchen kann im FRITIOF-Modell jedes Hadron verwendet werden. Sowohl das Würfeln der Impulsüberträge als auch die Fragmentation der Strings ist unabhängig von den Konstituentenquarks und der Masse der einlaufenden Hadronen. Im HSD-Transportmodell wird das FRITIOF-

Modell deshalb zur Beschreibung von Baryon-Baryon- und von Meson-Baryon-Kollisionen oberhalb einer gewissen Schwellenenergie verwendet. Dies hat den großen Vorteil, daß sämtliche Reaktionen und deren Endzustände damit vollkommen spezifiziert sind.

Die wesentlichen Eigenschaften des FRITIOF-Modells, wie die Bestimmung der Energie der Strings sowie deren Zerfall in Mesonen oder Baryon-Antibaryon-Paare, sind in diesem Kapitel vorgestellt worden. Das FRITIOF-Modell beinhaltet noch weitere Aspekte, wie zum Beispiel das Abstrahlen von Gluonen eines Strings, was in  $e^+e^-$ -Annihilationen zu 3-Jet-Events führen kann (Programmpaket ARIADNE). Die globale Dynamik wird von solchen Effekten jedoch nur wenig beeinflusst, so daß sie hier nicht näher dargestellt werden (für Details siehe [29, 53]).

### 2.4.3 Vergleich mit experimentellen Daten

In den primären inelastischen Reaktionen von Baryonen bei Schwerionenkollisionen werden die meisten neuen Teilchen erzeugt. In dem HSD-Modell wird das FRITIOF-Modell zur Beschreibung der hochenergetischen Hadron-Hadron-Stöße verwendet. Es ist somit besonders wichtig, eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen dem FRITIOF-Modell und experimentellen Daten über einen großen Energiebereich zu erhalten. Für die vorliegende Arbeit ist insbesondere die Strangeness-Produktion in  $p + p$ - und  $\pi + p$ -Stößen von besonderem Interesse, da sie als Referenzwert für die Strangeness-Produktion in Schwerionenkollisionen dient.

Zuerst wird die Teilchenproduktion aus  $p + p$ -Stößen bei AGS- und SPS-Energien untersucht. In Abbildung 2.7 sind die Wirkungsquerschnitte

$$\frac{d\sigma}{dy} = \sigma_{inel}^{pp} \frac{dN}{dy} \quad (2.58)$$

für die Produktion von Protonen (oben) und  $\pi^+$ -Mesonen (unten) als Funktion der Schwerpunktsrapidität

$$y_{CM} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right), \quad \beta = \frac{p_l^{CM}}{E_{CM}} \quad (2.59)$$

für  $p + p$ -Kollisionen mit  $p_{lab} = 12 \text{ GeV}/c$  im Vergleich zu den Daten von Blobel et al. [54] dargestellt. Die Pionenverteilungen sind für drei Intervalle des transversalen Impulses gezeigt und sind jeweils gaussförmig. Die Protonenverteilung zeigt zwei deutliche Erhöhungen bei Projektil- und Targetrapidität ( $y_{CM} \approx \pm 1.5$ ), was eine deutliche Transparenz der Baryonen bedeutet. Bei mittlerer Rapidität liegen die berechneten Resultate für die Protonen etwas über den Daten, was auf ein etwas zu starkes Abstoppen der Protonen

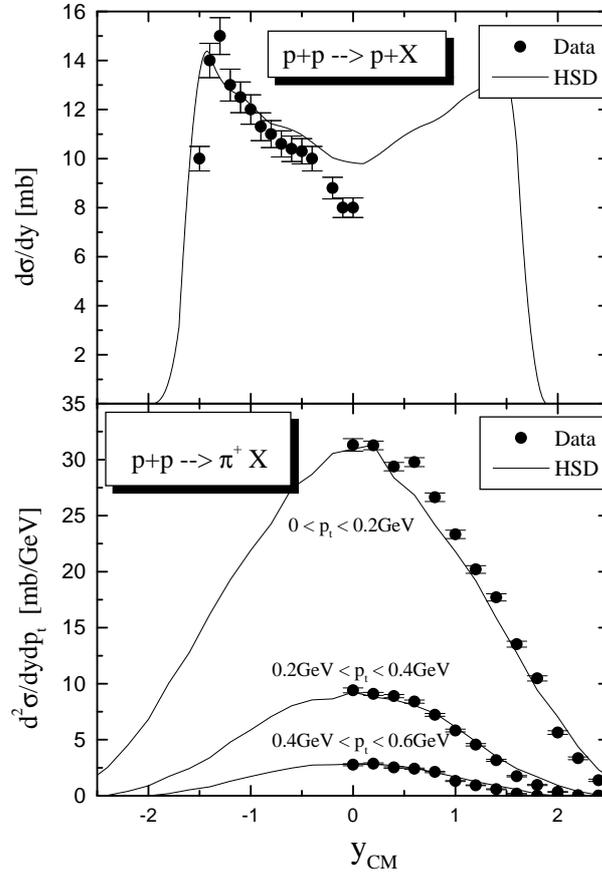


Abbildung 2.7: Die Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/dy$  für die Produktion von Protonen (oben) und  $\pi^+$ -Mesonen (unten) als Funktion der Schwerpunktsrapidität für  $p + p$ -Kollisionen mit  $p_{lab} = 12 \text{ GeV}/c$  im Vergleich zu den Daten von Blobel et al. [54]. Die Ergebnisse für die  $\pi^+$ -Mesonen sind für drei verschiedene Intervalle im transversalen Impuls gezeigt.

im FRITIOF-Modell schließen läßt. In Abbildung 2.8 ist die berechnete Rapiditätsverteilung  $dN/dy$  von Protonen (gestrichelte Linie) und negativ geladenen Hadronen ( $\pi^-$ ,  $K^-$  und  $\bar{p}$ ) (durchgezogene Linie) aus  $p + p$ -Stößen bei  $p_{lab} = 200 \text{ GeV}/c$  (SPS-Energie) im Vergleich zu den experimentellen Daten von Ref. [55] gezeigt. Wie schon bei AGS-Energien wird auch bei SPS-Energien die experimentell beobachtete Teilchenproduktion mit dem FRITIOF-Modell sehr gut wiedergegeben.

Die transversalen Impulsspektren für  $p + p$ -Stöße bei SPS- und AGS-Energien sind in Abbildung 2.9 dargestellt, wo rechts das transversale Im-

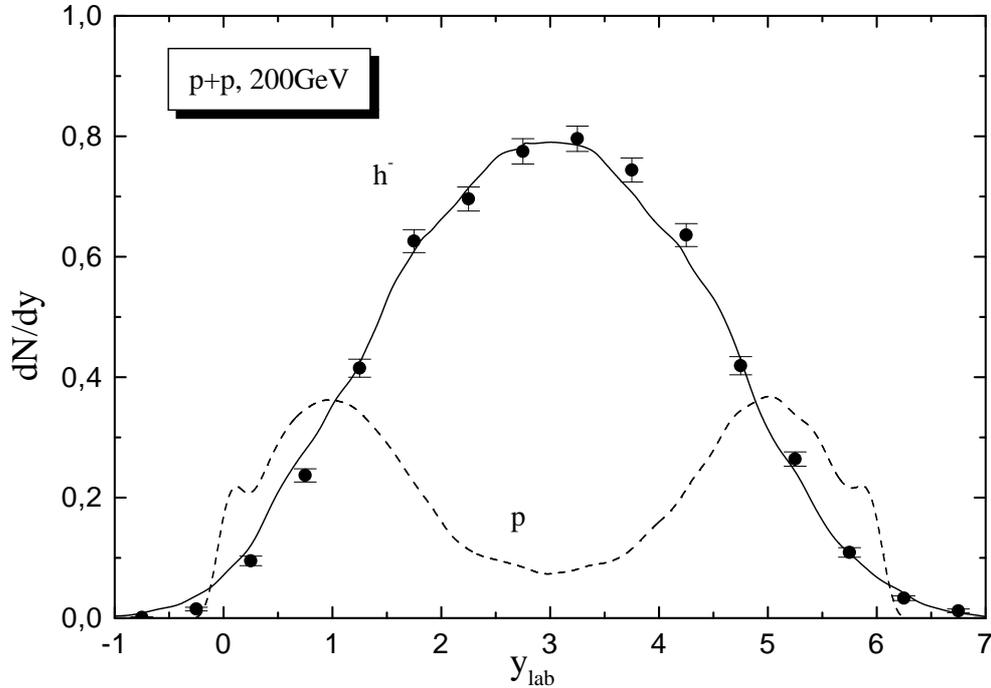


Abbildung 2.8: Die berechnete Rapidityverteilung von Protonen (gestrichelte Linie) und negativ geladenen Hadronen (durchgezogene Linie) aus  $p + p$ -Stößen bei  $p_{lab} = 200 \text{ GeV}/c$  im Vergleich zu den experimentellen Daten von Ref. [55].

pulsspektrum<sup>5</sup>

$$\frac{Ed^3\sigma}{d^3p} = \frac{d^2\sigma}{\pi dy d(p_t^2)} \quad (2.60)$$

von  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $p$ - und  $\bar{p}$ -Teilchen aus inelastischen  $p + p$ -Stößen bei  $\sqrt{s} = 23 \text{ GeV}$  (SPS-Energien) für das mittlere Rapidityintervall  $|y| \leq 0.1$  im Vergleich zu den Daten von Ref. [56] dargestellt ist. Das Pionenspektrum ist nicht exponentiell, sondern zeigt eine klare Erhöhung bei niedrigen und hohen transversalen Impulsen. Diese lassen sich leicht verstehen: Die  $p_t$ -Verteilung der primären Teilchen aus der Stringfragmentation ist in erster Näherung proportional zu  $\exp(-p_t^2/\kappa)$ , was aus der Skalierungsfunktion (2.52) folgt; zusätzlich liefern die seltenen elastischen Parton-Parton-Kollisionen einige Ereignisse mit hohem transversalen Impulsübertrag, was die Pionen mit hohem  $p_t$  erklärt. Schließlich zerfallen die primären Resonanzen ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\eta'$ ,  $\Delta$ , ...) hauptsächlich in Pionen, woraus viele Pionen mit niedrigem  $p_t$  resultieren. Die  $p$ -,  $K$ - und

<sup>5</sup>Gleichung (2.60) gilt nur bei Mittelung über  $\phi$ .

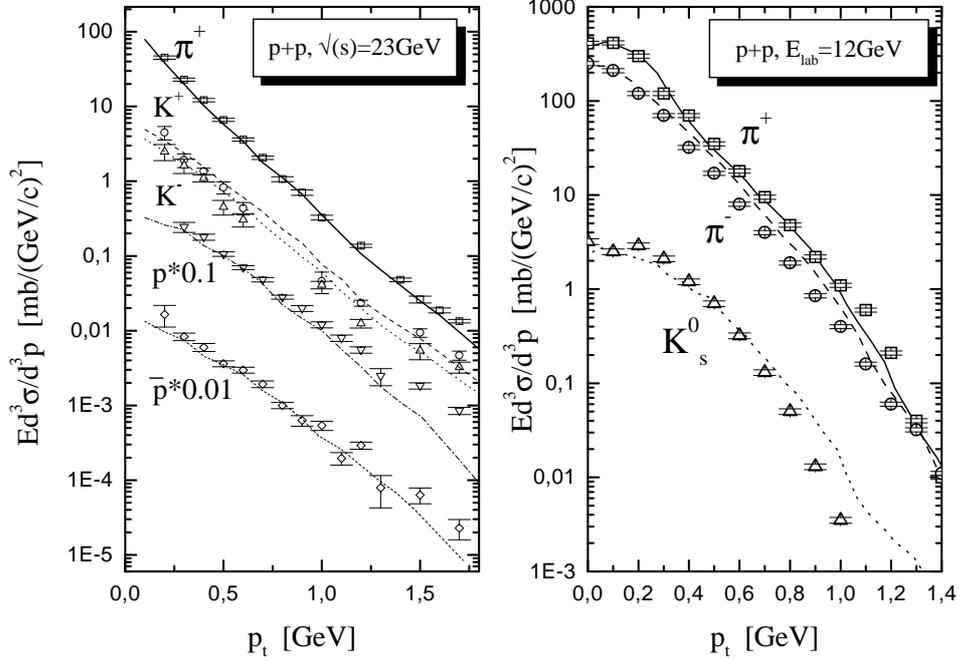


Abbildung 2.9: *links*: Das transversale Impulsspektrum von  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $p$  und  $\bar{p}$  aus inelastischen  $p + p$ -Stößen bei  $\sqrt{s} = 23 \text{ GeV}/c$  (SPS-Energien) für das mittlere Rapidityintervall  $|y| \leq 0.1$  im Vergleich zu den Daten von Ref. [56]. Die  $p$ - und  $\bar{p}$ -Spektren sind um einen Faktor 0.1 bzw. 0.01 herunterskaliert; *rechts*: Das transversale Impulsspektrum von  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  und  $K_s^0$  für inelastische  $p + p$ -Stöße bei  $p_{\text{lab}} = 12 \text{ GeV}/c$  (AGS Energien) im Vergleich zu den Daten von Ref. [54].

$\bar{p}$ -Spektren bei mittlerer Rapidity sind dagegen eher exponentiell, da für diese der Resonanzzerfall keine so große Rolle spielt.

In Abbildung 2.9 (rechts) sind die transversalen Impulsspektren von  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  und  $K_s^0$  für inelastische  $p + p$ -Stöße bei  $p_{\text{lab}} = 12 \text{ GeV}/c$  (AGS-Energien) im Vergleich zu den Daten von Ref. [54] dargestellt. Bei AGS-Energien werden nicht sehr viele Resonanzen produziert, so daß es keine Erhöhung des Pionenspektrums bei kleinen  $p_t$ -Werten gibt. Die Übereinstimmung zwischen dem FRITIOF-Modell und den Daten ist in beiden Energiebereichen sehr gut. Auch etwas exklusivere Kanäle wie etwa

$$\begin{aligned}
 p + p &\rightarrow 2 \text{ prongs} + X & (2.61) \\
 p + p &\rightarrow 4 \text{ prongs} + X \\
 p + p &\rightarrow 6 \text{ prongs} + X,
 \end{aligned}$$

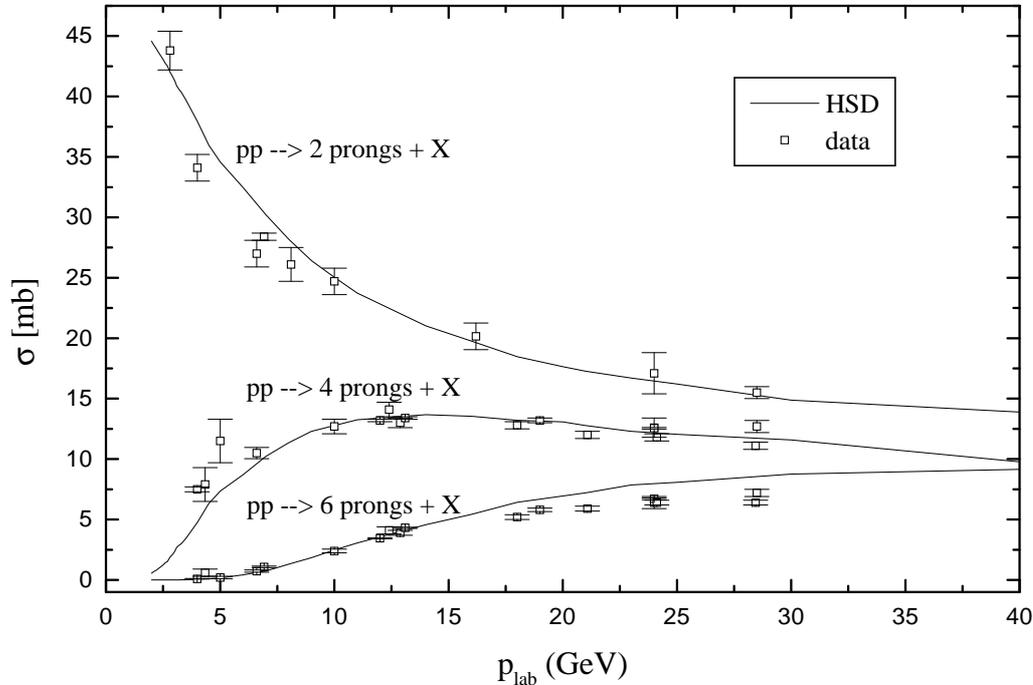


Abbildung 2.10: Der energieabhängige Wirkungsquerschnitt für die Reaktionen  $pp \rightarrow 2 \text{ prongs} + X$ ,  $pp \rightarrow 4 \text{ prongs} + X$  und  $pp \rightarrow 6 \text{ prongs} + X$  im Vergleich zu den experimentellen Daten von Ref. [57].

wobei *prongs* für geladene Teilchen steht, werden in einem großen Energiebereich wiedergegeben, was in Abbildung 2.10 im Vergleich mit den experimentellen Daten [57] gezeigt ist.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß das FRITIOF-Modell, welches in den HSD-Transportgleichungen zur Beschreibung der elementaren Kollisionen von Hadronen verwendet wird, die experimentell beobachtete Teilchenproduktion in Proton-Proton-Stößen über einen sehr großen Energiebereich sehr gut wiedergibt.

## 2.5 Die Formationszeit

In dem HSD-Modell sind sekundäre Reaktionen sowie die Streuung von neu produzierten Teilchen von fundamentaler Bedeutung. Eng damit verknüpft ist die Frage nach der Formationszeit der sekundären Hadronen, welche aus dem String produziert werden. Diese Teilchen liegen nicht zum Zeitpunkt der

Kollision  $t_0$  unmittelbar als physikalische Hadronen vor, sondern erst nach einer gewissen Zeitspanne  $t_0 + \tau_F$ , die sowohl die Bildung der Strings, deren Fragmentation in kleinere Stringstücke, als auch deren Übergang in physikalische Hadronen beinhaltet. Die Formationszeit kann gegenwärtig in der QCD nicht berechnet werden, da die Hadronisierung ein weicher Prozeß mit Impulsüberträgen von nur einigen 100 MeV/c ist, so daß störungstheoretische QCD-Rechnungen nicht sinnvoll sind.

Die Formationszeit sollte zumindest so groß sein, daß die Quark-Antiquark-Paare einen Abstand erreichen können, der den typischen hadronischen Radien von 0.6-0.8 fm entspricht. Kleinere Zeitskalen machen schon aufgrund der Unschärferelation keinen Sinn, da zum Beispiel nach 0.4 fm/c nur eine Energieauflösung von ca. 500 MeV möglich ist, mit der verschiedene hadronische Zustände nicht unterschieden werden können.

Im Rahmen des FRITIOF-Modells wäre es prinzipiell möglich, die Raum-Zeit-Koordinaten der Aufbruchstellen genau zu bestimmen. Trotzdem bleibt die Frage offen, wann von einem physikalischen Hadron gesprochen werden kann, ob z.B. sich die Konstituenten des Yoyo-Teilchens erst einmal treffen müssen oder ob schon das Erreichen des maximalen Abstands ausreicht.

In dem HSD-Modell ist die Formationszeit ein fester Parameter und für alle Teilchen in ihrem Ruhesystem gleich  $\tau_F = 0.8$  fm/c. Die Fragmentation eines Strings beginnt damit immer in der Mitte (im Ruhesystem des Strings) und setzt sich aufgrund der Zeitdilatation zu den Stringenden hin fort, wie in Abbildung 2.11 schematisch dargestellt ist.

Die Lorentz  $\gamma$ -Faktoren der Konstituentenquarks liegen für typische Einschußenergien (AGS-SPS) bei  $\gamma \sim 2 - 8$ , so daß die Formationszeit der Stringenden größer ist als die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kollisionen. Das bedeutet, daß die sekundäre Streuung der Konstituentenquarks berücksichtigt werden muß. Dabei wird, ähnlich wie in dem RQMD- und UrQMD-Modell [24, 26] angenommen, daß deren Wirkungsquerschnitte entsprechend dem kleinerem Quarkanteil reduziert sind

$$\begin{aligned}\sigma(q - B) &= 1/3 \sigma(B - B) \approx 10mb \\ \sigma(qq - B) &= 2/3 \sigma(B - B) \approx 20mb \\ \sigma(qq - q) &= 2/9 \sigma(B - B) \approx 6.6mb\end{aligned}\tag{2.62}$$

usw. Diese Querschnitte zusammen mit der Formationszeit  $\tau_F = 0.8$  fm/c bestimmen direkt die globale Dynamik in Schwerionenkollisionen, d.h. den Anteil an kinetischer Energie, der in Teilchenproduktion umgesetzt wird. Der Parameter wird so gewählt, daß eine möglichst gute Beschreibung der Rapiditätsverteilungen der Pionen und Protonen über einen großen Energiebereich von leichten zu schweren Systemen erreicht wird.

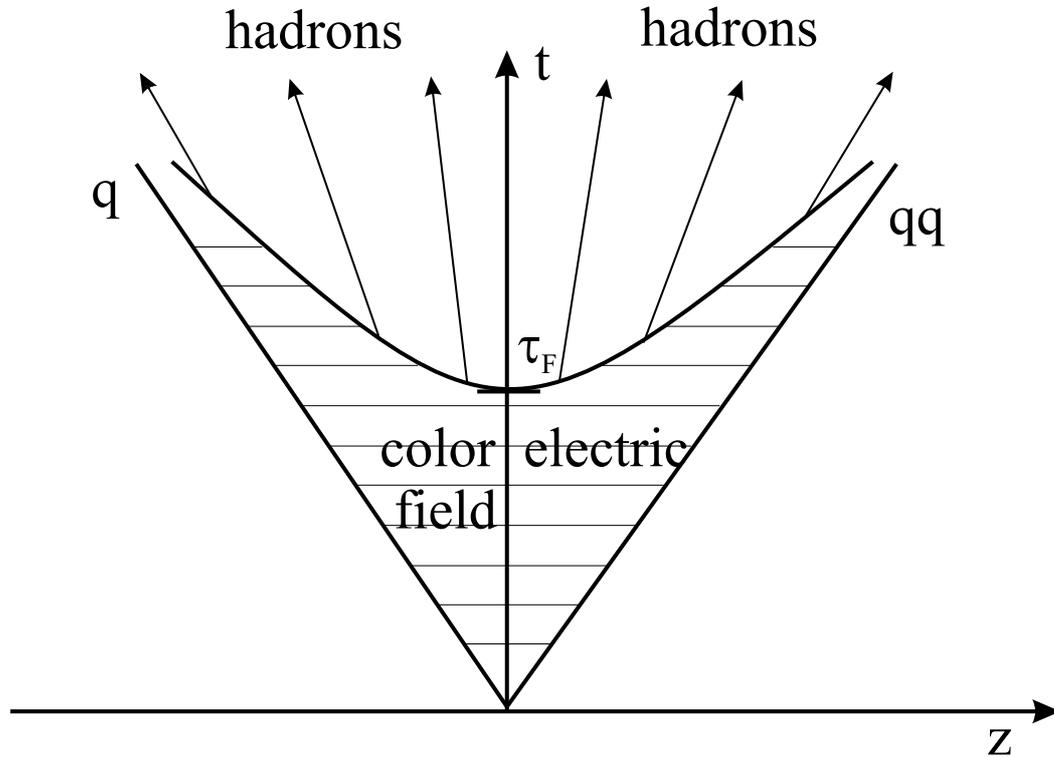


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung der Fragmentation eines baryonischen Strings im HSD-Modell. Die Fragmentation beginnt in der Stringmitte nach der Formationszeit  $\tau_F$  und setzt sich zu den Stringenden hin fort.

Die Wechselwirkung des farbelektrischen Feldes eines Strings mit anderen Hadronen wird vernachlässigt, allerdings mit Ausnahme der  $c\bar{c}$ -Paare. Dies wird dadurch motiviert, daß die meisten Strings in einem gegebenen Raum-Zeit-Volumen gleichzeitig fragmentieren und so nur wenige Reaktionen von sekundären Teilchen mit anderen Strings zu erwarten sind. Desweiteren ist keine String-String-Wechselwirkung berücksichtigt, da die meisten Strings parallel zueinander liegen und Abschätzungen einen kleinen Stringradius von nur etwa  $R_S \sim 0.2 - 0.3$  fm ergeben [58, 59].

## 2.6 Die Baryon-Antibaryon-Annihilation

Bei ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen werden in den primären inelastischen Reaktionen neue Baryon-Antibaryon-Paare erzeugt. Die Absorption der Antibaryonen in dem hadronischen Medium ist explizit in dem HSD-Modell berücksichtigt. Die Wirkungsquerschnitte für die elastische und inelastische Kollision (Annihilation) von Antibaryon ( $\bar{p}, \bar{n}, \bar{\Delta}$ ) und Baryonen ( $n, p, \Delta$ ) werden gleich den experimentellen bekannten  $p\bar{p}$ -Wirkungsquerschnitten gesetzt,

	A	B	n	C	D
$\sigma_{tot}$	38.4	77.6	-0.64	0.26	-1.2
$\sigma_{el}$	10.2	52.7	-1.16	0.125	-1.28

Tabelle 2.4: Die Parameter für den totalen und elastischen  $p + \bar{p}$ -Wirkungsquerschnitt.

für die ein Fit an die experimentellen Daten von Ref. [43] verwendet wird,

$$\sigma(p) = A + B \cdot p^n + C \cdot \ln^2(p) + D \cdot \ln(p) \quad [mb]. \quad (2.63)$$

Die zugehörigen Parameter für den totalen und den elastischen Wirkungsquerschnitt sind in Tabelle 2.4 aufgelistet. Die Wirkungsquerschnitte für die Annihilation von Hyperonen ( $\Lambda, \Sigma, \Sigma^*$ ) mit Antinukleonen oder Antihyperonen mit Nukleonen werden wegen des  $s(\bar{s})$ -Quarks um  $1/3$  reduziert:

$$\sigma(N\bar{Y}) = \sigma(\bar{N}Y) = \frac{2}{3}\sigma(p\bar{p}). \quad (2.64)$$

Die hadronischen Endzustände einer Annihilation können nicht direkt mit dem FRITIOF-Modell berechnet werden, da dieses immer zwei voneinander unabhängige Strings generiert. Eine Annihilation im FRITIOF-Modell ergäbe somit immer

$$N\bar{N} \rightarrow N\bar{N} + X, \quad (2.65)$$

während experimentell im Endzustand nahezu immer nur Mesonen beobachtet werden. Aus diesem Grunde wird in dieser Arbeit ein anderer Weg gewählt: Bei jeder Annihilation werden zwei Quark-Antiquark-Jets initialisiert, die orthogonal aufeinander stehen. Dies entspricht in etwa zwei  $e^+e^-$ -Annihilationen, wobei Energie- und Impulserhaltung sichergestellt sein müssen. Der Isospin der zwei Quarks und Antiquarks wird aus dem Baryon-Antibaryon-Paar bestimmt. So erhält man zum Beispiel bei einer Reaktion von  $\bar{p} = (\bar{u}\bar{u}\bar{d})$  mit  $\Lambda = (uds)$  die zwei Jets  $\bar{u} - d$  und  $\bar{d} - s$ . Das 2-Jetsystem fragmentiert dann wieder nach dem LUND-Modell.

Mit dieser Beschreibung wird die experimentell beobachtete Teilchenmultiplizität recht gut wiedergegeben, d.h. für kleine Relativimpulse von Baryon und Antibaryon erhält man im Mittel 5-6 Pionen. Differentielle Verteilungen in der Rapidität oder dem transversale Impuls können mit dieser einfachen Beschreibung jedoch nicht beschrieben werden. Für die globale Dynamik und die Strangeness-Produktion einer Schwerionenkollision bei AGS- bis SPS-Energien

ist dies jedoch ohne Einfluß, da nur eine geringe Antibaryonendichte erreicht wird.

An dieser Stelle sei auf folgenden Punkt hingewiesen: In dem HSD-Modell werden Antibaryonen, nachdem sie in den primären Kollisionen erzeugt wurden, während der Rückstreuphase nur absorbiert. Die Rückreaktion wird nicht berücksichtigt, da diese (fast) immer mehr als zwei Teilchen im Eingangskanal hätte, was technisch in der Simulation nur schwer zu realisieren ist. Die Anzahl der primär produzierten Antibaryonen nimmt somit im Laufe der Schwerionenkollision wegen des großen Annihilations-Wirkungsquerschnittes sehr schnell ab. Dies widerspricht aber Ergebnissen aus thermischen Modellen [60, 61], die für ein hadronisches System im chemischen Gleichgewicht einen höheren Anteil von Antibaryonen (skaliert auf Baryonen) ergeben, als bei  $p + p$ -Kollisionen beobachtet wird. Das bedeutet, daß man bei Schwerionenkollisionen mit einer Anzahl von Antibaryonen startet, die weit unter dem (chemischen) Gleichgewichtswert liegt, so daß man während der Rückstreuphase eigentlich mit einer, wenn auch nur geringen, Erhöhung der Antibaryonenzahl rechnen müßte. Speziell für eine Untersuchung der Antihyperonen ( $\bar{\Lambda}$  oder  $\bar{\Xi}$ ), deren Produktion in Schwerionenkollisionen ein mögliches Signal für das QGP sein könnte [4], müßte die Baryon-Antibaryon-Produktion während der Phase der Rückstreuung explizit berücksichtigt werden.



# Kapitel 3

## Die $s\bar{s}$ -Produktion in Stößen von Hadronen

Die Strangeness-Produktion in den elementaren Hadron-Hadron-Stößen ist für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse, da die Produktion von Kaonen, Antikaonen und Hyperonen in Proton-Proton-Reaktionen als Referenzwert für Schwerionenkollisionen dient. Aber auch andere Kanäle zur Strangeness-Produktion, wie Meson-Baryon- oder Meson-Meson-Stöße, sollten „vernünftige“ Wirkungsquerschnitte haben, d.h. die experimentell unbekannt Kanäle wie zum Beispiel  $\Delta + \rho \rightarrow \Lambda + K$  sollten keine ungewöhnlich hohen Querschnitte aufweisen. In diesem Kapitel werden die im HSD-Modell verwendeten Querschnitte genauer angegeben.

