

ENTROPIE

Wachsende Bedeutung in Naturwissenschaft und Informationstheorie Eine Übersicht in Beispielen

WILLI KAFITZ*)

Abstract:

Entropy is far more than a thermodynamic way of structuring things, more than a way of theorizing about the beginning of the imminent Industrial Age in order to build better steam engines with the help of natural sciences. Entropy is a fundamental prerequisite for our way of making sense of the world around us and beyond any natural science. It is a way of going forward into a new digital age by way of cross referencing information theory.

In the chronology from past to future, entropy has a fundamental philosophical meaning. The following text is meant to show the variety of paradigms with the help of examples.

Keywords: entropy, information theory, time's arrow, deterministic chaos

Zusammenfassung:

Entropie ist viel mehr als thermodynamische Strukturierungshilfe, viel mehr als ein Theoriebaustein, um im seinerzeit beginnenden Industriezeitalter durch besseres naturwissenschaftliches Verständnis bessere Dampfmaschinen bauen zu können. Entropie ist grundlegend für unser Weltverständnis, für die innere Ordnung der uns begrenzenden Systeme, wie z.B. Festkörper, Flüssigkeiten, Gase und das über die Naturwissenschaft hinaus. Sie begleitet uns insbesondere in das neue digitale Zeitalter über die verblüffenden Querbeziehungen zur Informationstheorie. In der Abfolge der Zeit von Vergangenheit zu Zukunft hat Entropie eine grundlegende, lenkende, die Entwicklungsrichtung vorschreibende wie auch naturphilosophische Bedeutung.

Der vorliegende Beitrag soll anhand von Beispielen die große Bandbreite an Erklärungsmustern für natürliche Abläufe mit Hilfe der Entropie verdeutlichen.

Schlüsselwörter: Entropie, Informationstheorie, Zeitpfeil, deterministisches Chaos

*) Dr. Willi Kafitz, Rother Weg 3, 35112 Fronhausen, email: willikafitz@web.de

Dieser Beitrag erscheint auch in gedruckter Form in der "Oberhessischen Naturwissenschaftlichen Zeitschrift", Volume 68, Gießen 2020

„Ein- oder zweimal habe ich mich provozieren lassen und die Anwesenden gefragt, wie viele von ihnen das zweite Gesetz der Thermodynamik angeben könnten. Man reagierte kühl – man reagierte aber auch negativ. Und doch bedeutete meine Frage auf naturwissenschaftlichem Gebiet etwa dasselbe wie „Haben Sie etwas von Shakespeare gelesen?“^{1,2}

Charles Percy Snow

„In der Natur nimmt die Entropie die Rolle des Direktors ein, die Energie aber nur die eines Buchhalters.“³

Arnold Sommerfeld

„You should call it entropy. [...] Nobody knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage“⁴

John von Neumann an Claude Shannon

Wenn ich Freunden und Bekannten erklären soll, was Entropie ist, so bemühe ich meist folgende einfache, wenn auch etwas problematische Analogie: *„Stellen Sie sich ein Kinderzimmer vor, in das sich ein Kind für einige Stunden bei geschlossener Tür zum Spielen zurückzieht. Öffnet man nach dieser Zeit die Tür, so wird die Unordnung im Zimmer bestenfalls wie vorher sein. Aber mit großer Wahrscheinlichkeit wird sie steigen.“⁵*

Autor

¹ C.P. Snow, „Die zwei Kulturen. Rede Lecture, 1959“, in Die zwei Kulturen. Literarische und naturwissenschaftliche Intelligenz. C.P. Snows These in der Diskussion, hg. v. Helmut Kreuzer, München 1987, S. 30.

Zitiert nach Richard A. Muller, JETZT – Die Physik der Zeit, deutsche Ausgabe, S. Fischer Verlag 2018, Frankfurt am Main, S. 134.

² Snow-Zitat im größeren Zusammenhang und seine kritische Betrachtung siehe David Oels: Zu einem unpassenden Beispiel in C.P. Snows Zwei Kulturen, https://www.blogs.uni-mainz.de/fb05-sachbuchforschung/files/2015/07/Oels_Zu_Snow_Zwei_Kulturen.pdf

³ Zitiert nach https://www.energieverbraucher.de/de/entropie__2135/

⁴ Zitiert nach Hinrichsen, Haye, Entropie als Informationsmaß, https://www.physik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/11030300/_imported/fileadmin/tp3/ThermoEDynamik/Entropie.pdf

⁵ Entropie kann nicht immer mit Unordnung gleichgesetzt werden. Der Begriff „Unordnung“ kann subjektiv unterschiedlich besetzt sein, z.B. hier im Beispiel bei Kind und Eltern. Entropie und insbesondere Entropieänderung sind aber physikalisch wie mathematisch präzise definiert und messbar, also bestimmbar.

Inhalt

| | |
|--|----|
| Einleitung und Fokus | 4 |
| Der Entropiebegriff in der Thermodynamik | 4 |
| Entropie in der Chemie | 7 |
| Entropie in der Quantenmechanik | 9 |
| Entropie in der Informationstheorie | 15 |
| Der Zusammenhang von Information und Energie | 18 |
| Entropie und Schwarze Löcher | 20 |
| Entropische Gravitation | 23 |
| Zeitverläufe | 25 |
| Deterministisches Chaos | 28 |
| Fazit | 34 |
| Literaturhinweise | 25 |
| Abbildungsnachweise | 37 |
| Danksagung | 37 |
| Faksimile | 38 |

Einleitung und Fokus

Im Internetzeitalter ist es einfach, sich insbesondere über die ursprüngliche Bedeutung von Entropie, ihren wichtigsten Anwendungsbereich, nämlich in der Thermodynamik und sogar über die mathematische Herleitung und Begründung des Entropiebegriffes zu informieren. Das Ziel des hier vorgelegten Beitrags sollte es deshalb vordringlich eben nicht sein, diese leicht zugänglichen Informationen zu liefern, vielmehr soll vor allem die Vielfalt an verschiedenen Fachgebieten thematisiert werden, in denen der Entropiebegriff oder die hinter diesem Begriff stehenden Ideen heute eine Rolle spielen. Dazu sollten einige sehr allgemeine Grundlagen, insbesondere aus der Thermodynamik, genügen, um für weitergehende Betrachtungen eine Basis zu haben. Bewusst wurde hier von „Fachgebieten“ gesprochen, weil mittlerweile der Entropiebegriff auch in Bereichen außerhalb der Naturwissenschaften verwendet wird. Die entscheidende Erweiterung fand zweifellos in der Informationstheorie statt, so dass man von „mathematisch-naturwissenschaftlichen Fachgebieten“ sprechen kann. Aber auch in anderen Wissenschaftsbereichen wird der Begriff Entropie verwendet. So wird z.B. auch ökonomische Knappheit, oder ökonomischer Wert, in einigen Theorien mit Hilfe des Entropiebegriffes erklärt. Diese Anwendungsbereiche sollen hier nicht thematisiert werden. Eine Sonderstellung soll allerdings die Informationstheorie, auch im Hinblick auf kosmologische Themen, bekommen, die hier als Fachgebiet mit einbezogen werden soll.

Der Entropiebegriff in der Thermodynamik

Es war eine grundlegende Erkenntnis, dass bei allen Prozessen nicht einzelne, wohl aber die Summe aller Energieformen vorher und nachher gleich bleiben. Dies ist das Prinzip der Energieerhaltung oder, daraus abgeleitet, der sogenannte 1. Hauptsatz der Thermodynamik, nach dem die Energie in einem abgeschlossenen System konstant ist⁶.

Es fällt auf, dass neben der Möglichkeit Arbeit zu verrichten in der Regel auch Wärme entsteht: Der Motor wird warm, Reibung erzeugt Wärme und auch die

⁶ Man sollte den Energiebegriff präzise definieren. Hier beispielsweise die Definition von Emmy Noether: „Energie ist die Erhaltungsgröße, die dem Fehlen einer expliziten Zeitabhängigkeit in der Lagrange-Funktion entspricht.“ Zitiert nach Müller, Richard A., Jetzt – Die Physik der Zeit, S. Fischer, Frankfurt a. Main, 2018, S. 136.

Brennstoffzelle oder eine Glühbirne wird leider warm oder gar heiß⁷. Diese Tatsache ist technisch mit dem Begriff „Wirkungsgrad“ verbunden.

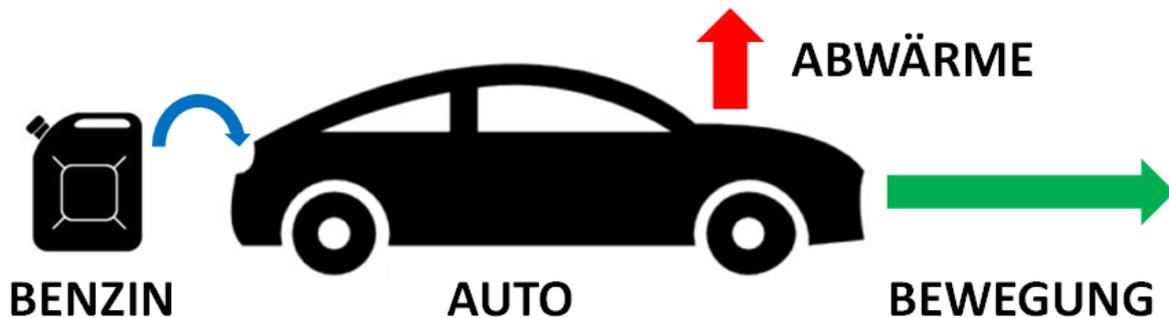


Abb. 1: Einen Wirkungsgrad⁸ von 100% kann es nicht geben. Im Beispiel, das die Abbildung verdeutlichen soll, kann die chemische Energie nicht vollständig in Bewegungsenergie umgewandelt werden (Quelle der Abb. 1: www.gograph.com, de.freepik.com).

Es kann also kein Perpetuum Mobile geben.

In einem geschlossenen System kann zwar keine Energie verloren gehen, aber es ist in der Regel Energie erforderlich, um den ursprünglichen Zustand wieder zu erhalten. Diese Erkenntnisse wurden maßgeblich durch den Begriff der „Entropie“ thematisiert und erlauben quantitative Erkenntnisse, also physikalische Gesetze. Von allen extensiven, von der Größe des Systems abhängigen Variablen der Physik, ist Entropie die einzige nicht direkt messbare Größe. Sie hat die Dimension Joule pro Kelvin. Eine Einsicht lautet: In einem geschlossenen System nimmt die Entropie nie ab, sondern bleibt höchstens gleich oder nimmt bei realen Prozessen in der Regel zu. Entropie ist keine Erhaltungsgröße von Prozessen, aber sie ist wie die Energie eine extensive Zustandsgröße. „Extensiv“ heißt: verdoppelt man die Größe des Systems so verdoppelt sich auch die Energie und die Entropie, im Gegensatz z.B. zu Temperatur oder Druck. Temperatur und Druck nennt man deshalb „intensive Zustandsgrößen“, während Entropie und (Innere) Energie „extensive Zustandsgrößen“ sind, die mit wachsender Größe des Systems ebenfalls größer werden. Die Entropie kann man auch als Maß für die Unordnung in

⁷ Die Beispiele sind nicht äquivalent. Bei Motoren entsteht aus dem chemischen Energieträger Treibstoff neben Bewegungsenergie auch, abgesehen von Heizung, weitgehend unerwünschte Abwärme. Die Glühbirne emittiert dagegen ausschließlich Plancksche Strahlung inkl. infraroter Wärmestrahlung. Die Wärme kann unter Umständen erwünscht sein (Ferkel, Frühchen, Gewächshäuser etc.).

⁸ Als Wirkungsgrad ist hier die Effizienz einer technischen Anlage als Prozentsatz bzgl. Ausnutzung der investierten Energie gemeint.

einem System bezeichnen. Es ist Energie erforderlich, um wieder einen Zustand höherer Ordnung zu erreichen. Damit beschäftigt sich der 2. Hauptsatz der Thermodynamik⁹.

$$S = -k_B \sum_i p_i \ln(p_i)$$

Die Entropie S ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten p_i und deren natürlichen Logarithmus aller möglichen Mikrozustände i . k_B ist die nach Boltzmann benannte Proportionalitätskonstante. S hat die Einheit Joule durch Kelvin.

Entropie ist somit proportional zum Logarithmus der Anzahl möglicher Zustände.

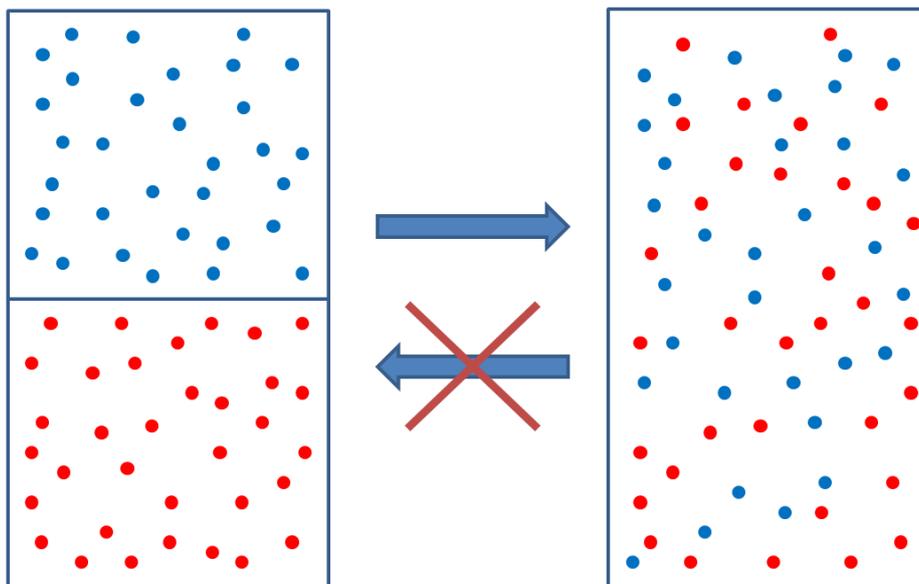


Abb. 2: Vermischung zweier Gase oder Flüssigkeiten als irreversibler Prozess mit einem Endzustand höherer Entropie.

Bei Abbildung 2 soll es sich um ideale Gase handeln, bei denen zwischen den Molekülen keine Anziehungs- oder Abstoßungskräfte wirken. Die Vermischung wird in diesem Fall weder Wärme erzeugen noch verbrauchen. Die Energiebilanz bleibt gleich. Aber die Entropieerhöhung führt zur spontanen

⁹ Als 3. Hauptsatz wird das Postulat von Walther Nernst bezeichnet, dass der absolute Nullpunkt experimentell nicht erreicht werden kann.

Vermischung und macht den Vorgang irreversibel. Fußnote¹⁰ behandelt ein Rechenbeispiel bei der Vermischung von Wasser unterschiedlicher Temperaturen. Auch dieser Prozess ist irreversibel und die Ursache ist die Entropiezunahme.

Entropie in der Chemie

Die Entropie als eine fundamentale thermodynamische Zustandsgröße mit der SI-Einheit¹¹ Joule durch Kelvin spielt in der Chemie und damit auch unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten in der chemischen Verfahrenstechnik eine wichtige Rolle. Allerdings lässt sie sich im Gegensatz zu anderen Zustandsgrößen, wie Volumen oder Temperatur nicht direkt messen. Dabei ist sie eine extensive Größe, d.h. sie ist zur Größe des Systems proportional. Diese Änderungen der Entropie sind für Masse, Stoffmenge oder Volumen noch anschaulich. Für die thermodynamischen Potentiale, wie innere Energie, freie Energie, Enthalpie (früher Wärmehalt) und freie Enthalpie wird es schnell unanschaulich und meist erst in quantitativen Überlegungen beherrschbar. Dabei wird in der Regel versucht, die extensiven Größen in intensive Größen umzuwandeln, indem man sie auf eine bestimmte Masse (spezifische Größe) oder eine bestimmte Stoffmenge (molare Größe) bezieht. So ist zwar das Volumen eine extensive Größe, das molare Volumen stellt im Gegensatz hierzu jedoch eine intensive Größe dar. Im chemischen Rechnen spielt das Mol¹², also die SI-Einheit der Stoffmenge in Gramm des Molekular- oder Atomgewichtes, eine wesentliche Rolle. Sie enthält immer die gleiche Teilchenanzahl eines reinen Stoffes („Avogadro-Konstante“). Sie dient unter anderem der Mengenangabe bei chemischen Reaktionen, kann aber auch in anderem physikalischen Zusammenhang verwendet werden (z.B. Elektronen). Stoffmenge und Teilchenzahl sind dabei direkt proportional und können als Maß für jeweils die andere Größe dienen.

Die Entropie S hat die Einheit der Energie Joule dividiert durch die Einheit der Temperatur Kelvin. Sie gewichtet also thermodynamisch durch die reziproke absolute Temperatur die zu- oder abgeführte Wärme; statistisch beschreibt sie

¹⁰ Ein Kilogramm Wasser besitzt bei 10 °C die Entropie $S = 151 \text{ J/K}$, bei 20 °C $S = 297 \text{ J/K}$, bei 30 °C $S = 437 \text{ J/K}$. 1 kg kaltes Wasser (10 °C) und 1 kg warmes Wasser (30 °C) können bei Berührung spontan in den Zustand 2 kg lauwarmes Wasser (20 °C) übergehen, weil die Entropie des Anfangszustandes ($151 + 437 = 588$) kleiner ist als die Entropie des Endzustandes ($297 + 297 = 594$).

¹¹ französisch „Système international d'unités“

¹² Ein Mol eines Stoffes enthält definitionsgemäß genau $6.02214076 \cdot 10^{23}$ Teilchen (Avogadro-Konstante).

die Zahl der Mikrozustände, z.B. genormt durch das Mol als Einheit, in dem beobachteten Makrozustand.

Vergleichsweise selten stellen sich Fragen, die sich alleine auf Entropieänderungen ΔS bei chemischen Reaktionen beziehen. Beispiele dafür sind:

fester Stoff (s) gelöst in Flüssigkeit (l) $\rightarrow \Delta S > 0$

Gas (g) gelöst in Flüssigkeit (l) $\rightarrow \Delta S < 0$

Auch wenn die Teilchenzahl kleiner wird, ist dies mit einer geringeren Entropie verbunden:

$2 \text{CO}_{(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow 2 \text{CO}_{2(g)}$ hat zur Folge $\Delta S < 0$ ¹³

Es sind meist Fragen im Zusammenhang mit anderen Zustandsgrößen, wie Enthalpie (H), freie Reaktionsenthalpie (G), Volumen (V), Druck (P), Temperatur (T) etc. und Fragen nach dem Reaktionsverlauf und der Reaktionskinetik (exotherm, endotherm, exergon, endergon¹⁴, etc.), die in der Summe Aussagen zu einer chemischen Reaktion erlauben.

So läuft die Knallgasreaktion

$2 \text{H}_{2(g)} + \text{O}_{2(g)} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

spontan ab, obwohl die Ordnung im System zunimmt. Hier ist ΔH so stark negativ, dass es die freie Reaktionsenthalpie ΔG und die Entropieabnahme ΔS mehr als ausgleicht.

¹³ (s)=solid, (l)=liquid, (g)=gas

¹⁴ Begriffsdefinitionen siehe wikipedia.org: Z.B. ist eine chemische Reaktion exotherm, wenn sie mehr Energie freisetzt, als ihr zunächst als Aktivierungsenergie zugeführt wurde. Die Produkte einer exothermen Reaktion haben eine geringere Enthalpie als die Ausgangsstoffe; die Reaktionsenthalpie einer exothermen Reaktion ist also negativ.

Chemische Reaktionen werden in Bezug darauf, ob die freie Enthalpie G der an der Reaktion R beteiligten Komponenten ab- oder zunimmt, als exergone oder endergone Reaktionen bezeichnet:

exergon: $\Delta_R G < 0$

endergon: $\Delta_R G > 0$

Die Enthalpie, früher auch Wärmeinhalt, eines thermodynamischen Systems ist die Summe aus der inneren Energie des Systems und dem Produkt aus Druck und Volumen des Systems: Sie hat die Dimension der Energie und wird in der Einheit Joule gemessen.

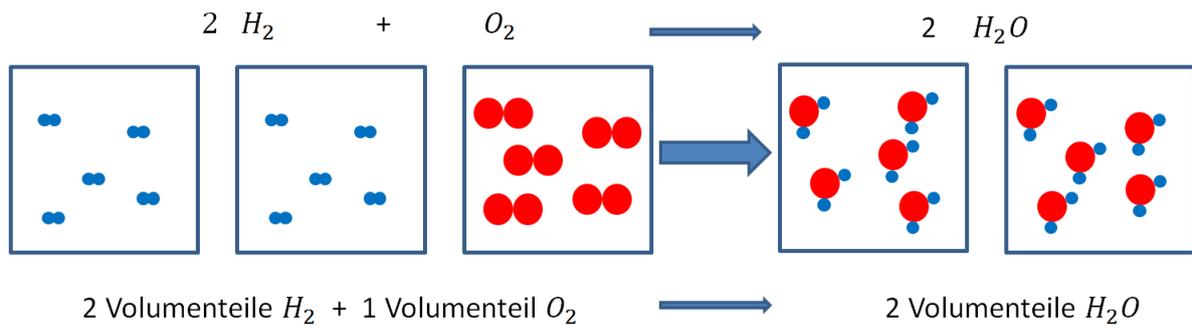


Abb. 3: Erst das Zusammenspiel mehrerer Zustandsgrößen und ihr jeweiliger quantitativer Beitrag erlaubt Aussagen über den Reaktionsverlauf.

Die Entropie spielt also eine wichtige Rolle in der Chemie, aber immer im Zusammenhang zu anderen Zustandsgrößen und Rahmenbedingungen.

Entropie in der Quantenmechanik

Die Quantenmechanik entstand durch viele Implikationen aus der Thermodynamik. Dies gilt auch für den Beginn der Quantenmechanik durch die Untersuchungen der Schwarzkörperstrahlung durch Max Planck. Die Entropiedichte dieser Hohlraumstrahlung leitet sich direkt aus ihrer Photonendichte ab¹⁵. Er musste im Widerspruch zur klassischen Physik gequantelte Energiezustände, genannt Quanten, annehmen und eine neue Naturkonstante h einführen, die jetzt seinen Namen trägt. Erst der indische Physiker Bose hat Plancks Formel ohne Rückgriff auf die klassische Physik abgeleitet.

Die roten und blauen Kugeln in Abbildung 2 sollen Moleküle oder Atome von unterschiedlichen Gasen oder Flüssigkeiten symbolisieren, die unter gleichen Druck- und Temperaturbedingungen sich zunächst in getrennten Behältern befinden. Entfernt man die Zwischenwand, so durchmischen sich die Gase und es entsteht ein Zustand höherer Entropie. Enthalten beide Behälter gleiche Gase, so sollte kein Entropieanstieg vorliegen. Die Trennwand kann jederzeit wieder eingezogen werden. Makroskopisch gelten die klassischen thermodynamischen Überlegungen. Mikroskopisch mischen sich aber die Moleküle individuell und es würden deshalb unabhängig, ob es verschiedene oder gleiche Gase sind, mehr Mikrozustände geben und damit eine

¹⁵ Man kann folgern, dass Lichtmenge nach Planck einerseits und Entropiemenge nach Clausius andererseits ein Maß für dieselbe Größe ist. Ein thermisches Gleichgewicht zwischen zwei Körpern stellt sich sowohl durch thermischen Kontakt als auch durch Wärmestrahlung ein. Man müsste deshalb nicht physikalisch zwischen Entropie- und „Lichtteilchenstrom“ unterscheiden. Bei „Wärmeleitung“ ist der Entropiestrom äquivalent zu einem „Lichtteilchenstrom“.

Entropiezunahme bei der Vermischung – im Widerspruch zur Thermodynamik und zum Experiment.

Unter dem Gesichtspunkt, der nur die Anzahl an unterschiedlichen Mikrozuständen zählt, führen also Entropiebetrachtungen bei der Vermischung der Gase zum Widerspruch, wenn es sich um gleiche Gase unter gleichen Bedingungen in den beiden Behältern handelt. Hier braucht man einen Korrekturfaktor, der nach Josiah Willard Gibbs benannt wurde, dem dies zum ersten Mal aufgefallen ist. Er beträgt

$\frac{1}{N!}$ N ist die Teilchenzahl und das Symbol „!“ bezeichnet die Fakultätsfunktion, wobei $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$ bedeuten soll.

$N!$ ist die Anzahl an Permutationen von N Objekten ohne Wiederholung¹⁶. Die Fakultätsfunktion kommt oft in der Wahrscheinlichkeitsrechnung vor. Der Faktor $\frac{1}{N!}$ bewirkt also, dass bei der Anzahl an Mikrozuständen die ununterscheidbaren Zustände nicht einzeln mitgezählt werden sollen. Er muss in allen Bereichen der statistischen Mechanik angewendet werden, damit die experimentellen Ergebnisse erklärt werden können. Das ist die heuristische Begründung, unabhängig von klassischer oder quantenmechanischer Sichtweise.

Bezogen auf die Entropie mündet sowohl die heuristische Argumentation über den Gibbsschen Korrekturfaktor, als auch die streng mathematische Herleitung in das Ununterscheidbarkeitspostulat bei Einzelteilchenbetrachtungen, um Experiment und mathematische Beschreibung in Einklang zu bringen. Es besagt, dass Teilchenpermutationen gleicher Teilchen immer auf einen Zustand führen, der physikalisch ununterscheidbar vom ursprünglichen Zustand ist. Eine Messung kann beide Zustände nicht unterscheiden¹⁷.

Auf der Mikroebene sollte man ununterscheidbare Objekte etwas genauer beleuchten. Was macht die Ununterscheidbarkeit aus?

Misst man z.B. bei einzelnen Molekülen, Atomen, Elektronen, Neutronen oder Protonen die Masse oder die Ladung, so wird man immer exakt die gleichen Werte erhalten. Darüber hinaus kann man jedes Quantenobjekt durch einen Satz an „Quantenzahlen“ beschreiben. Dies sind Angaben über eindeutig

¹⁶ Beispiel jeweils 10 Teilchen in jedem Behälter: Anzahl Permutationen bei 10: $10! = 3628800$; bei 20 wären es: $20! = 2432902008176640000$

¹⁷ Mathematisch wird dies über die algebraische Permutationsgruppe aus N Elementen deutlich. Sie hat die Dimension $N!$ und ist für $N > 2$ nicht-abelsch. Dabei gibt es eine kommutative Beziehung zwischen Messobservable und Permutationsoperator, die zur Ununterscheidbarkeit führt.

messbare, kommensurable Zustände eines Quantenobjektes. D.h. sie müssen unabhängig voneinander beliebig genau gemessen werden können¹⁸. Quanten mit gleichen „Quantenzahlen“, von denen allein ein im Atom gebundenes Elektron mehrere besitzt, sind absolut gleich. Sie beschreiben die Eigenzustände und zwar äquivalent als Zustandsvektor oder in Form einer Wellengleichung („Schrödinger-Gleichung“). Dabei gibt es durchaus Differenzierungen, z.B. zwischen zwei Elektronen. So besitzt ein Heliumatom zwei Elektronen. Sie besetzen die unterste „Schale“ („K-Schale“), das sogenannte s-Orbital. Sie unterscheiden sich aber im Spin, einer Art Drehimpuls. Dabei ist eines „rechtsdrehend“ und das andere „linksdrehend“, aber der absolute Wert des Spins ist immer gleich, nämlich $\pm \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$. h ist das eingangs genannte Plancksche Wirkungsquantum. Die Spinquantenzahl ist definiert als $+\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$ (ohne $\frac{h}{2\pi} := \hbar$, gesprochen h quer) und repräsentiert den oben genannten Messwert. Dies reicht jedoch nicht, um den beiden Elektronen eine Individualität zuzusprechen. Schließlich sind auch alle Heliumatome mit ihrem Kern aus zwei Protonen und (zu 99,9998%) zwei Neutronen sowie der beiden Elektronen in der Elektronenhülle ununterscheidbar. Im Gegenteil, in einem Atom müssen sich zwei Elektronen mindestens bei einer Quantenzahl unterscheiden, da die Besetzung sowohl des Spins als auch der höheren Schalen/Orbitale einer gewissen Reihenfolge unterliegt („Paulisches Ausschließungsprinzip“). Der Grundzustand ist immer der energetisch günstigste Zustand. Doch auch da gibt es keinen individuellen Spielraum für die Teilchen. Wird ein Elektron angeregt und besetzt eine höherliegende Schale, so ist immer ein exakt gleicher Energiebetrag nötig, der auch wieder in Form von Photonen, also Strahlung einer wohldefinierten Frequenz, emittiert wird, wenn das Elektron den Anregungszustand wieder verlässt. Auch dabei sind die Messwerte immer gleich. Es gilt: Quantenobjekte, die man unter gleichen Rahmenbedingungen untersucht, sind ununterscheidbar.