### 3.1 Baryon-Baryon-Kollisionen

Im HSD-Modell wird die Produktion von Strangeness in Baryon-Baryon-Kollisionen im wesentlichen durch das FRITIOF-Modell beschrieben, mit dem für invariante Stoßenergien  $\sqrt{s} > 2.65$  GeV die Anregungen der Baryonen zu strings sowie deren hadronische Endzustände berechnet werden. Die Schwellenenergie zur Strangeness-Produktion ( $pp \rightarrow p\Lambda K^+$ ) liegt mit 2.55 GeV nur knapp darunter. Da es jedoch während einer Schwerionenkollision zu sehr vielen niederenergetischen Stößen kommt, wird die Strangeness-Produktion in dem Energieintervall  $2.55 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 2.65 \text{ GeV}$  durch die Reaktionskanäle  $NN \rightarrow N\Lambda K$  und  $NN \rightarrow N\Sigma K$  explizit im HSD-Modell berücksichtigt ( $N = p, n$ ,  $K = K^+, K^0$ ). Die über den Isospin gemittelten Wirkungsquerschnitte für diese Reaktionen können durch die experimentell gemessenen Querschnitte,

$$\sigma_{NN \rightarrow N\Lambda K} = 3/2 \sigma_{pp \rightarrow p\Lambda K^+} \quad (3.1)$$

Teilchensort	exp. Wert	HSD-Resultat
$\pi^+$	$3.22 \pm 0.12$	3.25
$\pi^-$	$2.62 \pm 0.06$	2.53
$\pi^0$	$3.34 \pm 0.24$	3.36
$K^+$	$0.28 \pm 0.06$	0.274
$K^-$	$0.18 \pm 0.05$	0.18
$K_s^0$	$0.17 \pm 0.01$	0.174
$Y$	$0.1 \pm 0.015$	0.15
$\bar{Y}$	$0.013 \pm 0.01$	0.018
$p$	$1.34 \pm 0.15$	1.32
$\bar{p}$	$0.05 \pm 0.02$	0.057

Tabelle 3.1: Die berechneten Multiplizitäten für verschiedene Teilchen aus inelastischen  $p + p$ -Stößen bei  $p_{lab} = 200$  GeV/c im Vergleich zu den Daten von Ref. [63].

$$\sigma_{NN \rightarrow N\Sigma K} = 3/2 (\sigma_{pp \rightarrow p\Sigma + K^0} + \sigma_{pp \rightarrow p\Sigma^0 K^+}),$$

bestimmt werden [62]. Es werden die Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte von Ref. [62] verwendet:

$$\begin{aligned} \sigma_{pp \rightarrow K^+ \Lambda p} &= 732 \left(1 - \frac{s_{01}}{s}\right)^{1.8} \left(\frac{s_{01}}{s}\right)^{1.5} [\mu b] \\ \sigma_{pp \rightarrow K^0 \Sigma^+ p} &= 338.46 \left(1 - \frac{s_{02}}{s}\right)^{2.25} \left(\frac{s_{02}}{s}\right)^{1.35} [\mu b] \\ \sigma_{pp \rightarrow K^+ \Sigma^0 p} &= 275.27 \left(1 - \frac{s_{02}}{s}\right)^{1.98} \left(\frac{s_{02}}{s}\right) [\mu b], \end{aligned} \quad (3.2)$$

wobei  $\sqrt{s_{01}} = m_\Lambda + m_N + m_K^0$  und  $\sqrt{s_{02}} = m_\Sigma + m_N + m_K^0$  ist (für Details siehe [62]).

Die Produktion von Strangeness in Baryon-Baryon-Stößen mit einer invarianten Energie  $\sqrt{s} > 2.65$  GeV wird durch das FRITIOF-Modell beschrieben und ist somit durch die Anregung der Baryonen zu Strings und deren Fragmentation festgelegt. Der große Vorteil dieser einheitlichen Beschreibung aller Baryon-Baryon-Kollisionen über einen großen Energiebereich besteht darin, daß keine (meist unbekannt) Zerfälle von höheren Resonanzen  $N^*, \Delta^*$  in den Strangeness-Kanal

$$N^* \rightarrow \Lambda K \quad \Delta^* \rightarrow \Lambda K \quad (3.3)$$

spezifiziert werden müssen. Noch wichtiger ist, daß das Verhältnis von „strange“ zu „nicht-strange“ Endzuständen, also

$$\lambda_s = \frac{\langle s\bar{s} \rangle}{\langle u\bar{u} \rangle + \langle d\bar{d} \rangle} \quad (3.4)$$

in einem einheitlichen Bild festgelegt ist.

Das Ergebnis für p + p-Kollisionen bei SPS-Energien ( $\sqrt{s} = 19.4$  GeV) ist in Tabelle 3.1 dargestellt, wo die berechneten Multiplizitäten für verschiedene Teilchen im Vergleich zu den experimentellen Daten von Ref. [63] aufgelistet sind. Eine sehr gute Übereinstimmung ist zu erkennen, insbesondere für die Kaonen  $K^+$ , die Antikaonen  $K^-$  und  $K_s^0 = 1/2(K^0 + \bar{K}^0)$ . Lediglich die Anzahl der Hyperonen ( $Y = \Lambda, \Sigma^0$ ) wird im HSD-Modell um ca. 50% überschätzt, ist jedoch wegen der Erhaltung von Strangeness durch die Anzahl von Kaonen und Antikaonen vollkommen festgelegt, was eher auf die Ungenauigkeit und fehlende Selbstkonsistenz der Daten hinweist. In dem FRITIOF-Modell wird die Strangeness-Produktion durch den  $s\bar{s}$ -Unterdrückungsfaktor  $\gamma_s$  kontrolliert, wie in Kapitel 2.4.2 erläutert wurde. Während die Resultate bei SPS-Energien mit  $\gamma_s = 0.3$  gerechnet wurden, muß bei AGS-Energien  $\gamma_s = 0.4$  gewählt werden, um die experimentell beobachtete Strangeness-Produktion zu beschreiben. Um dies zu verdeutlichen, wird in Abbildung 3.1 die berechnete Rapiditätsverteilung der Kaonen aus p + Be-Stößen bei 14.6 A·GeV (AGS-Energien) zusammen mit den Daten der E802-Kollaboration [64] für  $\gamma_s = 0.3$  und  $\gamma_s = 0.4$  dargestellt. Bei dem kleinen System p + Be kommt es fast immer nur zu einer inelastischen Kollision von Hadronen, so daß es als Test für die elementaren Baryon-Baryon-Querschnitte herangezogen werden kann. Aus Abbildung 3.1 wird klar ersichtlich, daß bei AGS-Energien  $\gamma_s$  auf 0.4 erhöht werden muß. Für den Energiebereich zwischen AGS und SPS wird  $\gamma_s$  linear als Funktion von  $\sqrt{s}$  interpoliert (siehe Kapitel 2.4.2).

Die totale Produktion von Kaonen ( $K^+, K^-$ ) in p + p-Kollisionen von der Produktionsschwelle  $\sqrt{s_0} = 2.55$  GeV bis zu  $\sqrt{s} = 100$  GeV ist in Abbildung 3.2a als Funktion der invarianten Energie über der Produktionsschwelle  $\sqrt{s} - \sqrt{s_0}$  im Vergleich zu den Daten [57, 65, 66, 67] dargestellt. Die vertikale Linie bezeichnet die verwendete Energieschwelle zur Stringanregung oberhalb derer das FRITIOF-Modell die Kaonen-Produktion beschreibt. Die Parametrisierungen zur  $K^+$ -Produktion bei niedrigen Energien gehen an dieser Schwelle stetig in den  $K^+$ -Produktionsquerschnitt aus dem FRITIOF-Modell über. Die energieabhängige experimentelle  $K^+$ - und  $K^-$ -Produktion wird in dem HSD-Modell folglich über viele Größenordnungen sehr gut wiedergegeben.

Die Produktion von Kaonen in Baryon-Baryon-Kollisionen im HSD-Modell ist damit für alle einlaufenden Baryonen bestimmt. Dies gilt auch für die sekundären Stöße der Konstituentenquarks der Strings, da diese ebenfalls im Stringbild behandelt werden.

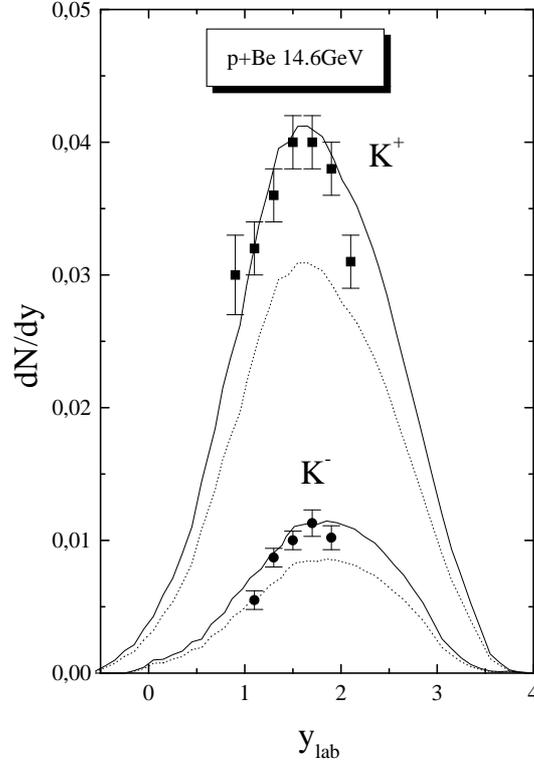


Abbildung 3.1: Die berechneten Rapidityverteilungen von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen für  $p + \text{Be}$ -Kollisionen bei  $14.6 \text{ A}\cdot\text{GeV}$  aus dem HSD-Modell für  $\gamma_s = 0.3$  (gepunktete Linie) und  $\gamma_s = 0.4$  (durchgezogene Linie) im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [64].

## 3.2 Meson-Baryon-Kollisionen

Für die Strangeness-Produktion in Meson-Baryon-Kollisionen wird dasselbe Konzept wie schon für Baryon-Baryon-Stöße angewandt, wobei hier die Schwellenenergie für das FRITIOF-Modell bei  $2.1 \text{ GeV}$  festgelegt wurde. Die Energieschwelle für die Produktion von Kaonen ( $N\pi \rightarrow \Lambda K$ ) liegt bei  $\sqrt{s} = 1.612 \text{ GeV}$ , für Antikaonen ( $N\pi \rightarrow NK\bar{K}$ ) bei  $\sqrt{s} = 1.932 \text{ GeV}$ . Daher werden die folgenden Kanäle für invariante Stoßenergien von  $\sqrt{s} < 2.1 \text{ GeV}$  explizit berücksichtigt

$$\begin{aligned}
 \pi N &\rightarrow YK & (3.5) \\
 \pi \Delta &\rightarrow YK \\
 \pi N &\rightarrow NK\bar{K}.
 \end{aligned}$$

Die expliziten Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte werden in Anhang B angegeben.

Für invariante Stoßenergien  $\sqrt{s} > 2.1$  GeV werden die Meson-Baryon-Kollisionen durch das FRITIOF-Modell beschrieben. Der Produktionsquerschnitt von Strangeness in  $\pi^- + p$ -Stößen

$$\pi^- p \rightarrow YK + X \quad \text{oder} \quad \pi^- p \rightarrow \bar{K}K + X \quad (3.6)$$

aus dem FRITIOF-Modell ist als gestrichelte Linie in Abbildung 3.2b im Vergleich mit den experimentellen Daten [57] dargestellt, wobei bereits  $\gamma_s$  entsprechend Gl. (2.57) gewählt wurde. Die Daten werden von dem FRITIOF-Modell um ca. 1 mb in dem gesamten Energiebereich unterschätzt, was im String-Bild leicht verstanden werden kann: Die einlaufenden Konstituentenquarks bilden nach der Kollision die Enden der Strings und können im FRITIOF-Modell nicht verändert werden. Für einen  $p + p$ -Stoß ( $uud + uud$ ) resultieren immer zwei Strings  $uu - d$  und  $du - u$  (oder andere Kombinationen der Quarks); neue Teilchen können nur zusätzlich zu den bereits vorhandenen Quarks gebildet werden. Während dieses Konzept für Baryon-Baryon-Stöße physikalisch sinnvoll ist, kann es eine bestimmte Klasse von Meson-Baryon-Kollisionen niemals beschreiben, wie z.B.  $\pi N \rightarrow \Lambda K$ . Eine solche Reaktion entspricht einer Anihilation von einlaufenden Konstituentenquarks  $u\bar{u} \rightarrow s\bar{s}$ , was im String-Bild nach Konstruktion nicht enthalten ist. Im HSD-Modell wird diese Möglichkeit explizit berücksichtigt, d.h. es wird mit einem Wirkungsquerschnitt von 1 mb eine Reaktion  $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$  ( $q = u, d$ ) vor der Stringfragmentation ermöglicht. Mit diesem Konzept wird eine gute Beschreibung der Strangeness-Produktion in Pion-Nukleon-Stößen erreicht, wie in Abbildung 3.2b dargestellt ist.

### 3.3 Die $K\bar{K}$ -Produktion in Stößen zweier Mesonen

Für die Produktion von  $K\bar{K}$ -Paaren in Meson-Meson-Stößen gibt es keine experimentellen Daten. Hier wird von der Beobachtung Gebrauch gemacht, daß sowohl in Baryon-Baryon- wie auch in Meson-Baryon-Stößen der Wirkungsquerschnitt zur Strangeness-Produktion etwa 10% des inelastischen Querschnittes beträgt. Der inelastische Querschnitt ist in erster Linie durch die geometrischen Abmessungen der stoßenden Teilchen gegeben, zumindest für Kollisionsenergien  $\sqrt{s} - m_A + m_B > 700$  MeV ( $m_A$  und  $m_B$  bezeichnet die Massen der Hadronen). Für Meson-Meson-Stöße erwartet man damit einen inelastischen Querschnitt von ca. 25 mb, so daß für die Produktion von  $K\bar{K}$  der folgende über den Isospin gemittelte Wirkungsquerschnitt wie in Ref. [62] verwendet

wird:

$$\bar{\sigma}_{mm \rightarrow K\bar{K}}(s) = 2.7 \cdot \left(1 - \frac{s}{s_0}\right)^{0.76} \text{ [mb]}. \quad (3.7)$$

In (3.7) ist  $\sqrt{s_0} = 2m_K$  die Schwellenenergie zur Kaonenproduktion und  $\sqrt{s}$  die invariante Energie der Kollision;  $mm$  steht für zwei beliebige Mesonen ohne strange Quarks im Eingangskanal, wie etwa

$$\pi\pi \rightarrow K\bar{K}, \quad \pi\rho \rightarrow K\bar{K}, \quad \dots \quad (3.8)$$

In diesem Kapitel ist die Strangeness-Produktion im HSD-Modell in allen Kanälen spezifiziert worden. Die energieabhängigen Produktionsquerschnitte sind an die Daten aus Nukleon-Nukleon- und Pion-Nukleon-Kollisionen angepaßt worden. Es soll noch einmal betont werden, daß *keine* konzeptionell neue Mechanismen zur Strangeness-Produktion eingeführt wurden, wie z.B. eine Fusion von Strings oder hochenergetische Resonanzen mit einem überproportional starken Zerfall in den Strangeness-Kanal. In diesem Sinne ist das in dieser Arbeit verwendete Modell als ein „konservativer“ Ansatz zur Strangeness-Produktion zu verstehen.

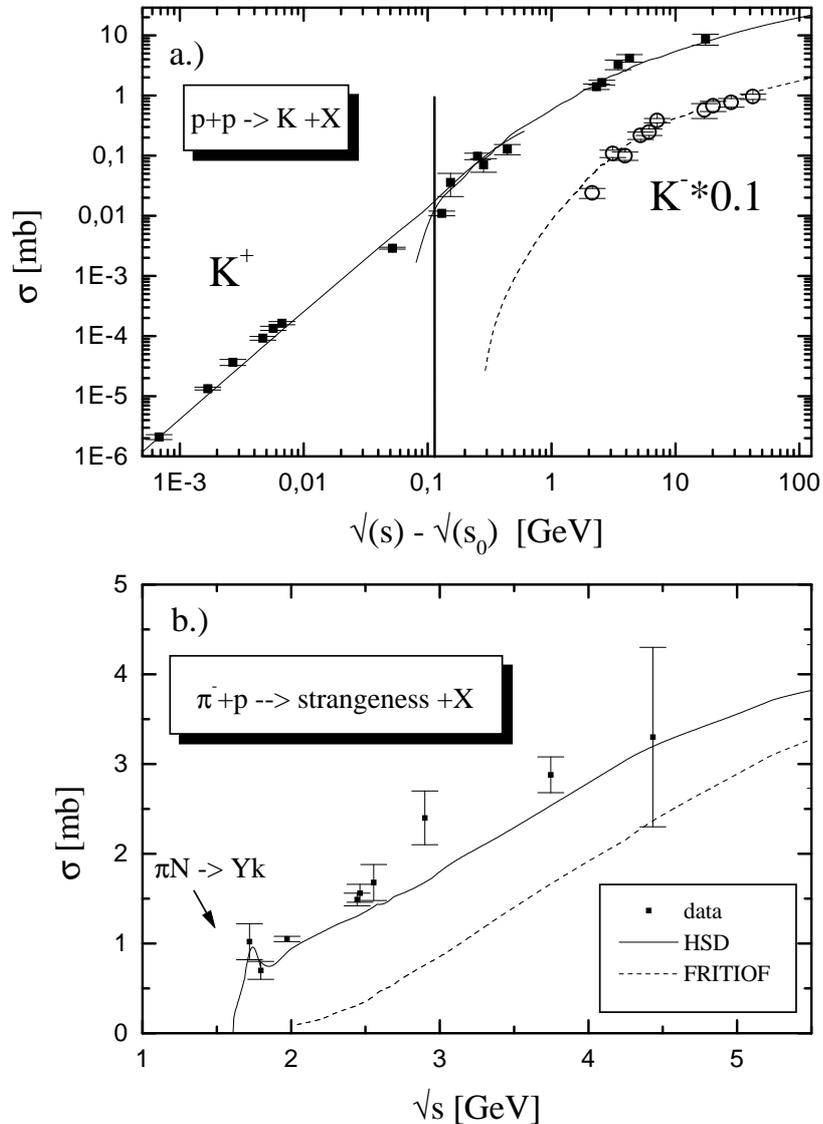


Abbildung 3.2: **a.)** Berechneter Wirkungsquerschnitt zur  $K^+$ - (durchgezogene Linie) und  $K^-$ - (gestrichelte Linie,  $\times 0.1$ ) Produktion in  $p + p$ -Kollisionen als Funktion der invarianten Energie oberhalb der Schwelle im Vergleich zu den Daten [57, 65, 66, 67]. Für die  $K^+$ Produktion ist die Schwellenenergie für das FRITIOF-Modell eingezeichnet, unter der die Parametrisierungen von Gleichung 3.1 berücksichtigt sind. **b.)** Der berechnete Wirkungsquerschnitt zur Strangeness-Produktion in  $\pi^- + p$ -Kollisionen aus dem HSD-Modell (durchgezogene Linie) und dem FRITIOF-Modell (gestrichelte Linie) im Vergleich zu den experimentellen Daten [57].



# Kapitel 4

## Die globale Reaktionsdynamik

Die aus dem HSD-Modell erhaltene globale Reaktionsdynamik, das heißt das Abstoppen der Kernmaterie sowie die  $\pi$ -Mesonen-Produktion, wird in diesem Kapitel für verschiedene Systeme bei AGS- und SPS-Energien untersucht und mit den experimentellen Daten verglichen.

### 4.1 Der AGS-Energiebereich

Bei AGS-Energien erreichen die Projektile kinetische Energien bis zu 15 A·GeV, so daß die invariante Energie der primären Kollisionen von Target- und Projektilnukleonen bei  $\sqrt{s} \approx 4 - 5$  A·GeV liegt. Im Schwerpunktsystem der Nukleonen (cms) sind die Kerne um einen Faktor drei lorentzkontrahiert ( $\gamma_{cm} \approx 3$ ), was zur Folge hat, daß die sekundären Mesonen bei leichten Systemen wie  $p + \text{Be}$  bedingt durch ihre Formationszeit  $\gamma \times \tau_F$  im Vakuum produziert werden und nicht innerhalb der Kerne. Die Mesonen erfahren deshalb nur eine verschwindend geringe Rückstreuung, so daß  $p + \text{Be}$ -Stöße einen guten Test für das verwendete Stringmodell darstellen. Dies ist insbesondere für die Produktion von Strangeness wichtig, da es gerade bei typischen AGS Energien nur wenige Daten zur Produktion von Kaonen in elementaren  $p + p$  bzw.  $N + N$ -Kollisionen gibt.

Im folgenden werden die Teilchenverteilungen differentiell in der Rapidität  $dN/dy$  und/oder im transversalen Impuls  $dN/dp_t$ ,  $d^2N/dp_t dy$  für Proton-Kern- und Kern-Kern-Stöße dargestellt. Im HSD-Modell werden diese Verteilungen durch eine Integration über verschiedene Stoßparameter berechnet,

$$\begin{aligned} \frac{dN_h}{dy} &= \frac{2}{b_{max}^2} \int_0^{b_{max}} \frac{dN_h(b)}{dy} b db \\ \frac{2}{p_t} \frac{dN_h}{dp_t} &= \frac{1}{b_{max}^2} \int_0^{b_{max}} \frac{dN_h(b)}{p_t dp_t} b db \end{aligned}$$

$$\frac{2}{2\pi p_t} \frac{d^2 N_h}{dp_t dy} = \frac{1}{2\pi b_{max}^2} \int_0^{b_{max}} \frac{d^2 N_h(b)}{p_t dp_t dy} b db,$$

wobei  $d^2 N_h(b)/dp_t dy$  die Anzahl der Hadronen  $h$  im Rapiditätsintervall  $dy$  und im Transversalimpulsintervall  $dp_t$  bei Stoßparameter  $b$  darstellt ( $dN_h(b)/dy$ ,  $dN_h(b)/dp_t$  entsprechend). Die in den Rechnungen verwendeten endlichen Intervalle sind  $db = 1 fm$ ,  $dy = 0.1$  und  $dp_t = 0.1 GeV/c$ . Für Proton-Kern-Stöße wird  $b_{max}$  etwas größer als der Radius des Targetkernes gewählt. Bei zentralen Kern-Kern-Stößen hängt  $b_{max}$  davon ab, welcher Anteil der experimentell beobachteten Stöße für die Auswertung der jeweiligen Daten herangezogen wurde. Die Zentralität wird experimentell meist durch Messung der im Stoß produzierten transversalen Energie und/oder der dem Projektil verbleibenden kinetische Energie in einem sogenannten „Zero Degree Calorimeter“ bestimmt. Damit ist es möglich, z.B. die zentralsten 10% aller Ereignisse zur Auswertung heranzuziehen. Der für die Rechnung verwendete maximale Stoßparameter läßt sich daraus gemäß

$$\frac{\pi b_{max}^2}{\pi R_{Target}^2} = 10\% \quad (4.1)$$

bestimmen. In Gl. (4.1) ist  $R_{Target}$  der Radius des Targetkernes. Es sei darauf hingewiesen, daß der Zusammenhang zwischen produzierter transversaler Energie und Stoßparameter aufgrund statistischer Fluktuationen nicht exakt gilt. Der Fehler ist jedoch gering, so daß die Zentralität in den Rechnungen aus numerischen Gründen über einen maximalen Stoßparameter und nicht über die produzierte transversale Energie der Kollisionen berechnet wird.

Die berechneten Rapiditätsverteilungen  $dN/dy$  der  $\pi^-$ -Mesonen und Protonen aus Proton-Kern-Reaktionen bei 14.6 A-GeV sind in Abb. 4.1 für p + Be (oben) und p + Au-Stöße (unten) zusammen mit den Daten der E802 Kollaboration [64] dargestellt. Die Verteilung der Pionen in p + Be ist nahezu symmetrisch um  $y_{CM} \approx 1.7$ , was auf eine sehr geringe Rückstreuung im Target schließen läßt, wie oben bereits erwähnt. Auch die experimentelle Protonenverteilung wird in der Rechnung gut wiedergegeben; die geringen Abweichungen bei  $y_{CM}$  lassen auf ein etwas zu starkes Abstoppen der Protonen schließen, was auch in p + p-Reaktionen bereits gesehen wurde.

Der Effekt der Rückstreuung im Targetkern wird deutlich bei p + Au-Stößen (Abb. 4.1, unten), wo die Verteilung der Pionen nicht mehr symmetrisch um  $y_{CM}$  ist, sondern eine starke Erhöhung bei Targetrapidität aufweist. Die berechnete Protonenverteilung liegt bei  $y_{CM}$  wiederum leicht über den Daten. Die Teichenproduktion wird in dem HSD-Modell offensichtlich sehr gut wiedergegeben, vor allem auch in den sekundären Kollisionen des Projektils, wie der Vergleich mit den Pionenverteilungen zeigt.

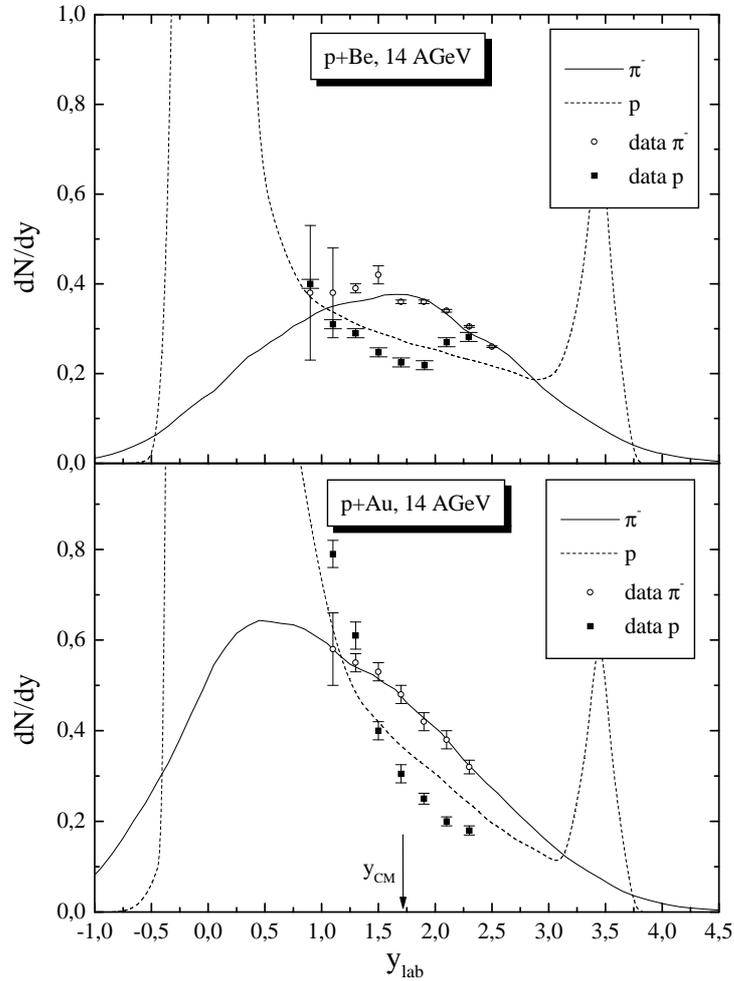


Abbildung 4.1: Die Rapiditätsverteilung von  $\pi^-$ -Mesonen (durchgezogene Linie) und Protonen (gestrichelte Linie) für p + Be (oben) und p + Au (unten) bei 14.6 A·GeV aus dem HSD-Modell im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [64].

Das nächste System, welches untersucht wird, ist Si + Al bei einer Energie von 14.6 A·GeV. In Abbildung 4.2a ist die berechnete Rapiditätsverteilung der  $\pi^-$ -Mesonen und Protonen zusammen mit den Daten [68] für zentrale Stöße ( $b \leq 1.5$  fm) dargestellt. Die Protonenverteilung ist bei mittlerer Rapidität wegen der Rückstreuung relativ flach, während die berechnete Pionenverteilung im wesentlichen gaussförmig ist mit einer Breite  $\sigma \approx 2.8$ . Die berechnete Verteilung der Pionen ist nur wenig schmaler als in p + p-Stößen ( $\sigma \approx 2.9$ , siehe Abb. 2.7), da es in dem relativ kleinen System Si + Al nur wenig Rückstreu-

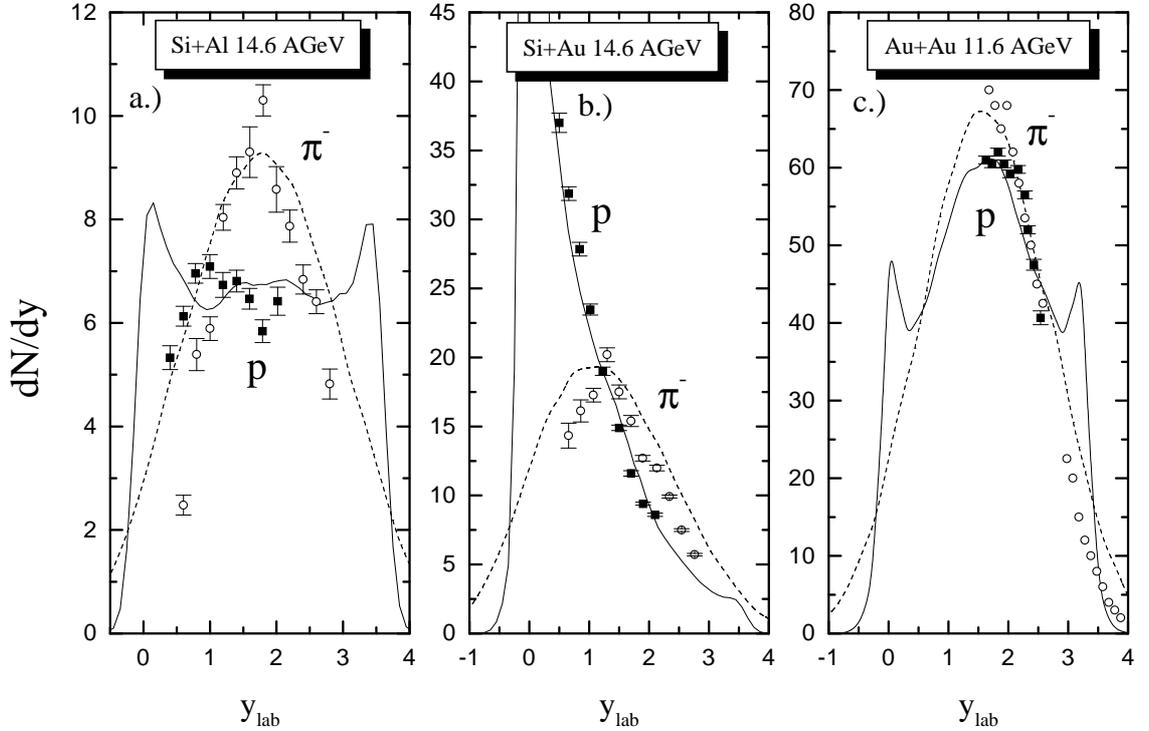


Abbildung 4.2: Die Rapidityverteilung von  $\pi^-$ -Mesonen (gestrichelte Linien) und Protonen (durchgezogene Linien) für Si + Al-Kollisionen bei 14.6 A·GeV (links), Si + Au-Kollisionen bei 14.6 A·GeV (Mitte) und Au + Au-Kollisionen bei 11.0 A·GeV (rechts) aus dem HSD-Modell im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [68] (für Si + Al und Si + Au) und von den E866 und E877 Kollaboration [70, 71].

ung der Mesonen gibt. Allerdings ist die experimentelle  $\pi^-$ -Verteilung etwas schmaler als die berechnete Verteilung.