Wenn es um die Quantenmechanik von Mehr-Teilchen-Systemen geht, auch von gleichartigen Teilchen, muss man sich zunächst die grundsätzlichen Anwendungsbereiche von Thermodynamik und Quantenmechanik vor Augen halten. Die nächsten Zeilen sollen das in verkürzter, prinzipieller Form leisten und die wesentlichen Unterschiede erkennen lassen.

¹⁸ Das Gegenteil ist inkommensurabel oder komplementär. Die Möglichkeiten ihrer Bestimmung werden durch die (erweiterte) Heisenbergsche Unschärferelation abgeschätzt. Seien A und B komplementär, so ist $\Delta A \cdot \Delta B \sim h$, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist.

Die Thermodynamik beschreibt die Zustände zwischen Systemen in Bezug auf die makroskopischen Variablen Temperatur-, Druck- und Volumenänderung und die Zusammenhänge zwischen diesen drei Variablen. Je nachdem wie man eine oder mehrere Variable ändert, kann man Reaktionen des Systems auf der makroskopischen Ebene messen. Über die Messergebnisse lassen sich Zustandsgleichungen ermitteln und damit Zusammenhänge zwischen den Variablen darstellen. Insbesondere Temperatur und Druck stellen einen Mittelwert dar. Sie ordnen Makrozuständen, gemittelt über viele Mikrostände, einen Wert zu (bei der Temperatur genannt Grad Kelvin). Des Weiteren ist schon aus historischen Gründen die Umwandlung von Wärme z.B. in elektrische Energie oder Arbeit (oder umgekehrt) Thema der Thermodynamik. In der Thermochemie geht es insbesondere um thermische und chemische Energie, wie diese zusammenhängen und wie diese Energieformen ineinander umgewandelt werden können. Bei allen diesen Bereichen handelt es sich um makroskopische Problemstellungen, die eine große Summe an mikroskopischen Zuständen umfassen, aber deren Moleküle oder Atome in den mikroskopischen Zuständen nur mittelbar interessieren. Die Entropie ist dabei nicht direkt messbar, wohl aber indirekt genau bestimmbar.

Die Quantenmechanik ist eine Theorie, die die gesamte Materie und Strahlung im Fokus hat und das theoretisch auch auf allen Skalen. Sie zielt auf eine Beschreibung der Welt als Ganzes mit all ihren heutigen physikalischen Gesetzen. Doch dieser allumfassende Ansatz stößt in der Praxis an Grenzen. Gleichungen, die über einfache Systeme hinausgehen, lassen sich schon nicht mehr genau lösen. Eine „Quantisierung“ wichtiger „klassischer“ Theorien, wie der allgemeinen Relativitätstheorie, ist noch nicht gelungen. Physikalische Fragen müssen also auch weiterhin mit Gesetzen erklärt werden, die dem jeweiligen Skalenbereich angemessen sind.

Trotzdem hat die Quantenmechanik oder Quantentheorie Anfang des letzten Jahrhunderts eine Revolution in der Physik und später in der Technik ausgelöst und hat immer mehr Erkenntnisse über die kleinsten Teilchen und ihren Wechselwirkungen offenbart. Ihre Stärke liegt also Stand heute vor allem bei der Erklärung einzelner Quanten, wie Elektronen, Protonen und Neutronen, ihrem Verhalten in einzelnen Systemen, wie Atomen und Molekülen, sowie ihren Wechselwirkungen.

Dabei zeigt sich, dass man über die klassische Physik mit der mathematischen Beschreibung makroskopischer Systeme hinausgehen muss. Die Teilsysteme¹⁹ (Elementarteilchen, Atome, Moleküle, etc.) sind nicht

¹⁹ Das Kapitel Entropie in der Quantenmechanik und insbesondere die folgenden Abschnitte wurden stark geprägt von Friebe, Cord, Kuhlmann, Meinard, Lyre, Holger, Näger, Paul, Passon, Oliver, Stöckler, Philosophie der Quantenphysik, Springer

unabhängig; sie korrelieren. Das muss nicht mit einer Energiedifferenz ΔE für eines der Teilsysteme verbunden sein. Aber die Wechselwirkung ist Kräften unterworfen, die nur quantenmechanisch erklärbar sind. Die Kräfte werden durch Austauschteilchen („Bosonen“) vermittelt.

Es sei hier schon erwähnt, dass in den letzten Jahrzehnten die Quantentheorie auch Basis vieler Forschungen in Astronomie und Kosmologie wurde²⁰.

Die Konsequenzen der Abgrenzung zwischen den Erklärungsschwerpunkten der Thermodynamik und der Quantenmechanik sollen hier kurz skizziert werden, weil damit ein wichtiges Phänomen auf der Quantenebene erläutert werden kann. Der Entropiebezug zeigt sich dann auf den 2. Blick.

In der klassischen Physik bewegt sich ein Teilchen lediglich in einem Zustandsraum mit 3 Orts- und drei Impulskoordinaten (\mathbb{R}^6). Bei N Teilchen wächst die Dimension des Zustandsraumes und stellt z.B. im Fall N=2 einfach die Menge aller geordneten Paare dar. Die physikalische Interpretation bedeutet, dass alle Teilsysteme unabhängig voneinander sind bzw. mathematisch unabhängig behandelt werden können. Wieviel Bewegungsenergie in innere Energie umgewandelt wird, ist das Maß an klassischer Wechselwirkung zwischen den Teilchen. Zumindest bei einem idealen Gas kann man sich auf elastische Stöße zwischen den Molekülen konzentrieren. Es geht dabei immer um makroskopisch messbare Effekte.

Bei der elektromagnetischen Wechselwirkung in ihrer quantenmechanischen Beschreibung bewirkt der Austausch von Photonen z.B. die abstoßende Kraft zwischen zwei Elektronen. Eine sehr einsichtige Darstellung sind sogenannte Feynman-Diagramme (siehe Abb. 4, die Zeitachse läuft von unten nach oben. Die Wechselwirkung wird durch Austausch eines virtuellen Photons γ vermittelt.) Die mathematische Beschreibung muss dies berücksichtigen bzw. offenbart erst die Gesetze in der physikalischen Realität auf der Quantenebene^{21,22}. Die Korrelationen müssen sich in den mathematischen

Spektrum, Heidelberg 2015, S. 79 ff. Die folgende Anmerkung ist vor allem in der mathematischen Notation fast wörtlich übernommen, entspricht aber der üblichen Konvention.

²⁰ Eine quantenmechanisch motivierte Entropiedefinition müsste berücksichtigen, dass Mengengrößen wie Stoff und Ladung, grundsätzlich quantisiert auftreten. Die Planckschen Erkenntnisse zeigen, dass die Photonendichte der Hohlraumstrahlung direkt proportional zu ihrer Entropiedichte ist und als Produkt mit der Boltzmann-Konstante die thermodynamisch begründete Entropie ergibt. Man könnte daraus den Schluss ziehen, dass Photonen die „Entropiequanten“ sind.

²¹ Die mathematische Beschreibung muss wegen Korrelationen über das Tensorprodukt ihrer Hilberträume gehen. Es seien $\{\vec{e}_i\}$ und $\{\vec{h}_j\}$ Basissysteme zweier n- und m-dimensionaler Hilberträume \mathcal{H}_n und \mathcal{H}_m . Mit $\mathcal{H}_n \otimes \mathcal{H}_m$ bezeichnet man das

Beziehungen zwischen den Zuständen der nun nicht mehr unabhängigen Teilchensysteme widerspiegeln.

Mathematisch heißt dies, dass im allgemeinen Fall der Gesamtzustand eine Überlagerung der einzelnen Zustände ist. Das ist ähnlich zur Überlagerung in der klassischen Wellenlehre, mit dem Unterschied, dass der durch eine Welle

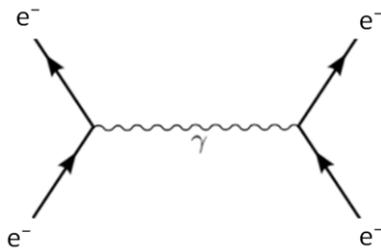


Abb. 4: Feynman Diagramm der Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen e^- .

beschriebene Einzelzustand in der Quantenmechanik noch keine reale Bedeutung hat, sondern ihn erst durch eine auf diesen Zustand zugeschnittene Messung bekommt. Dadurch sind bestimmte andere Messungen nicht mehr möglich. Physikalisch drückt sich das in einem besonderen Phänomen in der Quantenmechanik aus, der sogenannten Verschränkung. Sie führt dazu, dass man verschränkten Teilchen keinen eigenen Zustand zuordnen kann, sondern nur dem ganzen System verschränkter Teilchen. Die Verschränkung wird erst

bei einer Messung aufgehoben und dabei offenbaren sich instantan, also unmittelbar über beliebige Entfernungen, Eigenschaften der anderen, damit verschränkten Teilchen. Wie weiter unten beschrieben werden wird, steht dies nicht im Gegensatz zur speziellen Relativitätstheorie und es können keine Informationen schneller als das Licht übermittelt werden. Allerdings ist dieser nichtlokale Aspekt der Quantenmechanik oder allgemeiner der Quantentheorie nach wie vor eine Zumutung für den sogenannten gesunden Menschenverstand.

Die Definition der Entropie S bleibt unabhängig von der klassischen oder der quantenmechanischen Sicht und ist in der Quantenmechanik ebenfalls eine Summe, die sich über die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Mikrozustände

Tensorprodukt der beiden Vektorräume. Es hat die Dimension $n \cdot m$ und wird von den Basisvektoren $\vec{e}_i \otimes \vec{h}_j$ aufgespannt. Die höhere Dimension und die Besonderheiten des nicht-kommutativen Tensorproduktes führen zu gravierenden Gegensätzen zur klassischen Physik. Ein allgemeiner Vektor $\vec{\psi} = \sum_{i,j} \alpha_{ij} \vec{e}_i \otimes \vec{h}_j$ eines Tensorproduktraumes lässt sich nicht als Produkt der Basisvektoren \vec{e}_i und \vec{h}_j , sondern nur als lineare Superposition schreiben.

²² Siehe dazu genauer: Max Born, Die Quantenmechanik und der 2. Hauptsatz, der Thermodynamik, Annalen der Physik, 438/1, 1948, S. 107-114. Dort findet sich auch ein Hinweis auf die offenbar erste Publikation zu diesem Thema von Wolfgang Pauli, Festschrift zum 60. Geburtstag von Arnold Sommerfeld, 1928, Hirzel-Verlag.

im Makrozustand errechnen lässt. Beim Begriff der „quantenmechanischen Zustände“ ist allerdings Vorsicht geboten. Sie sind Ausdruck unterschiedlicher Interpretationen der Quantenmechanik. So propagiert z.B. die „Kopenhagener Deutung“, die auf Niels Bohr und seine Schüler zurückgeht, ein neues physikalisches Weltbild ohne Determinismus und Kontinuität. Hinter unterschiedlichen Interpretationen der Quantenmechanik stecken tiefgreifende, erkenntnistheoretische Positionen über das, was „Realität“ bedeutet.

Die Entropie S kann man somit als ein Maß für die Information betrachten, die fehlt, in dem man zwar den überlagerten Zustand kennt, aber nicht die zugrunde liegenden Mikrozustände²³. Dieses Ergebnis führt zum nächsten Kapitel.

Entropie in der Informationstheorie

In einem System ist die Information H bzw. die Entropie S die minimale Menge an Information, um dessen Zustand vollständig charakterisieren zu können. Wird das System komplexer, erhöht sich der Informationsbedarf über das System und damit die Entropie. Information ist in der Informationstheorie eng verbunden mit Komplexität. Komplexität steht umgangssprachlich auch für Unübersichtlichkeit. Dies gilt auch in einer (zeitlichen) Entwicklung. Umso komplexer, umso weniger Information hat man nach einer gewissen Zeit über das System. Ein Teilbereich oder eine Komponente eines komplexen Systems ist nicht einem übergeordneten Regelwerk unterworfen, sondern folgt lokalen Regeln. Dies ist in der Thermodynamik auch der Fall. Selbst wenn der Ausgangszustand bekannt ist, so finden auf dieser lokalen Ebene ständig Vorgänge bzw. Übergänge statt. Diese folgen im Detail keiner Vorzugsrichtung, sind also symmetrisch. Aber nach einer großen Zahl an zufälligen Übergängen geht immer mehr Information über den Ausgangszustand verloren oder, umgekehrt formuliert, ist immer mehr Information erforderlich, um wieder die ursprüngliche Ordnung zu beschreiben. Man spricht vom „random walk“, wenn z.B. ein Teilchen einen stochastischen, scheinbar vom „Zufall“²⁴ bestimmten Weg aus verketteten Einzelabschnitten zurücklegt. Das abgeschlossene System insgesamt wird in seinem

²³ Vergleiche auch Begriffe wie Dichteoperator, von-Neumann-Entropie, etc. Die von Neumann Entropie (dimensionslos) wurde über quantenmechanische Überlegungen entwickelt und ist dann identisch mit der informations- theoretisch definierten Shannon-Entropie, wenn sie mit einer Konstante der Dimension $\frac{J}{K}$ (analog Boltzmann-Konstante k_B), multipliziert wird.

²⁴ Zur Abgrenzung von „Nicht-Vorhersagbarkeit“ und „Zufall“ siehe Kapitel „Deterministisches Chaos“.

Zustandsraum immer unbestimmter. Die Entropie nimmt mit großer Wahrscheinlichkeit zu²⁵.

Entropie in der Informationstheorie hat somit ebenfalls eine grundsätzliche Bedeutung. Information (in seiner gebräuchlichen Einheit Bit), Energie und Entropie können in einem engen Bezugsrahmen beschrieben werden (s.u.).

Es war Claude Elwood Shannon, der die Informationstheorie auf eine mathematische Grundlage gestellt hat. Er hat dazu in seinen Denkmodellen den Computer als Maschine vorweg genommen, die eine Information in endlich vielen Schritten darstellen kann.

Seine zentrale Definition ist das Bit als kleinste Informationseinheit – ein Begriff, der kaum in seiner Bedeutung unterschätzt werden kann. Auch die Entropie, die vor ihm bisher nur in der Physik betrachtet wurde, bezog Shannon in seine Überlegungen ein²⁶. Es gibt aber keine abstrakte Information, in dem Sinne, dass Information eine sozusagen geistige Substanz ist. Information benötigt einen Informationsträger und somit immer einen Bezug zur physikalischen Welt. In diesem Sinne wurden die grundlegenden Prinzipien der Informationstheorie von Claude E. Shannon erarbeitet und die Entropie aus der Thermodynamik quantitativ analog in die Informationstheorie übertragen. Shannon verstand dabei Entropie als Maß an Komprimierbarkeit für Informationen, insbesondere zum Zwecke der Datenübertragung. Die Einheit des Informationsgehaltes wurde Claude Shannon zu Ehren „Shannon“ genannt. Ebenso geht die Shannonsche Entropie nicht ins Detail zu kleinsten Informationsobjekten, die sich mit einem Bit codieren lassen. Nur der durchschnittliche Informationsgehalt ist maßgeblich. D.h. wenn es eine normierbare Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\underline{x})$ für einen Satz von Ordnungsparametern der Länge d gibt, so ist die Entropie H (H nicht S nach Shannon) sozusagen die Menge an „Zufall“ oder besser „Unbestimmtheit“ im System. Die Analogie zur Thermodynamik wird besonders im Fall diskreter

²⁵ Hinrichsen rechnet am Beispiel von einem Mol Helium in einem Behälter bekannter Größe über typische Impulse bei Raumtemperatur das Phasenraumvolumen aus. Daraus kann man die Information in Bit abschätzen, die nötig ist, um den Quantenzustand eines einzelnen Teilchens zu kennen. Sie muss wegen der Ununterscheidbarkeit durch die Anzahl der möglichen Permutationen der Avogadro-Konstante bereinigt werden und beträgt ca. 22 Bit. Das ganze Mol Helium von ca. 22,4 Liter hat einen Informationsgehalt von $1,3 \cdot 10^{25}$ Bit. Das ist ca. 5.000 mal mehr, als die Speicherkapazität aller bislang produzierten Speichermedien.

(https://www.physik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/11030300/_imported/fileadmin/tp3/ThermoEDynamik/Entropie.pdf)

²⁶ Der Boltzmannsche Beweis umfasst 20 Druckseiten. Über die Informationstheorie lässt sich eine analoge Aussage, die dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik entspricht, wesentlich leichter beweisen.

Variablen deutlich. Nummeriert man sie mit $i=1, 2, \dots, s$ und ordnet ihnen Wahrscheinlichkeiten p_i zu, so ist die Shannon-Entropie definiert als

$$H = - \sum_{i=1}^s p_i \ln p_i$$

Ebeling et.al. fassen die Überlegungen wie folgt zusammen²⁷: *Die statistische Entropie des Makrozustandes entspricht der Information, die notwendig ist, um den Mikrozustand aufzuklären.*

Je mehr Information über ein System vorliegt, umso bestimmter ist sein Zustand.

Je größer die Unbestimmtheit, desto größer ist die Entropie. Sie ist ebenso wie in der Boltzmannschen Thermodynamik ein Ordnungsmaß, proportional zum Logarithmus der Zahl der möglichen Mikrozustände.

Da, wo die individuelle Komprimierbarkeit verlangt ist, ist dies unbefriedigend.

Diese Aufgabe löst die Kolmogorov-Komplexität. Sie wird oft algorithmische Komplexität oder, wegen des Bezugs zu Entropie, auch algorithmische Entropie genannt. Information lässt sich grundsätzlich binär codieren und im Prinzip auf eine binär codierte Zeichenkette reduzieren. Um diese darzustellen, ist ein Programm erforderlich, das die Position jedes Bits, also jeder 0 oder 1 in der Kette, im Detail berücksichtigt. Das kürzeste Programm definiert die Kolmogorov-Komplexität einer Information. Ist die (binäre) Zeichenkette vollkommen zufällig, lässt sich die Information nicht weiter komprimieren. Man kann es sich als geschickt gestellte Folge von Fragen vorstellen, die jeweils mit Ja oder Nein zu beantworten sind. Obwohl jede beliebige, endliche Zahlenfolge in den Nachkommastellen der Kreiszahl π gefunden werden kann²⁸ und somit scheinbar „zufällig“ verteilt ist, ist π jedoch durch ein einfaches Programm darstellbar²⁹.

Leonhard Suskind kommt über informationstheoretische Überlegungen zu einer adäquaten Definition der Entropie: *Die Entropie ist ein Maß der Zahl von Anordnungen, die einem bestimmten erkennbaren Kriterium entsprechen.* Lautet das Kriterium, dass es (z.B.) 65 Bits gibt, so ist die Zahl der Anordnungen 2^{65} , siehe³⁰.

²⁷ Ebeling, W. et.al., Komplexe Strukturen: Entropie und Information, B.G.Teubner, Stuttgart-Leipzig, 1998, S. 36f

²⁸ Man kann es z.B. mit dem Geburtsdatum ausprobieren: <http://www.angio.net/pi/> Mein 8-stelliges Geburtsdatum kommt als Zahlenstring in den ersten 200 Millionen Nachkommastellen von π dreimal vor.

²⁹ <https://de.wikipedia.org/wiki/Dezimalsystem#Dezimalbruchentwicklung>

³⁰ Suskind, Leonhard, Der Krieg um das Schwarze Loch, Suhrkamp 2010, S. 154

Lee Smolin verbindet in seiner Definition der Entropie die Physik und Informationstheorie:

Zitat:

Entropie: Ein Maß für die Unordnung eines physikalischen Systems, das mit der Information verknüpft ist, die in den genauen Werten seiner mikroskopischen Freiheitsgrade steckt.

Der Zusammenhang von Information und Energie

Bedeutende Physiker glauben, dass Information nicht nur ein abstrakter Begriff ist, sondern als Grundbaustein unserer Welt betrachtet werden sollte³¹. Dazu gehört vor allem John A. Wheeler, akademischer Lehrer vieler Nobelpreisträger. Von ihm stammt die Phrase „it from bit“, die dies verdeutlichen soll³²; (mehr dazu im Abschnitt „Entropische Gravitation bzw. Holographisches Prinzip“). Allerdings gibt es Informationen, die keinen Sinn ergeben („statistische Information“) oder solche, die einen Sinn im Sinne einer mathematisch reduzierbaren Regelmäßigkeit ergeben. Ein plakatives Beispiel verwendet Sedlacek³³. Man betrachte zwei Zahlenfolgen F1 und F2

$F1 = \{01010101010101010101\}$

$F2 = \{10011010111101000100\}$

Man erkennt bei F1 sofort die Regelmäßigkeit. Ein Informatiker würde F1 als Bitfolge mit deutlich geringerem Aufwand darstellen – man braucht dazu nur 6 Bit.

Sie entsprechen 6 geschickt gestellten Ja/Nein-Fragen, ob nun eine Null oder eine Eins folgt, nämlich 2 Bit für 01 und 4 Bit für die 10-malige Wiederholung. F2 mit seinen ebenfalls 20 Zeichen

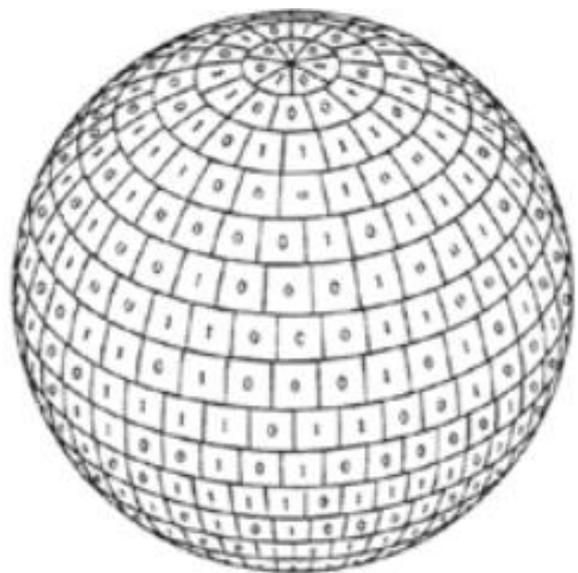


Abb. 5: Verdeutlichung von Wheelers „it from bit“. Entropie als Information proportional zur Oberfläche.

³¹ <https://www.heise.de/tp/features/Es-stellt-sich-letztlich-heraus-dass-Information-ein-wesentlicher-Grundbaustein-der-Welt-ist-3448658.html>

³² Quelle der Grafik: John A. Wheeler, The Search for Links, <https://philpapers.org/archive/WHEIPQ.pdf>, Figure 19.1, S. 312 reproduced from Proc. 3rd Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics, Tokyo, 1989, pp.354-368

³³ Sedlacek, Klaus-Dieter, Äquivalenz von Information und Energie, Books on Demand (BoD) Norderstedt, 2017, S. 12.

dagegen lässt sich nicht weiter reduzieren. Hier benötigt man die vollen 20 Bit.

Der Logarithmus der Anzahl an Mikrozuständen multipliziert mit der Boltzmann-Konstante erweist sich als die thermodynamische Entropie. Diese Anzahl ist andererseits die unbekannte Entropie in Bit. Entropie ist hier definiert als Maß für den mittleren Informationsgehalt eines Zeichens. Beim Vergleich ist allerdings Vorsicht geboten. Boltzmann bezog sich auf Physik, Shannon machte dagegen zunächst rein mathematische Überlegungen. Doch die Anzahl der Mikrozustände, die Boltzmann mit großem Aufwand untersucht hat, erweist sich als die unbekannte Information in Bit³⁴. Da die thermodynamische Entropiedifferenz äquivalent zu einem Energiebetrag ist und die Information in Bit äquivalent zur Entropie, ist somit die Informationsdifferenz äquivalent zu einer Energiemenge. Bei der Entropie ist die Äquivalenz unmittelbar einsichtig, bei Information und Energie bedarf es jedoch einer genauen physikalisch begründeten Zuordnung zwischen beiden Begriffen.

Die Definitionen von Suskind oder Smolin verbinden somit Thermodynamik und Informationstheorie³⁵, beziehen sich jedoch nur auf die Entropie.

Erst in einem physikalischen Rahmen lassen sich Information, Entropie und bedingt auch Energie als Äquivalenzbeziehung charakterisieren.

Allerdings reicht dies noch nicht für eine Gleichsetzung aus. Diese geht erst nach Pagel³⁶ dann hervor, wenn Information als dynamische Größe Bit/s („Bit pro Sekunde“) definiert und physikalisch begründet, also objektiviert wird. Man kann es plakativ damit verdeutlichen, dass der Wert von Information auch davon abhängt, wie schnell sie zur Verfügung steht. Die Entropieänderung pro Zeiteinheit ist dann die Informationsmenge, die nötig ist, um in der getakteten Zeiteinheit ständig über den Zustand des Systems informiert zu sein. Dabei kann der Informationsfluss systemübergreifend stattfinden. Pagel leitet über die dynamische Definition der Information aus dem Energieerhaltungssatz einen Informationserhaltungssatz ab³⁷. Die Entropie einer Bitfolge, als Maß ihrer Unbestimmtheit, kann dann in Energie umgerechnet werden, die nötig ist, sie zu übertragen. Die Querbeziehung zur Energie wird also über den Transportaufwand von Information hergestellt.

³⁴ Sedlacek, S. 19

³⁵ Seine Erkenntnisse gehen auf einen freundschaftlichen Wettstreit zwischen ihm und Gerard 't Hooft einerseits und Stephen Hawking andererseits um die Existenz und Natur von Schwarzen Löchern zurück (siehe nächster Abschnitt). Ausgerechnet die Beschäftigung mit den wohl seltsamsten astronomischen Objekten ebnete den Weg, um immer mehr Querbeziehungen zur Informationstheorie zu entdecken.

³⁶ Pagel, Lienhard; Information ist Energie, Springer, Wiesbaden 2013

³⁷ ebenda, S. 56f.

Dies ist eine sehr weitgehende Argumentation, sogar mit erheblichen erkenntnistheoretischen Konsequenzen. Allerdings wird vor allem die aktuelle Forschung in der Kosmologie von solchen Überlegungen inspiriert.

Auf jeden Fall bleibt die unzweifelhafte Äquivalenzbeziehung zwischen den drei extensiven Größen Information, Entropie und Energie erhalten.