In Abb. 4.3 ist das transversale Impulsspektrum der  $\pi^-$ -Mesonen für Si + Al-Stöße bei 14.6 A·GeV aus dem HSD-Modell im Vergleich mit den experimentellen Daten von Abbott et al. [68] für verschiedene Rapidityintervalle ( $\Delta y = 0.2$ ) im Laborsystem um  $y_{lab} = 0.5, 0.7, 0.9, 1.1$  und  $1.3$  dargestellt. Die gute Übereinstimmung mit den Daten im transversalen Impuls und in der Rapidity (zumindest bis auf 10%) läßt darauf schließen, daß die globale Reaktionsdynamik sowie die Teilchenproduktion von dem HSD-Modell gut wiedergegeben wird.

Ein stärkeres Abstoppen der Kernmaterie kann erreicht werden, wenn der Targetkern durch einen größeren Kern wie etwa  $^{197}\text{Au}$  ersetzt wird. Dazu wer-

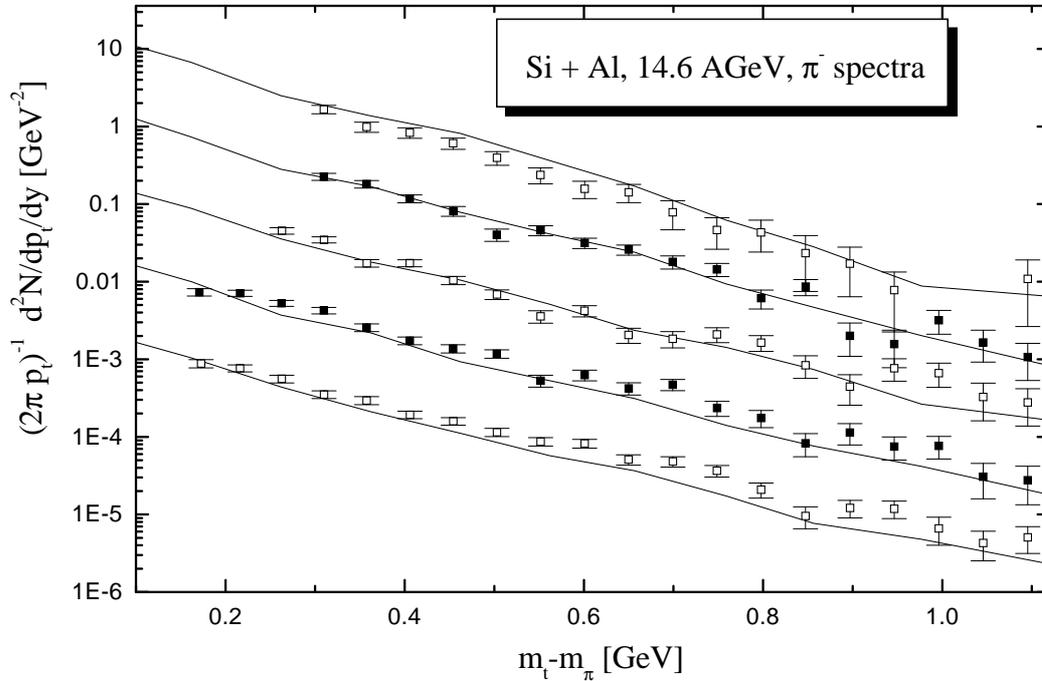


Abbildung 4.3: Berechnetes transversales Impulsspektrum der  $\pi^-$ -Mesonen von Si + Al-Stößen bei 14.6 A-GeV (durchgezogene Linien) im Vergleich mit den Daten von Abbott et al. [68] für 5 verschiedene Rapidityintervalle um  $y_{lab} = 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3$  und  $1.5$ .; die zugehörigen Kurven und die Daten sind jeweils um einen Faktor 0.1 skaliert.

den in Abbildung 4.2b die Rapidityspektren der Protonen und  $\pi^-$ -Mesonen für zentrale Si + Au Kollisionen ( $b < 3.5$  fm) bei 14.6 A-GeV dargestellt. An der Protonenverteilung ist zu erkennen, daß die Nukleonen des Projektils im Targetkern nahezu vollständig gestoppt werden, da bei Projektilrapidity ( $y_{lab} \approx 3.4$ ) fast keine Protonen mehr beobachtet werden. Der Peak bei  $y_{lab} = 0$  entspricht gerade den Spektatoren des Targetkernes, während bei mittlerer Rapidity ( $y_{lab} \approx 1 - 2$ ) eine breite Verteilung zu erkennen ist, bedingt durch die Rückstreuung der Projektilnukleonen im Target. Das berechnete Rapidityspektrum der Pionen ist, wie schon bei Si + Al, etwas zu breit, während die Höhe bei mittlerer Rapidity gut beschrieben wird. Diese Resultate für Si + Au-Stöße bestätigen im wesentlichen frühere Ergebnisse aus dem RQMD-Modell [21] und dem ARC-Modell [69]. Die Verringerung der Breite der Rapidityspektren von Pionen in Schwerionenkollisionen bei

AGS-Energien gegenüber  $p + p$ -Reaktionen scheint ein generelles Problem der hadronischen mikroskopischen Modelle zu sein. Die Folge ist, daß die totale Anzahl der Pionen um ca. 15% gegenüber den Daten überschätzt wird.

Das stärkste Abstoppen von Kernmaterie bei AGS-Energien wird bei dem schwersten System, bei zentralen  $Au + Au$ -Stößen, beobachtet. In Abbildung 4.2c werden die berechneten Protonen- und Pionenrapidityverteilungen für zentrale ( $b < 3fm$ )  $Au + Au$ -Kollisionen zusammen mit den experimentellen Daten [70, 71] gezeigt. Die experimentelle Verteilung der Protonen zeigt das starke Abstoppen der Kernmaterie und wird von dem HSD-Modell gut beschrieben. Die berechnete Pionenverteilung ist wieder etwas zu breit und ihre Form unterscheidet sich kaum von der des  $Si + Al$ -Systems. Wie in Ref. [72] demonstriert wurde, zeigt das System jedoch im Unterschied zu  $Si + Al$  eine deutliche Annäherung an das thermische Gleichgewicht. Die vorgestellten Ergebnisse für  $Au + Au$ -Stöße stimmen im wesentlichen mit Resultaten aus anderen Modellen überein, wie dem RQMD-Modell [22], den ART-Rechnungen von Li und Ko [73] oder dem ARC-Modell von Kahana et al. [69].

## 4.2 Der SPS-Energiebereich

Mit dem SPS-Beschleuniger am CERN wurden in den vergangenen 10 Jahren umfangreiche Experimente mit Schwerionen durchgeführt. Die Einschußenergien liegen mit 160-200 A·GeV eine Größenordnung über denen am AGS, so daß man lange Zeit hoffte, ein eindeutiges Signal für den Übergang von Kernmaterie zu einem QGP beobachten zu können.

Als erstes soll das System  $S + S$  bei 200 A·GeV untersucht werden. Eine Rechnung mit dem HSD-Modell für die Rapidityverteilung der negativ geladenen Hadronen ( $\pi^-$ ,  $K^-$  und  $\bar{p}$ ) sowie der Protonen bei zentralen  $S + S$ -Kollisionen ( $b < 1.5 fm$ ) ist in Abbildung 4.4 (links) im Vergleich mit den experimentellen Daten der NA35 Kollaboration [74] gezeigt; eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist zu erkennen. Jedoch muß betont werden, daß andere, einfachere Modelle wie HIJING oder VENUS, die erheblich weniger Rückstreuung beinhalten, ähnlich gute Resultate ergeben [75, 76]. Dies ist dadurch zu verstehen, daß wegen der starken Lorentzkontraktion der Kerne ( $\gamma_{CM} \approx 10$ ) die Hadronisierung der Strings weitgehend im Vakuum stattfindet und die sekundär produzierten Hadronen in diesem leichten System nur relativ wenig Rückstreuung erfahren. Die berechnete und experimentelle Breite des Pionenspektrums ist nur wenig schmaler ( $\approx 3.8$ ) als die bei  $p + p$ -Stößen ( $\approx 3.9$ ) (siehe Abb. 2.8) im Gegensatz zu den experimentellen Ergebnissen bei AGS-Energien für das etwa gleich große System  $Si + Al$ , wie im vorhergehenden Abschnitt erläutert wurde.

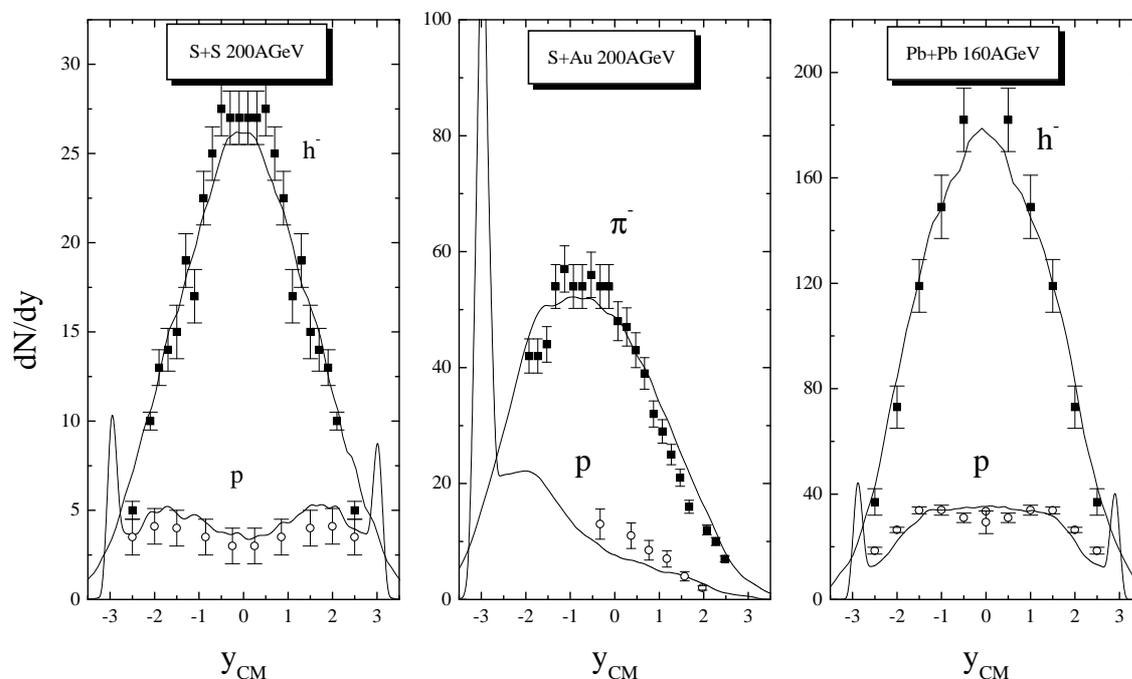


Abbildung 4.4: Die Rapidityverteilung von negativ geladenen Hadronen ( $\pi^-$ ,  $K^-$ ,  $\bar{p}$ ) und Protonen für zentrale S + S-Kollisionen ( $b < 1.5$  fm) bei 200 A·GeV (links), S + Au-Kollisionen ( $b \leq 2$  fm) bei 200 A·GeV (Mitte) und Pb + Pb Kollisionen ( $b \leq 2.5$  fm) bei 160 A·GeV (rechts) im Vergleich mit den experimentellen Daten aus [74] (S + S), [77, 78] (S + Au) und [79] (Pb + Pb).

In Abbildung 4.5 ist das berechnete transversale Impulsspektrum der negativ geladenen Hadronen  $h^-$  als Funktion des transversalen Impulses von S + S-Stößen bei 200 A·GeV im Vergleich mit den experimentellen Daten der NA35 Kollaboration [74] für die zwei Rapidityintervalle  $0.8 \leq y \leq 2.0$  und  $2.0 \leq y \leq 3.0$  dargestellt, wobei eine gute Übereinstimmung zu sehen ist. Die Baryonen und Pionendynamik in dem System S + S bei SPS-Energien wird von dem HSD-Modell erneut sehr gut beschrieben.

Wie schon bei AGS-Energien wird als nächstes ein System mit größerem Targetkern betrachtet, S + Au, um den Effekt der Rückstreuung innerhalb der Kernmaterie zu verdeutlichen. In Abbildung 4.4 (Mitte) wird das berechnete Protonen- und Pionenrapidityspektrum für zentrale S + Au-Kollisionen bei 200 A·GeV im Vergleich mit den Daten von Bauer und Santo et al. [77, 78] gezeigt. Die Protonenverteilung zeigt einen scharfen Peak bei der Targetra-

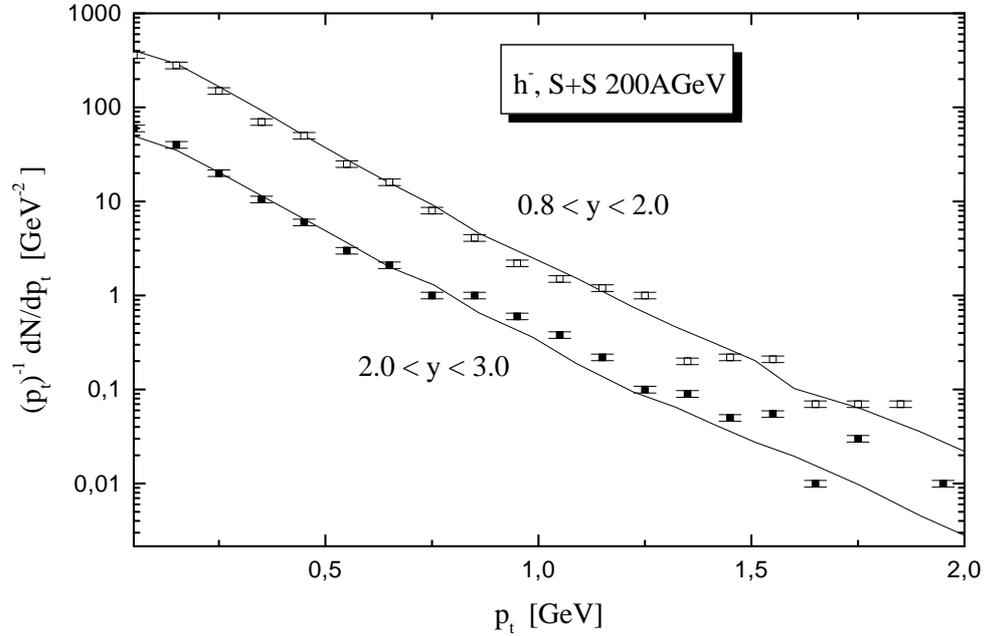


Abbildung 4.5: Berechnetes transversales Impulsspektrum der negativ geladenen Hadronen (als Funktion des transversalen Impulses) von S + S-Stößen bei 200 A·GeV (durchgezogene Linien) im Vergleich mit den experimentellen Daten der NA35 Kollaboration [74] für die zwei Rapidityintervalle  $0.8 \leq y \leq 2.0$  und  $2.0 \leq y \leq 3.0$  (untere Linie, multipliziert mit  $\times 0.1$ ).

pidität ( $y_{CM} = -3.03$ ), der den Spektatoren des Au-Kernes zuzuordnen ist. Die Erhöhung bei ( $y_{CM} \approx -2$ ) stammt hauptsächlich von der Rückstreuung der Targetnucleonen. Bei der Projektilrapidity ( $y_{CM} = 3.03$ ) werden keine Protonen mehr beobachtet, d.h. alle Projektilnucleonen haben mindestens eine inelastische Streuung erfahren. Auch die Pionenverteilung ist wegen der starken Rückstreuung im Au-Kern zur Targetrapidity hin verschoben.

Das schwerste bei SPS-Energien intensiv untersuchte System ist Pb + Pb. In Abbildung 4.4 (rechts) sind die berechneten Rapidityspektren der negativ geladenen Hadronen  $h^-$  und der Protonen für zentrale ( $b \leq 2.5$  fm) Stöße zusammen mit den Daten der NA49 Kollaboration [79] dargestellt. Die berechnete Protonenverteilung ist sehr flach und zeigt weder ein Minimum bei mittlerer Rapidity wie in HIJING oder VENUS [75] noch ein ausgeprägtes Maximum wie im RQMD-Modell [22]. Ein starkes Abstoppen von Kernmaterie, wie in Au + Au-Stößen bei AGS-Energien gesehen, findet somit selbst bei diesem schweren System bei SPS-Energien nicht statt. Die Form der Pionen-

verteilung ist ähnlich der für S + S-Stöße, allerdings erhöht sich die Anzahl der Pionen um einen Faktor  $6.5 \approx 208/32$ , skaliert somit mit der Anzahl der an der Kollision beteiligten Nukleonen.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Protonen- und Pionendynamik, d.h. der  $u\bar{u}$ - und  $d\bar{d}$ -Sektor, bei AGS- und SPS-Energien wie auch bei SIS-Energien [62], was hier nicht diskutiert wurde, von dem HSD-Modell gut beschrieben wird. Lediglich die Breite der Pionenrapidityspektren bei AGS-Energien wird gegenüber den Daten leicht überschätzt. In den Rechnungen verringert sich diese Breite von p + p- zu Schwerionenstößen durch die Rückstreuung nur wenig: bei SPS-Energien von 3.9 (p + p) über 3.8 (S + S) zu 3.7 (Pb + Pb), was experimentell auch bestätigt wird; bei AGS-Energien von 2.9 (p + p) über 2.8 (Si + Al) zu 2.6 (Au + Au). Die hier präsentierten Resultate bestätigen im wesentlichen die Ergebnisse aus anderen unabhängigen Rechnungen von RQMD oder ARC speziell im AGS-Energiebereich. Die schmalen experimentellen Rapidityverteilungen der Pionen in Kern-Kern-Reaktionen sind somit ein erster Hinweis auf Probleme einer rein hadronischen Beschreibung in diesem Energiebereich, wo das Abstoppen der Kernmaterie am größten ist, wie schon in [81] gezeigt wurde.



# Kapitel 5

## Die Produktion von Strangeness

Nachdem die globale Reaktionsdynamik untersucht worden ist, soll in diesem Kapitel zunächst die Produktion von Strangeness in Kern-Kern-Kollisionen bei AGS- und SPS-Energien systematisch untersucht werden. Anschließend wird die Kaonen-Produktion zwischen SIS- und AGS-Energien diskutiert, um eine Strangeness-Anregungsfunktion von 2-200 A·GeV zu erhalten. Am Ende des Kapitels werden die Resultate aus dem HSD-Modell sowie die experimentellen Daten mit einer thermischen Analyse verglichen.

### 5.1 AGS-Energien

Frühere Untersuchungen der Produktion von Strangeness ( $K$ ,  $\bar{K}$ ) mit dem HSD-Modell bei SIS-Energien ( $E \leq 2$  A·GeV) [62] ergaben Hinweise auf Selbstenergien der Kaonen und insbesondere der Antikaonen in Kernmaterie, wobei letztere starke attraktive Potentiale im Medium erfahren. Der SIS-Energiebereich ist nahe an der Schwellenenergie zur Kaonen-Produktion, so daß deren Wirkungsquerschnitte stark energieabhängig sind. Die Selbstenergien bei SIS-Energien haben deshalb einen starken Einfluß auf die Produktion von Antikaonen [80]. In diesem Zusammenhang ist die Produktion von Strangeness im AGS-Energiebereich besonders interessant. Die invariante Energie der primären Baryon-Baryon-Stöße liegt bei  $\sqrt{s} \approx 5$  GeV, wo die Wirkungsquerschnitte zur Kaonenproduktion nur eine geringe Energieabhängigkeit aufweisen. Zusätzlich ist die Dichte der Mesonen bei AGS-Energien erheblich höher, so daß die mesonischen Kanäle  $\pi + \pi \rightarrow K + \bar{K}$  zunehmend wichtiger werden.

Im folgenden werden dieselben Systeme untersucht wie in Kapitel 4, wo die Pionen- und Protonendynamik getestet wurden. In Abbildung 5.1 (links) ist die Rapiditätsverteilung von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen aus dem HSD-Modell (durchgezogene Linie) für p + Be bei 14 A·GeV im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [64] dargestellt. Beide Verteilungen stellen eine gute

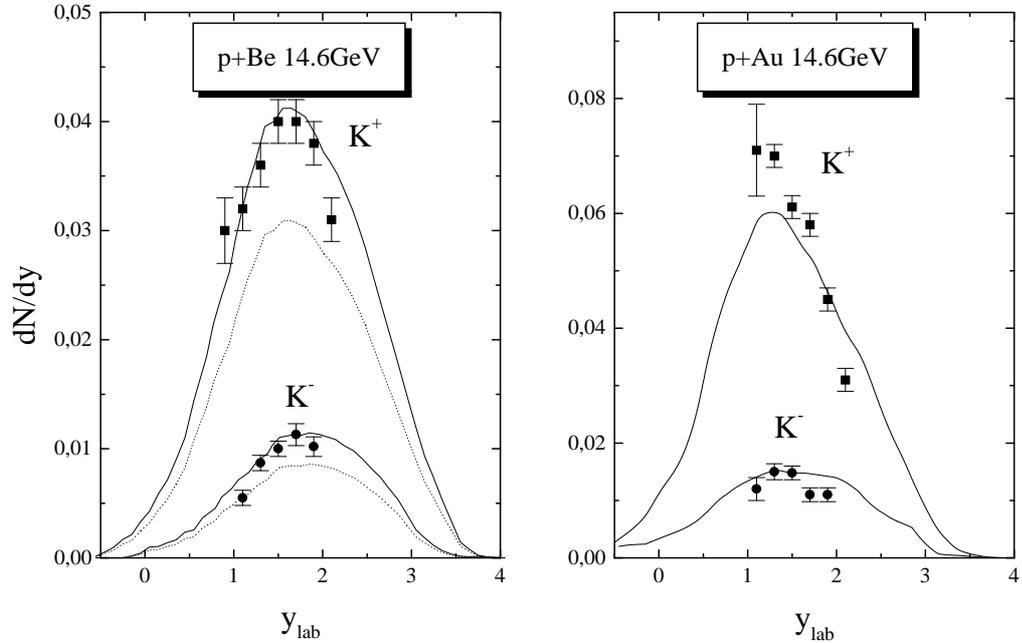


Abbildung 5.1: Die Rapidityverteilung von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen für  $p + \text{Be}$  (links) und  $p + \text{Au}$  (rechts) bei 14.6 A·GeV aus dem HSD-Modell im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [64].

Beschreibung der Daten dar und sind nahezu symmetrisch um die mittlere Rapidity. Da die Rückstreuung bei  $p + \text{Be}$  vernachlässigt werden kann, stammen nahezu alle Kaonen direkt von der primären Nukleon-Nukleon-Kollision. Wie im Kapitel 2.4 bereits erwähnt, wurde der Unterdrückungsfaktor für die Produktion von  $s\bar{s}$ -Paaren gegenüber  $u\bar{u}$ -Paaren bei der Fragmentation der Strings bei AGS-Energien auf  $\gamma_s = 0.4$  erhöht, um die Produktion von Strangeness in  $p + \text{Be}$  zu beschreiben.

Die berechneten  $K^+$ - und  $K^-$ -Spektren für  $p + \text{Au}$ -Stöße bei 14.6 A·GeV, siehe Abbildung 5.1 (rechts), sind nicht mehr symmetrisch um die mittlere Rapidity; insbesondere die  $K^-$ -Verteilung zeigt eine Verringerung bei Rapidity  $y \approx 0-1$ , welche durch die  $K^-$ -Absorption im Targetkern  $K^- + N \rightarrow \pi + Y$  verstanden werden kann. Weiter fällt auf, daß die Daten der  $K^+$ -Mesonen um ca. 10% unterschätzt werden. Dies bedeutet, daß die Produktion von Kaonen bei AGS-Energien schon bei Proton-Kern-Reaktionen nicht vollständig verstanden ist und es interessant ist zu untersuchen, wie sich dies bei Schwerionenkollisionen weiter entwickelt.

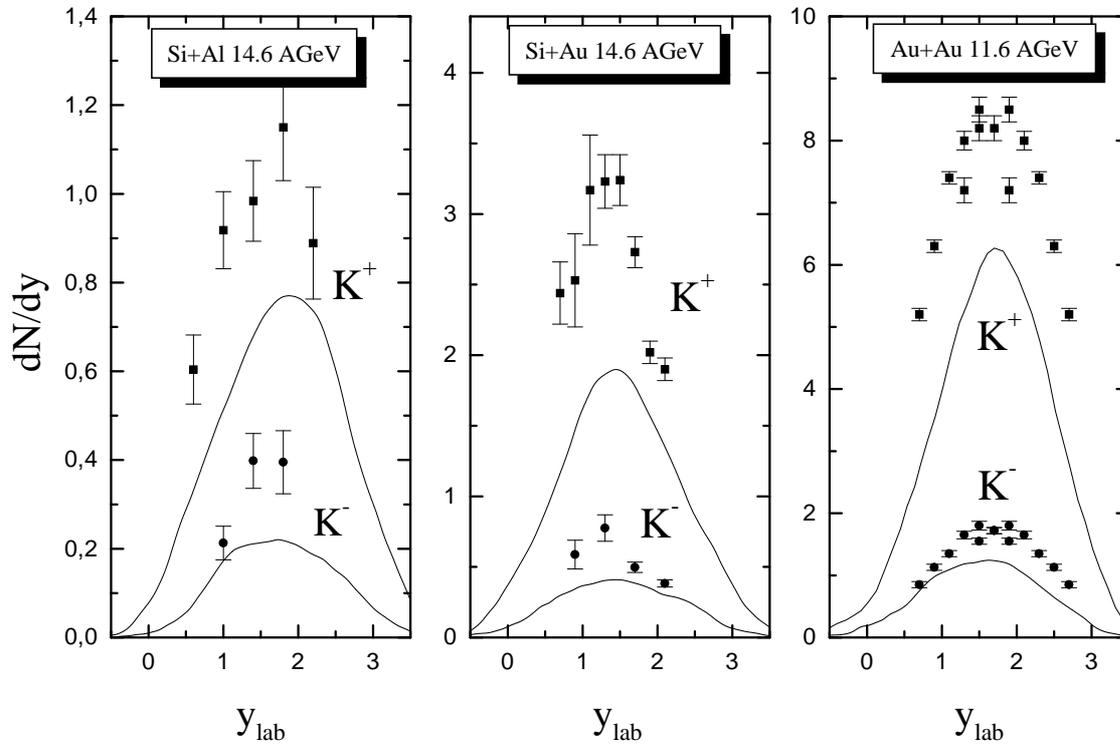


Abbildung 5.2: Die Rapiditätsverteilung von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen für zentrale Si + Al-Stöße ( $b < 1.5$  fm, 14.6 A·GeV) (links), zentrale Si + Au-Stöße ( $b < 3.5$  fm, 14.6 A·GeV) (Mitte) und Au + Au-Kollisionen ( $1.5 \text{ fm} < b < 3.5 \text{ fm}$ , 11.0 A·GeV) (rechts) aus dem HSD-Modell im Vergleich zu den Daten der E802 Kollaboration [68] (für Si + Al und Si + Au) und der E866 und E819 Kollaboration [82] (für Au + Au).

Die berechneten Rapiditätsspektren der Kaonen für zentrale Si + Al-Stöße bei 14.6 A·GeV sind in Abbildung 5.2 (links) zusammen mit den Daten [68] dargestellt. Sowohl die  $K^+$ - als auch die  $K^-$ -Verteilung werden um ca. 25% unterschätzt. Bei diesem relativ kleinen System findet nur wenig Rückstreuung statt, da die meisten Mesonen nach der Formationszeit  $\gamma \cdot \tau_F$  im Vakuum produziert werden. Es ist daher unwahrscheinlich, daß die vergleichsweise große Anzahl an Kaonen, die experimentell beobachtet wird, durch Rückstreuung erklärt werden kann. Vielmehr ist es ein Hinweis auf eine verstärkte primäre Produktion von Strangeness.

Dieses Verhalten verstärkt sich noch bei zentralen Si + Au-Kollisionen. In Abbildung 5.2 (Mitte) sind die berechneten Kaonenverteilungen im Vergleich zu den Daten von Ref. [68] dargestellt. Die Diskrepanz zwischen Daten und

Rechnung liegt sowohl für  $K^+$ - wie auch für  $K^-$ -Mesonen bei ca. 30%. Dieses Ergebnis bestätigt im wesentlichen die Resultate einer RQMD-Rechnung [21], wo für das Verhältnis  $K^+(E802)/K^+(RQMD) \sim 1.22$  in dem Rapiditätsintervall  $0.6 < y < 2.2$  erhalten wurde.