Entropie und Schwarze Löcher

Schwarze Löcher gehören zu den rätselhaftesten Objekten im Kosmos. In letzter Zeit gibt es viele Erkenntnisse durch astronomische Beobachtungen und theoretische Forschungen³⁸. In einem spektakulären, aufwendigen Projekt wurde ein Schwarzes Loch sogar indirekt beobachtbar – es konnte ein Bild erstellt werden. Trotz aller theoretischen und astronomischen Ergebnisse ist die genaue Physik der Schwarzen Löcher noch nicht vollständig aufgeklärt. Nachdem Einstein 1915 seine Feldgleichungen zur allgemeinen Relativitätstheorie veröffentlicht hatte, entwickelte bereits ein Jahr später Karl Schwarzschild daraus eine Lösung für eine punktförmige, nicht-rotierende und nicht-geladene Masse, in der eine Singularität auftritt, also die physikalischen Gesetze an diesem Punkt eine mathematische Unendlichkeit zeigen. Der Radius um ein solches Objekt, in dem noch nicht einmal elektromagnetische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit entweichen können, ist nach ihm benannt worden bzw. wird Ereignishorizont genannt. Von innerhalb des Schwarzschild-Radius oder des Horizontes kann weder Materie noch Strahlung entkommen. Damit sind nach klassischer Auffassung Materie und Energie und alle Informationen, die damit transportiert werden, unwiederbringlich verloren. Es stellt sich die fundamentale Frage, ob dort der 2. Hauptsatz der Thermodynamik nicht mehr gilt. Ist ein Schwarzes Loch nur durch seine Masse und seinen Drehimpuls charakterisiert? Nimmt dort die Entropie eines geschlossenen Systems ab? Stephen Hawking war zunächst dieser Ansicht. Jacob Bekenstein und insbesondere Gerard 't Hooft und Leonhard Susskind stemmten sich gegen diese Auffassung. Der freundschaftliche Wettstreit wurde später von Susskind in einem Buch dokumentiert³⁹. Hawking selbst legte den Grundstein zur Beantwortung der Frage, indem er durch quantenmechanische und relativistische Überlegungen nachwies, dass Schwarze Löcher Strahlung abgeben müssen. Es war der erste Spezialfall, bei dem die Verbindung von Quantentheorie und allgemeiner Relativitätstheorie

³⁸ <https://www.weltderphysik.de/thema/nobelpreis/nobelpreis-fuer-physik-2020/>

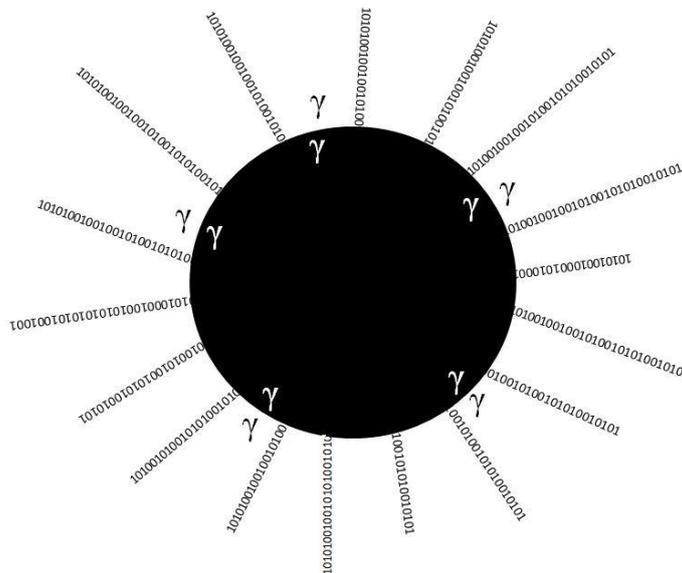
³⁹ Susskind, Leonhard; Der Krieg um das Schwarze Loch, Suhrkamp, Berlin 2010.

gelang. Allgemein ist diese Verbindung immer noch eines der größten ungelösten Probleme der modernen Physik.

Grundlage war allerdings eine Erkenntnis von Bekenstein, die heute nach beiden Forschern benannt ist. Die Bekenstein-Hawking-Entropie ordnet einem Schwarzen Loch einen formalen Entropiewert zu, der nur vom Oberflächeninhalt des Ereignishorizonts und von fundamentalen Naturkonstanten abhängt⁴⁰. Direkt am Schwarzschildradius entstehen gemäß der Quantentheorie (wie überall) virtuelle Teilchen/Antiteilchen-Paare, von denen eines in das Schwarze Loch fallen kann, während das andere entweicht. Dies kann man mit zwei Modellen interpretieren:

- 1) Das in das Schwarze Loch fallende Teilchen oder Antiteilchen hat negative Energie, die nach $E=mc^2$ auch einer negative Masse entspricht, die die Masse des Schwarzen Lochs verringert.
- 2) Ein Teilchen negativer Energie kann man auch als Teilchen positiver Energie interpretieren, bei dem die Zeitrichtung umgekehrt wird, die Zeit also „rückwärts“ läuft und damit das Teilchen als abgegebene Strahlung gedeutet werden kann.

Somit kann man über diese sogenannte Hawking-Strahlung dem Schwarzen Loch eine Entropie und damit eine Temperatur zuordnen. Da die Strahlung von der Oberfläche abhängt, ist sie zu dieser proportional. Dies ist bemerkenswert.



*Abb. 6: Verschwindet alles im Schwarzen Loch; damit auf immer auch Information? Gilt dort nicht mehr der 2. Hauptsatz⁴¹?
Hawking-Strahlung γ - γ würde das Dilemma beseitigen.*

⁴⁰ Siehe <https://de.wikipedia.org/wiki/Bekenstein-Hawking-Entropie>

⁴¹ Der Zusatz „der Thermodynamik“ wurde bewusst weggelassen.

Damit ist die Entropie nicht vom Volumen, also einem Raum, abhängig, sondern von der Oberfläche. Die Information steckt in einer Fläche, ähnlich wie in einem Hologramm⁴². Die Temperatur ist umgekehrt proportional zur Masse, d.h. ein Schwarzes Loch ist umso kälter, je größer es ist. Es wird zwar irgendwann verdampft sein, aber die Lebensdauer eines „normalen“, über eine Supernova entstandenen Schwarzen Lochs übersteigt das Alter des Universums um viele Größenordnungen⁴³. Bei diesen Forschungen stellt sich die Frage, ob der Begriff Entropie ausschließlich in der Thermodynamik verortet werden soll und er in der Informationstheorie lediglich adaptiert wurde. Ist im Fall der Hawking-Strahlung ein virtuelles Teilchen ein Mikrozustand, der in zwei Komponenten zerfällt, die dann im wahrsten Sinne des Wortes unterschiedliche Wege gehen? Zumindest entsteht in diesen Fragestellungen erhöhter Interpretationsbedarf zum Entropiebegriff.

Es gibt Theoretiker, die diese holographische Sichtweise auf das ganze Universum übertragen, also vermuten, dass die vollständige Information in einem Raumbereich durch seine Oberfläche gegeben ist, ähnlich dem Flächengesetz der Entropie bei Schwarzen Löchern⁴⁴. Dies sind heute noch nicht bewiesene Spekulationen, aber sie gelten als aussichtsreiche Kandidaten, um Gravitation und Quantentheorie zu einer Theorie der Quantengravitation zu vereinigen⁴⁵ (siehe dazu nächsten Abschnitt.). Theoretisch bewiesen ist die Äquivalenz/Isomorphie zwischen einer speziellen 5-dimensionalen Raumzeit („Anti-de-Sitter-Raum“) und der 4-dimensionalen Raumzeit. Ein solcher Isomorphismus verlangt ein gewisses Maß an Redundanzen beim höherdimensionalen Raum (sonst ist es nur bestenfalls ein Homomorphismus, ähnlich einer Projektion). Der 4-dimensionale Raum ist dann als Hologramm des höher dimensionalen Raums zu verstehen⁴⁶. Diese

⁴² Nicht zu verwechseln mit einer Projektion

⁴³ Anders sieht es bei kleinen Schwarzen Löchern im Bereich 10^{12} kg aus (so es sie gibt). Hier liegt die Temperatur bei 10^{11} K, bei der massebehaftete Teilchen emittiert werden. Die Hawking-Temperatur T_H eines Schwarzen Lochs der Masse M ist $T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B}$ mit c Lichtgeschwindigkeit, G Gravitationskonstante, h Plancksche Konstante und $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ und k_B Boltzmann Konstante.

⁴⁴ Zum Holographischen Prinzip siehe einen bemerkenswerten Beitrag von John Archibald Wheeler, posthum neu veröffentlicht in <https://philpapers.org/archive/WHEIPQ.pdf>, reproduced from Proc. 3rd Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics, Tokyo, 1989, pp.354-368. Daraus stammt die berühmte Phrase „It from Bit“.

⁴⁵ Siehe dazu einen Artikel von Bekenstein selbst:

<https://www.spektrum.de/magazin/das-holografische-universum/830304>

⁴⁶ S. z.B. <https://www.astronews.com/news/artikel/2015/04/1504-031.shtml> oder <https://www.cam.ac.uk/research/news/taming-the-multiverse-stephen-hawkings-final-theory-about-the-big-bang>

Überlegungen haben eine Fülle von Forschungsaktivitäten ausgelöst⁴⁷. Konkret zeigt sich jedoch dieses Flächengesetz bei supraflüssigem Helium (^4He). Dabei entsteht für alle Heliumatome ein gemeinsamer Quantenzustand („Bose-Einstein-Kondensat“). Die Atome verschränken sich, Reibung verschwindet und Helium wird supraleitend. Eine kanadische Arbeitsgruppe⁴⁸ hat nun in realistischen Computermodellen nachgewiesen, dass die Entropie als Folge der Verschränkung in diesem supraflüssigem Helium-4 nicht mit dem Volumen, sondern deutlich langsamer, nämlich proportional zur Oberfläche steigt. Dabei wurde eine Reihe von Kugelschalen simuliert und die Maß an verschränkten Helium-Atomen in dieser virtuellen Kugel zu einem Quantenzustand ermittelt.

Entropische Gravitation

Im allgemeinen Verständnis der meisten Physiker ist die Gravitation eine der vier Grundkräfte, die, wie Starke Kernkraft, Schwache Kernkraft, Elektromagnetische Kraft, über ein anderes Austauscheteilchen, das hypothetische Graviton, wirkt. Im Gegensatz zu den beiden ersten Kräften mit kurzer Reichweite, müsste das Graviton, wie das Photon als Austauscheteilchen im Elektromagnetismus, masselos sein. Die Theorie der „Entropischen Gravitation“ vermeidet diese Erklärung. Danach soll ein Raumbereich, der gravitativ wirkende Masse oder Strahlung enthält, nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik einen Zustand höherer Entropie anstreben. Daraus resultiert eine Kraft, die sich als Gravitationseffekt, also anziehende Kraft zwischen Massen und/oder Energie, manifestiert. Die Theorie der „Entropischen Gravitation“ macht in weiten Teilen der makroskopischen Welt vollkommen deckungsgleiche Vorhersagen wie die Gravitationstheorien von Newton und die Allgemeine Relativitätstheorie von Einstein. Aber auf Längenskalen, die besonders dem Wirkungsbereich der Quantentheorie entsprechen, berücksichtigt sie Quantenfluktuationen⁴⁹. Das führt dazu, dass dort die Gravitationsbeschleunigung nicht mit $1/r^2$, sondern nur mit $1/r$ abnimmt. Mittlerweile ist es gesichert, dass die Rotation von Galaxien nicht mehr nur als vom Einfluss sichtbarer Materie verursacht,

⁴⁷ <https://www.spektrum.de/news/die-struktur-von-raum-und-zeit-wird-von-astrophysikern-und-quantenforschern-untersucht/1435484>

⁴⁸ Entanglement area law in superfluid ^4He , C. M. Herdman, P.-N. Roy, R. G. Melko, A. Del Maestro

<https://arxiv.org/abs/1610.08518> (Submitted on 26 Oct 2016)

⁴⁹ Also eine kurzfristige spontane Entstehung eines Teilchen/Antiteilchen-Paares im Vakuum, oft erklärt über die Heisenbergsche Unschärferelation bzgl. Energie und Zeit.

erklärt werden kann, die sich nach den Gesetzen der klassischen Gravitationstheorien bewegt. Es wurde deshalb die Existenz Dunkler Materie postuliert. Über die Entropische Gravitation wurde dagegen das Gravitationsgesetz modifiziert.

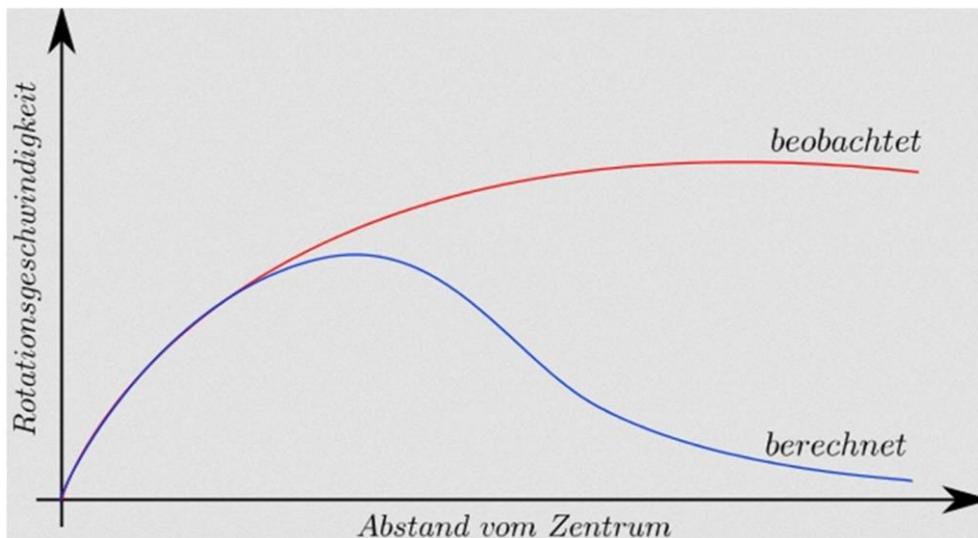


Abb. 7: Die Rotationsgeschwindigkeit von Galaxien lässt sich nicht von klassischen Gravitationsgesetzen auf Basis der sichtbaren Materie erklären⁵⁰.

Die „Entropische Gravitation“ ist somit ein Erklärungsaspekt der MOND-Theorie („Modifizierte Newtonsche Dynamik“) und kommt ohne Dunkle Materie aus. Bei MOND ohne Berücksichtigung der „Entropischen Gravitation“ ist die Mathematik zwar erstaunlich einfach, aber impliziert, dass die Masse des Gravitons ungleich Null ist⁵¹. Dies ist schwer mit einer unendlichen Reichweite der Gravitation zu vereinbaren. Dagegen helfen Entropie-Überlegungen, so dass danach eine Form von positiv wirkender Energie wirkt, die sozusagen die Nullpunktsenergie der Raumzeit verschiebt⁵².

⁵⁰ Quelle: Wikipedia, Bild: Johannes Schneider, Lizenz: CC BY-SA 4.0, aus http://www.andromedagalaxie.de/html/galaxien_dunkle_materie.htm

⁵¹ Siehe dazu auch Kafitz, Symmetrie, Oberhessische naturwissenschaftliche Zeitschrift, Band 67, S. 84 und Anm. 125

⁵² Quantitative Überlegungen finden sich bei Wikipedia, https://de.wikipedia.org/wiki/Entropische_Gravitation

Hier sind auch weitere interessante Hinweise auf Forschungsarbeiten von u.a. Bekenstein, Hawking, Susskind, 't Hooft, Verlinde u.a.

Zeitverläufe

In den meisten Naturgesetzen und von den Begründern der Dynamik, also von Galilei, Newton oder anderen wird von einer symmetrischen Zeit ausgegangen. Das sollte heißen, dass im Prinzip alle Vorgänge reversibel ablaufen können. Fast alle elementaren physikalischen Gesetze sind invariant gegenüber Zeitumkehr („T-Symmetrie“). Sie ist eine der drei wichtigen Symmetrien⁵³ im Rahmen der Quantentheorie: Invarianz gegenüber Ladungsumkehr (C), gegenüber Parität, also links/rechts-Händigkeit (P) und gegenüber Zeitumkehr (T)⁵⁴. Es sind allerdings subtile Verletzungen, sogenannte Symmetriebrüche, bei allen Symmetrien und Kombinationen der Natur bekannt. Sie werden gedeutet, dass damit das Übergewicht von Materie gegenüber Antimaterie im Universum zusammenhängt. Es sind also fundamentale Fragestellungen auch bei der T-Symmetrie damit verbunden. Das Vorzeichen der Zeit spielt in den grundlegenden Formeln insofern keine Rolle, als mathematisch plausible Lösungen für diesen Fall existieren. Selbst in der Quantentheorie sind manche Vorgänge dadurch erklärbar, dass man annimmt, dass die Zeit „rückwärts“ abläuft. Dirac z.B. nahm die „2. Lösung“ seiner Gleichungen ernst. Sie musste eine physikalische Bedeutung haben. Später wurde das Antiteilchen des Elektrons, das Positron, durch Carl David Anderson gefunden⁵⁵.

Anders ist die Situation, wenn die Entropie ins Spiel kommt. Die beiden grundlegenden Sätze der Thermodynamik beschreiben also Energieerhaltung und Entropiezunahme als Naturgesetze in geschlossenen Systemen⁵⁶. Doch im Gegensatz zur Energie hat die Entropie etwas mit Wahrscheinlichkeit zu tun. Betrachtet man den zeitlichen Ablauf ohne Kompensation durch Energiezufuhr, so liegt die geringere Entropie oder höhere Ordnung praktisch immer in der Vergangenheit; die höhere Entropie oder Unordnung praktisch immer in der Zukunft. Entropie definiert somit die Richtung des Zeitpfeils; sie ist schlechthin die Ursache für das, was wir als „Zeit“ bezeichnen. Dabei läuft die Zeit immer weiter.

⁵³ Es ist eine plausible Annahme in der klassischen Physik, dass die fundamentalen Naturgesetze zu jeder Zeit, an jedem Ort und in jeder Richtung überall gleich sind. Daraus leitete Emmy Noether Energieerhaltung (symmetrisch bei Verschiebungen in der Zeit), Impulserhaltung (symmetrisch bei Verschiebungen im Raum) und Drehimpulserhaltung (symmetrisch bei Drehungen im Raum) ab.

⁵⁴ <https://www.weltderphysik.de/gebiet/teilchen/news/2012/verletzung-der-zeitsymmetrie-beobachtet/>

⁵⁵ Für die Energie $E = \pm \sqrt{c^2(\hbar^2 \vec{k}^2) + m^2 c^4}$ existiert eine positive und negative Lösung.

⁵⁶ Streng genommen sind beide Hauptsätze empirische Tatsachen. Der 1. Hauptsatz besagt, dass Energien ineinander umgewandelt werden können, der 2. Hauptsatz lässt auch eine gleichbleibende Entropie zu.

Man muss sich fragen, wieso überhaupt komplexe Lebensformen auf der Erde entstanden sind. Der Lebensraum Erde mit seiner Selbstorganisation, die nach und nach zur heutigen Biodiversität geführt hat, ist nur durch Energiezufuhr, insbesondere durch Sonnenlicht, Sonnenwärme sowie durch tektonische, gravitativ erzeugte Reibung (von außen) bzw. in geringerem Maße auch durch Zerfall radioaktiver Elemente (von innen) denkbar. Die Entropiebilanz wird insbesondere von der Sonne maßgeblich beeinflusst und hat dort, wo sich Selbstorganisation entwickelt hat, zu Entropieabnahme geführt. Betrachtet man nur erdgeschichtlich kurze Zeiträume, so ist keine Erwärmung oder Abkühlung der Erde feststellbar. Es wäre vermessen zu sagen, dass die Sonnenenergie vollständig zur Entropieabnahme bei der Selbstorganisation verwendet wird. Ein Gutteil der Energie wird in das Weltall abgestrahlt. Jedenfalls ist die Energiebilanz ausgeglichen; es herrscht ein Fließgleichgewicht. Aber: Der Zeitpfeil ist trotz der energetischen Kompensation insbesondere durch die Sonne in vielen Vorkommnissen des Alltags erkennbar.

Es gibt zumindest auf der makroskopischen Ebene keinen Prozess, der vollständig reversibel ist⁵⁷. Immer entstehen nicht nutzbare Wärme oder sonstige Energieformen, die die Entropie erhöhen. Oder aber ein vollständig reversibler Vorgang ist deutlich unwahrscheinlicher, d.h. schon allein durch statistische Überlegungen kommt man zum Schluss, dass sich die Entropie eines geschlossenen Systems niemals erniedrigt. Wenn ein Ei vom Küchentisch rollt und zerbricht, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Missgeschick sich spontan rückgängig macht, zwar nicht exakt Null. Aber die Reversibilität dieses Vorgangs ist so unwahrscheinlich, dass das Vielfache Alter des Universums nicht ausreichen würde, dass dieser Vorgang auftreten und damit zu beobachten wäre. Ein entsprechender Film, der rückwärts läuft, wird sofort als „unmöglichen“ Vorgang erkannt, wenn sich z.B. Personen darin bewegen. Das zerbrochene Ei kann man sozusagen als „kosmologisches Experiment“ verstehen, mit dem Vergangenheit und Zukunft definiert werden

⁵⁷ Christian Blöss schlägt vor, Entropie über einen quantenmechanischen Ansatz als unabhängige Basisgröße zu bestimmen, nämlich mit dem planckschen Konzept der quantisierten Lichtmenge. Es bietet sich dabei an, die thermische Zustandfunktion des Lichtgases aus Ausgangspunkt zu verwenden und aus Strahlungsdruck, Hohlraumvolumen und Photonenzahl der Hohlraumstrahlung diese zu konstruieren. Die Boltzmann Konstante geht dann nicht stoffbezogen, sondern photonenzahlenbezogen hervor. Somit sind Photonen als Austauschbosonen des elektromagnetischen Feldes die Quanten der Entropie. Entropie als Ursache für den Zeitpfeil und darüber hinaus als zentraler Antrieb von vielen Prozessen in der Physik wäre also auch darin begründet, dass Photonen geradezu allgegenwärtig sind (https://entropieeinheit.cbloess.de/index.html?extgroe_lichtm_lichtgas_entropiedichte.htm.)

können. Sie werden durch einen kurzen, physikalisch, philosophisch und religiös schwer fassbaren Moment getrennt, den man Gegenwart nennt⁵⁸. Die Zunahme der Entropie definiert nach einer These von Arthur Eddington die Richtung des Zeitpfeils, von der Vergangenheit zur Zukunft. Die Tatsache, dass sich die Vergangenheit jeglicher kausaler Manipulation entzieht, macht die physikalische Zeit (im Gegensatz zur erlebten Zeit) an sich aus⁵⁹. Allerdings hat die Relativitätstheorie deutlich gemacht, dass es keine absolute Zeit gibt, dass Gleichzeitigkeit eine Illusion ist, dass Raum nur in Verbindung mit Zeit plausibel beschrieben werden kann und umgekehrt.



Der Zeitpfeil trennt Vergangenheit und Zukunft klar.

Die Relativitätstheorie hat jedem Beobachter seine eigene Gegenwart zugeordnet.

Abb. 8: Gemäß der Relativitätstheorie gibt es keine Gleichzeitigkeit. Die Entropie definiert trotzdem einen Zeitpfeil von Vergangenheit zu Zukunft.

Dies ist keine philosophische Haarspalterei. Wir nutzen bereits technologisch die Relativitätstheorie mit den Implikationen auf die Zeit. Ein Beispiel ist die Standortbestimmung über GPS. Auch Zeitdilatation⁶⁰ ist unzweifelhaft

⁵⁸ Siehe Muller, Richard A., Jetzt – Die Physik der Zeit, S. Fischer, Frankfurt a. Main, 2018, S. 131.

⁵⁹ „Zeit ist, was verhindert, dass alles auf einmal passiert.“ (John A. Wheeler)

⁶⁰ Die Zeitdilatation bewegter Teilchen kann durch Lebensdauer- bzw. Zerfallszeitmessungen von Teilchen bestimmt werden. Die Zeitdilatation gemäß der speziellen Relativitätstheorie besagt, dass wenn eine Uhr C zwischen zwei synchronisierten, in einem Labor ruhenden Uhren A und B bewegt wird, sie gegenüber den beiden Uhren zeitlich nachgeht. Da prinzipiell jeder periodische Vorgang als Uhr bezeichnet werden kann, gilt dies z. B. auch für die Lebensdauern bzw. Zerfallszeiten von instabilen Teilchen wie beispielsweise Myonen. Das heißt, bewegte Myonen müssten eine längere Lebensdauer haben als ruhende. Zum Nachweis dieses Effekts werden Messungen in der Atmosphäre als auch in Teilchenbeschleunigern mit verschiedenen Teilchenarten durchgeführt, wobei alle Resultate die Zeitdilatation bestätigen.

(Zitat: https://de.wikipedia.org/wiki/Zeitdilatation_bewegter_Teilchen)

experimentell messbar. Vergangenheit und Zukunft, aber vor allem die Gegenwart, das „Jetzt“, sind also deutlich differenzierter zu sehen.

Trotzdem haben diese Begriffe auch in der modernen physikalischen Welt ihre Existenzberechtigung. Spätestens sobald makroskopische Prozesse betrachtet werden können, gilt das Kausalitätsprinzip: Die Vergangenheit kann die Zukunft beeinflussen, aber nicht umgekehrt. Das Kantsche und Newtonsche Verständnis einer kontinuierlich fließenden Zeit wurde durch die moderne Physik empfindlich erschüttert. Einzig die Informationsübermittlung genügt dem Kausalitätsprinzip und die Lichtgeschwindigkeit ist der begrenzende Faktor, Ansonsten ist Nicht-Lokalität und Verletzung der Kausalität durch den Zufall noch immer eine große Herausforderung für den sogenannten gesunden Menschenverstand.

Es bleibt aber dabei, dass dann, wenn eine Information den kausalen Anstoß für einen Folgevorgang liefern soll, der Zeitpfeil seine Gültigkeit besitzt. Quantentheoretisch verschränkte Teilchen können instantan, also ohne Rücksicht auf die Lichtgeschwindigkeit, in beliebiger Entfernung eine Quanteneigenschaft des verschränkten Teilchens offenbaren. Damit ist jedoch keine Informationsübermittlung, die schneller als das Licht funktioniert, realisierbar. Für diese gilt der durch Entropie definierte Zeitpfeil, wie ihn Eddington postuliert hat^{61,62}.

Deterministisches Chaos

In der Praxis ist bei vielen Systemen der nach einer gewissen Zeit resultierende Zustand nicht mehr vorhersagbar. Dabei heißt das nicht, dass der Zufall regiert. Ob ein radioaktives Teilchen im nächsten Moment zerfällt oder nicht ist tatsächlich zufällig. Hier ist die Natur nicht deterministisch⁶³. Doch in der makroskopischen Welt gelten physikalische Gesetze, die nicht dem Zufall unterworfen sind. Trotzdem kann die zeitliche Entwicklung zu unvorhersagbaren Ergebnissen führen. Das hat aber mit Zufall nichts zu tun.

⁶¹ Originalliteratur: Eddington, Arthur Stanley, Das Weltbild der Physik und ein Versuch einer philosophischen Bedeutung, 1928, in Deutsch 1931 bei Springer, S. 42ff

⁶² Steven Hawking wollte im Jahr 2009 mit einem ungewöhnlichen Experiment beweisen, dass Zeitreisen tatsächlich nicht möglich sind. Er veranstaltete eine große Party, zu der er ausschließlich Zeitreisende aus der Zukunft einlud. Das Besondere: Er veröffentlichte die Einladungen erst nach der Feier, in der Hoffnung, dass Menschen in mehreren tausend Jahren darauf aufmerksam werden könnten. Leider kam niemand. (<https://www.mdr.de/wissen/zeit-fakten100.html>)

⁶³ Einstein konnte dies nicht akzeptieren (Gott würfeln nicht).

Es sollte also nicht der Eindruck entstehen, dass das makroskopische Naturgeschehen oder die Mathematik bei Verwendung des Begriffs „Chaos“ dem Zufall unterworfen ist. Ein geworfener Ball landet selten an haargenau derselben Stelle, eine geworfene Münze zeigt bei vielen Würfeln selten die gleiche Folge von Zahl oder Wappen. Die Naturgesetze bleiben immer gleich, aber die Stärke und Richtung der Würfe sind minimal verschieden. Exakt formuliert, die Ausgangsbedingungen variieren leicht und führen zu leicht unterschiedlichen Ergebnissen. Erst die Iteration oder ein vergleichbarer Prozess in der physikalischen Natur, also die Tatsache, dass das Ergebnis wieder als neuer Ausgangswert unter den gleichen Naturgesetzen oder den gleichen Rechenregeln genommen wird, führt bei vielen Iterationen bzw. in einer mehr oder weniger langen zeitlichen Entwicklung ggfs. zu vollkommen unterschiedlichen Ergebnissen.

Ein klassisches Beispiel ist das Wetter. Der Anfangszustand ist trotz immer besser werdenden Messdaten zu unbestimmt, dass er keine Aussagen zulässt, wie der Endzustand nach vielen Tagen aussieht⁶⁴.

Selbst Einsetzen zweier beliebig naher Werte in nicht-lineare Funktionen und iterieren, indem der jeweils gefundene Funktionswert wieder neuer Ausgangswert wird, können nach endlich vielen Iterationen, beliebig weit voneinander entfernt liegen.

Dieses Rückkopplungsprinzip findet in vielen Lebensbereichen statt. Auch in der Mathematik sind solche Systeme bekannt und haben dazu beigetragen, die Chaos-Theorie zu begründen⁶⁵. Die Chaostheorie ist bereits 1977 von Siegfried Großmann und Stefan Thomae⁶⁶, sowie von Mitchell J.