Betrachtet man die Produktion von Kaonen in Au + Au-Kollisionen bei 11 A·GeV, die in Abbildung 5.2 (rechts) dargestellt ist, so erkennt man, was die Diskrepanz zwischen Rechnung und Daten betrifft, keinen qualitativen Unterschied zu Si + Au-Stößen. Gezeigt sind die Resultate und Daten für semizentrale Kollisionen (5-12% Zentralität, was in etwa einem Stoßparameterbereich von 1.5-3.5 fm entspricht). Für zentrale Kollisionen ergibt sich qualitativ kein Unterschied; die Anzahl der Kaonen wird generell um ca. 30% unterschätzt.

Die gesamte systematische Analyse im AGS-Energiebereich von p + Be bis hin zu Au + Au führt zu dem Schluß, daß das verwendete hadronische Transportmodell die experimentellen Daten nicht überzeugend genug beschreibt, um eindeutige Erkenntnisse daraus zu gewinnen. Insbesondere liefern andere unabhängige Rechnungen zum Teil widersprechende Ergebnisse. So ergaben Rechnungen mit dem ART-Modell von Li und Ko [73] für Au + Au-Kollisionen eine gute Übereinstimmung im Kaonensektor mit den Daten, während der ARC-Code die Anzahl der Kaonen bei Si + Au-Stößen beschreiben konnte [69]. Leider wurden mit diesen Modellen jedoch niemals systematische Untersuchungen für verschiedene Systeme vorgestellt, so daß sich daraus keine generellen Erkenntnisse über die Systemabhängigkeit der Produktion von Strangeness bei AGS-Energien gewinnen lassen.

Am Ende dieses Abschnittes soll noch einmal darauf hingewiesen werden, daß die Diskrepanz zwischen Rechnung und Daten in Schwerionenkollisionen bei AGS-Energien bereits bei dem vergleichsweise kleinen System Si + Al vollständig in Erscheinung tritt. Dies gilt sowohl für die Breite der Pionenrapiditätsspektren als auch für die Produktion von Strangeness. Diese Tatsache läßt darauf schließen, daß der *primäre* Produktionsmechanismus der Kaonen noch nicht ausreichend verstanden wird. Der Effekt der Rückstreuung auf die Produktion von Strangeness scheint dagegen einigermaßen richtig beschrieben zu werden, da ansonsten eine steigende Diskrepanz zwischen Daten und Rechnung für schwerere Systeme (Si + Au und Au + Au) zu erwarten wäre.

## 5.2 SPS-Energien

Vor mehr als 15 Jahren ist von Rafelski die Erhöhung der Produktion von Strangeness in Schwerionenkollisionen gegenüber p + p-Reaktionen bei gleicher Energie als mögliches Signal für den Übergang von Kernmaterie zu einem QGP vorgeschlagen worden [4]. Speziell bei SPS-Energien sollte die Tempe-

ratur in dem Feuerball der Schwerionenkollision oberhalb der kritischen Temperatur für den Phasenübergang liegen. Da die s-,u- und d-Quarks in einem QGP schneller den Zustand des chemischen Gleichgewichts erreichen als nicht-strange und strange Hadronen in einem reinen Hadronengas, erwartete man bei SPS-Energien einen besonders starken Anstieg der Produktion von Strangeness.

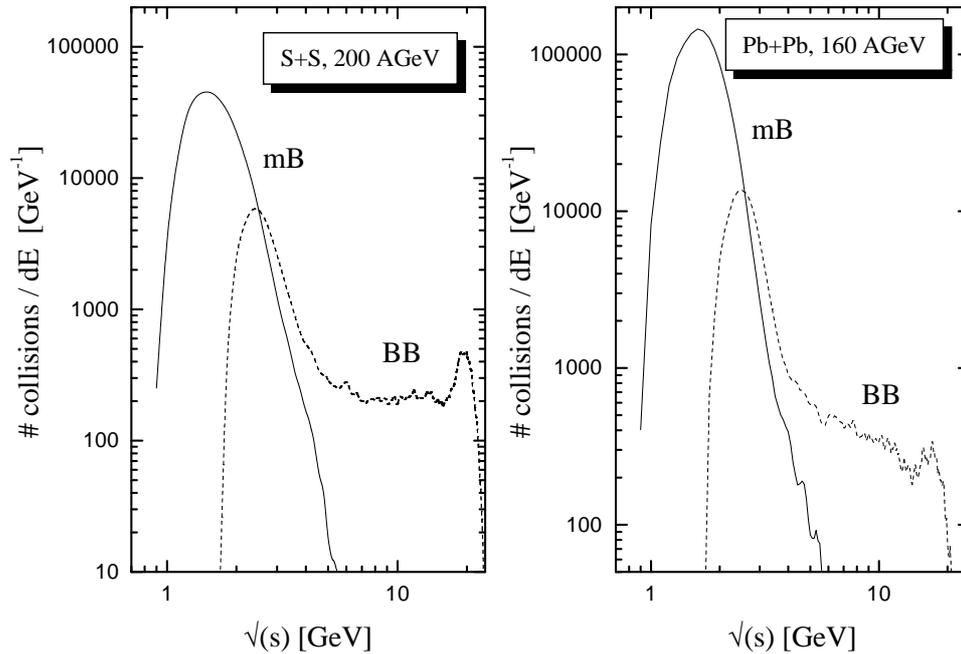


Abbildung 5.3: Die Anzahl der Baryon-Baryon- (durchgezogene Linien) und Meson-Baryon-Kollisionen (gestrichelte Linien) als Funktion der invarianten Kollisionsenergie  $\sqrt{s}$  für zentrale S + S-Stöße (links) bei 200 A·GeV und zentrale Pb + Pb-Stöße (rechts) bei 160 A·GeV.

Bei SPS-Energien wird eine große Anzahl an neuen Teilchen produziert, so daß eine hohe Kollisionsrate sekundärer und tertiärer Teilchen resultiert. In all diesen Kollisionen kann Strangeness produziert werden, sofern die Kollisionsenergie hoch genug ist. In Abbildung 5.3 ist die Anzahl der Baryon-Baryon- (gestrichelte Linie) und Meson-Baryon-Kollisionen (durchgezogene Linie) als Funktion der invarianten Kollisionsenergie  $\sqrt{s}$  für zentrale S + S-Stöße (links) bei 200 A·GeV und zentrale Pb + Pb-Stöße (rechts) bei 160 A·GeV dargestellt. Bei den Baryon-Baryon-Stößen ist ein Peak bei der Energie der primären Kollisionen  $\sqrt{s} = (4m_N^2 + 2m_N T_{lab})^{1/2}$  zu erkennen. Zu kleineren Energien hin setzt sich die Verteilung der sekundären Kollisionen fort, bis dann zwischen

$\sqrt{s} = 2 - 3.5$  GeV ein zweiter Peak folgt, der durch die niederenergetischen Kollisionen der Nukleonen beim Ausfrieren des hadronischen Feuerballs zustande kommt. Für Pb + Pb-Kollisionen erhält man ca. 6.5 mal mehr Kollisionen als für S + S, was dem Verhältnis der an der Reaktion beteiligten Nukleonen entspricht. Bei Meson-Baryon-Reaktionen macht der Unterschied einen weiteren Faktor zwei aus, für Meson-Meson-Stöße, die nicht gezeigt sind, einen Faktor vier. Die Energien der Meson-Baryon-Kollisionen liegen im wesentlichen alle unter  $\sqrt{s} = 4$  GeV, wobei auch hier die niederenergetischen Kollisionen überwiegen. Die Energieschwelle zur Produktion von Kaonen in Meson-Baryon-Kollisionen (z. B.  $\pi + p \rightarrow K^+\Lambda$ ) liegt bei 1.612 GeV, zur Produktion von Antikaonen (z. B.  $\pi + p \rightarrow K^+\bar{K} + p$ ) bei 1.932 GeV, so daß mit einem wesentlichen Beitrag zur totalen Strangeness-Produktion aus diesen Kanälen zu rechnen ist.

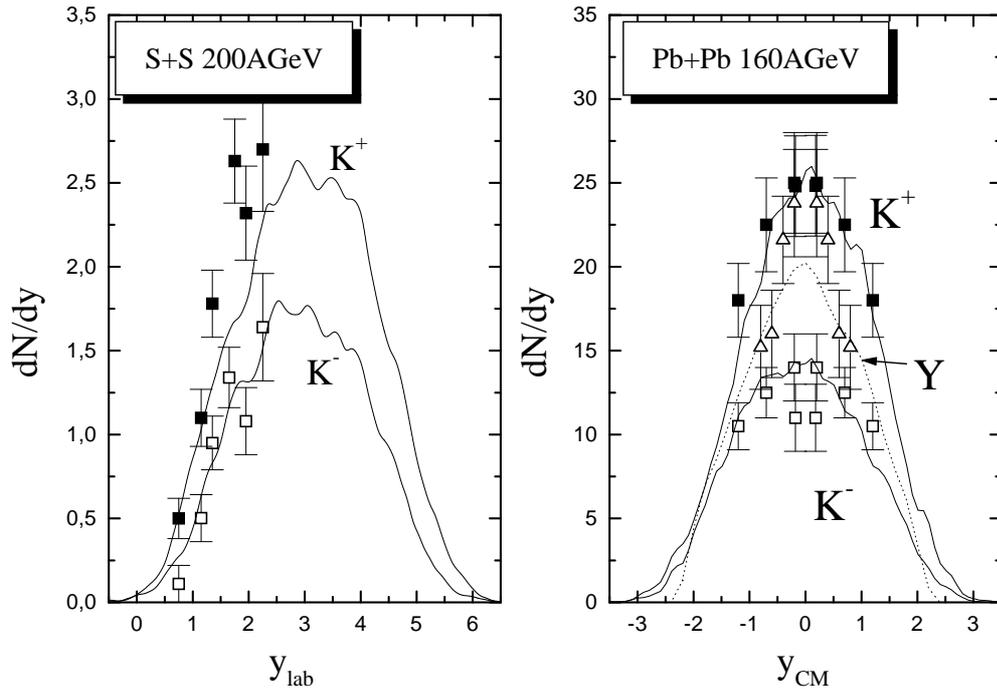


Abbildung 5.4: Die berechneten  $K^+$ - und  $K^-$ -Rapidity-Spektren für zentrale S + S-Kollisionen ( $b \leq 1.5$  fm) bei 200 A·GeV (links) und zentrale Pb + Pb Kollisionen ( $b \leq 2.5$  fm) bei 160 A·GeV (rechts) im Vergleich zu den Daten der NA35 Kollaboration [74] und der NA49 Kollaboration [79]. Für Pb + Pb-Kollisionen sind zusätzlich die Hyperonen ( $\Lambda$  und  $\Sigma^0$ ) (gestrichelte Linie) im Datenvergleich (offene Dreiecke) dargestellt.

Das FRITIOF-Modell beschreibt sehr gut die Produktion von Strangeness

	<b>S + S</b>		<b>Pb + Pb</b>	
	$K^+$	$K^-$	$K^+$	$K^-$
BB	90%	82%	65%	52%
mB	6%	8%	20%	20%
mm	4%	7%	15%	13%
$\pi Y \rightarrow K^- N$		3%		15%

Tabelle 5.1: Die Produktionskanäle der finalen Kaonen aufgeteilt in Kaonen aus Baryon-Baryon- (BB), Meson-Baryon- (mB) und Meson-Meson-Kollisionen (mm) für S + S-Stöße bei 200 A·GeV und Pb + Pb-Stöße bei 160 A·GeV. Für Antikaonen ist der Kanal  $\pi Y \rightarrow K^- N$  separat aufgeführt.

in p + p-Stößen von SPS-Energien bis zu der verwendeten Schwellenenergie zur Stringanregung  $\sqrt{s} = 2.65$  GeV. Auch die niederenergetischen Kanäle zur Produktion von Strangeness in Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Stößen sind im HSD-Modell bis zur Produktionsschwelle enthalten und stimmen mit den  $\pi + N$ - und p + p-Daten gut überein (siehe Kapitel 3). Somit kann die Produktion von Strangeness in Schwerionenkollisionen bei SPS-Energien quantitativ untersucht werden.

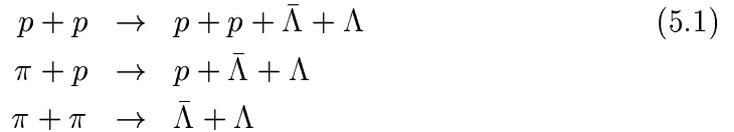
Die berechneten  $K^+$ - und  $K^-$ -Rapiditätsspektren für zentrale S + S-Kollisionen ( $b \leq 1.5$  fm) bei 200 A·GeV sind in Abbildung 5.4 (links) zusammen mit den Daten der NA35 Kollaboration [74] dargestellt. Die experimentellen Kaonen-, Pionen- und Protonenverteilungen (siehe Abb. 4.4) werden von den Rechnungen sehr gut wiedergegeben. Die Erhöhung der Strangeness bei SPS-Energien, welche lange Zeit als ein Signal für das QGP interpretiert wurde, läßt sich somit in einem rein hadronischen Modell gut beschreiben. Dieses Resultat bestätigt die Ergebnisse früherer RQMD-Rechnungen, die von Sorge et al. durchgeführt wurden [25].

In dem relativ kleinen System S + S werden die meisten Kaonen in Baryon-Baryon-Kollisionen erzeugt. Meson-Baryon- und Meson-Meson-Stöße ergeben nur einen kleinen Anteil. In Tabelle 5.1 ist der Beitrag der verschiedenen Kanäle für die finalen Kaonen  $K^+$  und Antikaonen  $K^-$  für S + S- und Pb + Pb-Stöße dargestellt.

Die berechneten Rapiditätsverteilungen der  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen sowie die der Hyperonen ( $\Lambda$  und  $\Sigma^0$ ) für zentrale Pb + Pb-Stöße ( $b \leq 3$  fm) bei 160 A·GeV sind in Abbildung 5.4 (rechts) im Vergleich zu den Daten der NA49 Kollaboration [79] dargestellt. Auch hier wird eine sehr gute Übereinstimmung der Resultate aus dem HSD-Modell mit den Daten erhalten. In dem großen System Pb + Pb tragen die sekundären Kanäle erheblich stärker zu

den finalen Kaonen bei, als bei  $S + S$ , wie aus Tabelle 5.1 klar ersichtlich wird. Die experimentell beobachtete Erhöhung der Anzahl der Kaonen (relativ zur Pionenanzahl) in Schwerionenkollisionen bei SPS-Energien im Vergleich zu  $p + p$ -Reaktionen ist in einem rein hadronischen Modell vollständig durch hadronische Rückstreuung erklärbar.

An dieser Stelle muß erwähnt werden, daß nicht nur eine Erhöhung der Kaonenzahl als ein mögliches Signal für den Übergang zu einem QGP vorgeschlagen wurde. Der Effekt sollte sich erheblich stärker auf Antihyperonen und Baryonen mit mehr als einem  $s$ -Quark ( $\Xi, \bar{\Xi}$ ) auswirken, welche in  $p + p$ -Kollisionen nur extrem selten produziert werden. In der Tat wurden in  $S + S$ - und auch  $Pb + Pb$ -Stößen eine unerwartet große Anzahl dieser seltenen Teilchen beobachtet [8]. Eine quantitative Berechnung dieser Teilchen im HSD-Modell ist jedoch schwierig, da nahezu alle notwendigen Wirkungsquerschnitte für die Produktion und vor allem für die Absorption ( $\sigma(p + \bar{\Lambda})$ ) unbekannt sind. Weiter ist die energetische Schwelle zur Produktion von  $\bar{\Lambda}\Lambda$ -Paaren, wie z.B.



relativ hoch, womit die Produktion vermutlich sehr sensitiv auf Mediumeffekte sein wird, wie etwa die Produktion von Antikaonen oder Antiprotonen bei SIS-Energien [62]. Aus dem gleichen Grunde liegt die Vermutung nahe, daß Reaktionen mit mehr als zwei Teilchen im Eingangskanal wichtig sein könnten, da bei der Annihilation  $p + \bar{p}$  mit großer Wahrscheinlichkeit mehrere Teilchen im Endkanal sind. Solche 'kollektiven' Prozesse wie etwa  $\rho + K + \bar{K} \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$  sind in einer numerischen Simulation aus technischen Gründen nur schwer realisierbar. So ist in der bisherigen Version des HSD-Modells zwar die Absorption von Antihyperonen berücksichtigt, nicht aber deren Produktion durch mehrere Mesonen, so daß ein quantitativer Vergleich mit experimentellen Daten keine eindeutigen Schlüsse erlaubt.

In neueren Versionen des RQMD- und VENUS-Modells [22, 27] ist hauptsächlich für die Produktion von  $\bar{\Lambda}$ ,  $\Xi$ ,  $\bar{\Xi}$  und  $\Omega$  ein neuer Produktionsmechanismus entwickelt worden, der auf einer Fusion benachbarter Strings oder Hadronen zu sogenannten Color-Ropes (RQMD) oder Quark-Droplets (VENUS) beruht. Diese hadronisieren kollektiv, wobei die erwünschten Teilchen vermehrt produziert werden. Einen ähnlichen Ansatz wählten Sa Ben-Hao und Tai An in dem LUCIAE-Modell [30], welches auf dem hier verwendeten FRITIOF-Modell beruht. Sa Ben-Hao und Tai An argumentierten, daß die effektive Stringkonstante in dem dichten Medium einer Schwerionenkollision zunimmt, wodurch die  $s\bar{s}$ -,  $u\bar{u}\bar{u}$ - und  $us\bar{u}\bar{s}$ -Produktionswahrscheinlichkeit

bei der Stringfragmentation erhöht wird. Alle diese Ansätze gehen davon aus, daß die seltenen Teilchen in den primären Kollisionen vermehrt produziert werden müssen. Kollektive hadronische Reaktionen während der Rückstreuphase, wie oben beschrieben, sind in keinem dieser Modelle enthalten.

### 5.3 Die Strangeness-Produktion im Überblick

Im folgenden wird eine Übersicht über die Produktion von Strangeness in Schwerionenkollisionen von AGS- bis SPS-Energien gegeben. Ein Maß für die Produktion von Strangeness ist die auf die Pionenzahl normierte Anzahl der Kaonen, also das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ . In Tabelle 5.2 ist die aus dem HSD-Modell erhaltene totale Anzahl von  $K^+$ - und  $\pi^+$ -Mesonen sowie das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  für verschiedene Systeme bei AGS-Energien dargestellt. In der letzten Spalte sind die entsprechenden experimentellen Verhältnisse aufgeführt; der Wert für  $p + \text{Be}$  ist aus den E802-Daten [64] abgeschätzt worden. Während der experimentelle Wert für  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  von  $p + p$ - zu  $\text{Au} + \text{Au}$ - Stößen um einen Faktor 3 ansteigt, wird mit dem HSD-Modell nur ein vergleichsweise geringes Anwachsen um 50% erreicht. Zwei Ursachen bedingen die Diskrepanz: Zum einen wird die Pionenzahl im HSD-Modell leicht überschätzt (siehe Abbildung 4.2), zum anderen liegt der experimentell gemessene Kaonenanteil 20-30% über den berechneten Werten. Diese Resultate bestätigen im wesentlichen frühere Rechnungen mit dem RQMD-Modell [21], wo ein Wert von  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \approx 12\%$  erhalten wurde, allerdings für das engere Rapiditätsintervall  $0.6 < y < 2.5$ . Da die Rapiditätsverteilung der Kaonen schmaler ist als die der Pionen, ist auch in dem RQMD-Modell bei Integration über die gesamte Rapidität ein kleinerer Wert zu erwarten. Der Unterschied zwischen dem RQMD-Modell, welches sehr viele Resonanzen beinhaltet, und dem HSD-Modell scheint gering zu sein, was andererseits auf ein generelles Problem der hadronischen Modelle bei AGS-Energien schließen läßt.

Weiterhin wird die beobachtete Pionen- und Protonenverteilung sowie die Produktion von Strangeness bei SPS-Energien von dem HSD-Modell ausgesprochen gut beschrieben. Dazu werden in Tabelle 5.3 die berechnete Anzahl von Kaonen  $\langle K \rangle = \langle K^+ + K^0 \rangle$ , Antikaonen  $\langle \bar{K} \rangle = \langle K^- + \bar{K}^0 \rangle$  und Pionen  $\langle \pi \rangle = \langle \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \rangle$  für unterschiedliche Systeme bei SPS-Energien gezeigt, sowie die daraus berechneten Verhältnisse

$$\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle} \quad \text{und} \quad \frac{\langle K \rangle}{\langle \pi \rangle} = \frac{\langle K^+ + K^- + K^0 + \bar{K}^0 \rangle}{\langle \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \rangle}, \quad (5.2)$$

im Vergleich zu dem experimentellen Verhältnis  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$  [83]. In den letzten beiden Spalten ist die sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Daten zu erkennen. Da von den Experimentatoren am SPS im-

Strangeness bei AGS-Energien				
System	$\langle K^+ \rangle$	$\langle \pi^+ \rangle$	$\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle}$ HSD	$\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle}$ data
p + Be	0.075	1.27	0.059	$0.059 \pm 0.01$ [64]
Si + Al	1.7	24	0.071	$0.12 \pm 0.01$ [68]
Si + Au	5.2	63	0.084	$0.17 \pm 0.02$ [68]
Au + Au	17.5	194	0.095	$0.18 \pm 0.01$ [82]

Tabelle 5.2: Die berechnete Anzahl von  $K^+$ - und  $\pi^+$ -Mesonen sowie das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  für verschiedene Systeme bei AGS-Energien aus dem HSD-Modell im Vergleich zu den entsprechenden experimentellen Werten.

Strangeness at SPS-Energien						
System	$\langle K \rangle$	$\langle \bar{K} \rangle$	$\langle \pi \rangle$	$\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle}$ HSD	$\frac{\langle K \rangle}{\langle \pi \rangle}$ HSD	$\frac{\langle K \rangle}{\langle \pi \rangle}$ data
p + p	0.42	0.27	9.1	0.08	0.08	$0.08 \pm 0.02$
S + S	19.65	12.7	265	0.11	0.139	$0.15 \pm 0.015$
S + Au	53	33.2	678	0.118	0.13	$0.13 \pm 0.015$
Pb + Pb	194	115	2065	0.138	0.15	$0.14 \pm 0.02$

Tabelle 5.3: Die berechnete Anzahl von Kaonen  $\langle K \rangle = \langle K^+ + K^0 \rangle$ , Antikaonen  $\langle \bar{K} \rangle = \langle K^- + \bar{K}^0 \rangle$  und Pionen  $\langle \pi \rangle = \langle \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \rangle$  für verschiedene Systeme bei SPS-Energien, sowie die daraus berechneten Verhältnisse  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  und  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$  im Vergleich zu dem experimentellen Verhältnis  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$  [83].

mer der Wert  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$  [83] angegeben wird, am AGS dagegen immer  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ , ist auch dieser berechnete Wert in Tabelle 5.3 gezeigt. Damit wird ein quantitativer Vergleich von AGS- und SPS-Energien möglich.

Auffallend ist, daß der skalierte Anteil der Kaonen bei AGS-Energien ( $\approx 19\%$  für Au + Au) erheblich über dem Wert bei SPS-Energien ( $\approx 13.5\%$  für Pb + Pb) liegt. Vergleicht man die Werte mit den aus p + p-Reaktionen bei den entsprechenden Energien, so wird der Unterschied noch offensichtlicher: bei AGS erhält man eine Erhöhung der Strangeness um einen Faktor 3, bei SPS nur einen Faktor 1.75. Das HSD-Modell liefert dagegen für eine feste Systemgröße eine kontinuierliche Erhöhung des Kaonenanteils als Funktion der Projektilenergie. Der berechnete Erhöhungsfaktor ist  $\approx 1.5$  (AGS) bzw.  $\approx 1.8$  (SPS). Ein direkter Vergleich dieser Resultate mit anderen hadronischen Modellen ist nicht möglich, da keine systematischen Untersuchungen der Strangeness-Produktion mit einer festen Programmversion (von z.B. RQMD, UrQMD oder LUCIAE) über diesen Energiebereich vorliegen. Es ist nur ein punktueller Vergleich bei einzelnen Systemen möglich. Analysen mit dem RQMD-Modell für Si + Au bei 14.6 A·GeV [21] bestätigen die hier gefundenen Resultate für AGS-Energien im wesentlichen, wenn auch die große Diskrepanz des  $K/\pi$ -Verhältnisses zu den Daten in Ref. [21] nicht genauer diskutiert wird. Spätere RQMD-Rechnungen ergeben auch bei SPS-Energien eine gute Übereinstimmung [25].

Das stetige Anwachsen des Anteils an Strangeness im Endzustand von Schwerionenkollisionen als Funktion der Energie, wie es im HSD-Modell beobachtet wird, ist leicht zu verstehen: nach der Fragmentation der in den primären Nukleon-Nukleon-Kollisionen gebildeten Strings startet das hadronische System mit einem  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ -Verhältnis von 6% (AGS) oder 8% (SPS) weit unter dem Wert, der für ein Hadronengas im chemischen Gleichgewicht bei einer Temperatur von ca. 150-200 MeV erwartet wird ( $\geq 20\%$ ). Durch die hadronische Rückstreuung steigt der Anteil der Kaonen in dem hadronischen Feuerball stetig an, und zwar mit zunehmender Dichte der Hadronen sowie mit der mittleren kinetischen Energie. Sowohl Dichte wie auch mittlere kinetische Energie sind bei SPS-Energien größer als bei AGS-Energien, so daß die hier vorgestellten Resultate aus dem HSD-Modell im Rahmen einer hadronischen Kaskadenrechnung erwartet werden. Die experimentell gefundene Energieabhängigkeit ist um so überraschender.

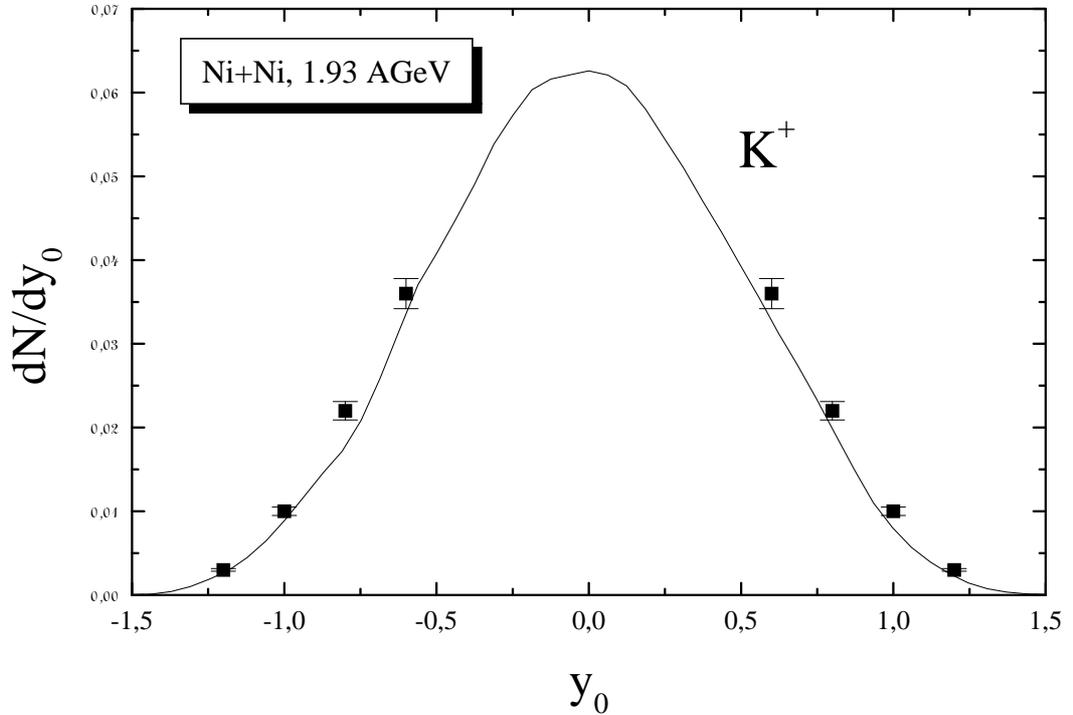


Abbildung 5.5: Das berechnete  $K^+$ -Rapiditätsspektrum für Ni + Ni-Kollisionen bei 1.93 A-GeV als Funktion der normierten Rapidität  $y_0 = y_{cm}/y_{Projektil}$  im Vergleich zu den Daten der FOPI Kollaboration [84].

## 5.4 Die $K^+$ -Produktion von SIS- bis AGS-Energien

In diesem Zusammenhang ist es besonders interessant, den Energiebereich zwischen SIS- und AGS-Energien zu untersuchen. Bei SIS-Energien wird die Produktion von Kaonen mit dem HSD-Modell gut wiedergegeben. Dazu ist in Abbildung 5.5 das berechnete  $K^+$ -Rapiditätsspektrum für Ni + Ni-Kollisionen bei 1.93 A-GeV als Funktion der normierten Rapidität  $y_0 = y_{cm}/y_{Projektil}$  im Vergleich zu den Daten der FOPI Kollaboration [84] dargestellt.