⁶⁴ Der amerikanische Meteorologe Edward N. Lorenz stieß zum ersten Mal bei Wettervorhersagemodellen auf einen Effekt, dass minimale Änderungen der Ausgangsbedingungen zu vollkommen anderen Resultaten führen können. Dies ist unter dem Begriff „Schmetterlingseffekt“ bekannt. Lorenz hielt 1972 vor der American Association for the Advancement of Science einen Vortrag mit dem Titel: Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil set off a Tornado in Texas? Diese Ereignisse gelten als Beginn der Chaosforschung. Die 2. Bedeutung resultiert aus der Visualisierung des Effekts. Lorenz fand eine Werteverteilung, die einem Schmetterling ähnelt („seltsamer Attraktor“). Originalliteratur: Edward N. Lorenz: The Essence of Chaos. University of Washington Press, Seattle WA 1993,

⁶⁵ Siehe dazu z.B. Literaturverzeichnis die Bücher von Mandelbrot, Benoit B., Die fraktale Geometrie der Natur, Basel, Boston, Birkhäuser 1987, Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; Saupe, Dietmar; Bausteine der Ordnung Fraktale, Springer Verlag / Klett Cotta, 1992 bzw. Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; Saupe, Dietmar; Chaos Bausteine der Ordnung, Springer Verlag / Klett Cotta, 1994

⁶⁶ Siegfried Großmann, Stefan Thomae: Invariant distributions and stationary correlation functions of one-dimensional discrete processes. In: Zeitschrift für Naturforschung A. 32, 1977, S. 1353–1363

Feigenbaum⁶⁷ begründet worden. Fraktale sind eng mit dem Namen Benoît Mandelbrot verbunden (siehe S. 57).

Ein guter mathematischer Untersuchungsgegenstand ist die logistische Gleichung $f^{n+1}(x) = k x_n (1-x_n)$ oder anders geschrieben $x_{n+1} \rightarrow k x_n (1-x_n)$. Peitgen et.al.⁶⁸ betrachten für $x_{n+1} \rightarrow 4x_n(1-x_n)$ die Entwicklung über 80 Iterationen bei den Anfangswerten $x_{1a}=0,202$ und $x_{1b}=0,202001$. Der 2. Wert x_{1b} unterscheidet sich also vom 1. Wert x_{1a} nur um ein Millionstel. Das zweite Wertepaar nach einmaliger Iteration x_{2a} und x_{2b} unterscheiden sich erst in der 6. Stelle nach dem Komma, das dritte Wertepaar in der 5. Stelle. Bei den ersten ca. 15 Iterationen sind die Werte noch nahe beieinander. Dann unterscheidet sich die Werteentwicklung der beiden Anfangswerte schon bald auf drastische Weise.

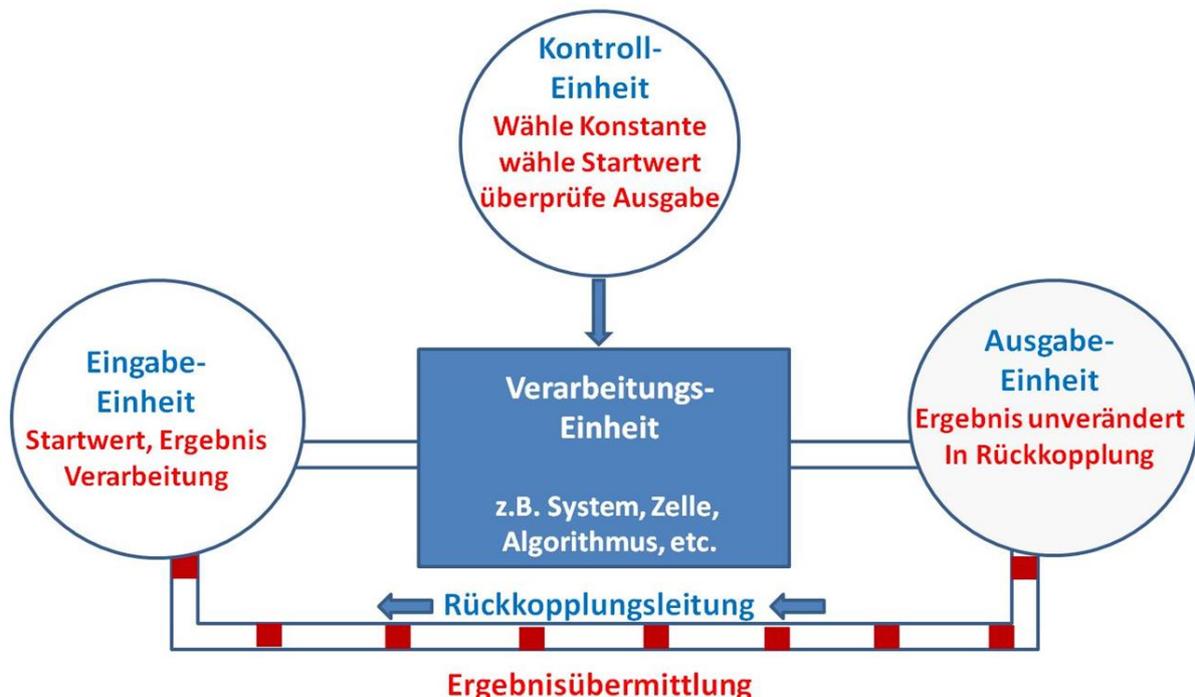


Abb. 9: In vielen Lebensbereichen findet eine ständige Rückkopplung statt, die man plakativ als „Rückkopplungsmaschine“ verdeutlichen kann.

Natürlich liegt es an der Konstruktion dieser quadratischen Gleichung, deren Wertebereich und Zielbereich immer zwischen 0 und 1 liegt. Dazu kommen oft

⁶⁷ Mitchell J. Feigenbaum: The universal metric properties of nonlinear transformations. 29. Mai 1979. In: Journal of Statistical Physics, 21, Dezember 1979, S. 669–706 (englisch; „ $\alpha = 2.502907876$ “ auf S. 703, „ $\delta = 4.6692$ “ auf S. 704)

⁶⁸ Peitgen, Jürgens, Saupe, CHAOS-Bausteine der Ordnung, Springer Verlag, S.43

in der Praxis unvermeidliche Rundungen beim Rechnen⁶⁹. Es entsteht damit zunehmend chaotisches Verhalten in dem Sinne, dass ähnliche Ursachen (im Beispiel verdeutlicht, dass die Differenz der Ausgangswerte nur ein Millionstel beträgt) nach mehr oder weniger langer Zeit unvorhersehbare Wirkung haben können (hier im Verlauf von 80 Iterationen).

Es ist solch eine „ähnliche Ursache“ im Sinne von Abbildung 10. Sie hat nichts mit Zufall zu tun und ist nicht unerklärlich. Die Phänomene entstehen durch Unübersichtlichkeit, Komplexität und damit Unvorhersagbarkeit.

Die logistische Gleichung ist keine reine mathematische Spielerei. Schon 1840 wurde von Pierre-François Verhulst⁷⁰ erkannt, dass sich Jäger/Beute-Tierpopulationen so modellieren lassen. k ist dabei der Vermehrungsfaktor, $(1-x_n)$ der Begrenzungsfaktor. Das Herz als Organ erzeugt einen laminaren Blutfluss. Bei einem k -Wert von ca. $3,57 < k \leq 4$ kann Turbulenz entstehen und damit tödliches Herzflimmern^{71,72}.

Es entsteht nicht immer chaotisches Verhalten. Bei den einfachen mathematischen Beispielen kann man schnell drei Möglichkeiten bei wachsenden Iterationen $f^n(x)$ identifizieren:

- 1) Die Funktionswerte $f^n(x)$ bewegen sich nach einigen Iterationen chaotisch.
- 2) Die Funktionswerte $f^n(x)$ bewegen sich auf einen Fixpunkt hin.
- 3) Die Funktionswerte $f^n(x)$ bewegen sich periodisch.

Chaos heißt nicht, dass jegliche Ordnung verloren geht bzw. dass keine Gesetzmäßigkeiten zu erkennen sind. Variiert man den k -Wert zwischen 2,4 und 4 so zeigt das Diagramm bei wachsendem k Verzweigungen, sogenannte Bifurkationen. Die erste Bifurkation entsteht bei $k=3,0$, die zweite bei $k=1+\sqrt{6} \approx 3,4494\dots$ Es zeigt sich, dass das Verhältnis der Abstände/Längen

⁶⁹ Prominentes Beispiel ist das Lorenz-Experiment. Zwei Iterationsfolgen mit demselben Ausgangspunkt werden durchgeführt. Während des Vorgangs wird eine Ausgabe der zweiten Folge nach der 10. Iteration auf die ersten 3 Dezimalstellen abgeschnitten und als neue Eingabe für die Iteration verwendet. Bald nach diesem Eingriff verlieren die beiden Zahlenfolgen jegliche Übereinstimmung. Zitiert nach Hans-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens, Dietmar Saupe, Bausteine des Chaos – Fraktale, Klett-Cotta/Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, S. 62

⁷⁰ https://de.wikipedia.org/wiki/Pierre-François_Verhulst

⁷¹ <http://www.adtractive.de/mazari/images/CHAOS>,
<http://www.jgiesen.de/Divers/ChaosVortrag/Chaos.pdf>

⁷² Siehe auch Kafitz, Willi, Oberhessische naturwissenschaftliche Gesellschaft, Band 66, Die Natur denkt fraktal, S.10

zwischen zwei Bifurkationspunkten gegen eine universelle Konstante strebt, der Feigenbaum-Konstante⁷³:

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n - b_{n-1}}{b_{n+1} - b_n} = 4,6692016090\dots$$

Das Verhältnis der Abstände/Breiten ist ebenfalls universell.

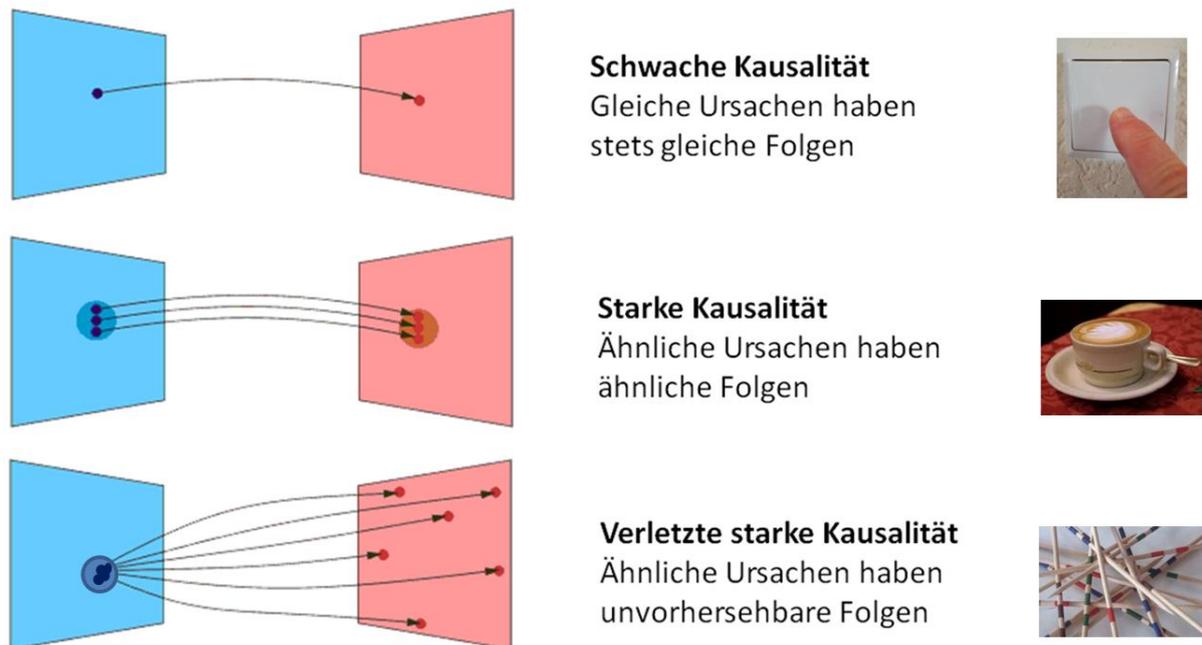


Abb. 10: Kausalitätsprinzipien

In der Natur, Chemie, Physik und Technik sind viele Prozesse bekannt, die zu sogenannten dissipativen Strukturen führen⁷⁴. „Dissipation“, lateinisch von Zerstreuung, ist ein makroskopischer Prozess, in dem (meist) durch Reibung die Energie in andere Formen der Energie umgewandelt wird. Z.B. bei den stationären dissipativen Strukturen, die bei gleichbleibenden äußeren Rahmenbedingungen im Gleichgewicht sind, kann man Formen der Selbstorganisation beobachten. Es findet dann keine Entropieänderung ΔS statt. Dabei ist das System nur äußerlich im Gleichgewicht. Es existieren aber

⁷³ Wikipedia.org, Suchwort Feigenbaum-Konstante.

⁷⁴ Wikipedia nennt ein schönes Beispiel aus der Thermodynamik: *Die Arbeit eines Ventilators leistet wegen der starren Systemgrenze keine Volumenänderungsarbeit, wird daher vollständig durch Reibung dissipiert.*

(<https://de.wikipedia.org/wiki/Dissipation>). In der Chemie kennt man Reaktionen, die für eine gewisse Zeit, bis die beteiligten Reagenzien verbraucht sind, verblüffende makroskopische, oft selbstähnliche, dissipative Phänomene zeigen (z.B. Belousov-Zhabotinsky-Reaktion).

nach wie vor innere Prozesse, die nicht im Gleichgewicht, also dynamisch sind⁷⁵. In diesen wächst die Entropie, es ist also ΔS_i positiv und wird ständig durch Wechselwirkung mit der Umgebung genau ausgeglichen ($\Delta S_i = -\Delta S_{\text{extern}}$). Um stabil zu bleiben, muss das System nach außen Entropie abgeben.

In der Chaos-Theorie werden die in diesem Kapitel genannten Phänomene (u.a.) untersucht. Wie an dem Beispiel von Peitgen et.al. verdeutlicht wird, sind die Gleichungen deterministisch. Deshalb wurde die Kapitelüberschrift gewählt. Doch es sei nochmals betont, dass erst winzige Änderungen der Anfangsbedingungen, wie sie etwa in der Praxis durch sehr leicht abweichende Startwerte entstehen und nicht der Zufall, im Laufe der Zeit zu nicht vorhersehbaren, chaotischen Entwicklungen führen können. In der Mathematik entsteht das Phänomen durch Iterationen, in der physikalischen Natur durch die stetige, zeitliche Entwicklung.