Der Energiebereich von 2-10 GeV wird derzeit von den E866- und E895 Kollaborationen am AGS-Beschleuniger untersucht, wobei Au + Au-Kollisionen bei Einschußenergien von 2,4,6,8 und 10 A-GeV analysiert werden, um Anregungsfunktionen zur Produktion von Pionen und Kaonen zu erhalten. Erste vorläufige Ergebnisse für das  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ -Verhältnis bei diesen Energien sind kürzlich veröffentlicht worden [82]. In Tabelle 5.4 sind die berech-

<b>Au + Au-Kollisionen bei unterschiedlichen Einschußenergien</b>			
$\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ [%]			
$E_{lab}$ [AGeV]	HSD, total	HSD, $\frac{ y-y_{CM} }{y_{CM}} < 0.25$	vorläufige Daten [82]
2	3.3	3.6	$4 \pm 1$
4	5.6	5.9	$11 \pm 1$
6	7.6	8.0	$14.5 \pm 1.5$
8	8.7	9.1	$17 \pm 1$
11	9.2	9.7	$19 \pm 1$

Tabelle 5.4: Das berechnete  $K^+/\pi^+$ -Verhältnis für Au + Au-Kollisionen bei unterschiedlichen Einschußenergien 2,4,6,8 und 11 A·GeV im Vergleich zu den vorläufigen Daten von Ref. [82]. Das Verhältnis bei mittlerer Rapidität  $|y - y_{CM}|/y_{CM} < 0.25$  ist etwas größer.

neten  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ -Verhältnisse für zentrale Au + Au-Kollisionen ( $b=2$  fm) bei verschiedenen Einschußenergien 2,4,6,8 und 11 A·GeV im Vergleich zu den vorläufigen Daten [82] dargestellt. Während bei 2 A·GeV noch eine gute Übereinstimmung vorliegt, wird der experimentelle Wert ab 4 A·GeV fast um den Faktor 2 unterschätzt. Es ist sehr überraschend, daß eine neue RQMD-Rechnung [82] den  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ -Wert in diesem Energiebereich sogar leicht überschätzt, was in klarem Widerspruch zu früheren RQMD-Rechnungen [21] steht. Interessant wäre, den dafür verantwortlichen physikalischen Effekt genauer zu analysieren und zu untersuchen, welches  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ -Verhältnis bei SPS-Energien daraus resultiert.

Der Unterschied zwischen Rechnung und Daten für den skalierten Anteil der Kaonen in dem Energiebereich 2-11 A·GeV kann zwei Ursachen haben: die Rechnung liefert eventuell zu viele Pionen oder/und zu wenige Kaonen. Wie oben erwähnt, tragen bei 11 A·GeV beide Effekte etwa gleich stark bei. Bei den anderen Energien sind noch keine Daten zu den Pionen- und Kaonenverteilungen veröffentlicht. Für einen späteren quantitativen Vergleich werden in Abbildung 5.6 die berechneten  $\pi^+$  (links) und  $K^+$  (rechts) Rapiditätsspektren für zentrale ( $b=2$  fm) Au + Au-Kollisionen bei 2,4,6,8 und 10 AGeV gezeigt.

## 5.5 Vergleich mit einer thermischen Analyse

In den vergangenen Jahren sind zahlreiche Analysen mit vergleichsweise einfachen thermischen Modellen für Kern-Kern-Reaktionen durchgeführt worden

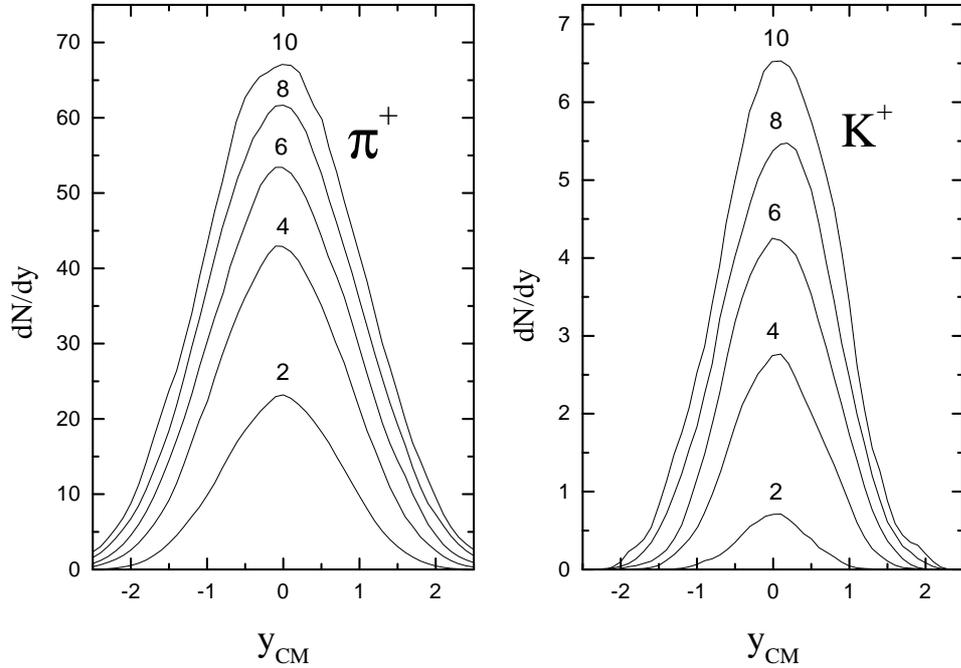


Abbildung 5.6: Die berechneten  $\pi^+$  (links) und  $K^+$  (rechts) Rapidity-Spektren für zentrale ( $b=2$  fm) Au + Au-Kollisionen bei 2,4,6,8 und 10 AGeV.

(siehe z.B. [60, 61, 85, 86]). Dem thermischen Modell liegt die Annahme zugrunde, daß der hadronische Feuerball am Ende einer Schwerionenkollision im thermischen und chemischen Gleichgewicht vorliegt und durch wenige globale Parameter beschrieben werden kann: dem Volumen  $V$ , der Temperatur  $T$  und dem chemischen Potentialen  $\mu$  für die erhaltenen Quantenzahlen (Baryonenzahl und Strangeness). Diese Beschreibung entspricht einem großkanonischen Ansatz, bei dem die Teilchenzahl (oder genauer die Baryonenzahl und Strangeness) im Mittel erhalten sind. Die Korrekturen zu einer kanonischen Beschreibung, bei der exakte Teilchenzahlerhaltung gilt, sind bei hohen Teilchenzahlen gering [86].

Das thermische Modell liefert die gesamte Zusammensetzung des hadronischen Endzustandes zum Zeitpunkt des chemischen „Ausfrierens“ mit nur wenigen Parametern. Das „Ausfrieren“ wird bestimmt durch den Zeitpunkt, von dem an sich die chemische Zusammensetzung des Endzustandes nicht mehr wesentlich ändert, d.h. wenn die Dichte der Hadronen so gering ist, daß (fast) keine inelastischen Reaktionen mehr stattfinden. In dem thermischen Modell können insbesondere die Verhältnisse der Häufigkeiten verschiedener Teilchensorten leicht bestimmt werden, da sich dabei die Korrekturen, welche durch das

endliche Volumen des Feuerballs bedingt sind, weitgehend wegheben. Die experimentell beobachteten Hadronen-Verhältnisse bei AGS- und SPS-Energien werden bis auf einen Faktor zwei genau beschrieben [60, 61, 85, 86]. Berücksichtigt man zusätzlich die longitudinale und transversale Expansion des Feuerballs, so lassen sich auch die experimentellen transversalen Impulsspektren und die Rapiditätsverteilungen relativ gut beschreiben.

Die in der Literatur vorliegenden thermischen Analysen sind meist nur für eine feste Energie durchgeführt worden. Für die vorliegende Arbeit ist aber gerade eine systematische Untersuchung für verschiedene Energien wichtig, wobei jeweils die *gleichen* Annahmen und Näherungen gelten. Aus diesem Grunde wird eine neue thermische Rechnung durchgeführt, wobei die Parameter (Temperatur und chemische Potentiale) für die verschiedenen Energien aus der Literatur übernommen werden. Es soll keine optimale Übereinstimmung mit den Experimenten erreicht werden; wichtiger ist die Systematik des Verhältnisses  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ .

Mit dem großkanonischen Ansatz ist die Teilchendichte  $\rho_i$  der Teilchen  $i$  zum Zeitpunkt des chemischen Ausfrierens gegeben durch

$$\rho_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp[(E_i - \mu_B B_i - \mu_S S_i)/T] \pm 1}. \quad (5.3)$$

In (5.3) bezeichnet  $g_i$  die Entartung des Teilchens  $i$  im Spin-Isospin-Raum;  $E_i$ ,  $B_i$  und  $S_i$  die totale Energie, die Baryon- und Strangeness-Zahl des Hadrons  $i$ . Die chemischen Potentiale  $\mu_B$  und  $\mu_S$  für die Baryonenzahl und Strangeness lassen sich durch die chemischen Potentiale für die Isospinzustände der Quarks  $\mu_u$ ,  $\mu_d$  und  $\mu_s$  schreiben als

$$\begin{aligned} \mu_B &= 3\mu_q, & \mu_q &= \frac{1}{2}(\mu_u + \mu_d) \\ \mu_S &= \mu_q - \mu_s. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Für symmetrische Systeme im Isospin gilt  $\mu_u = \mu_d$ , was im folgenden der Einfachheit halber angenommen wird. Das chemische Potential des Hadrons  $i$  kann somit entweder wie in Gl.(5.3)

$$\mu_i = B_i \mu_B + S_i \mu_S \quad (5.5)$$

geschrieben werden, oder als Funktion von  $\mu_q$  und  $\mu_s$  als

$$\mu_i = \nu_i^q \mu_q + \nu_i^s \mu_s, \quad (5.6)$$

wobei  $\nu_i^q$  und  $\nu_i^s$  die Anzahl der  $q = (u, d)$ - bzw.  $s$ -Quarks des Hadrons bezeichnen und Antiquarks mit negativem Vorzeichen gezählt werden.

Bei der Analyse werden die gleichen Teilchen berücksichtigt wie im HSD-Modell. In Tabelle 5.5 sind diese zusammen mit den Entartungsfaktoren  $g_i$

Teilchen $i$	$g_i$	$\mu_i$
$\pi$	3	0
$\eta$	1	0
$K$	2	$\mu_q - \mu_s$
$\bar{K}$	2	$-\mu_q + \mu_s$
$K^*$	6	$\mu_q - \mu_s$
$\bar{K}^*$	6	$-\mu_q + \mu_s$
$\rho$	9	0
$\omega$	3	0
$N$	4	$3\mu_q$
$\Delta$	16	$3\mu_q$
$\Lambda$	2	$2\mu_q + \mu_s$
$\Sigma$	6	$2\mu_q + \mu_s$

Tabelle 5.5: Die in der thermischen Analyse berücksichtigten Teilchen zusammen mit den Spin-Isospin-Entartungsfaktoren  $g_i$  und den chemischen Potentialen  $\mu_i$ .

und den chemischen Potentialen  $\mu_i$  aufgelistet. Die hier vorgestellte einfache thermische Rechnung berücksichtigt nicht die Massenverteilung der Resonanzen; qualitativ werden die Resultate dadurch nicht geändert. Um die finalen Teilchendichten zu bestimmen, muß der Zerfall der Resonanzen explizit berücksichtigt werden. Die finale Pionendichte ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ) und Kaonendichte ( $K^+$ ,  $K^0$ ) ergibt sich daraus zu

$$\begin{aligned}\rho_\pi^{final} &= \rho_\pi + 2\rho_\rho + 3\rho_\omega + \rho_\Delta + \rho_{K^*} + \rho_{\bar{K}^*} + \frac{2}{3}\rho_\Sigma \\ \rho_K^{final} &= \rho_K + \rho_{K^*}.\end{aligned}\quad (5.7)$$

In einem isospin-symmetrischen System ergibt sich das Verhältnis

$$\frac{\langle K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \rangle} = \frac{1/2\rho_K^{final}}{1/3\rho_\pi^{final}}.\quad (5.8)$$

Für die Temperatur  $T$  und das chemische Potential  $\mu_q$  bei den verschiedenen Einschußenergien werden die in der Literatur üblichen „Standard“-Parameter verwendet, die an die Spektren des transversalen Impulses sowie an die Verhältnisse  $\langle \pi \rangle / \langle N \rangle$  bzw.  $\langle \bar{N} \rangle / \langle N \rangle$  angepaßt worden sind. In Tabelle 5.6 sind die hier verwendeten Werte in den Spalten 2,3 und 4 zusammen

$E_{lab}$ [AGeV]	$\mu_q$ [MeV]	T [MeV]	Ref.	$\mu_s$ [MeV]	$\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$ [%]
0.8	260	56	[87]	130	5.7
2.0	225	90	[87]	109	14.9
14.6	180	140	[60]	77.5	24
200.0	55	160	[60]	35	24

Tabelle 5.6: Die verwendeten Werte für die Temperatur  $T$  und das chemische Potential  $\mu_q$  für verschiedene Einschußenergien  $E_{lab}$  (2. und 3. Spalte);  $\mu_s$  folgt aus der Erhaltung der Strangeness (5. Spalte). In der letzten Spalte ist das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  aus dem thermischen Modell für verschiedene Energien gezeigt.

mit den entsprechenden Literaturverweisen dargestellt. Das chemische Potential für die Strangeness  $\mu_s$  ergibt sich aus der Forderung nach Erhaltung von Netto-Strangeness  $\langle s - \bar{s} \rangle = 0$  (Spalte 5 in Tabelle 5.6).

Damit sind alle Parameter der thermischen Rechnung spezifiziert und das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  kann für verschiedene Energien berechnet werden (siehe 6. Spalte in Tab. 5.6). Bei SIS-Energien erhält man bereits einen hohen Wert von  $\sim 5.7\%$  bei  $E=0.8$  A·GeV bzw.  $\sim 15\%$  bei  $E=2$  A·GeV, der erheblich über den experimentellen Werten liegt ( $\sim 0.5\%$  bzw.  $\sim 4\%$ ). Allerdings ist nicht zu erwarten, daß das hadronische System bei SIS-Energien in das chemische Gleichgewicht im Strangeness-Sektor kommen kann, da die Teilchendichten und die Wirkungsquerschnitte zur Produktion von Strangeness in diesem Energiebereich zu gering sind. Bei AGS- und SPS-Energien ergibt das thermische Modell  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \approx 23.5\%$  (AGS) bzw.  $\approx 24\%$  (SPS); hier sind die experimentellen Werte für die schwersten Systeme  $\sim 18\%$  (Au + Au, AGS) bzw.  $\sim 14\%$  (Pb + Pb, SPS). Das thermische Modell ergibt somit bei allen Energien zuviel Strangeness.

Die Resultate für das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  sind zusammen mit den experimentellen Werten bei mittlerer Rapidität und den entsprechenden Werten aus dem HSD-Modell für die jeweils schwersten Systeme (Au + Au oder Pb + Pb) in Abbildung 5.7 graphisch dargestellt. Die experimentellen Werte (volle Kreise) zeigen ein klares Maximum bei AGS-Energien (11 A·GeV), während die aus dem HSD-Modell berechneten Werte *kontinuierlich* als Funktion der Einschußenergie ansteigen. Auch die Ergebnisse für p + p-Stöße (ebenfalls bei mittlerer Rapidität, offene Kreise) aus dem FRITIOF-Modell, welches die experimentellen p + p-Kollisionen bis zu SPS-Energien sehr gut beschreibt (siehe Kapitel 2.4.3), zeigen ein monotonen Ansteigen bis hin zu RHIC-Energien ( $\sqrt{s} \approx 200$  GeV). Auffallend ist, daß die Steigung der Kur-

ven für  $p + p$  und der berechneten Werte für die schwersten Systeme bis zu AGS-Energien nahezu gleich ist; erst bei höheren Energien wird eine so hohe Hadronendichte erreicht, daß der Strangeness-Anteil in Schwerionenkollisionen schneller ansteigt als in  $p + p$ -Stößen. Die Ergebnisse aus dem thermischen Modell zeigen ebenfalls einen kontinuierlichen Anstieg, wenn es auch zwischen AGS- und SPS-Energien kaum einen Unterschied gibt, und liegen bis auf AGS-Energien erheblich über den Daten.

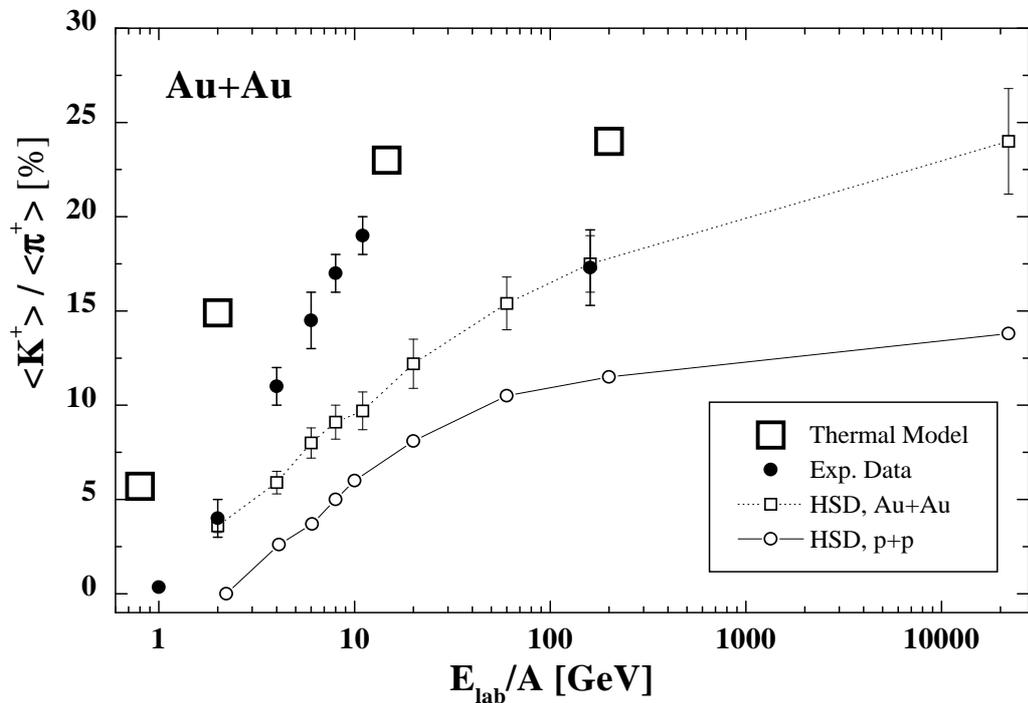


Abbildung 5.7: Das Verhältnis  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  bei mittlerer Rapidity für  $p + p$ -Stöße aus dem FRITIOF-Modell (offene Kreise), für zentrale Kern-Kern-Stöße (Au + Au,  $b=2$  fm) aus dem HSD-Modell (offene Quadrate), die entsprechenden experimentellen Werte (volle Kreise) und die Resultate aus dem thermischen Modell (große offene Quadrate) als Funktion der Einschussenergie pro Nukleon von SIS- bis RHIC-Energien.

Die beste Übereinstimmung zwischen dem thermischen Modell und den experimentellen Daten findet man im AGS-Energiebereich, d.h. der hadronische Endzustand in Au + Au-Stößen ist im Strangeness-Sektor nahezu im chemischen Gleichgewicht. Diese Beobachtung wird durch eine Messung der Antihyperonen aus Au + Au-Kollisionen bei 11 A·GeV bestätigt: Die E859 Kollaboration hat das Verhältnis  $\bar{\Lambda}/\bar{p}$  gemessen und als vorläufiges Ergebnis

einen Wert von  $\bar{\Lambda}/\bar{p} = 2.9 \pm 0.9 \pm 0.5$  angegeben [88], der sogar noch *über* dem Resultat des thermischen Modells ( $\sim 0.9$ ) liegt.

Bei SPS-Energien dagegen liegt der experimentell beobachtete Kaonenanteil weit unter dem (chemischen) Gleichgewichtswert. Das läßt den Schluß zu, daß die Phase hoher hadronischer Dichte in Schwerionenkollisionen bei SPS-Energien zu kurz ist, um einen chemischen Gleichgewichtszustand auch nur annähernd zu erreichen. Dieses gilt auch für eine eventuell vorliegende nicht-hadronische Phase, einem QGP, welches andererseits den beobachteten hohen Anteil an Antihyperonen  $\bar{\Lambda}$  und Baryonen mit mehr als einem  $s$ -Quark  $\Xi, \Omega$  erklären könnte. Die beobachtete relativ gering Anteil an Kaonen im Endzustand zeigt jedoch, daß ein (eventuell gebildetes) QGP nur eine kurze Lebensdauer haben kann.

Das thermische Modell macht keine Aussage darüber, wie das System in das chemische Gleichgewicht gekommen ist. Aus dem Vergleich mit den Experimenten folgt, daß bei AGS-Energien das chemische Gleichgewicht im Strangeness-Sektor (fast) erreicht wird, während der hadronische Endzustand bei SPS-Energien offensichtlich noch (relativ) weit davon entfernt ist. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse aus dem HSD-Modell zeigen, daß das Erreichen des chemischen Gleichgewichtes im Strangeness-Sektor bei AGS-Energien mit einem mikroskopischen hadronischen Modell nicht zu verstehen ist, da die Wirkungsquerschnitte zur Strangeness-Produktion zu gering sind. Frühere Rechnungen mit dem HSD-Modell [81] zeigten bereits, daß die baryonische Dichte im Zentrum einer Schwerionenkollision im AGS-Energiebereich (5-20 A·GeV) maximale Raum-Zeit-Volumina erreicht, d.h. zu höheren Energien hin zeigen die Systeme wieder mehr Transparenz. Zusammen mit den Daten zur Strangeness-Produktion läßt diese Beobachtung die Vermutung zu, daß in Schwerionenkollisionen bei AGS-Energien ein nichtheadronischer Zustand in baryonenreicher Umgebung über ein ausreichend hohes Raum-Zeit-Volumen vorliegen muß.



# Kapitel 6

## Die Produktion von Charmonium

### 6.1 Einführung

Eines der wichtigsten Ziele von hochrelativistischen Schwerionenkollisionen ist, ein eindeutiges Signal für den Übergang von einer rein hadronischen Phase zu einem QGP zu beobachten. Neben einer erhöhten Produktion von Strangeness, die in den vorherigen Kapiteln diskutiert wurde, ist 1986 von Matsui und Satz eine weitere mögliche Observable vorgeschlagen worden [9]. Danach könnte eine Verringerung der (skalierten) Anzahl der beobachteten  $J/\Psi$ -Teilchen in Schwerionenkollisionen im Vergleich zu Hadron-Hadron-Kollisionen ein Signal für diesen Übergang sein.

Das  $J/\Psi$ -Teilchen gehört zu den Charmonium-Mesonen, die aus einem Charmquark und einem Anticharmquark ( $c\bar{c}$ ) bestehen. Seine Masse  $m_{J/\Psi} = 3.097$  GeV verbietet den Zerfall in zwei D-Mesonen ( $q\bar{c}, \bar{q}c$ ),  $m_D = 1.870$  GeV wegen Energieerhaltung, was die geringe Zerfallsbreite  $\Gamma = 0.063$  MeV erklärt. Das  $J/\Psi$ -Teilchen trägt die gleichen Quantenzahlen wie das Photon,  $J^\pi = 1^-$ , so daß es elektromagnetisch in Dileptonenpaare zerfallen kann,  $J/\Psi \rightarrow \tilde{\gamma} \rightarrow e^+e^-$  oder  $J/\Psi \rightarrow \tilde{\gamma} \rightarrow \mu^+\mu^-$ , und so experimentelle Beobachtung ermöglicht. Neben dem  $J/\Psi$ -Teilchen sind noch andere Charmoniumzustände beobachtet worden [89], deren Massenspektrum eine große Ähnlichkeit zu dem des Positroniums ( $e^+e^-$ ) aufweist, woraus das Quarkonium-Modell [89] abgeleitet wurde.

In dem Quarkonium-Modell, welches sehr erfolgreich das gesamte  $c\bar{c}$ - und  $b\bar{b}$ -Spektrum beschreibt [89], kann die Idee von Matsui und Satz durch eine Debye-Abschirmung der Farbladungen, daß heißt eine Abschirmung der Farbladungen durch das umgebende Medium, bei hoher Temperatur verstanden werden: das  $J/\Psi$ -Teilchen (oder allgemeiner  $c\bar{c}$ ) wird im Quarkonium-Modell

durch ein nichtrelativistisches Quark-Antiquark Potential der Form

$$V = -\frac{\alpha}{r} + \sigma r \quad (6.1)$$

beschrieben. Der lineare Term in Gl. (6.1) beschreibt das Confinement, wobei  $\sigma \approx 1 \text{ GeV/fm}$  die Stringkonstante ist, während der kurzreichweitige Coulomb-artige Anteil mit  $\alpha \approx 0.5$  durch die Ähnlichkeit der  $c\bar{c}$ - und  $e^+e^-$ -Spektren motiviert wird. Ein Fit an die Spektren ergibt für das  $J/\Psi$ -Teilchen einen Radius von  $R \approx 0.2 \text{ fm}$  und eine Bindungsenergie von  $E_B \approx 0.3 - 0.5 \text{ GeV}$ .

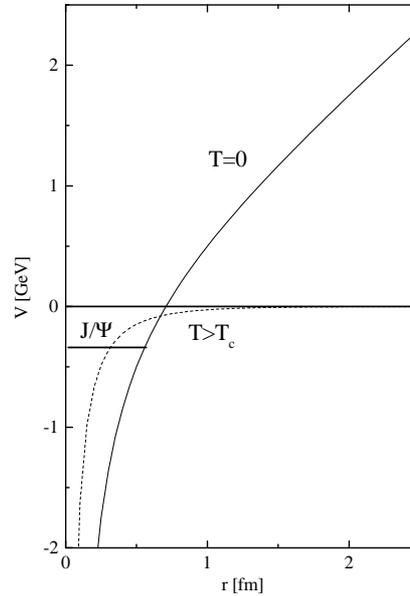


Abbildung 6.1: Skizze des  $c\bar{c}$  Potentials im Quarkonium Modell; die durchgezogene Linie entspricht  $T = 0$ , die gestrichelte Linie  $T > T_c$ .

Die Kopplungskonstanten in (6.1) sind stark von der Temperatur abhängig. Mit steigender Temperatur verringert sich  $\sigma(T)$  bis es schließlich oberhalb des Phasenüberganges kein Confinement mehr gibt, d.h.  $\sigma(T) = 0$  für  $T \geq T_c$ . Gleichzeitig werden die Farbladungen abgeschirmt, so das Gl. (6.1) in

$$V = -\frac{\alpha(T)}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right) \quad (6.2)$$

übergeht (siehe Fig. 6.1). Gitter-QCD Rechnungen ergeben einen Wert von  $\alpha(T) = 0.2$  für  $T/T_c = 1.5$ , so daß ein gebundener Charmoniumzustand in einer Deconfinement-Phase nicht mehr möglich ist [9]. Die Idee von Matsui und Satz ist damit leicht zu verstehen: wird im Zentrum einer Schwerionenkollision

eine sehr hohe Temperatur erreicht, so können die produzierten  $c\bar{c}$ -Paare nicht mehr in einen beobachtbaren resonanten  $J/\Psi$ -Zustand übergehen, sondern dissoziieren in z.B.  $\bar{u}c + \bar{c}u$ . Eine Reduktion des  $J/\Psi$ -Signals in Schwerionenkollisionen könnte somit eine Observable für den Übergang zu einem QGP sein.

## 6.2 Die experimentelle Situation

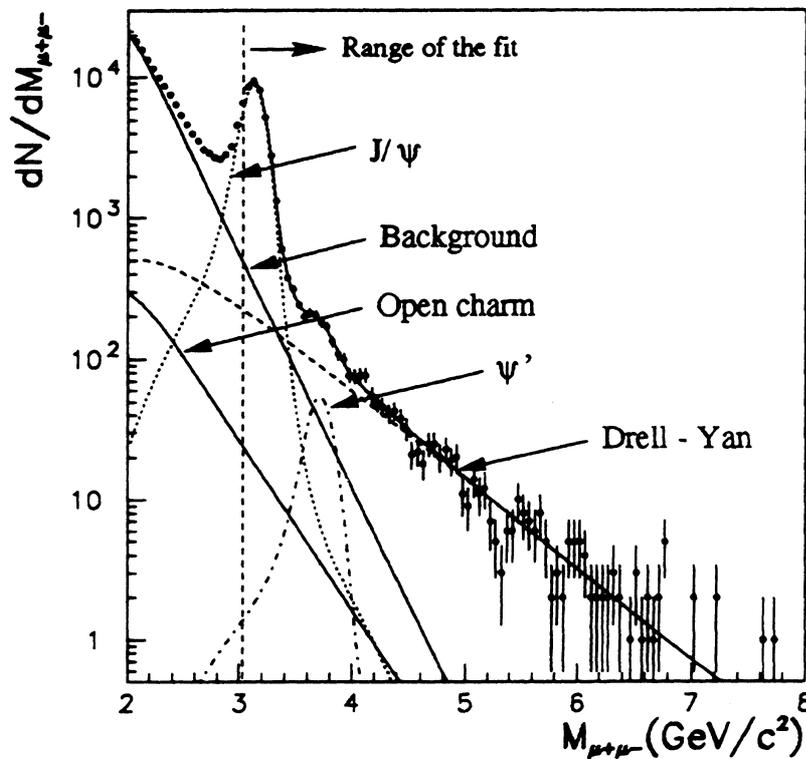


Abbildung 6.2: Das Spektrum der invarianten Masse der  $\mu^+\mu^-$ -Paare oberhalb  $M_{\mu^+\mu^-} = 2$  GeV aus Ref. [11].

Experimentell beobachtet wird das  $J/\Psi$ -Teilchen durch seinen elektromagnetischen Zerfall in Dileptonen-Paare  $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Im Spektrum der invarianten Masse der Dileptonen-Paare ist das  $J/\Psi$  Signal klar auf dem übrigen Untergrund der Dileptonen zu erkennen [90] (siehe Abbildung 6.2). Dieser Untergrund wird für invariante Massen oberhalb 3 GeV hauptsächlich durch Drell-Yan- (DY) Paare ( $q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-$ ) erzeugt. Hinzu kommen noch Dileptonen-Paare von den semileptonischen Zerfällen der  $D$ - und  $\bar{D}$ -Mesonen. Als Obser-

vable wird das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für die  $J/\Psi$  und DY-Produktion,

$$R = B_{\mu\mu} \frac{\sigma_{AB}^{J/\Psi}}{\sigma_{AB}^{DY}}, \quad (6.3)$$

betrachtet, wobei nur DY-Paare mit einer invarianten Masse oberhalb einer gewissen Energie ( $\sim 2.9$  GeV) berücksichtigt werden.  $A$  und  $B$  bezeichnen in (6.3) die Massen von Projektil und Target,  $B_{\mu\mu}$  das Verzweigungsverhältnis der Reaktion  $J/\Psi \rightarrow \mu\mu$  im  $J/\Psi$ -Zerfall. Normiert man  $R$  auf den entsprechenden Wert bei elementaren Proton-Proton-Reaktionen, so erhält man die Überlebenswahrscheinlichkeit für ein  $J/\Psi$ -Teilchen in Kern-Kern-Kollisionen:

$$S_{exp}^{J/\Psi} = \left( \frac{B_{\mu\mu} \sigma_{AB}^{J/\Psi}}{\sigma_{AB}^{DY} |_{2.9-4.5 \text{ GeV}}} \right) / \left( \frac{B_{\mu\mu} \sigma_{pp}^{J/\Psi}}{\sigma_{pp}^{DY}} \right). \quad (6.4)$$

Um diese Größe experimentell zu bestimmen, ist eine eindeutige Trennung des Dileptonen-Spektrums in den Anteil vom  $J/\Psi$ -Teilchen, den DY-Untergrund und den sonstigen Hintergrund nötig. Um diese Aufspaltung möglichst genau zu beschreiben, können nur hochenergetische DY-Paare ( $m_{\mu^+\mu^-} > 4.0$  GeV) herangezogen werden, bei denen der schwer zu berechnende Hintergrund gering ist. Da der Wirkungsquerschnitt zur DY-Produktion jedoch exponentiell mit der invarianten Masse der Dileptonen abfällt, ist man somit auf seltene Ereignisse angewiesen, was eine hohe Statistik erfordert. Der DY-Wirkungsquerschnitt in dem invarianten Massenbereich  $m_{\mu^+\mu^-} > 2.9$  GeV wird aus den Daten ( $m_{\mu^+\mu^-} > 4.0$  GeV) gewonnen, indem Ergebnisse einer Simulation mit dem Event-Generator PYTHIA [50] zur Produktion harter Prozesse an die vorliegenden Daten angepaßt wird. Der so erhaltene Fit für den DY-Produktionsquerschnitt ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Die Observable  $R$  (Gl. (6.3)) ist also nicht direkt meßbar, sondern erfordert zusätzliche Modell-Annahmen.

Experimentell ist eine Reduktion des  $J/\Psi$ -Signals im Vergleich zu dem DY-Untergrund in Proton-Kern und Kern-Kern-Kollisionen gesehen worden [10]. Speziell für zentrale Blei-Blei-Stöße bei SPS-Energien ist ein außerordentlich starker Rückgang des skalierten  $J/\Psi$ -Signals gesehen worden [11, 90]. Um diese darzustellen wird das Verhältnis

$$\frac{\sigma_{AB}^{J/\Psi}}{\sigma_{AB}^{DY}} \sim \frac{\sigma_{AB}^{J/\Psi}}{A \cdot B} \quad (6.5)$$

betrachtet. Die Proportionalität in Gleichung (6.5) gilt, da der experimentelle Wirkungsquerschnitt der DY-Produktion proportional zu  $A \cdot B$  ist. In Abbildung 6.3 ist dieses Verhältnis als Funktion der mittleren Weglänge  $L$ , die das

produzierte Charmonium-Teilchen in der hadronischen Materie zurücklegen muß, für verschiedene Systeme aufgetragen. Die Weglänge  $L$  wird konventionell im Glauber-Modell berechnet, um verschiedene Systeme leichter vergleichen zu können. Bis hin zu S + U -Kollisionen ist eine exponentielle Abnahme zu erkennen; die Daten für die Pb + Pb -Stöße, die für fünf verschiedene Zentralitäten dargestellt sind, zeigen eine deutliche Abweichung vom exponentiellen Verhalten.

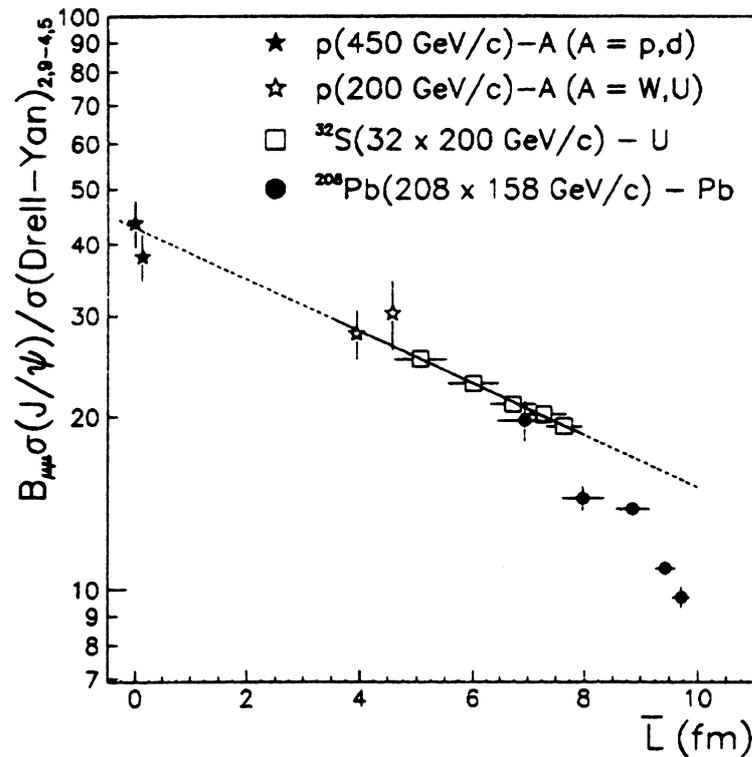


Abbildung 6.3: Reduktion des Verhältnisses  $\sigma(J/\Psi)/\sigma(DY)$  für verschiedene Systeme als Funktion der mittleren Weglänge  $L$  des Charmoniums in hadronischer Materie nach Ref. [90].

### 6.3 Theoretische Ansätze

Nachdem die vorhergesagte Reduktion des  $J/\Psi$  Signals experimentell bestätigt werden konnte, stellt sich die Frage, ob dies ein eindeutiges Signal für eine nichtheadronische Phase ist oder ob die Resultate auch in rein hadronischen Modellen verstanden werden können. Dazu wurden eine Vielzahl theoretischer Untersuchungen durchgeführt, auf die hier kurz eingegangen werden soll.

Die exponentielle Verringerung des skalierten  $J/\Psi$ -Querschnittes in Abbildung 6.3 in Abhängigkeit der Targetgröße bis hin zu  $S + U$  läßt auf eine Absorption des  $J/\Psi$ -Teilchens bei einer Kollision mit Baryonen schließen,

$$J/\Psi + N \rightarrow \Lambda_c + D. \quad (6.6)$$

Gerschel und Hüfner [91] zeigten 1992 in einer systematischen Analyse vieler verschiedener Experimente ( $\pi$ -Kern, p-Kern, Kern-Kern), daß sich diese Reduktion mit einem Absorptionsquerschnitt von  $6-7 \text{ mb}$  für die  $J/\Psi$ -Absorption an Nukleonen beschreiben läßt. Die längere mittlere Weglänge der  $J/\Psi$ -Teichen in hadronischer Materie bei Schwerionenkollisionen erklärt damit die Reduktion der beobachteten  $J/\Psi$ -Teilchen. Die zwingende Existenz einer nichtheadronischen Phase war somit zunächst widerlegt, bis 1996 die Daten für  $Pb + Pb$ -Kollisionen bei SPS-Energien eine überraschend starke zusätzliche Reduktion des  $J/\Psi$ -Signals zeigten. Diese sogenannte „anormale“ Unterdrückung konnte mit einer Absorption an Baryonen alleine nicht mehr erklärt werden, was zunächst als ein Signal für einen Übergang zu dem QGP in zentralen  $Pb + Pb$ -Stößen interpretiert worden ist [90, 92, 93, 94].

Unterschiedliche Gruppen [95, 96, 97] erweiterten daraufhin die Rechnungen von Gerschel und Hüfner [91] dahingehend, daß zusätzlich zur Absorption an Baryonen auch eine Absorption des Charmoniums an Mesonen („Comovers“) berücksichtigt wurde. Mit Absorptionquerschnitten von

$$\sigma_{Comover}^{J/\Psi} \sim 0.5 \dots 3 \text{ mb} \quad (6.7)$$

konnten die  $Pb + Pb$ -Daten verifiziert werden. Neuere Rechnungen [98] ergeben jedoch eine ungenügende Übereinstimmung mit beiden Experimenten,  $S + U$  (NA38) und  $Pb + Pb$  (NA50).

Alle diese Rechnungen basieren auf dem Glauber-Modell, d.h. die Dynamik beruht lediglich auf der Geometrie der Kern-Kern-Kollisionen. Gerade für die  $J/\Psi$ -Produktion ist jedoch eine mikroskopische und dynamische Beschreibung besonders wichtig, da die Zeitskalen für die Produktion von  $J/\Psi$ -Teilchen und der sekundären Mesonen aus der Fragmentation der Strings sehr unterschiedlich sind. Die globale Reaktionsdynamik wird von dem in dieser Arbeit verwendeten HSD-Modell über einen großen Energiebereich wiedergegeben (siehe auch Ref. [99]). Erste Rechnungen zur  $J/\Psi$ -Produktion basierend auf dem HSD-Modell wurden von Cassing und Ko [100] durchgeführt. Eine nachfolgende detaillierte Analyse der Charmonium- und Drell-Yan-Produktion von Cassing und Bratkovskaya [12] konnte zeigen, daß die anormale Unterdrückung bei zentralen  $Pb + Pb$  und  $S + U$  Kollisionen auch in einem rein hadronischen Bild verstanden werden kann, sofern die folgenden Absorptionsquerschnitte verwendet werden:

$$\sigma_{Baryon}^{pr-res} = 6 \text{ mb} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{Baryon}^{res} &= 3 mb \\ \sigma_{Meson}^{pr-res} &= 3 mb \\ \tau^{pr-res} &= 0.3 fm/c.\end{aligned}$$

In Gl. (6.8) bezeichnet pr-res den nicht gebundenen präresonanten Charmoniumzustand, der einen größeren Absorptionsquerschnitt als der resonante  $J/\Psi$ -Zustand hat, wobei die Formationszeit  $\tau^{pr-res}$  für das  $J/\Psi$ -Teilchen mit der Unschärferelation aus der Bindungsenergie des  $J/\Psi$ -Teilchens ( $\epsilon_0 \sim 0.6$  GeV) abgeschätzt wird, d.h.  $\tau^{pr-res} \approx 1/\epsilon_0 \sim 0.3$  fm/c. Die unterschiedlichen Zeitskalen und Wirkungsquerschnitte erfordern eine mikroskopische, dynamische Rechnung und sind in einem Modell, welches auf der Glauber-Theorie basiert, nicht realisierbar.

In der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Ansatz verfolgt, der zwischen einer rein hadronischen und rein partonischen Betrachtung liegt. Dabei soll die Dissoziation der produzierten  $c\bar{c}$ -Paare untersucht werden, wenn diese in das farbelektrische Feld eines Strings propagieren. Motiviert wird dieser Ansatz durch Untersuchungen von Loh und Mitarbeitern [101], die die  $J/\Psi$ -Dissoziation in dem Farbfeld eines Strings in einem semiklassischen Ansatz, der auf dem Friedberg-Lee-Modell basierte, untersucht haben. Das Resultat zeigte, daß die  $J/\Psi$ -Teilchen auf einer Zeitskala von etwa 1 fm/c in  $D$ - und  $\bar{D}$ -Mesonen dissoziiert wurden.

In einer Kollision von Schwerionen werden die  $c\bar{c}$ -Paare in einem harten Parton-Parton-Stoß mit hohem Impulsübertrag produziert. Sie haben daher keine oder nur eine sehr geringe Formationszeit im Gegensatz zu den meisten sekundären Teilchen, welche später bei der Stringfragmentation produziert werden. Aus diesem Grunde ist zu erwarten, daß sich die  $c\bar{c}$ -Paare zuerst in einer Umgebung von Strings und Nukleonen bewegen und erst danach in einer rein hadronischen Phase mit Mesonen und Baryonen. Der Effekt dieser prähadronischen Umgebung auf die  $c\bar{c}$ -Paare muß deshalb in jedem Falle berücksichtigt werden.

## 6.4 Die $c\bar{c}$ -Produktion im HSD-Modell

Die Wahrscheinlichkeit, ein  $c\bar{c}$ -Paar in einem Proton-Proton-Stoß zu erzeugen, ist sehr gering. Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $p + p \rightarrow J/\Psi + X$  liegt bei SPS Energien bei etwa 200 nb, so daß nur bei einer von ca. 10000 Nukleon-Nukleon-Kollisionen ein  $J/\Psi$ -Teilchen produziert wird. Um dennoch eine genügend hohe Statistik in den Rechnungen zu bekommen, muß folgender Ansatz gewählt werden: bei jeder Reaktion zweier Nukleonen wird ein  $c\bar{c}$ -Paar

produziert, dieses bekommt jedoch nur ein kleines statistisches Gewicht

$$W = \frac{\sigma_{BB \rightarrow J/\Psi+X}(\sqrt{s})}{\sigma_{BB}^{tot}(\sqrt{s})}, \quad (6.9)$$

welches in der Größenordnung  $10^{-5} - 10^{-6}$  liegt. Ein solcher „perturbativer“ Ansatz ist möglich, da die gesamte übrige hadronische Reaktionsdynamik praktisch nicht von den  $c\bar{c}$ -Paaren beeinflusst wird.

Für den  $J/\Psi$ -Produktionsquerschnitt wird die folgende Parametrisierung verwendet

$$\sigma_{BB \rightarrow J/\Psi+X}(\sqrt{s}) = 160 \left(1 - \frac{a}{\sqrt{s}}\right)^2 \frac{\sqrt{s}}{a} [nb], \quad a = 7.47 \text{ GeV}, \quad (6.10)$$

welche in dem relevanten Energiebereich  $\sqrt{s} < 30$  GeV eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ergibt [12]. Die Rapiditätsverteilung der  $c\bar{c}$ -Paare wird nach einer Gauss-Verteilung mit einer Breite  $\sigma \approx 0.6$  bestimmt; die transversale Impulsverteilung gemäß

$$dN/dp_t = p_t \cdot \exp(-p_t/0.18 \text{ GeV}/c). \quad (6.11)$$

Mit dieser Parametrisierung wird die experimentell gemessene Impulsverteilung der  $J/\Psi$ -Teilchen in Proton-Uran und Schwefel-Uran-Stößen verifiziert (siehe Ref. [12]).

Wie bereits in Kapitel 6.2 erwähnt, wird das  $J/\Psi$ -Teilchen experimentell durch seinen Zerfall in Dileptonenpaare nachgewiesen. Um die Reduktion des  $J/\Psi$ -Signals in Schwerionenkollisionen zu verdeutlichen, wird das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von  $J/\Psi$ - zur DY-Produktion gebildet. Dieses Verhältnis ist nur dann ein Maß für die  $J/\Psi$ -Unterdrückung in Schwerionenkollisionen, wenn die primäre Produktion von  $c\bar{c}$ - und DY-Paaren im gleichen Maße mit der Anzahl der Partizipanten skaliert.

Für die DY-Paare, welche keine Endzustands-Wechselwirkung in der hadronischen Umgebung erfahren, ist die experimentelle Situation klar: Der totale Wirkungsquerschnitt der DY-Produktion ist proportional zu  $(A_P \times A_T)$  [10, 11, 102], wobei  $A_P$  und  $A_T$  die Anzahl der Nukleonen im Projektil bzw. Target sind. Dies steht im klaren Gegensatz zu den „weichen“ hadronischen Observablen, wie z. B. der  $\pi$ -Mesonen-Produktion, welche lediglich mit  $(A_P + A_T)$  skalieren. Die  $(A_P \times A_T)$ -Proportionalität des Wirkungsquerschnittes kann für  $A_T \rightarrow \infty$ , also für unendliche Kernmaterie, nicht weiter gelten und muß bei einer gewissen theoretischen Targetgröße ihre Gültigkeit verlieren. Aus der Tatsache, daß diese Skalierung für die DY-Produktion bis hin zu Uran-Kernen gilt, läßt sich jedoch nicht eindeutig schließen, daß diese Proportionalität auch für die  $c\bar{c}$ -Produktion gelten muß, da die elementaren Produktionsprozesse

nicht identisch sind. Die DY-Produktion kommt durch den Seequark-Anteil in den Baryonen zustande  $q + \bar{q} \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ , während die  $c\bar{c}$ -Paare hauptsächlich durch Fusion von Gluonen gebildet werden  $g + g \rightarrow c + \bar{c}$ .

Untersuchungen von Frankel und Frati [103], sowie von Tai An und Mitarbeitern zeigen [104], daß die Daten zur  $J/\Psi$ -Unterdrückung bei zentralen Pb + Pb -Kollisionen auch verstanden werden können, wenn man eine Reduktion des  $c\bar{c}$ -Produktionsquerschnittes voraussetzt, welche durch Energieverluste der Baryonen in primären Stößen bedingt ist. Die primären Produktionsquerschnitte  $\sigma(AB \rightarrow c\bar{c} + X)$  und  $\sigma(AB \rightarrow \mu^+\mu^- + X)$  würden dann beim Übergang von dem System S + U zu Pb + Pb verschieden skalieren. Die experimentell beobachtete anormale  $J/\Psi$ -Unterdrückung in Pb + Pb-Kollisionen wäre damit lediglich ein Effekt einer reduzierten Produktion, nicht jedoch ein Signal für eine besonders hohe Absorption.

In der vorliegenden Arbeit wird vorausgesetzt, daß die Wirkungsquerschnitte der harten Prozesse zur DY- und  $c\bar{c}$ -Produktion im gleichen Maße mit  $(A_P \times A_T)$  skalieren. Es muß betont werden, daß dies eine Forderung an die Rechnung ist und kein Ergebnis. Um diese Forderung in einer rein hadronischen Kaskade zu erfüllen, muß die Produktion der harten und der weichen Prozesse getrennt betrachtet werden, da ansonsten der Energieverlust der Baryonen während der ersten Kollisionen den Produktionsquerschnitt für  $c\bar{c}$ -Paare in folgenden Kollisionen erheblich verringern würde. Um dieses Problem zu lösen, werden die Raum-Zeit-Koordinaten der harten  $c\bar{c}$ -Paare für jede einzelne Schwerionenkollision im voraus berechnet, wobei der Energieverlust der Baryonen durch weiche Kollisionen vernachlässigt wird. Danach wird die Propagation der so produzierten  $c\bar{c}$ -Paare in dem kompletten hadronischen Medium untersucht. Nur mit diesem Konzept ist die  $(A_P \times A_T)$ -Proportionalität des Produktionsquerschnittes zu gewährleisten.

## 6.5 Die Stringdynamik und die $c\bar{c}$ -Dissoziation

Um die Dissoziation der  $c\bar{c}$ -Paare im farbelektrischen Feld von Strings zu untersuchen, muß die dynamische Entwicklung der Strings explizit in dem Transport-Modell berücksichtigt werden. Ein String ist durch die Valenzquarks und das energiereiche farbelektrische Feld dazwischen charakterisiert. Es gibt baryonische ( $qq - q$ ) und mesonische ( $q - \bar{q}$ ) Strings, deren Länge  $l$  zu jedem Zeitschritt durch den Zeitpunkt der Baryon-Baryon-Kollision  $t_0$ , der Geschwindigkeiten der Valenzquarks (oder Diquarks)  $\beta_1 = |\vec{p}_1|/E_1$ ,  $\beta_2 = -|\vec{p}_2|/E_2$  und der Formationszeit  $\tau_F$  bestimmt ist. Wie in Anhang A gezeigt ist, ergibt sich

die Stringlänge zu

$$l(t) = \begin{cases} |\beta_2 - \beta_1| \cdot t & , \quad t \leq \tau_F \\ \left( |\beta_2 - \beta_1| - 2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_F^2}{t^2}} \right) \cdot t & , \quad \tau_F < t \leq t_{max} \\ 0 & , \quad t > t_{max}, \end{cases} \quad (6.12)$$

wobei  $t_0 = 0$  gesetzt wurde und

$$t_{max} = \frac{2\tau_F}{\sqrt{4 - |\beta_2 - \beta_1|^2}} \quad (6.13)$$

der Zeitpunkt ist, zu dem der String vollständig hadronisiert ist. Der Radius eines Strings ist dagegen unbekannt und wird in der vorliegenden Untersuchung als freier Parameter verwendet. Die Dissoziation von  $c\bar{c}$ -Paaren bei Schwerionenkollisionen wird sich als sehr sensitiv auf den Stringradius erweisen. Im Ruhesystem des Strings beginnt die Fragmentation nach Ablauf der Formationszeit  $\tau_F$  in der Mitte des Strings und setzt sich entsprechend der relativistischen Zeitdilatation zu den Stringenden hin fort, wie in Abbildung 2.11 schematisch dargestellt ist.

Die maximal mögliche Stringlänge  $l_{max} = 2\tau_{FC} = 1.6$  fm wird nur erreicht, falls die Geschwindigkeiten der Valenzquarks nahezu gleich der Lichtgeschwindigkeit sind. Für Proton-Proton-Kollisionen bei SPS-Energien ist dies annähernd erfüllt; bei Schwerionenkollisionen dagegen werden die Valenzquarks durch sekundäre Stöße stärker abgebremst. Bei einer zentralen Kollision zweier Bleikerne werden bis zu 700 Strings produziert, deren gemittelte Länge zu einem festen Zeitpunkt jedoch nur 0.5 fm erreicht (siehe Abb. 6.4). Dieser relativ kleine Wert kommt einerseits durch die Mittelung über alle Strings als auch durch die Rückstreuung der Valenzquarks zustande.

Wie oben bereits erwähnt, bewegen sich die  $c\bar{c}$ -Teilchen in der ersten Phase der Kollision in dieser Umgebung aus Strings. In Abbildung 6.5 ist die dynamische Entwicklung der Hadronen und der Strings bei einem zentralen Pb + Pb -Stoß für drei Zeitschritte während der Phase höchster baryonischer Dichte graphisch dargestellt. Aus den Bildern wird klar ersichtlich, daß die erste Reaktionsphase durch die Stringdynamik dominiert wird. Die Absorption der  $c\bar{c}$ -Paare in dieser Umgebung muß in jedem Falle berücksichtigt werden, unabhängig von der Absorption in der nachfolgenden hadronischen Phase.

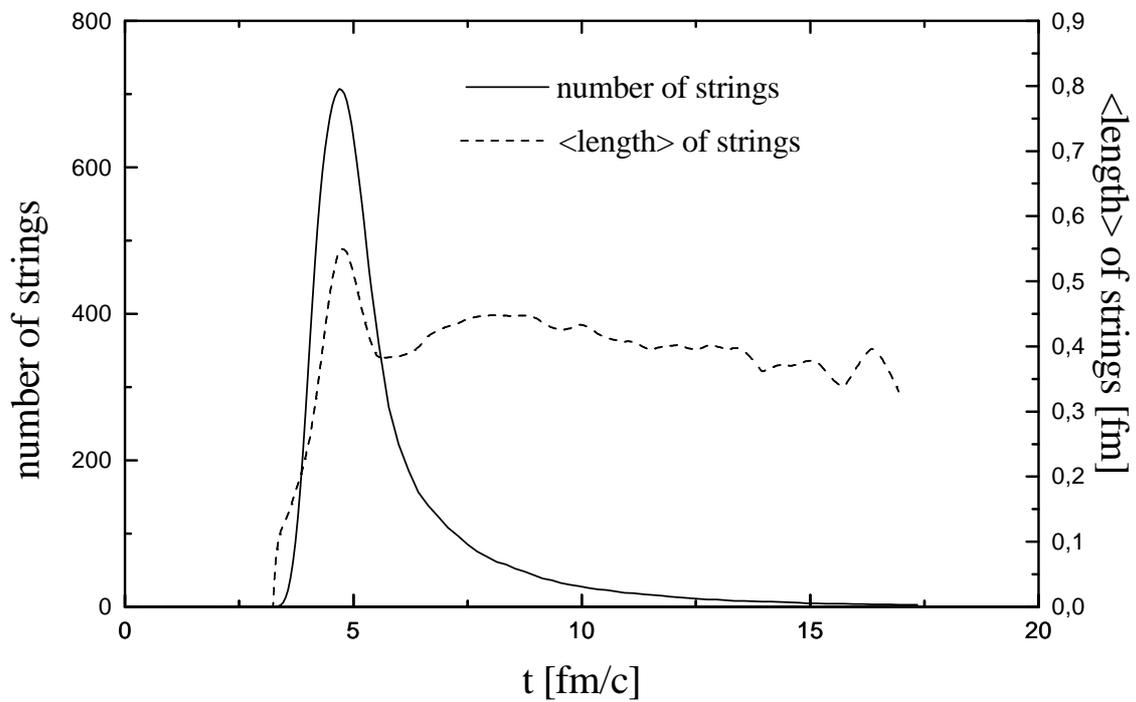


Abbildung 6.4: Zeitliche Entwicklung der Anzahl der Strings (durchgezogene Linie, linke Achse) und der gemittelten Stringlänge (gestrichelte Linie, rechte Achse) bei einer zentralen Kollision zweier Bleikerne im Schwerpunktsystem der Kollision.

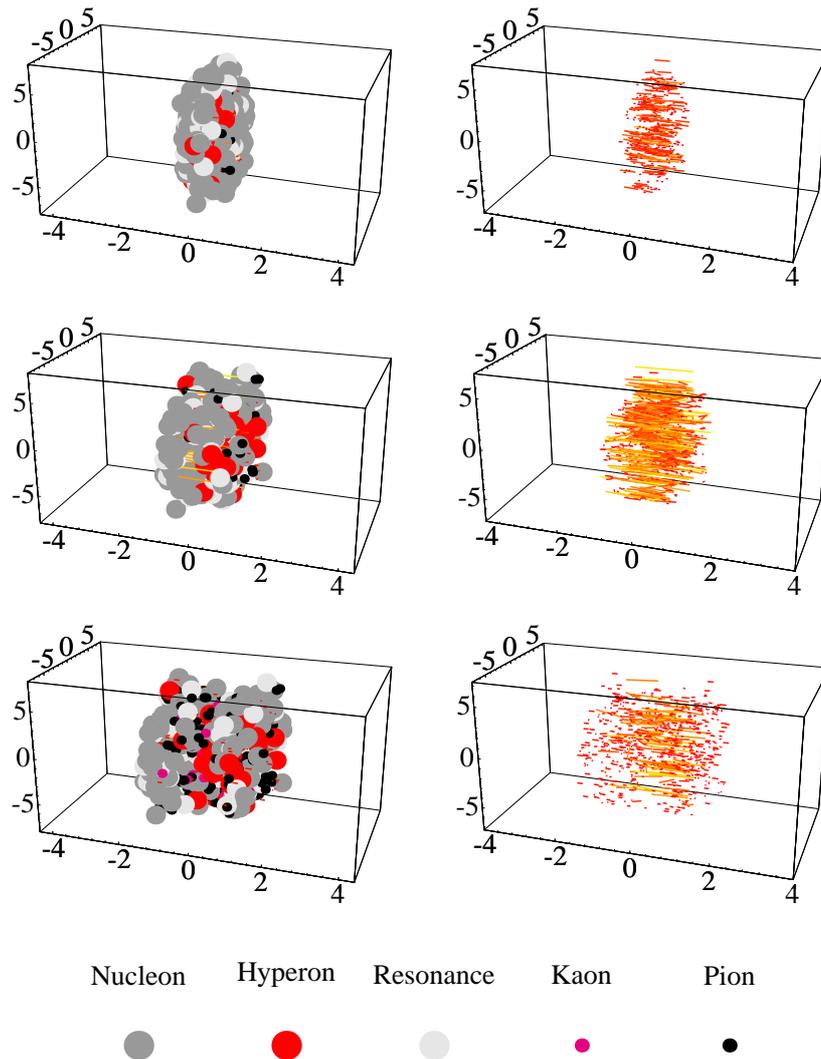


Abbildung 6.5: Graphische Darstellung der Hadronen (links) und der Strings (rechts) während der Phase höchster baryonischer Dichte in einer zentralen Kollision zweier Bleikerne bei 160 A·GeV. Gezeigt sind drei verschiedene Zeitschritte mit  $\Delta t = 0.6 \text{ fm}/c$  im Schwerpunktsystem der Kollision.

## 6.6 Die Dissoziation des Charmoniums

Die Dissoziation der  $c\bar{c}$ -Paare wird im vorliegenden Modell durch zwei Mechanismen beschrieben, durch die Absorption in Kollisionen mit Baryonen und durch die Dissoziation in Strings. Die dynamische Entwicklung eines  $c\bar{c}$ -Zustandes zu einem resonanten beobachtbaren  $J/\Psi$ -Teilchen ist theoretisch noch nicht geklärt. Die primäre Produktion eines  $c\bar{c}$ -Paares aus der Fusion zweier Gluonen ist ein „harter“ Prozeß und läßt sich störungstheoretisch aus der QCD berechnen. Dieses  $c\bar{c}$ -Paar ist zunächst ein Farb-Oktett-Zustand. Die Zeitskala für den harten primären Prozeß  $\tau_0$  ist durch die inverse Masse des Charmquarks gegeben:

$$\tau_0 \sim (m_c)^{-1} \sim 0.1 \text{ fm}/c. \quad (6.14)$$

Eine Berechnung des Überganges zu dem resonanten Farb-Singlett-Zustand aus der QCD heraus ist bisher noch nicht gelungen, so daß man auf effektive Modelle angewiesen ist. In der vorliegenden Rechnung wird der folgende, von Kharzeev [92] motivierte Ansatz gewählt: das primär produzierte  $c\bar{c}$ -Paar bildet (sofort) zusammen mit einem Gluon einen Farb-Dipol ( $c\bar{c}$ -g), welcher nach einer festen Zeit von  $\tau = 0.3 \text{ fm}$  in den resonanten  $J/\Psi$ -Zustand übergeht. Die  $J/\Psi$ -Produktion ist in diesem Bild ein Dreistufenprozeß

$$gg \rightarrow [c\bar{c}]_8 \rightarrow [c\bar{c} - g]_1 \xrightarrow[\tau \approx 0.3 \text{ fm}/c]{} J/\Psi + g. \quad (6.15)$$

Die Zeitskala  $\tau$  für das Abstrahlen des weichen Gluons ergibt sich aus der Bindungsenergie des resonanten  $J/\Psi$ -Zustandes zu  $\tau \sim (\epsilon_0)^{-1} \sim 0.3 \text{ fm}/c$ , da man vor dieser Zeit aufgrund der Unschärferelation nicht von einem hadronischen  $J/\Psi$ -Zustand sprechen kann.