Deterministisches Chaos entsteht also bei nicht-linearen, dynamischen Systemen durch kleinste Änderungen der Anfangsbedingungen. Die Entwicklung des Systems beruht auf Rückkopplungsprozessen und verletzt im chaotischen Fall das starke Kausalitätsprinzip (siehe Abb. 10). Exakt gleiche Anfangsbedingungen führen natürlich zu gleichem Verlauf mit identischen Ergebnissen. In der Praxis ist diese Anforderung aber oft schwer oder gar unmöglich einzuhalten.

Die Entropieänderung ist dabei bei den mathematischen Beispielen über die Informationstheorie begründet und bei den physikalischen Beispielen über die Thermodynamik.

An dieser Stelle sei auf den Begriff „Fraktal“ verwiesen, ohne den die Chaostheorie unvollständig dargestellt würde. Er wurde von Benoit Mandelbrot geprägt⁷⁶ und verweist darauf, dass es oft sinnvoll ist, nicht nur in euklidischen Dimensionen zu denken (Punkt $\hat{=}$ Dimension 0, Linie $\hat{=}$ Dimension 1, Fläche $\hat{=}$

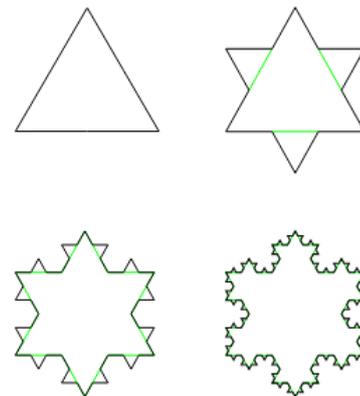


Abb. 11: Die ersten vier Iterationen der Koch-Flocke. Ihre Hausdorff-Dimension ist $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1,262$.

⁷⁵ Siehe ausführlich <https://www.pro-physik.de/restricted-files/114051>

⁷⁶ Mandelbrot, Benoit B., Die fraktale Geometrie der Natur, Basel, Boston, Birkhäuser 1987

Dimension 2, usw.)⁷⁷. Es gibt Formen in der Natur und in der Mathematik, bei denen es sinnvoll ist, gebrochene Dimensionen anzunehmen, d.h. Werte für die Dimension einer Struktur zuzulassen, die zwischen⁷⁸ den euklidischen Dimensionen liegen („Hausdorff-Dimension“). Fraktale entstehen mathematisch durch Iterationen von Funktionen und der grafischen Darstellung ihrer Ergebnisse. Sie sind selbstähnlich, also für mathematisch erzeugte Fraktale vollkommen skaleninvariant oder maßstabsunabhängig. In der Natur gilt dies zumindest in einem gewissen Bereich (Beispiel ganzer Blumenkohl zu Blumenkohlröschen).

In einem bahnbrechenden Artikel wurde prinzipiell gezeigt, dass bei allen Lebensformen, wo Stoffaustausch an Grenzflächen stattfindet (Tracheen der Insekten, Xylem bei Pflanzen, Lunge, Nieren bei Menschen und Säugetieren etc.) die fraktale Dimension bei maßstabsunabhängigem Volumen/Fläche ca. 2,25 beträgt⁷⁹.

Chaos und Fraktale ragen also tief in unsere Lebensgrundlagen. Der Entropiebezug entsteht, wenn man Chaos als Verlust von Information versteht (Mathematik) bzw. als energetischen Aufwand, um wieder zu einem Zustand höherer Ordnung zu kommen (Physik).

Fazit

Entropie als fundamentaler Aspekt, insbesondere in der Thermodynamik, wurde ursprünglich entwickelt, um im beginnenden industriellen Zeitalter wichtige Bereiche qualitativ und quantitativ beschreiben zu können. Doch das Erklärungspotential geht weit darüber hinaus. Die besondere Stärke von Entropie-Überlegungen erweist sich in der Informationstheorie, die unserem digitalen Zeitalter eine theoretische Basis gibt. Von grundlegender philosophischer Bedeutung ist Entropie bei der Zeit. Im Jahr 1927 postulierte Arthur Stanley Eddington, dass die Entropie den „Zeitpfeil“ (time's arrow) festlegt, also die Abfolge von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft. Mit Einsteins Allgemeiner Relativitätstheorie (ART) wurde zwar der Gegenwartsbegriff im wahrsten Sinne des Wortes relativiert. Aber

⁷⁷ Quelle der Grafik: <https://de.wikipedia.org/wiki/Koch-Kurve>

⁷⁸ Im Falle der Mandelbrot-Menge oder bei Hilbertschen Kurven, die eine Fläche vollständig überstreichen, ist die Hausdorff-Dimension sogar 2, während sie in euklidischer Dimension gleich 1 wäre.

⁷⁹ Geoffrey B. West, James H. Brown, * Brian J. Enquist, A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology, SCIENCE, VOL. 276, 4th APRIL 1997, Seite 122-126
Maßstab oder Messgröße kann CO₂-Verbrauch bzw. O₂-Erzeugung bei Pflanzen oder der Grundumsatz in J/s bei Tieren sein.

jahrzehntelang hatte Eddington's These unwidersprochen Bestand und kann immer noch viele irreversible Prozesse einfach erklären. Ebenfalls grundlegend sind entropische Überlegungen in der extraterrestrischen Physik und Kosmologie. Der Nobelpreis für Physik im Jahr 2020 unterstreicht die Bedeutung von Schwarzen Löchern im Kosmos. Eventuell kann die Entropie das große Rätsel lösen, wieso auf großen Skalen sich Galaxien anders verhalten, als klassische Gravitationstheorien vorhersagen. Es ist unbefriedigend, dazu eine Materieform annehmen zu müssen, von der wir nicht im Geringsten wissen, was sie ist. Entropie ist als extensive, quantitativ bestimmbare Zustandsgröße, in vielen Anwendungsbereichen auch außerhalb der klassischen Thermodynamik nützlich, um berechenbare Aussagen machen zu können.

Literaturhinweise

Bekenstein, Jacob D., Spektrum der Wissenschaft, 11/2003,
<https://www.spektrum.de/magazin/das-holografische-universum/830304>

Ebeling, W. et. al, Komplexe Strukturen: Entropie und Information, Teubner, Stuttgart/Leipzig 1998

Eddington, Arthur Stanley, Das Weltbild der Physik und ein Versuch einer philosophischen Deutung, Englisch 1928, in Deutsch 1931, Springer

Energie und Entropie, Die Physik des Naturwissenschaftlers. Eine Einführung in die Thermodynamik, Autoren: Falk, G., Ruppel, W.

Fiedler, Hellmut, Chemisches Rechnen, Verlag Chemie, 1970

Friebe, Cord; Kuhlmann, Meinard; Lyre, Holger, Näger; Paul; Passon, Oliver; Stöckler, Manfred; Philosophie der Quantenphysik, Springer Spektrum, Heidelberg 2015

Gell-Mann, Murray (1994): Das Quark und der Jaguar, Piper, 1996

Greene, Brian: Der Stoff, aus dem der Kosmos ist. Siedler, München 2004

Großmann, Siegfried, Thomae, Stefan: Invariant distributions and stationary correlation functions of one-dimensional discrete processes. In: Zeitschrift für Naturforschung A. 32, 1977, S. 1353–1363

Digital siehe http://zfn.mpg.de/data/Reihe_A/32/ZNA-1977-32a-1353.pdf

https://www.blogs.uni-mainz.de/fb05-sachbuchforschung/files/2015/07/Oels_Zu_Snow_Zwei_Kulturen.pdf

<http://www.chemie.de/lexikon/Entropie.html>

<http://www.spektrum.de/news/holografisches-helium-aehnelt-schwarzen-loechern/1441880>

<http://www.weltderphysik.de/gebiet/theorie/entropie/>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Bekenstein-Hawking-Entropie>

https://de.wikipedia.org/wiki/Entropische_Gravitation

Jürgens, Hartmut, [Vorr.], Chaos und Fraktale, Artikelsammlung, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg 1989

Kafitz, Willi, Symmetrie, Oberhessische naturwissenschaftliche Zeitschrift, Band 67, S. 84 und Anm. 125

Keynes, John Maynard: The General Theory of Employment Interest and Money, New York 1935

Kolmogorow-Komplexität (Spektrum der Wissenschaft, 9:2017, S. 77)

Mandelbrot, Benoit B., Die fraktale Geometrie der Natur, Basel, Boston, Birkhäuser 1987

Muller, Richard A., JETZT – Die Physik der Zeit, deutsche Ausgabe S. Fischer Verlag 2018, Frankfurt am Main

Pagel, Lienhard; Information ist Energie, Springer, Wiesbaden 2013

Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; Saupe, Dietmar; Bausteine der Ordnung Fraktale, Springer Verlag / Klett Cotta, 1992

Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; Saupe, Dietmar; Chaos Bausteine der Ordnung, Springer Verlag / Klett Cotta, 1994

Rovelli, Carlo, Die Ordnung der Zeit, Rowohlt 2018

Schwichtenberg, Jakob, Durch Symmetrie die moderne Physik verstehen, Springer Spektrum, Berlin 2017

Sedlacek, Klaus-Dieter, Äquivalenz von Information und Energie, Books on Demand (BoD), Norderstedt 2017

Smolin, Lee, Im Universum der Zeit, Deutsche Verlagsanstalt, 2014

Smolin, Lee, Quantenwelt, Deutsche Verlagsanstalt, 2019

Snow C.P., „Die zwei Kulturen. Rede Lecture, 1959“, in „Die zwei Kulturen. Literarische und naturwissenschaftliche Intelligenz“. C.P. Snows These in der Diskussion, hg. v. Helmut Kreuzer, München 1987, S. 30. Zitiert nach Richard A. Muller, JETZT – Die Physik der Zeit, deutsche Ausgabe S. Fischer Verlag 2018, Frankfurt am Main, S. 134

Susskind, Leonhard; Der Krieg um das Schwarze Loch, Suhrkamp, Berlin 2010

Wheeler, John Archibald, The Search for Links, posthum neu veröffentlicht in <https://philpapers.org/archive/WHEIPQ.pdf>

Zeh, H. Dieter: Entropie. Fischer, 2005

Abbildungsnachweise:

- Abb. 1 <https://www.gograph.com/de/clip-art-vektorgrafiken/kanister.html>
https://de.freepik.com/freie-ikonen/auto_694879.htm (beide lizenzfrei)
- Abb. 2 erstellt vom Autor, inspiriert von <https://www.uni-bremen.de/kooperationen/uni-schule/lehrkraefte/fundamentale-fragen-der-physik/entropie-und-grundlagen-statistischer-physik>
- Abb. 3 erstellt vom Autor
- Abb. 4 erstellt vom Autor
- Abb. 5 Quelle der Grafik: John A. Wheeler, The Search for Links, <https://philpapers.org/archive/WHEIPQ.pdf>, S.312
- Abb. 6 erstellt vom Autor
- Abb. 7 Wikipedia, Bild: Johannes Schneider, Lizenz: CC BY-SA 4.0, aus http://www.andromedagalaxie.de/html/galaxien_dunkle_materie.htm
- Abb. 8 erstellt vom Autor
- Abb. 9 erstellt vom Autor
- Abb. 10 erstellt vom Autor
- kleine Bilder: Lichtschalter eigenes Foto, Kaffeetasse, Mikado, Quelle: Wikipedia
- Abb. 11 <https://de.wikipedia.org/wiki/Koch-Kurve>

Danksagung

Herr Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Siegfried Großmann ist eine lebende Legende unter den deutschen Physikern und genießt hohen nationalen und internationalen Ruf. Er kann als einer der wichtigsten Vertreter der

statistischen Physik bezeichnet werden und gilt als Pionier und Begründer der noch relativ jungen Chaosforschung. Die Liste seiner Ehrungen ist lang und in seinem hohen Alter ist er noch in zahlreichen hochkarätigen Gremien vertreten und deren Mitglieder suchen seinen Rat. Ich bin sehr stolz, dass er die Aufgabe übernommen hat, mir bei dem vorliegenden Beitrag zur Seite zu stehen. Er war viel mehr Mentor als Gutachter. Seine sehr sorgfältigen, fast akribischen Verbesserungsvorschläge haben dem Text stilistisch und inhaltlich sehr gut getan. Ich bin ihm zu großem Dank verpflichtet.

Herr Dr. Michael Serafin hat wieder deutlich mehr getan, als er in der Funktion als Schriftleiter der Oberhessischen naturwissenschaftlichen Zeitschrift tun müsste. Ich weiß nicht, wo die altehrwürdige Gesellschaft ohne seine unspektakuläre, aber unermüdliche Tätigkeit stehen würde. Er hatte immer ein offenes Ohr für mich und hat konsequent gehandelt, wenn die Zeit für konkrete Schritte reif war.

Faksimile

*Einstweilen sitze ich an meinem letzten Vorlesungsbande und muss mich oft des Diktums von Ihnen erinnern, dass Sie auch nichts von Thermodynamik verstehen.
Möge das neue Jahr uns und der Welt gnädig sein!
Ihre getreuer
A. Sommerfeld.*

Brief von Arnold Sommerfeld an Wolfgang Pauli vom 6. Januar 1951; aus: Wolfgang Pauli und Karl von Meyenn (ed.); Wissenschaftlicher Briefwechsel Bd. 4/Teil 1 mit Bohr, Einstein, Heisenberg u.a. 1950-1952. Springer-Verlag: Berlin 1996⁸⁰

Text: *Einstweilen sitze ich an meinem letzten Vorlesungsbande und muss mich oft des Diktums von Ihnen erinnern, dass Sie auch nichts von Thermodynamik verstehen.*

Danke an Frau Anita Hollier, RCS-SIS-AR / CERN Archive, (im Namen des Pauli Committee) für die freundliche Genehmigung zum Nachdruck.

⁸⁰ Danke auch an Christian Blöss für die Idee, sowie Danke an Dr. Michael Eckert vom Deutschen Museum (München) für die Vermittlung des Kontakts zum CERN-Archiv.