Die Wechselwirkung des Farb-Dipol-Zustandes mit der umgebenden Materie ist aufgrund seiner größeren räumlichen Ausdehnung und der geringeren Bindungsenergie stärker als die des stark gebundenen  $J/\Psi$ -Teilchens. Als Absorptionsquerschnitt bei Kollisionen mit Baryonen

$$c\bar{c} + B \rightarrow \Lambda_c + D \quad (6.16)$$

wird analog zu den Untersuchungen von Cassing und Bratkovskaya [12] 6 mb für den präresonanten Dipol-Zustand verwendet [92, 91] und 3 mb für den  $J/\Psi$ -Zustand [12, 105]. Die Absorption an Baryonen ist damit vollkommen spezifiziert.

Für die Dissoziation der  $c\bar{c}$ -Paare in Strings wird ein einfacher geometrischer Ansatz gewählt. Die Dissoziation findet immer dann statt, wenn ein  $c\bar{c}$ -Zustand (mit seinem Schwerpunkt) in das Feld eines Strings propagiert. Strings

sind damit komplett „schwarz“ für  $c\bar{c}$ -Zustände. Da es noch keine theoretischen Untersuchungen auf QCD-Basis zur Dissoziation von Charmonium ( $J/\Psi$  oder  $\psi'$ ) oder präresonanten  $c\bar{c}$ -Zuständen gibt, ist dies zunächst der einfachste Ansatz für quantitative Untersuchungen. Motiviert wird dieser Ansatz durch die sehr hohen lokalen Energiedichten, die innerhalb eines Strings erreicht werden. Für einen Stringradius von  $R_S = 0.3$  fm und einer phänomenologischen Stringkonstante von  $\sigma = 1\text{GeV}/\text{fm}$  läßt sich die Energiedichte abschätzen zu  $\epsilon \approx \sigma/(\pi R_S^2) \approx 4\text{GeV}/\text{fm}^3$ . Eine solche Energiedichte dürfte das  $c\bar{c}$ -Potential in jedem Falle sehr stark abschirmen und zur Dissoziation des  $c\bar{c}$ -Zustandes in  $D$ - und  $\bar{D}$ -Mesonen führen.

## 6.7 Ergebnisse für Proton-Kern-Reaktionen

In Proton-Kern-Reaktionen ist die  $c\bar{c}$ -Dissoziation in Strings vernachlässigbar, da nur sehr wenige Strings erzeugt werden und die Dissoziation in den Strings, die aus den „Eltern“-Teilchen des jeweiligen  $J/\Psi$  entstehen, explizit ausgeschlossen wird, da diese bereits im  $c\bar{c}$ -Produktionsquerschnitt enthalten ist. Die Daten zu den Proton-Kern-Reaktionen sind somit ein Test für die Absorption der  $c\bar{c}$ -Paare an Baryonen. Die theoretische Überlebenswahrscheinlichkeit ist gegeben durch

$$S_{theor}^{J/\Psi} = \frac{M_{J/\Psi}}{N_{J/\Psi}}, \quad (6.17)$$

wobei  $N_{J/\Psi}$  die Multiplizität der primär erzeugten  $c\bar{c}$ -Paare ist und  $M_{J/\Psi}$  die Multiplizität der finalen  $J/\Psi$ 's, welche die Endzustandswechselwirkungen überlebt haben.  $S_{theor}^{J/\Psi}$  entspricht gerade der experimentell bestimmten Überlebenswahrscheinlichkeit, welche in Gl. (6.4) definiert worden ist. In Abbildung 6.6 ist  $S_{theor}^{J/\Psi}$  im Vergleich zu den experimentellen Daten aus Ref. [90] für zwei Stringradien  $R_S = 0.1$  fm und  $R_S = 0.4$  fm dargestellt (durchgezogene Linien). Der geringe Unterschied der Kurven zeigt, daß die Absorption nahezu unabhängig von dem Stringradius ist. Die p + A-Daten können mit der Absorption der Charmonium-Teilchen an Baryonen gut beschrieben werden.

Der relative Anteil der Absorption von  $(c\bar{c} - g)$ -Teilchen, also der präresonanten Teilchen, ist in Abbildung 6.6 als gestrichelte Linie dargestellt und hängt für große Targetkerne von der Formationszeit der resonanten  $J/\Psi$ -Teilchen ab. Für  $\tau = 0.3$  fm/c, wie in der Rechnung gewählt, beträgt der Anteil bei p + U - Stößen 70%, während man für  $\tau = 0.5$  fm/c einen Anteil von 90% erhält. Dies resultiert in ca. 10% mehr Absorption der  $c\bar{c}$ -Teilchen; die Überlebenswahrscheinlichkeit würde sich somit von 64% auf 61% verringern, was jedoch noch sehr gut mit den Daten verträglich ist.

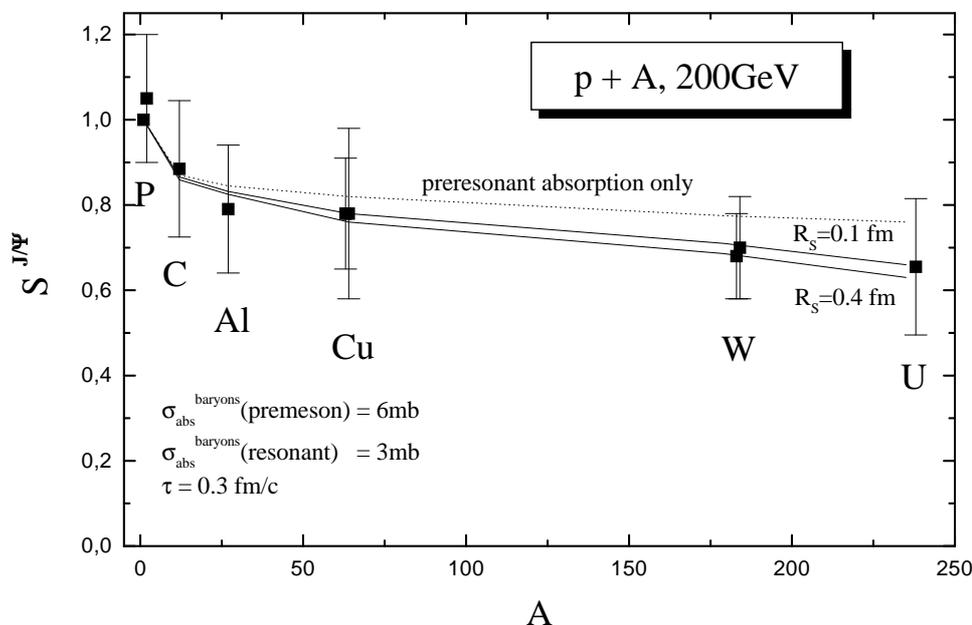


Abbildung 6.6: Die  $J/\Psi$ -Überlebenswahrscheinlichkeit  $S^{J/\Psi}$  für  $p + A$  - Reaktionen bei 200 GeV im Vergleich zu experimentellen Daten [90] für zwei Stringradien  $R_S = 0.1 \text{ fm}$  und  $R_S = 0.4 \text{ fm}$  (durchgezogene Linien). Die gestrichelte Linie zeigt den Anteil der Absorption von  $c\bar{c} - g$  -Teilchen, also der präresonanten Teilchen, für  $R_S = 0.1 \text{ fm}$ .

## 6.8 Ergebnisse für Schwerionenkollisionen

Für S + U- und Pb + Pb-Kollisionen (NA38- und NA50-Experimente) ist die  $J/\Psi$ -Produktion in Abhängigkeit der Zentralität der Reaktionen untersucht worden. Experimentell wird die Zentralität einer Kollision durch die transversale Energie der produzierten Teilchen bestimmt, was für zentrale Kollisionen besonders günstig ist. Zusätzlich wird die in dem Projektilrest verbleibende Energie in einem „Zero Degree Calorimeter“ gemessen, um eine bessere Auflösung für periphere Kollisionen zu erhalten.

Als Maß für die so erhaltene Zentralität wird in den Experimenten NA38 und NA50 die transversale Energie  $E_T$  der neutralen Teilchen verwendet. Alle Ereignisse werden in Klassen verschiedener Zentralität eingeteilt. Für jede dieser Klassen muß dann die in Abschnitt 6.2 erwähnte Aufspaltung des Dileptonenspektrums in die verschiedenen Anteile ( $J/\Psi$ ,  $\Psi'$ , DY-Paare und Untergrund) vorgenommen werden.

Um einen detaillierten Vergleich mit den NA38- und NA50-Daten vorzunehmen, müssen diese experimentellen Bedingungen in der Rechnung berücksichtigt werden. Der differentielle  $E_T$ -Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{dE_T} = 2\pi \int_0^\infty b db \frac{dN}{dE_T}(b), \quad (6.18)$$

wobei  $dN/dE_T(b)$  die differentielle  $E_T$ -Verteilung für einen festen Stoßparameter  $b$  ist. Weiterhin muß die experimentelle Triggerbedingung berücksichtigt werden, wonach nur Ereignisse mit einem  $\mu^+\mu^-$ -Paar mit einer invarianten Masse  $M_{\mu^+\mu^-} \geq 1.5$  GeV und einer Rapidität von  $3 \leq y_{lab} \leq 4$  für NA38 oder  $M_{\mu^+\mu^-} \geq 2.9$  GeV und Rapidität  $2.93 \leq y_{lab} \leq 3.93$  für NA50 betrachtet werden. Bezeichnet  $W^{\mu\mu}(b)$  die Wahrscheinlichkeit dafür, ein  $\mu^+\mu^-$ -Paar innerhalb dieser experimentellen Grenzen zu beobachten, so ergibt sich der theoretische differentielle  $E_T$  Wirkungsquerschnitt zu

$$\frac{d\sigma_{theor}^{\mu\mu}}{dE_T} = 2\pi N_0 \int_0^\infty b db \frac{dN}{dE_T}(b) W^{\mu\mu}(b), \quad (6.19)$$

wobei  $N_0$  ein Normierungsfaktor ist. Zusätzlich muß die differentielle  $E_T$ -Verteilung noch reskaliert werden, da die Experimente keine absoluten, sondern nur relative  $E_T$ -Werte liefern.

In der Rechnung von Cassing und Bratkovskaya [12] zur  $J/\Psi$ - und DY-Produktion in Schwerionenkollisionen mit dem HSD-Modell ist die DY-Produktion mit dem Programmpaket PYTHIA [50] explizit berechnet worden, um die experimentellen Triggerbedingungen zu simulieren und somit die Faktoren  $W^{\mu\mu}(b)$  zu berechnen. In der vorliegenden Arbeit werden die Gewichtungsfaktoren  $W^{\mu\mu}(b)$  von Ref. [12] übernommen.

Die berechneten Verteilungen der produzierten transversalen Energie in S + U- und Pb + Pb-Kollisionen sind in Abbildung 6.7 zusammen mit den experimentellen Daten dargestellt. Die experimentelle  $\mu^+\mu^-$ -Trigger-Bedingung macht sich besonders bei peripheren Kollisionen bemerkbar, bei denen die Wahrscheinlichkeit, ein  $\mu^+\mu^-$ -Paar mit großer invarianter Masse zu erzeugen, klein ist. Für die weitere Analyse der  $J/\Psi$ -Teilchen bedeutet dies, daß sie entsprechend der zugehörigen  $E_T$ -Klasse ein neues Gewicht erhalten. Quantitativ ändern sich die Ergebnisse dabei nur wenig.

In Abbildung 6.8 ist die Überlebenswahrscheinlichkeit der  $c\bar{c}$ -Teilchen in S + U und Pb + Pb Kollisionen als Funktion der transversalen Energie  $E_T$  für vier verschiedene Stringradien von  $R_S = 0.1$  fm bis  $R_S = 0.4$  fm dargestellt. Es ist eine starke Abhängigkeit vom Stringradius zu erkennen; für  $R_S = 0.2$  fm erhält man eine gute Übereinstimmung mit den Daten. Bei diesem Stringradius sind 40% der absorbierten  $c\bar{c}$ -Paare in dem Farbfeld der Strings dissoziiert worden, wie aus Tabelle 6.1 ersichtlich ist.

$R_S [fm]$	$A_{tot}$	$A_B$	$A_S$
0.1	0.65	0.53	0.12
0.2	0.74	0.44	0.30
0.3	0.82	0.36	0.46
0.4	0.88	0.29	0.59

Tabelle 6.1: Totale  $J/\Psi$ -Absorptionswahrscheinlichkeit  $A_{tot} = 1 - S_{theor}^{J/\Psi}$  aufgeteilt in die Absorption an Baryonen  $A_B$  und die Dissoziation in Strings  $A_S$  für verschiedene Stringradien bei einer zentralen Pb + Pb-Kollision im HSD-Modell.

Der so erhaltene Stringradius von 0.2 fm erscheint zunächst relativ klein, sollte jedoch aus folgenden Gründen lediglich als untere Abschätzung dienen: zum einen wurden die Strings als vollständig 'schwarz' für  $c\bar{c}$ -Paare angenommen, wie bereits in Abschnitt 6.6 erwähnt. Weiterhin findet die Dissoziation bereits dann statt, wenn sich der Schwerpunkt des  $c\bar{c}$ -Paares innerhalb eines Strings befindet. Beides sind relativ starke Annahmen und führen zu dem kleinen Stringradius. Eine genauere theoretische Untersuchung des Dissoziationsprozesses von Charmonium-Teilchen ( $J/\Psi$ ,  $\psi'$  oder  $c\bar{c} - g$ ) in dem Farbfeld eines Strings steht noch aus.

Unter der Annahme, daß der gesamte  $c\bar{c}$ -Zustand innerhalb des Strings sein muß, bevor die Dissoziation einsetzt, sollte der Radius des  $c\bar{c}$ -Paares zu dem aus der Rechnung erhaltenen Stringradius addiert werden. Daraus resultiert ein effektiver Stringradius von

$$\tilde{R}_S \approx 0.4 - 0.5 \text{ fm}. \quad (6.20)$$

Die Ergebnisse aus Abb. 6.8 erlauben damit eine Abschätzung des maximalen erreichten Stringvolumens während einer Schwerionenkollision. Dieses Stringvolumen kann als eine Art Vorstufe zu einem QGP angesehen werden. Für die Abschätzung wird ein zentraler Zylinder mit einer Länge von 1 fm entlang der longitudinalen Achse im Schwerpunktssystem der Kollision betrachtet. In diesem Zylinder entstehen bei einer zentralen Pb + Pb-Kollision im HSD-Modell maximal  $N_S \sim 420$  Strings mit einer mittleren Stringlänge von  $\langle l \rangle \sim 0.5$  fm. Damit erhält man ein Stringvolumen von

$$V_s = \pi R_S^2 \cdot \langle l \rangle \cdot N_S \approx \begin{cases} 65 \text{ fm}^3, & R_S = 0.3 \text{ fm} \\ 115 \text{ fm}^3, & R_S = 0.4 \text{ fm}. \end{cases} \quad (6.21)$$

Das totale Reaktionsvolumen in diesem Zylinder beträgt

$$V_t = \pi R_{Pb}^2 \cdot 1 \text{ fm} \approx 130 \text{ fm}^3, \quad (6.22)$$

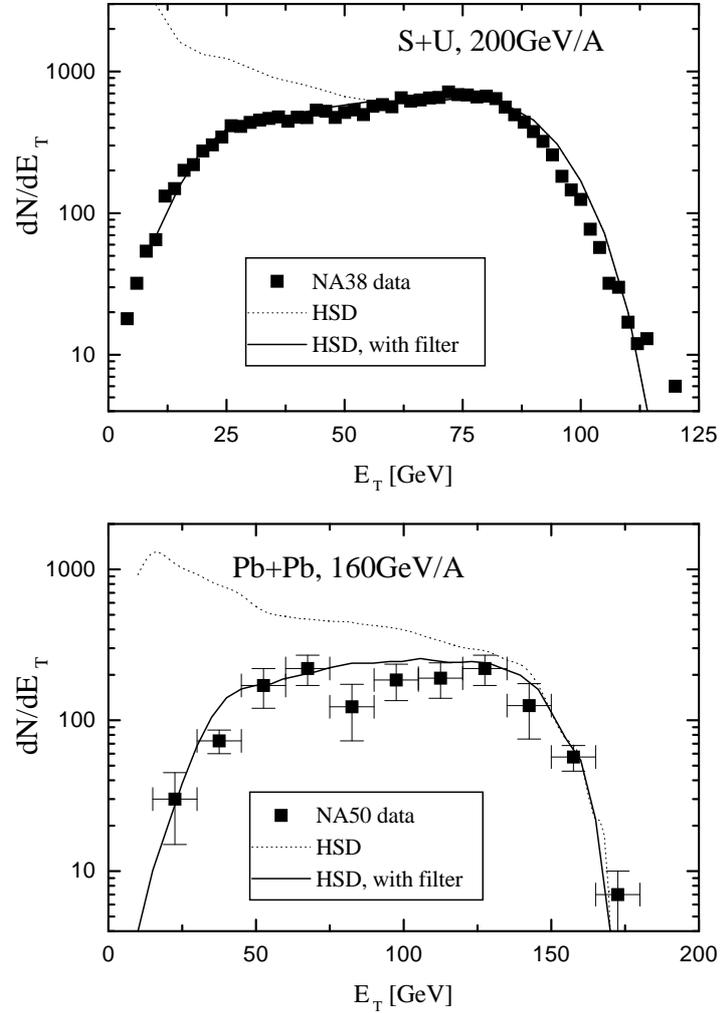


Abbildung 6.7: Die Verteilung der transversalen Energie  $E_T$  der neutralen Teilchen für S + U bei 200 A·GeV (oben) und Pb + Pb bei 160 A·GeV (unten) im Vergleich zu den experimentellen Daten [11]. Die gestrichelte Linie ist das Ergebnis ohne  $\mu^+\mu^-$ -Trigger.

wobei  $R_{Pb} \approx 6.6$  fm der Radius eines Bleikernes ist. Für einen Stringradius von 0.3 – 0.4 fm besteht somit 50-75% des zentralen Reaktionsvolumens einer Schwerionenkollision aus Strings. In der bisherigen Version des HSD-Modells werden die Strings als vollkommen unabhängig voneinander behandelt; eine Fusion oder Perkolation zu einer Art „Superstring“ ist noch nicht enthalten. Die hohe Stringdichte könnte einen solchen Ansatz motivieren, wobei jedoch einige neue Parameter (z.B. ein Perkulations-Radius) eingehen würden. Die

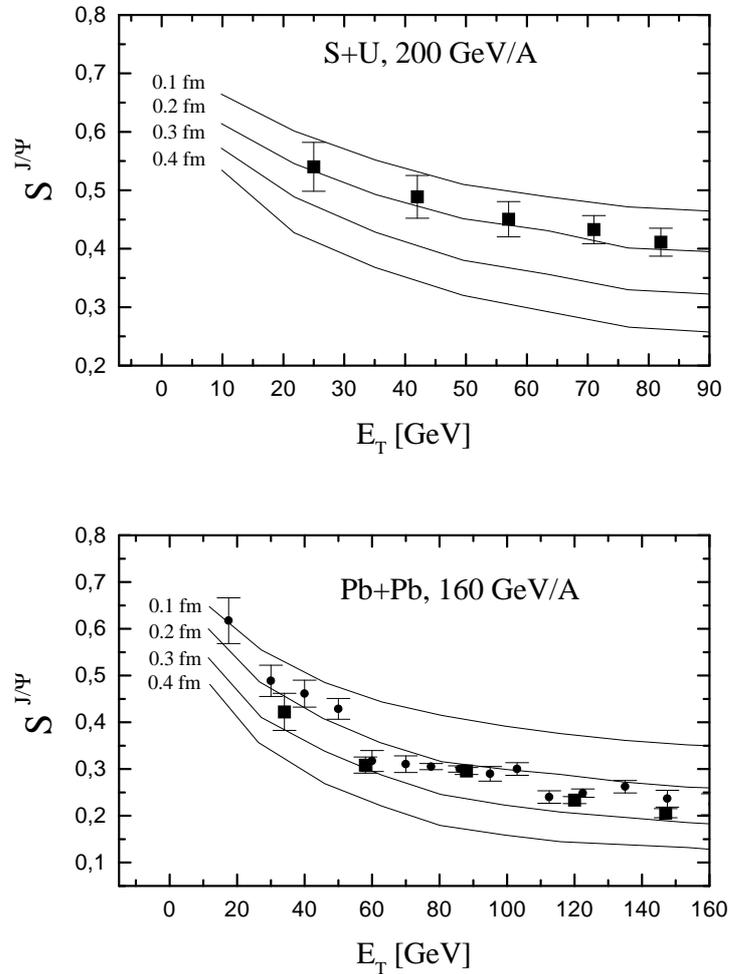


Abbildung 6.8: Die  $J/\Psi$  Überlebenswahrscheinlichkeit  $S^{J/\Psi}$  für S + U bei 200 A·GeV (oben) und Pb + Pb bei 160 A·GeV (unten) als Funktion der transversalen Energie  $E_T$  im Vergleich zu den experimentellen Daten [11] (volle Quadrate). Die vollen Kreise in der unteren Abbildung sind die neuen vorläufigen NA50 Daten [11]. Die numerischen Ergebnisse sind für vier verschiedene Stringradien dargestellt, von  $R_S = 0.1$  fm bis  $R_S = 0.4$  fm.

so erzeugten „Superstrings“ könnten dann als eine Art Prä-QGP interpretiert werden, aus denen eventuell ein Plasma im thermischen und chemischen Gleichgewicht entstehen könnte. Ob die sehr kurze Lebensdauer der Strings für einen solchen Prozeß ausreicht, bleibt jedoch fragwürdig. Die experimentellen Ergebnisse zur Produktion von Strangeness bei SPS-Energien (siehe Kapitel

5) zeigen, daß das chemische Gleichgewicht zumindest im Strangeness-Sektor nicht erreicht wird.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden ultrarelativistische Stöße von Atomkernen bei Energien von 2-200 A·GeV in einem mikroskopischen Transportmodell untersucht. Zwei Observablen, die als mögliche Signale für einen Phasenübergang von hadronischer Materie zu einem QGP vor mehr als einem Jahrzehnt vorgeschlagen wurden, sind detailliert untersucht worden: die erhöhte Produktion von Strangeness [4] und die Reduktion von  $J/\Psi$ -Teilchen [9] in Kern-Kern-Kollisionen, jeweils skaliert auf Proton-Proton-Stöße.

### 7.1 Die Produktion von Strangeness

Strangeness kann in Schwerionenkollisionen in allen Stößen von Hadronen produziert werden. Die in der Simulation verwendeten Wirkungsquerschnitte zur Strangeness-Produktion in Baryon-Baryon-, Meson-Baryon- und Meson-Meson-Stößen sind somit von besonderer Bedeutung und wurden in Kapitel 3 detailliert dargestellt. Um eine möglichst gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zur Kaonen-Produktion in Pion-Nukleon- und Nukleon-Nukleon-Kollisionen zu erhalten, wurde die Strangeness-Produktion aus der Fragmentation der Strings als Funktion der invarianten Stoßenergie variiert. Für Kanäle, zu denen keine Daten existieren, wie z.B.  $N\Delta \rightarrow N\Lambda K$ , wurde ein möglichst einfacher Ansatz gewählt: alle Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Stöße werden behandelt wie Nukleon-Nukleon- bzw. Pion-Nukleon-Stöße. Zusätzlich wurden für Stoßenergien unterhalb der Energieschwelle zur Stringanregung (2.65 GeV für Baryon-Baryon-Stöße und 2.1 GeV für Meson-Baryon-Stöße) die verschiedenen Kanäle zur Strangeness-Produktion explizit berücksichtigt, wobei deren Querschnitte aus einem Fit an die experimentellen Daten gewonnen wurden. Auch die Strangeness-Produktion in Meson-Meson-Stößen ist berücksichtigt worden, wobei das Verhältnis des Strangeness-Produktionsquerschnitts zu dem totalen Querschnitt in etwa so gewählt wurde,

wie bei Pion-Nukleon- und Nukleon-Nukleon-Stößen bei gleicher invarianter Energie.

Das in dieser Arbeit verwendete Modell zur Strangeness-Produktion in Kern-Kern-Stößen geht von sehr konservativen Annahmen aus; es sind weder vektorielle oder skalare Felder berücksichtigt noch Selbstenergien der Mesonen. Desweiteren sind keine Resonanzen mit einer Masse oberhalb 1535 MeV (Baryonen) oder 1200 MeV (Mesonen) berücksichtigt, deren Eigenschaften in dichter Materie, insbesondere der Zerfall in den Strangeness-Kanal, weitgehend unbekannt sind. In dem vorliegenden Modell werden alle Anregungen oberhalb dieser Energien im String-Bild beschrieben; die Endzustände sind damit in einem einheitlichen Bild bestimmt, insbesondere das Verhältnis der Anzahl von Kaonen zu Pionen  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$ .

Die globale Reaktionsdynamik von Schwerionenkollisionen, d.h. das Abstoppen der Kernmaterie und die Produktion von Mesonen (meist Pionen), bei AGS- und SPS-Energien aus dem HSD-Modell ist in Kapitel 4 für verschiedene Systeme diskutiert worden. Bei SPS-Energien ergab sich für alle Systeme eine sehr gute Übereinstimmung, während das HSD-Modell bei AGS-Energien für schwere Systeme (Si + Al, Si + Au, Au + Au) eine etwas zu breite Rapiditätsverteilung der Pionen lieferte (siehe Abb. 4.2). Die Breiten der experimentellen Rapiditätsverteilungen für schwere Systeme sind bei AGS-Energien stark reduziert im Vergleich zu p + p-Stößen bei gleicher Energie; bei SPS-Energien dagegen findet sich nur ein geringer Unterschied. Dies ist ein erster Hinweis darauf, daß die Hadronenkaskade bei AGS-Energien keine sehr gute Beschreibung einer Schwerionenkollision liefert.

Die Produktion von Strangeness in Kern-Kern-Kollisionen bei AGS- und SPS-Energien ist in Kapitel 5 untersucht worden. Für beide Energiebereiche wurde eine Erhöhung des Anteils an strange Hadronen im Endzustand als Funktion der an der Kollisionen beteiligten Nukleonen gefunden. Weiterhin wurde ein stetiges Anwachsen des Verhältnisses  $\langle K \rangle / \langle \pi \rangle$  für eine feste Systemgröße als Funktion der Einschußenergie erhalten. Im Rahmen einer Hadronenkaskade sind beide Beobachtungen zu verstehen: die Produktion von Strangeness in p + p-Stößen (AGS:  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \sim 6\%$ , SPS:  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \sim 8\%$ ) liegt weit unter dem Wert, der für ein Hadronengas im chemischen Gleichgewicht bei entsprechenden Temperaturen (AGS:  $T \approx 120$  MeV, SPS:  $T \approx 160$  MeV) erwartet wird (jeweils  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \sim 24\%$ ), wie in Kapitel 5 gezeigt wurde. Im Rahmen des HSD-Modells (im Kaskadenmodus) beginnt eine Schwerionenkollision somit mit einem Strangeness-Anteil, der weit unter dem Gleichgewichtswert liegt. Mit zunehmender Teilchendichte, d.h. der Einschußenergie, sowie mit zunehmender Lebensdauer des Feuerballs, d.h. der Systemgröße, erhöht sich die Anzahl der sekundären Kollisionen. Das hadronische System nähert sich damit dem chemischen Gleichge-

wicht, welches jedoch weder bei AGS- noch bei SPS-Energien in der Hadronenkaskade erreicht wird (AGS:  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \approx 9.5\%$  für Au + Au; SPS:  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \approx 14\%$  für Pb + Pb). Zusätzlich wurde die Strangeness-Produktion in zentralen Au + Au-Stößen bei 2,4,6,8 und 10 A·GeV untersucht, um eine Anregungsfunktion von SIS- bis SPS-Energien zu erhalten.

Ein Vergleich mit den experimentellen Daten ergab ein überraschendes Ergebnis: während die experimentell beobachtete Kaonen-Produktion bei SIS- und SPS-Energien von der Hadronenkaskade gut wiedergegeben wurde, wurde in dem Energiebereich 4-15 A·GeV der Wert  $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle$  nahezu um einen Faktor zwei unterschätzt (siehe Abbildung 5.7). Die bei zentralen Au + Au-Kollisionen bei  $E_{lab} = 11$  A·GeV beobachtete skalierte Kaonen-Produktion ( $\langle K^+ \rangle / \langle \pi^+ \rangle \sim 20\%$ ) liegt wesentlich über dem Wert bei SPS-Energien; das System befindet sich (fast) im chemischen Gleichgewicht. Die experimentelle Anregungsfunktion zur Strangeness-Produktion zeigt somit ein klares Maximum bei AGS-Energien. Es muß betont werden, daß ein solches Verhalten im Rahmen einer Hadronenkaskade aus den oben genannten Gründen nicht erklärt werden kann und auf eine nichtheadronische Phase in dem baryonenreichen Feuerball bei AGS-Energien hinweist.

Der Energiebereich von etwa 5-25 GeV erscheint daher besonders geeignet zum Studium der starken Wechselwirkung bei hohen baryonischen Dichten, was aus dem hohen Anteil an Strangeness im hadronischen Endzustand geschlossen werden kann. Da die Forschungsprogramme am AGS-Beschleuniger in diesem Energiebereich in absehbarer Zeit beendet werden, wäre ein Ausbau der GSI-Beschleunigeranlage für diese Energien äußerst wünschenswert.

## 7.2 Die $J/\Psi$ -Produktion

Neben der Strangeness-Produktion wurde eine weitere Observable für den Phasenübergang untersucht: die Produktion von  $J/\Psi$ -Teilchen in Kern-Kern-Kollisionen bei SPS-Energien. Zuerst wurde die primäre Produktion von präresonanten  $c\bar{c}$ -Paaren im HSD-Modell dargestellt, sowie deren Übergang zu resonanten  $J/\Psi$ -Teilchen diskutiert. Als mittlere Lebensdauer des präresonanten Zustand wurde  $\tau = 0.3 fm/c$  verwendet. Die „Standart“-Absorption der  $c\bar{c}$ -Paare bei Kollisionen mit Baryonen mit einem Absorptionsquerschnitt von 6 mb (präresonant) bzw. 3 mb ( $J/\Psi$ ) ist in Proton-Kern-Reaktionen mit den experimentellen Daten verglichen worden, wo sich eine gute Übereinstimmung ergab. Für Kern-Kern-Kollisionen wurde ein zusätzlicher Absorptionsmechanismus getestet: die Dissoziation der  $c\bar{c}$ -Paare, wenn diese in das farbelektrische Feld eines Strings propagieren, was zu einer zusätzlichen starken Unterdrückung der  $J/\Psi$ -Teilchen in Kern-Kern-Kollisionen führte.

Die Produktion von  $J/\Psi$ -Teilchen bei S + U- (200 A·GeV ) und Pb + Pb-Stößen (160 A·GeV ) ist mit diesen Absorptionsmechanismen für verschiedene Stringradien untersucht worden. Um einen quantitativen Vergleich mit den Daten der NA38- und NA50-Kollaboration zu ermöglichen, wurde die  $J/\Psi$ -Produktion als Funktion der Zentralität der Kollisionen ausgewertet. Es wurde eine gute Übereinstimmung für einen Stringradius von  $R_S \sim 0.2$  fm gefunden. Die starke Reduktion des  $J/\Psi$ -Signals, welche in Pb + Pb-Stößen beobachtet wurde, ist somit kein eindeutiges Signal für einen Phasenübergang zu dem QGP.

Die mögliche Diskontinuität der Daten für die  $J/\Psi$ -Produktion in semizentralen Pb + Pb-Kollisionen (Abb. 6.8) kann mit dem HSD-Modell nicht erklärt werden. Ob diese Diskontinuität jedoch wirklich auf einem Phasenübergang beruht, ist nach wie vor umstritten. Zum einen ist in keiner anderen Observablen eine ähnliche Diskontinuität als Funktion der Zentralität beobachtet worden. Desweiteren ist fraglich, ob ein Signal überhaupt eine solch scharfe Diskontinuität als Funktion der  $E_T$ -Verteilung zur Folge haben kann, da bei jeder Observablen in Schwerionenkollisionen mit großen Fluktuationen zu rechnen ist. Weitere unabhängige Experimente zur  $J/\Psi$ -Produktion für verschiedene Systeme sollten diese Fragen jedoch in den nächsten Jahren klären können.

# Anhang A

## Die Berechnung der Stringlänge

Im Ruhesystem eines Strings, der zur Zeit  $t_0 = 0$  am Ort  $\vec{r}_0$  produziert wurde, gilt

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \quad \text{und} \quad \vec{\beta}_i = \frac{\vec{p}_i}{E_i}, \quad i = 1, 2. \quad (\text{A.1})$$

Die Stringachse kann parametrisiert werden durch

$$\vec{P}(\theta) = \vec{r}_1 + \theta(\vec{r}_2 - \vec{r}_1), \quad \theta = [0, 1], \quad (\text{A.2})$$

wobei  $\vec{r}_i = \vec{r}_0 + \vec{\beta}_i t$ ,  $i = 1, 2$  die Koordinaten der Stringenden darstellen. Im Ruhesystem gilt  $\vec{\beta}_1 = \alpha \vec{\beta}_2$ , so daß im folgenden eindimensional entlang der Stringachse gerechnet werden kann. Für die Geschwindigkeiten gilt dann  $\beta_1 = |\vec{p}_1|/E_1$ ,  $\beta_2 = -|\vec{p}_2|/E_2$ .

Entlang der Stringachse wird ein lineares Geschwindigkeitsprofil angenommen

$$\beta(\theta) = \beta_1 + \theta(\beta_2 - \beta_1); \quad \gamma(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2(\theta)}}, \quad \theta = [0, 1]. \quad (\text{A.3})$$

Bevor die Fragmentation des Strings einsetzt, ist die Länge gegeben durch

$$l(t) = |\beta_2 - \beta_1| \cdot t, \quad t < \tau_F \quad (\text{A.4})$$

Die Fragmentation beginnt nach Ablauf der Formationszeit  $\tau_F$  in der Mitte des Strings und setzt sich entsprechend der Zeitdilatation  $\gamma(\theta) \cdot \tau_F$  zu den Stringenden fort. Um die verbleibende Stringlänge zu einem festen Zeitpunkt  $t > \tau_f$  zu berechnen, müssen zunächst die zu  $t$  gehörenden Fragmentationspunkte auf der Stringachse bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \tau_F \gamma(\theta) - t &= 0 & (\text{A.5}) \\ \Rightarrow \theta_{1/2} &= \frac{1}{\beta_2 - \beta_1} \left( \beta_1 \pm \sqrt{1 - \frac{\tau_F^2}{t^2}} \right) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die bereits fragmentierte Länge zu

$$\begin{aligned}
|\vec{P}(\theta_2) - \vec{P}(\theta_1)| &= (\theta_2 - \theta_1) \cdot |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| & (A.6) \\
&= \frac{2}{\beta_2 - \beta_1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_F^2}{t^2}} \cdot |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \\
&= 2t \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_F^2}{t^2}}.
\end{aligned}$$

Aus physikalischen Gründen ist klar, daß diese Länge nicht größer werden kann als der Abstand der Stringenden  $|\beta_2 - \beta_1| \cdot t$ . Daraus ergibt sich der Zeitpunkt, zu dem der String komplett fragmentiert ist zu

$$t_{max} = \frac{2\tau_F}{\sqrt{4 - |\beta_2 - \beta_1|^2}}. \quad (A.7)$$

Für die Stringlänge erhält man somit

$$l(t) = \begin{cases} |\beta_2 - \beta_1| \cdot t & , \quad t \leq \tau_F \\ \left( |\beta_2 - \beta_1| - 2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_F^2}{t^2}} \right) \cdot t & , \quad \tau_F < t \leq t_{max} \\ 0 & , \quad t > t_{max}. \end{cases} \quad (A.8)$$

In Abbildung A.1 ist die zeitliche Entwicklung der Stringlänge für verschie-

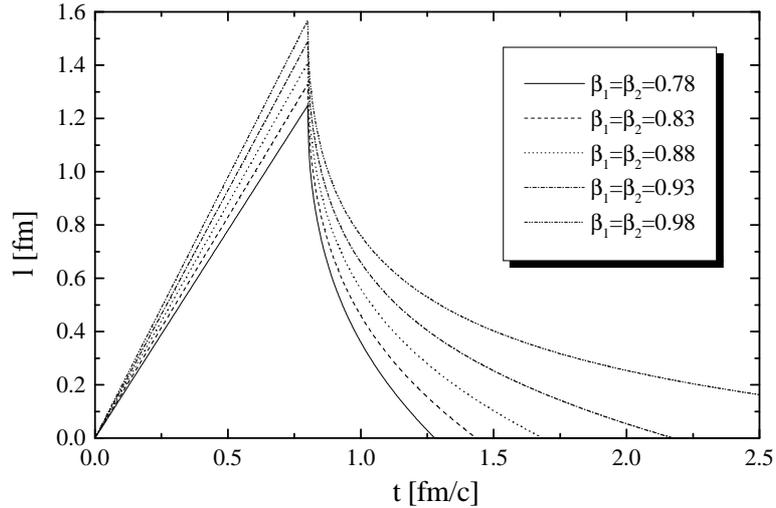


Abbildung A.1: Zeitabhängige Stringlänge nach Gl. A.8 für Strings mit verschiedene Geschwindigkeiten der Stringenden.

den Geschwindigkeiten der Stringenden dargestellt. Dabei wird der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß sich die beiden Stringenden mit gleicher Geschwindigkeit voneinander entfernen.



## Anhang B

# Die Strangeness-Produktion bei kleinen Stoßenergien

Die Kaonenproduktion in Pion-Nukleon- und Pion-Delta-Kollisionen für Stoßenergien  $\sqrt{s} < 2.1$  GeV wird im HSD-Modell durch die Kanäle

$$\begin{aligned}\pi N &\rightarrow YK & (B.1) \\ \pi \Delta &\rightarrow YK \\ \pi N &\rightarrow NK\bar{K}.\end{aligned}$$

explizit berücksichtigt. Für die Wirkungsquerschnitte der Reaktionen  $\pi N \rightarrow YK$  und  $\pi \Delta \rightarrow YK$  werden Parametrisierungen von Tsushima et al. [106] verwendet. Diese wurden aus einem Resonanzmodell gewonnen, dessen Parameter wiederum an die experimentell bekannten Kanäle angepaßt worden ist. Die Parametrisierungen sind im einzelnen (in mb):

$$\begin{aligned}\sigma(\pi^+ p \rightarrow \Sigma^+ K^+) &= \frac{0.03591(\sqrt{s} - 1.688)^{0.9541}}{(\sqrt{s} - 1.890)^2 + 0.01548} & (B.2) \\ &+ \frac{0.1594(\sqrt{s} - 1.688)^{0.01056}}{(\sqrt{s} - 3.000)^2 + 0.9412}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma(\pi^- p \rightarrow \Sigma^- K^+) &= \frac{0.009803(\sqrt{s} - 1.688)^{0.6021}}{(\sqrt{s} - 1.742)^2 + 0.006583} & (B.3) \\ &+ \frac{0.006521(\sqrt{s} - 1.688)^{1.4728}}{(\sqrt{s} - 1.940)^2 + 0.006248}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma(\pi^+ n \rightarrow \Sigma^0 K^+) &= \sigma(\pi^0 n \rightarrow \Sigma^- K^+) & (B.4) \\ &= \frac{0.05014(\sqrt{s} - 1.688)^{1.2878}}{(\sqrt{s} - 1.730)^2 + 0.006455}\end{aligned}$$

$$\sigma(\pi^0 p \rightarrow \Sigma^0 K^+) = \frac{0.003978(\sqrt{s} - 1.688)^{0.5848}}{(\sqrt{s} - 1.740)^2 + 0.006670} \quad (B.5)$$

$$\sigma(\pi^- \Delta^{++} \rightarrow \Sigma^0 K^+) = \frac{0.04709(\sqrt{s} - 1.688)^{2.1650}}{(\sqrt{s} - 1.905)^2 + 0.006358} + \frac{0.004959(\sqrt{s} - 1.688)^{0.7785}}{(\sqrt{s} - 1.725)^2 + 0.008147} \quad (\text{B.6})$$

$$\sigma(\pi^0 \Delta^0 \rightarrow \Sigma^- K^+) = \frac{0.006964(\sqrt{s} - 1.688)^{0.8140}}{(\sqrt{s} - 1.725)^2 + 0.007713} \quad (\text{B.7})$$

$$\sigma(\pi^+ \Delta^0 \rightarrow \Sigma^0 K^+) = \frac{0.002053(\sqrt{s} - 1.688)^{0.9853}}{(\sqrt{s} - 1.725)^2 + 0.005414} \quad (\text{B.8})$$

$$\sigma(\pi^+ \Delta^- \rightarrow \Sigma^- K^+) = \frac{0.3179(\sqrt{s} - 1.688)^{0.9025}}{(\sqrt{s} - 2.675)^2 + 44.88} + \frac{0.01741(\sqrt{s} - 1.688)^{1.2078}}{(\sqrt{s} - 1.725)^2 + 0.003777} \quad (\text{B.9})$$

$$\sigma(\pi^- \Delta^{++} \rightarrow \Lambda K^+) = \frac{0.006545(\sqrt{s} - 1.613)^{0.7866}}{(\sqrt{s} - 1.720)^2 + 0.004852} \quad (\text{B.10})$$

Die Produktion von Kaon-Antikaon-Paaren in Pion-Nukleon-Stößen  $\pi N \rightarrow NK\bar{K}$  ist in Ref. [107] in einem Meson-Austausch-Modell berechnet worden. Die Parameter des Modells wurden an den experimentell bekannten Kanal  $\pi^- p \rightarrow p K^0 K^-$  angepaßt:

$$\sigma(\pi^- p \rightarrow p K^0 K^-) = 1.121 \left(1 - \frac{s_0}{s}\right)^{1.86} \left(\frac{s_0}{s}\right)^2 [mb]. \quad (\text{B.11})$$

Die experimentellen Daten in den Kanälen

$$\begin{aligned} \pi^- p \rightarrow p K^0 K^-, \quad \pi^- p \rightarrow n K^+ K^-, \\ \pi^- p \rightarrow n K^0 \bar{K}^0, \quad \pi^+ p \rightarrow p K^+ \bar{K}^0, \\ \pi^+ n \rightarrow p K^+ K^-, \quad \pi^+ n \rightarrow p K^0 \bar{K}^0, \\ \pi^+ n \rightarrow n K^+ \bar{K}^0 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

konnten mit dem Meson-Austausch-Modell gut beschrieben werden [107]. Im HSD-Modell werden daher die Isospinrelationen für die Wirkungsquerschnitte aus Ref. [107] verwendet,

$$\begin{aligned} 2\sigma(\pi^+ p \rightarrow p K^+ \bar{K}^0) &= 2\sigma(\pi^+ n \rightarrow n K^+ \bar{K}^0) = \sigma(\pi^+ n \rightarrow p K^+ K^-) = \\ \sigma(\pi^+ n \rightarrow p K^0 \bar{K}^0) &= \sigma(\pi^0 p \rightarrow n K^+ \bar{K}^0) = 4\sigma(\pi^0 p \rightarrow p K^+ K^-) = \\ 4\sigma(\pi^0 p \rightarrow p K^0 \bar{K}^0) &= \sigma(\pi^0 n \rightarrow p K^0 K^-) = 4\sigma(\pi^0 n \rightarrow n K^+ K^-) = \\ 4\sigma(\pi^0 n \rightarrow n K^0 \bar{K}^0) &= 2\sigma(\pi^- p \rightarrow p K^0 K^-) = \sigma(\pi^- p \rightarrow n K^+ K^-) = \\ \sigma(\pi^- p \rightarrow n K^0 \bar{K}^0) &= 2\sigma(\pi^- n \rightarrow n K^0 K^-), \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

so daß alle Isospinkanäle auf  $\pi^- p \rightarrow p K^0 K^-$  zurückgeführt werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] J. W. Harris und B. Müller, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 46 (1996) 71.
- [2] E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. 65 (1993) 1.
- [3] E. Laermann, Nucl. Phys. A 610 (1996) 1c.
- [4] J. Rafelski und B. Müller, Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1066; Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 2334; T. S. Biro und J. Zimanyi, Nucl. Phys. A 395 (1983) 525.
- [5] P. Koch, B. Müller und J. Rafelski, Phys. Rep. 142 (1986) 167; P. Koch, Z. Phys. C 38 (1988) 269.
- [6] T. S. Biro, P. Levai und B. Müller, Phys. Rev. D 42 (1990) 3078.
- [7] J. Rafelski, J. Letessier und A. Tounsi, Acta. Phys. Polonica B 27 (1996) 1035.
- [8] Siehe z.B. *Strangeness in Quark Matter '97*, J. Phys. G 23 (1997).
- [9] T. Matsui und H. Satz, Phys. Lett. B 178 (1986) 416.
- [10] NA38 Kollaboration, C. Baglin et al., Phys. Lett. B 270 (1991) 105; Phys. Lett. B 345 (1995) 617; S. Ramos, Nucl. Phys. A 590 (1995) 117c.
- [11] NA50 Kollaboration, F. Fleuret et al., in Proceedings of the Rencontres de Moriond, March 1997, ed. by Than Van, Editions Frontières (1997) 503.
- [12] W. Cassing und E. L. Bratkovskaya, Nucl. Phys. A 623 (1997) 570.
- [13] G. F. Bertsch, H. Kruse und S. Das Gupta, Phys. Rev. C 29 (1984) 673; G. F. Bertsch und S. Das Gupta, Phys. Rep. 160 (1988) 189.
- [14] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel und K. Niita, Phys. Rep. 188 (1990) 363.
- [15] W. Cassing und U. Mosel, Prog. Part. Nucl. Phys. 25 (1990) 1.

- [16] Gy. Wolf, W. Cassing und U. Mosel, Phys. Lett. B 271 (1991) 43; Nucl. Phys. A 552 (1993) 549; Gy. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, K. Niita und M. Schäfer, Nucl. Phys. A 517 (1990) 615.
- [17] Gy. Wolf, W. Cassing, W. Ehehalt und U. Mosel, Prog. Part. Nucl. Phys. 30 (1993) 273.
- [18] J. Aichelin und H. Stöcker, Phys. Lett. B 176 (1986) 14; J. Aichelin, G. Peilert, A. Bohnet, A. Rosenhauer, H. Stöcker und W. Greiner, Phys. Rev. C 37 (1988) 2451; J. Aichelin, Phys. Rep. 202 (1991) 233.
- [19] K. Weber, B. Blättel, W. Cassing, H.-C. Dönges, V. Koch, A. Lang, und U. Mosel, Nucl. Phys. A 539 (1992) 713; K. Weber, B. Blättel, W. Cassing, H.-C. Dönges, A. Lang, T. Maruyama und U. Mosel, Nucl. Phys. A 552 (1993) 571; K. Weber, B. Blättel, V. Koch, W. Cassing, und U. Mosel, Nucl. Phys. A 515 (1990) 747.
- [20] G. Q. Li, C. M. Ko, X. S. Fang und Y. M. Zheng, Phys. Rev. C 49 (1994) 1139; G. Q. Li, C. M. Ko und X. S. Fang Phys. Lett. B 329 (1994) 149; X. S. Fang, C. M. Ko G. Q. Li und Y. M. Zheng Phys. Rev. C 49 (1994) R608; Nucl. Phys. A 575 (1994) 766.
- [21] M. Gonin et al., Phys. Rev. C 51 (1995) 310; R. Matiello, H. Sorge, H. Stöcker und W. Greiner, Phys. Rev. Lett 63 (1989) 1459.
- [22] H. Sorge, Phys. Rev. C 52 (1995) 3291.
- [23] A. Jahns, H. Sorge, H. Stöcker und W. Greiner, Z. Phys. A 341 (1992) 243.
- [24] H. Sorge, H. Stöcker und W. Greiner, Nucl. Phys. A 498 (1989) 567c; Ann. Phys. 192 (1989) 266.
- [25] H. Sorge, Z. Phys. C 67 (1995) 479.
- [26] S. A. Bass et al., nucl-th/9803035.
- [27] K. Werner, Z. Phys. C 42 (1989) 85.
- [28] A. Capella, U. Sukhatme, C. I. Tan und J. Tran Thanh Van, Phys. Rep. 236 (1994) 225.
- [29] B. Anderson, G. Gustafson, Hong Pi, Z. Phys. C 57 (1993) 485.
- [30] Sa Ben-Hao und Tai An, Comp. Phys. Commu. 90 (1995) 121; Phys. Rev. C 55 (1997) 2010; Phys. Lett. B 399 (1997) 29; nucl-th/9804002; nucl-th/9804003; nucl-th/9804004.

- [31] K. Werner, Phys. Lett. B 308 (1993) 372.
- [32] H. Sorge, Phys. Lett. B 344 (1995) 35.
- [33] J. Aichelin und K. Werner, Phys. Lett. B. 300 (1993) 158; K. Werner, Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 1594; Phys. Rev. Lett. 76 (1996) 1027.
- [34] X. N. Wang, und M. Gyulassy, Phys. Rev. D 44 (1991) 3501; Phys. Rev. D 45 (1992) 844.
- [35] A. Shor und R. Longacre, Phys. Lett. B 218 (1989) 100.
- [36] K. Geiger, Phys. Rep. 258 (1995) 237.
- [37] L. W. Nordheim, Proc. Roy. Soc. (London) A119 (1928) 689.
- [38] E. A. Uehling und G. E. Uhlenbeck, Phys. Rev. 43 (1933) 552.
- [39] W. Cassing, K. Niita und S. J. Wang, Z. Phys. A 331 (1988) 439.
- [40] W. Botermans und R. Malfliet, Phys. Rep. 198 (1990) 115.
- [41] T. Kodama et al. Phys. Rev. C 29 (1984) 2146.
- [42] W. Ehehalt, W. Cassing, A. Engel, U. Mosel und Gy. Wolf, Phys. Rev. C 47 (1993) R2467.
- [43] *Review of Particle Properties*, Phys. Rev. D 50 (1994).
- [44] J. Cugnon, T. Mizutani und J. Vandermeulen, Nucl. Phys. A 352 (1981) 505.
- [45] B. Anderson, G. Gustafson und C. Peterson, Phys. Lett. B 69 (1977) 221; Phys. Lett. B 71 (1977) 337.
- [46] X. Artru und G. Mennesier, Nucl. Phys. B 70 (1974) 93.
- [47] T. D. Gottschalk und D. A. Morris, Nucl. Phys. B 288 (1987) 729.
- [48] B. Anderson, G. Gustafson, G. Ingelmann und T. Sjöstrand, Phys. Rep. 97 (1983) 31.
- [49] R. D. Field und R. P. Feynman, Nucl. Phys. B 136 (1978) 1.
- [50] H. U. Bengtsson und T. Sjöstrand, Comput. Phys. Commun. 46 (1987) 43.
- [51] N. K. Glendenning und T. Matsui, Phys. Rev. D 28 (1983) 2890.

- [52] T. Sjöstrand, *A Manual to The Lund Monte Carlo for Jet Fragmentation und e+e- Physics*, nicht veröffentlicht, auf Anfrage vom Autor erhältlich.
- [53] L. Lönnblad, „ARIADNE-4“, preprint, DESY 92-046.
- [54] V. Blobel et al., Nucl. Phys. B 69 (1974) 454.
- [55] C. DeMarzo et.al. Phys. Rev. D 26 (1982) 1019.
- [56] B.Alper et al. Nucl. Phys. B 100 (1975) 237.
- [57] A. Baldini, V. Flaminio, W. G. Moorhead und D. R. O. Morrison, Lundolt-Börnstein, New Series, Vol.12 (1988) (Spriger-Verlag, Berlin).
- [58] J. Geiss, C. Greiner, E. L. Bratkovskaya, W. Cassing und U. Mosel, nucl-th/9803008.
- [59] N. Armesto, M. A. Braun, E. G. Ferreira und C. Pajares, Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 3736.
- [60] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J. P. Wessels und N. Xu, Phys. Lett. B 344 (1995) 43; Phys. Lett. B 365 (1996) 1.
- [61] C. Spieles, H. Stöcker und C. Greiner, Eur. Phys. J. C2 (1998) 351.
- [62] W. Cassing, E. L. Bratkovskaya, U. Mosel, S. Teis und A. Sibirtsev, Nucl. Phys. A 614 (1997) 415.
- [63] T. Kafka et al., Phys. Rev. D 16 (1977) 1261.
- [64] T. Abbott et al., Phys. Rev. C 47, (1993) 1351.
- [65] G. Giacomelli, Int. J. Mod. Phys. A 5 (1990) 223.
- [66] J. T. Balewskiet al.,nucl-ex/9803003.
- [67] W. Oelert, nucl-ex/9803004.
- [68] T. Abbott et al., E802 Koll., Phys. Rev. C 50, (1994) 1024.
- [69] S. H. Kahana, D. E. Kahana, Y. Pang und T. J. Schlagel, Annu. Rev. Part. Sci. 46 (1996) 31.
- [70] Y. Akiba et al., Nucl. Phys. A 610, (1996) 139c.
- [71] L. Ahle et al., Phys. Rev. C 57, (1998) 466.
- [72] W. Ehehalt und W. Cassing, Nucl. Phys. A 602 (1996) 449.

- [73] B. A. Li und C. M. Ko, Phys. Rev. C 52 (1995) 2037.
- [74] J. Baechles et al., Phys. Rev. Lett. 72, (1994) 1419.
- [75] S. E. Vance, M. Gyulassy und X. N. Wang, nucl-th/9802036.
- [76] K. Werner, Phys. Rep. 232 (1993) 87.
- [77] R. Bauer et al., Nucl. Phys A 566 (1994) 87c.
- [78] R. Santo et al., Nucl. Phys A 566 (1994) 61c.
- [79] S.V. Afanasiev et al., Nucl. Phys. A 610 (1996) 188c.
- [80] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing und U. Mosel, Nucl. Phys. A 622 (1997) 593.
- [81] W. Ehehalt, *Transportmodell für Reaktionen schwerer Ionen von SIS- bis SPS-Energien*, Dissertation, Universität Giessen (1995).
- [82] C. A. Ogilvie, für die E866 und E819 Kollaborationen, nucl-ex/9802004.
- [83] C. Bormann et al., J. Phys. G 23 (1997) 1817.
- [84] N. Herrmann, Nucl. Phys. A 610 (1996) 49c; B. Hong et al., FOPI Koll., Phys. Rev C 57 (1998) 244.
- [85] J. Letessier, J. Rafelski und A. Tounsi, Phys. Lett. B 292 (1992) 417; J. Letessier et al., Phys. Rev. D 51 (1995) 3408.
- [86] J. Sollfrank und U. Heinz, *Quark Gluon Plasma 2*, ed. R. C. Hwa, Singapore; World Scientific.
- [87] R. Averbeck, nucl-ex/9803001.
- [88] G. S. F. Stephans und Y. Wu, E859 Kollaboration, J. Phys. G 23 (1997) 1895.
- [89] D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1982.
- [90] NA50 Kollaboration, M. Gonin et al., Nucl. Phys. A 610 (1996) 404c.
- [91] C. Gerschel und J. Hüfner, Z. Phys. C 56 (1992) 71; C. Gerschel, Nucl. Phys. A 583 (1995) 643.
- [92] D. Kharzeev, Nucl. Phys. A 610 (1996) 418c.

- [93] J. P. Blaizot und J. Y. Ollitrault, Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 1703; Nucl. Phys. A 610 (1996) 452c; Phys. Lett. B 217 (1989) 386.
- [94] C.-Y. Wong, Nucl. Phys. A 610 (1996) 434c.
- [95] S. Gavin und R. Vogt, Nucl. Phys. B 345 (1990) 104; S. Gavin, H. Satz, R. L. Thews, und R. Vogt, Z. Phys. C 61 (1994) 351; S. Gavin, Nucl. Phys. A 566 (1994) 383c.
- [96] S. Gavin und R. Vogt, Nucl. Phys. A 610 (1996) 442c; Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 1006.
- [97] A. Capella, A. Kaidalov, A. Kouider Akil, und C. Gerschel, Phys. Lett. B 393 (1997) 431.
- [98] R. Vogt, hep-ph/9708294.
- [99] W. Cassing, W. Ehehalt, und C. M. Ko, Phys. Lett. B 363 (1995) 35; W. Cassing, W. Ehehalt, und I. Kralik, Phys. Lett. B 377 (1996) 5; E. L. Bratkovskaya, W. Cassing und U. Mosel; Z. Phys. C 75 (1997) 119; E. L. Bratkovskaya und W. Cassing, Nucl. Phys. A 619 (1997) 413.
- [100] W. Cassing und C. M. Ko, Phys. Lett. B 396 (1997) 39.
- [101] S. Loh, C. Greiner, und U. Mosel, nucl-th/9701062, Phys. Lett. B 404 (1997) 238.
- [102] C. Lourenço, Dissertation, Lisbon 1995.
- [103] S. Frankel und W. Frati, hep-ph/9710532; hep-ph/9710022.
- [104] Tai An, Chao Wei Qin und Yao Xiao Xia, hep-ph/9701207
- [105] D. Kharzeev und H. Satz, Phys. Lett. B 366 (1996) 316.
- [106] K. Tsushima, S. W. Huang und A. Fässler, J. Phys. G 21 (1995) 33; Phys. Lett. B 337 (1994) 245.
- [107] A. Sibirtsev, W. Cassing und C. M. Ko, Z. Phys. A 358 (1997) 101.

# Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Dr. Wolfgang Cassing für seine Unterstützung während meiner Promotion. Seine intensive Betreuung und ständige Diskussionsbereitschaft hat wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Ebenso gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme in das Institut und sein stetes Interesse am Fortgang meiner Arbeit. Zudem bedanke ich mich für seine Unterstützung, die es mir unter anderem ermöglicht hat, an wissenschaftlichen Tagungen teilzunehmen.

Bei Herrn Dr. Carsten Greiner möchte ich mich für sein reges Interesse an der Arbeit bedanken. Die umfangreichen Diskussionen mit ihm haben sehr dazu beigetragen, die zentralen physikalischen Fragestellungen bei der täglichen numerischen Arbeit nicht zu vernachlässigen. Auch Frau Dr. Elena Bratkovskaya sei gedankt für die Bereitstellung von Daten, Bildern und vieler Routinen zur Berechnung der  $J/\Psi$ -Teilchen.

Herrn Priv. Doz. Dr. Horst Lenske möchte ich für die gute Zusammenarbeit bei meiner Tätigkeit als Systemadministrator danken.

Ich danke allen Mitgliedern des Institutes für die angenehme Arbeitsatmosphäre, insbesondere meinen Zimmerkollegen Klaus und Xu. Auch danke ich allen, die bei Computerproblemen immer ein offenes Ohr hatten und einiges zur Systemadministration beitrugen. Besonders erwähnen möchte ich Thomas Feuster, unseren Linuxexperten Christoph Traxler, Alexander Hombach, Gregor Penner, Dr. Stefan Leupold, Wolfram Peters, Tino Mehlmann, Klaus Schertler und unseren PC-Administrator Frank Hofmann.

Elke Jung und Christiane Pausch sei für ihre administrative Hilfe bei Formularen, Büchern und Leihscheinen gedankt.

Den größten Dank möchte ich meiner ganzen Familie und meinen Eltern für das Verständnis und die Unterstützung während des Studiums und der Promotionszeit aussprechen.